



# Análisis de ítemes de las pruebas CRECER 1998

## Resultados de matemática en quinto grado de secundaria

### SUMARIO

1/ Presentación .....	1
2/ Análisis de los ítemes .....	4
Manejo de conceptos, símbolos y términos .....	6
Aplicación de algoritmos ..	8
Resolución de problemas .....	11
Interpretación de expresiones gráficas .....	14
3/ Conclusiones .....	16
Notas .....	17
Anexos .....	18

### BoletínUMC

Nº 18

Elaborado por: Unidad de Medición de la Calidad Educativa (UMC) y el Grupo de Análisis para el Desarrollo (GRADE).

El boletín forma parte de la serie denominada Boletín Crecer que se publicó con ese nombre hasta el número 7.

Hecho el Depósito Legal: 2001-1842

Lima, enero de 2002

### 1. PRESENTACIÓN

El presente boletín de análisis de preguntas de la prueba CRECER<sup>1</sup> 1998 ha sido escrito por personal de la Unidad de Medición de la Calidad Educativa (UMC) del Ministerio de Educación y el Grupo de Análisis para el Desarrollo (GRADE) con el objetivo de complementar la información del boletín CRECER 5/6, en el que se presentaron los resultados globales de la evaluación realizada en matemática y lenguaje. En el presente boletín se incluyen las tasas de acierto de las preguntas o ítemes de matemática en quinto grado de secundaria por departamento, gestión (estatal y no estatal) y género. Si bien los resultados del boletín 5/6 dan una idea de la posición relativa de grupos de estudiantes, no ofrece información sobre sus habilidades, tema que sí se tratará en este boletín. En los boletines UMC 10 al 15 se presentó el análisis de ítemes de lógico-matemática y comunicación integral de las pruebas que se aplicaron a estudiantes de cuarto y sexto grados de primaria. En boletines complementarios se presentan los resultados de lenguaje en cuarto y quinto grados de secundaria, de matemática en cuarto grado de secundaria y producción de textos en quinto grado de secundaria.

En el presente documento se exponen los resultados de algunas preguntas, de modo que el lector pueda aproximarse al nivel de logros que alcanzan los estudiantes peruanos. A los resultados de cada pregunta les siguen comentarios que aportan ideas para su interpretación. Por ejemplo, se analiza por qué los estudiantes eligieron cada opción de respuesta equivocada (llamada *distractor* en la terminología de evaluación). También se incluyen referencias al contexto educativo peruano actual.

Se debe tener en cuenta que en la evaluación nacional que aquí se reporta resultaba imposible incluir todas las capacidades del currículo, por lo que fue necesario seleccionar algunas sobre la base de una serie de consultas. Muchas de las capacidades que no se consideraron en la evaluación de 1998

se han incluido en la evaluación que realizó la UMC en noviembre del año pasado<sup>2</sup>.

Este boletín puede ser de interés para muchas personas e instituciones, pero está especialmente dirigido a docentes y estudiantes de educación. No pretendemos con estos comentarios dar recomendaciones universales sobre enseñanza porque pensamos que el trabajo de aula depende, en gran medida, de las decisiones técnico-pedagógicas de cada docente, hechas sobre la base de las necesidades de los estudiantes con quienes trabaja y de los recursos con los que cuenta. Nuestra intención es hacer un breve análisis que ayude al lector a formarse una imagen del rendimiento escolar en cada pregunta en particular. Esperamos que el presente boletín, como los anteriores, lo ayude a reflexionar sobre su práctica pedagógica.

Los ítemes que presentamos no están exentos de cuestionamientos. Al analizar los resultados de cada pregunta a menudo los especialistas han encontrado que el resultado se podría deber a problemas de aprendizaje de los estudiantes, pero también a deficiencias en la formulación de las preguntas. Se debe tomar en cuenta que la de 1998 fue la primera evaluación nacional en secundaria. Esta experiencia ha dejado muchas lecciones tanto en el análisis de los resultados como en la formulación de las preguntas. A pesar de las deficiencias mencionadas, decidimos publicar los resultados porque pensamos que es preferible difundir información, aunque imperfecta, advirtiendo sobre sus limitaciones, que guardarla hasta que pruebas y resultados sean impecables. Por todo lo anterior nos gustaría que los ítemes de la prueba de 1998 fueran analizados por el lector de manera crítica.

### Evaluación a escala nacional y evaluación en el aula

En secundaria, el currículo vigente es el *Programa curricular de matemática* que prescribe los objetivos y contenidos de aprendizaje. Paralelamente a este, en el contexto de

reforma curricular, se ha venido experimentando, solamente en los 408 colegios piloto, una nueva propuesta curricular entre los años 1996 y 2001. Este año 2002 se ha lanzado el *Diseño curricular básico de la nueva secundaria* que se irá generalizando gradualmente a partir del presente año.

De manera similar a la de primaria, la nueva estructura curricular de secundaria se basa en un enfoque de aprendizaje de competencias y no de enseñanza de contenidos como se promovía en el currículo anterior. Además, en el nuevo currículo se enfatiza la búsqueda de una participación más activa del estudiante en su propio aprendizaje. Esta participación debería incluir tanto aspectos cognoscitivos como afectivos y de conducta.

La prueba CRECER 1998 incluyó solamente preguntas del dominio cognoscitivo, a pesar de que reconocemos la importancia del desarrollo del dominio afectivo —por ejemplo, actitudes y valores—, y de las conductas —por ejemplo, de respeto hacia el medio ambiente— como parte fundamental del proceso educativo. La evaluación del dominio afectivo supone procedimientos bastante más complejos que los requeridos para la evaluación del dominio cognoscitivo (muchos países no incluyen la evaluación de contenidos afectivos y conductuales cuando hacen evaluaciones a escala nacional). La UMC incluyó la evaluación de actitudes ligadas al currículo en la prueba de noviembre de 2001.

Por otro lado, el currículo experimental de secundaria promueve que los estudiantes demuestren sus aprendizajes de diferentes maneras. Por lo tanto, la evaluación, a cargo de los docentes y también de los estudiantes mismos, debe incluir variedad de metodologías, que finalmente reflejen la competencia de los estudiantes para resolver exitosamente situaciones problemáticas relacionadas con su contexto. Así, la evaluación en el aula debería estar orientada a que los estudiantes muestren su competencia en dominios, tareas y contextos diferentes. En consecuencia, no consideramos

que el formato de opción múltiple, predominantemente utilizado en la evaluación de 1998, sea la única o la mejor forma de evaluación en el aula, aun cuando podría ser empleada eventualmente por el docente. Por eso, para acortar la brecha que siempre existirá entre la evaluación a escala nacional y la evaluación que realiza el docente en el aula, en la evaluación del 2001 se incorporarán nuevas metodologías de evaluación del desempeño inspiradas en un currículo por competencias.

Adicionalmente, el nuevo currículo requerirá flexibilidad de parte del docente, lo cual no es posible en una evaluación estandarizada a escala nacional que debe permitir comparaciones; por tanto, esta se elabora sobre la base de elementos del currículo que deberían ser comunes en todos los centros educativos. En esa medida la evaluación nacional puede reflejar de modo inexacto los énfasis curriculares de un centro educativo en particular, pero es útil como diagnóstico de los aprendizajes en el ámbito general.

Lo anterior está dirigido a hacer evidente que existen notables diferencias entre la evaluación que puede hacer un docente en su aula y la que se puede llevar a cabo en un operativo a escala nacional. Tal vez la más notable sea que los docentes pueden a menudo evaluar procesos, mientras que en la evaluación nacional solo se pueden evaluar aprendizajes adquiridos. En otras palabras, para el docente la evaluación es, principalmente, un instrumento más para facilitar el logro de aprendizajes de los estudiantes, ya que la información sirve para planificar nuevas sesiones de aprendizaje; en cambio, en las evaluaciones nacionales de la UMC se busca básicamente un macrodiagnóstico de las fortalezas y necesidades de aprendizaje de los estudiantes peruanos. Se trata de fines diferentes, pero, al mismo tiempo, complementarios.

### La evaluación de 1998

En la evaluación que realizó la Unidad de Medición de la Calidad Educativa, se utilizaron pruebas que

fueron administradas la última semana de noviembre y primera de diciembre de 1998. Estas pruebas tuvieron una serie de características que se describen brevemente en esta sección, para ayudar al lector a interpretar los resultados que se exponen más adelante. Como se dijo antes, en el boletín CRECER 5/6 se presentan los resultados generales de esta evaluación e información complementaria a la del presente documento.

### Modelo de evaluación

Las pruebas fueron diseñadas sobre la base del currículo vigente para el grado al momento de la evaluación. Como modelo teórico de evaluación se adoptó el de *normas*. Esto significa que la información que se generó, y que se presenta aquí, mide el rendimiento relativo y no absoluto. En otras palabras, las pruebas no fueron diseñadas de modo que se pudiera decir que por encima de un cierto puntaje un estudiante domina los conocimientos previstos en el currículo para el grado.

Para lograr estas pruebas de normas se ejecutaron pruebas piloto previas al diseño de la versión final, luego de las cuales se fueron eliminando aquellos ítemes que resultaron demasiado difíciles o demasiado fáciles para los estudiantes. La distribución de rendimientos que se obtiene con estas pruebas a escala nacional es *normal*, es decir, permite distinguir claramente aquellos grupos con rendimientos relativamente altos y bajos. Por otro lado, los ítemes que se incluyeron en la prueba, y se presentan en este informe, deben ser considerados como conocimientos mínimos que los estudiantes del quinto grado de secundaria deberían tener. Para más detalles ver la discusión referida a cada ítem en particular.

Por las consideraciones anteriores, no se debe interpretar un rendimiento de 50% o más como aceptable en sí mismo. En general, la interpretación de los resultados debe hacerse de manera relativa, y para ello se presenta, luego del análisis de cada ítem, un gráfico con los

promedios de los estudiantes de cada departamento del Perú en orden decreciente. Además, en el anexo se presentan los resultados de todos los departamentos, por tipo de gestión (estatal y no estatal) y por género de los estudiantes, en todos los ítemes presentados en el boletín. De este modo, cada lector podrá hacer las comparaciones que crea convenientes.

Se debe tener en cuenta que para poder concluir que el rendimiento de los estudiantes en un ítem es satisfactorio o no, más allá de que sea relativamente alto o bajo, es necesario interpretar el porcentaje de acierto sobre la base de los requerimientos del currículo para el grado. Por ello, a los resultados de cada ítem se añaden comentarios que deberían ayudar al lector a formarse una idea del nivel de logro de los estudiantes peruanos.

Los resultados de los ítemes se presentan agrupados de acuerdo con la habilidad requerida en su solución, para facilitar la lectura y el análisis. No pretendemos con ello decir que la evaluación que se ha realizado de cada una de las habilidades presentadas o de las capacidades del currículo sea exhaustiva.

Se ha seleccionado un poco menos de la tercera parte de los ítemes administrados en 1998 para ser presentados en este informe<sup>3</sup>. Los criterios utilizados para seleccionar los ítemes han sido principalmente: reflejar el rendimiento de los estudiantes en todas las habilidades evaluadas; ilustrar al lector sobre el rango de rendimiento de los estudiantes (para este fin se han seleccionado ítemes con rendimientos variados, algunos altos y otros bajos); e identificar errores comúnmente cometidos por los estudiantes en la selección de distractores errados. Más que un documento con recomendaciones pedagógicas, el presente informe es uno de análisis de resultados. Esperamos que su lectura sirva de inspiración para que el lector se formule preguntas que lo lleven a respuestas innovadoras sobre la práctica pedagógica o a investigaciones que redunden en propuestas que contribuyan al

mejoramiento de logros de aprendizaje en el Perú.

### La muestra

La muestra fue diseñada para ser representativa a escala nacional de los estudiantes de centros educativos polidocentes completos de zonas urbanas. Se evaluaron estudiantes de aproximadamente 570 centros educativos; participaron alrededor de 17 000 estudiantes de cuarto y sexto grados de primaria, y cuarto y quinto grados de secundaria. Los resultados fueron representativos, además, de los estudiantes de cada departamento, de los estudiantes en centros educativos estatales y no estatales, y por último, de hombres y mujeres.

La muestra no incluyó a estudiantes de centros educativos rurales. Posteriormente, en noviembre de 2001, la UMC aplicó una evaluación que incluyó a centros educativos urbanos y rurales de todo el país.

### Procedimientos logísticos

Para la administración de las pruebas se formó una Red Administrativa Nacional, contando para ello con la colaboración de Direcciones Regionales y Subregionales de Educación, las USE y las ADE. Se elaboraron manuales de administración de los instrumentos y se capacitó a los examinadores (la mayoría de ellos docentes) para que los procedimientos fueran similares en todos los centros educativos. Se tuvo especial cuidado en que ningún docente evaluara a sus propios estudiantes.

### Estructura del presente boletín

A la introducción que aquí se presenta le sigue una extensa sección con el análisis de los ítemes. Esta sección empieza con unas breves precisiones conceptuales relativas al área curricular objeto de análisis. Luego se presenta un análisis para cada ítem organizado en función de las habilidades requeridas para su solución.

Al final del boletín se presentan dos anexos. En el primero figuran los porcentajes de acierto para cada ítem por departamento, y se indi-

ca, además, el promedio nacional, por departamento y por ítem. En este análisis se notarán grandes diferencias entre departamentos, que corresponden en general a las comentadas en el boletín CRECER 5/6. En este primer anexo se presentan, además, los resultados en cada ítem por género y gestión (estatal o no estatal). Los resultados sugieren grandes diferencias por gestión y relativamente pequeñas por género. Como se indicó en el boletín CRECER 5/6, se debe tener cautela al interpretar los resultados por gestión y departamento, en la medida en que los estudiantes más pobres son, en general, quienes tienen peores rendimientos. Así, las diferencias entre departamentos y por gestión podrían deberse en parte a aspectos educativos, pero también a que los estudiantes de centros educativos estatales, sobre todo en los departamentos de relativo peor rendimiento, provienen en general de familias con menos recursos socioeconómicos. Por cierto, enseñar a estudiantes que viven en contextos poco favorables es una tarea muy ardua para los docentes de esos centros educativos.

En el segundo anexo del boletín se incluye una copia de los ítems analizados en el cuerpo del informe, de modo que el o la docente

que lo desee pueda fotocopiarlos directamente y administrarlos a sus estudiantes. Así podrá estimar sus aprendizajes relativos frente a otros grupos (por ejemplo, el país, los estudiantes de un departamento en particular, o los de centros educativos privados).

## 2. ANÁLISIS DE LOS ÍTEMES

### 2.1. CARACTERÍSTICAS DE LAS PRUEBAS

Las pruebas que se aplicaron en la evaluación del rendimiento en el área de matemática en quinto grado de educación secundaria fueron de dos tipos:

- Una prueba objetiva con 44 ítems de opción múltiple con cuatro alternativas de respuesta cada una, siendo una de ellas la respuesta correcta. Estos ítems se distribuyeron en dos cuadernillos (forma 1 y forma 2) y se incluyeron seis ítems comunes en cada forma. Ambos cuadernillos se aplicaron simultáneamente.
- La prueba de resolución de problemas o prueba de desempeño con preguntas de respuesta abierta extensa, orientadas no solamente a medir logros sino los procedimientos que siguen los

alumnos y las alumnas al resolver los problemas, en el planteamiento de estos, en la aplicación de estrategias y en la verificación de resultados. Esta prueba estuvo constituida por nueve ítems que se distribuyeron en dos cuadernillos (forma 1 y forma 2), que también se aplicaron simultáneamente.

Las pruebas permiten evaluar los conocimientos y las habilidades que los alumnos y las alumnas de quinto grado de educación secundaria han desarrollado como producto de la experiencia acumulada en su aprendizaje de matemática durante la educación básica. Las capacidades evaluadas en las pruebas fueron definidas sobre la base del análisis de los programas curriculares oficiales de los cinco grados del nivel de educación secundaria (vigentes al momento de la evaluación), por medio de una consulta nacional que alcanzó diversas instancias<sup>4</sup>.

Las pruebas incluyeron contenidos relacionados a:

- Conjuntos
- Aritmética
- Álgebra
- Geometría
- Estadística
- Trigonometría

**Tabla 1**  
**HABILIDADES EVALUADAS**

- **Manejo de conceptos, símbolos y términos:** Habilidad que implica ser capaz de entender el significado de un conjunto de conceptos y principios fundamentales de la matemática, así como el manejo adecuado del lenguaje simbólico propio del área.
- **Aplicación de algoritmos:** Habilidad referida a la ejecución de rutinas operatorias de carácter instrumental relacionadas con las competencias del área.
- **Resolución de problemas:** Habilidad que implica ser capaz de buscar, seleccionar o producir, y aplicar estrategias heurísticas y razonamientos plausibles para dar respuesta a una pregunta.
- **Interpretación de expresiones gráficas:** Habilidad que implica saber identificar y/o relacionar datos que se presentan en gráficos, diagramas, tablas.

## 2.2. DEFINICIONES UTILIZADAS

Para la elaboración de las pruebas la Unidad de Medición de la Calidad Educativa (UMC) definió los conceptos siguientes en términos de habilidades.

A continuación se presentan el análisis del rendimiento de los estudiantes y la interpretación de los resultados en diez ítems seleccionados de la prueba objetiva. Los resultados obtenidos serán comentados a fin de ayudar a la comprensión de lo que ellos significan en el marco de la nueva propuesta curricular.

La estructura de este análisis comprende:

- **Ítem analizado:** Se reproduce el ítem tal como fue presentado en la prueba y se indican, además, la numeración original y la forma a la cual corresponde.
- **Resultados:** Se expresa en porcentajes de respuesta elegida para cada una de las alternativas, considerando la totalidad de los alumnos evaluados a escala nacional. Junto a esta información se presenta también el porcentaje de omisión de respuesta al ítem respectivo. En el recuadro se resalta en negrita el porcentaje alcanzado en la alternativa correcta.
- **¿Qué se evaluó?:** En esta sección se especifica la capacidad evaluada.
- **Habilidad evaluada:** Hace referencia a una de las habilidades definidas anteriormente (ver tabla 1).
- **Análisis de la respuesta correcta:** En ella se describen algunas de las estrategias que probablemente aplicaron los alumnos para resolver correctamente el ítem.
- **Análisis de los distractores:** Se exponen algunas hipótesis para explicar los errores en los que incurrieron los alumnos al responder el ítem.
- **Comentarios:** En esta sección se resaltan aspectos significativos en torno de lo evaluado, en particular sobre la(s) dificultad(es) en la solución del ítem. Esta sección, que cierra el análisis del ítem, intenta llevar a los docentes a una indagación sobre qué es lo que pudo haber ocurrido para que los alumnos acertaran o se equivocaran en sus respuestas, y ayudar a la reflexión acerca de lo que se necesita en las sesiones de aprendizaje que programa el docente para que los logros de los alumnos sean mejores.
- **Promedio de acierto por departamentos:** En esta última parte se presenta un gráfico con el promedio de acierto del ítem analizado, por departamentos.

## MANEJO DE CONCEPTOS, SÍMBOLOS Y TÉRMINOS

### ÍTEM 1 - FORMA 2

#### ¿Qué se evaluó?

El ítem aplicado permitió obtener información relacionada con la capacidad de expresar matemáticamente el enunciado de un problema formulado en lenguaje natural.

#### Habilidad evaluada

Manejo de conceptos, símbolos y términos.

#### Análisis de la respuesta correcta

La elección de la respuesta correcta **A** (58%) conduce a pensar que los alumnos comprendieron la situación planteada, que identificaron las relaciones que se establecen entre los datos y que lograron expresar correctamente dichas relaciones utilizando símbolos.

#### Análisis de los distractores

- La elección de la alternativa **B** (8%) indica una lectura incorrecta del enunciado. Los alumnos probablemente asumieron que Rosa tiene lo mismo que Juan, sin tomar en cuenta todas las condiciones que se establecen en el enunciado del problema.
- La elección de la alternativa **C** (12%), permite suponer que probablemente el alumno comprendió que Rosa tiene el triple de lo que tiene Juan, pero al expresarlo simbólicamente cometió un error al asumir que  $3n - 5$  es lo mismo que  $3(n - 5)$ .
- La elección de la alternativa **D** (19%) muestra que los alumnos tuvieron dificultades en interpretar la situación planteada y descubrir las relaciones existentes entre los datos. Quienes eligieron esta alternativa probablemente se limitaron a extraer y expresar simbólicamente los datos del problema en el orden en que se presentan "Juan tiene **cinco** sombreros **menos** que María y Rosa tiene el **triple** de sombreros que Juan. Si María tiene "**n**" sombreros". Así se obtiene  $5 - 3n$ .

**Ítem 1 - Forma 2**

Juan tiene cinco sombreros menos que María y Rosa tiene el triple de sombreros que Juan. Si María tiene " $n$ " sombreros, ¿cuál de las alternativas representa el número de sombreros que tiene Rosa?

A)  $3(n - 5)$   
 B)  $n - 5$   
 C)  $3n - 5$   
 D)  $5 - 3n$

**Resultados:** A) 58% B) 8% C) 12% D) 19% Omitidos: 3%

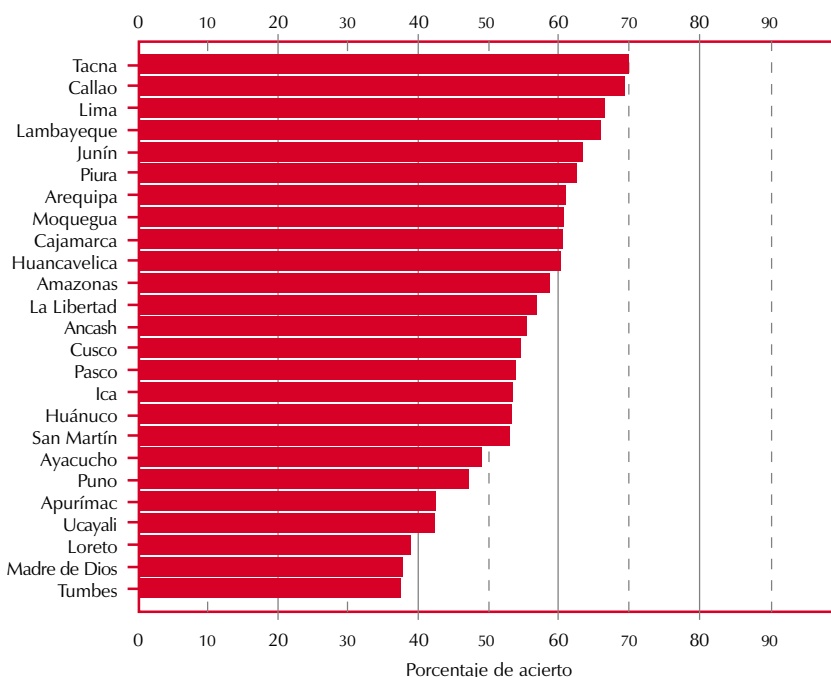
#### Comentarios

El hecho de que aproximadamente las dos quintas partes de los alumnos se hayan equivocado en la respuesta correcta evidencia que una de las principales dificultades que tienen los estudiantes en el proceso de resolución de un problema es interpretar el enunciado de la situación problema, y traducirlo en un modelo matemático. De allí la necesidad de proponerles actividades de análisis de enunciados de diversos tipos de problemas y de su traducción utilizando expresiones algebraicas, en contextos de situaciones cotidianas.

La capacidad de identificar y expresar modelos algebraicos se desarrolla a través de experiencias en generalización de patrones numéri-

cos, representación o descripción de patrones físicos y regularidades observadas. Aprender a reconocer patrones y regularidades en matemática y hacer generalizaciones sobre ellas requiere práctica y experiencia. El manejo del concepto de variable es crucial para el estudio de matemática en educación secundaria y postsecundaria, de allí la importancia de dar a los alumnos el tiempo que necesiten para que realicen las actividades referidas, a fin de asegurar que su transición hacia modos más abstractos de pensamiento sea exitosa.

En el siguiente gráfico se presenta el porcentaje de alumnos que respondieron correctamente el ítem 1-forma 2, por departamentos.



## ÍTEM 12 – FORMA 1

### ¿Qué se evaluó?

El ítem aplicado permitió obtener información relacionada con la capacidad de identificar y aplicar la propiedad de los ángulos opuestos por el vértice y la propiedad de suma de las medidas de los ángulos internos de un triángulo.

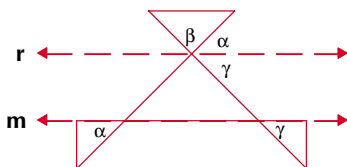
### Habilidad evaluada

Manejo de conceptos, símbolos y términos.

### Análisis de la respuesta correcta

Los alumnos que marcaron la respuesta correcta **A** (51%) probablemente identificaron y aplicaron primero la propiedad de congruencia de los ángulos opuestos por el vértice. Esto les permitió encontrar las medidas de los ángulos internos del triángulo de mayor perímetro, que son las mismas que las de los ángulos  $\alpha$ ,  $\beta$  y  $\gamma$ , y luego reconocieron que la suma de las medidas de estos ángulos es igual a  $180^\circ$  por ser ángulos internos de un triángulo. Por otro lado, es probable también que quienes llegaron a la respuesta correcta lo hayan hecho aplicando las propiedades de los ángulos determinados por dos rectas paralelas y cortadas por una secante. Así:

Por el vértice del ángulo  $\beta$  se traza la recta  $r$  paralela a la recta  $m$  que contiene el lado del triángulo que se opone al ángulo  $\beta$ , aplicando las propiedades de los ángulos que determinan dos rectas paralelas y una secante (ángulos correspondientes y ángulos alternos externos), se tiene que  $\beta$ ,  $\alpha$  y  $\gamma$  son ángulos consecutivos a un lado de una recta cuya suma es  $180^\circ$ .



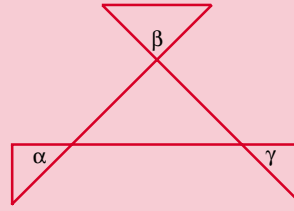
### Análisis de los distractores

- La elección de la alternativa **B** (27%), hace suponer que los alumnos aplicaron la propiedad de congruencia de ángulos opuestos por el vértice, pero se equivocaron al asumir que la suma de los ángulos internos de un triángulo es  $360^\circ$  como en los cuadriláteros. Por otro lado, tam-

## Ítem 12 - Forma 1

En la siguiente figura, ¿cuál es la suma de las medidas de los ángulos  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ ?

- A)  $180^\circ$
- B)  $360^\circ$
- C)  $120^\circ$
- D)  $135^\circ$



**Resultados:** A) 51% B) 27% C) 9% D) 6% Omitidos: 7%

bién es probable que hayan asumido que  $\alpha$ ,  $\beta$  y  $\gamma$  son los ángulos externos del triángulo de mayor perímetro, por lo que concluyeron que su suma es igual a  $360^\circ$ .

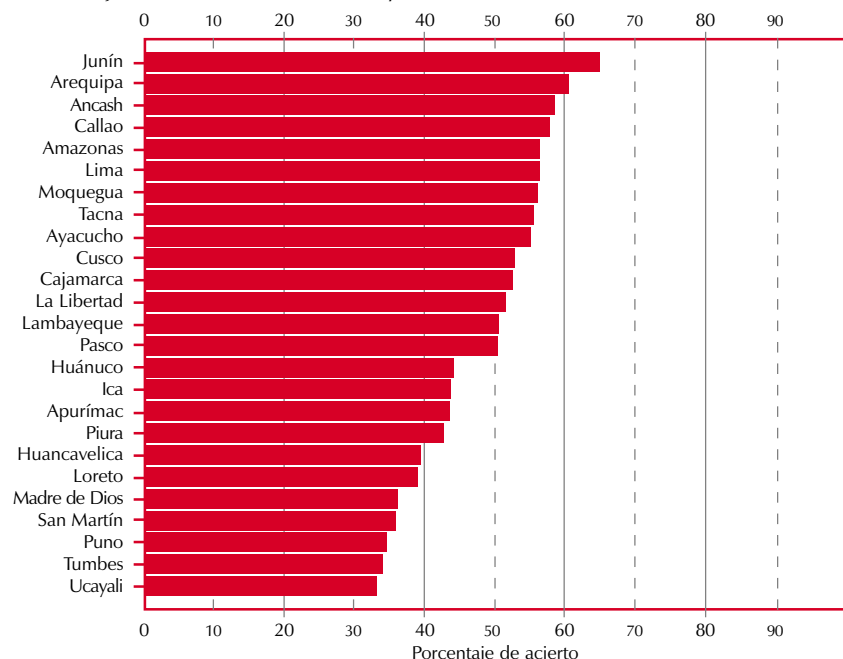
- La elección de la alternativa **C** (9%) hace suponer que los alumnos identificaron que las medidas de los ángulos  $\alpha$ ,  $\beta$  y  $\gamma$  son también las de los ángulos interiores del triángulo de mayor perímetro, luego asumieron, por la apariencia del gráfico, que se trata de un triángulo isósceles cuyos ángulos congruentes ( $\alpha$  y  $\gamma$ ) miden  $45^\circ$  cada uno, y el ángulo  $\beta$  mide  $30^\circ$ .
- La elección de la alternativa **D** (6%) muestra que probablemente los alumnos no conocen la propiedad de congruencia de ángulos opuestos por el vértice ni la propiedad de la suma de los ángulos internos de un triángulo. Es probable que, debido a este desconocimiento, hayan trabajado de manera intuitiva y

por tanteo, asumiendo que  $\alpha$ ,  $\gamma$  y  $\beta$  son, en cada caso, los ángulos agudos de triángulos rectángulos isósceles, por lo que concluyeron que su suma es  $135^\circ$ .

### Comentarios

Aproximadamente la mitad de los estudiantes evaluados no fue capaz de identificar y relacionar propiedades básicas de ángulos y triángulos. Esta situación podría estar evidenciando la necesidad de trabajar los conceptos y propiedades no de modo aislado, sino interconectados con otros ya aprendidos que permitan incluirlos en una estructura que les dé sentido y facilite su aplicación, ya que el verdadero valor del aprendizaje de los conceptos y propiedades radica en que estos puedan ser aplicados en la solución de diferentes situaciones problema.

En el siguiente gráfico se presenta el porcentaje de alumnos que respondieron correctamente el ítem 12-forma 1, por departamentos.



## APLICACIÓN DE ALGORITMOS

### ÍTEM 6 - FORMA 1

#### ¿Qué se evaluó?

El ítem aplicado permitió obtener información relacionada con la capacidad de calcular la longitud de uno de los lados de un triángulo a partir de la relación de semejanza con otro triángulo.

#### Habilidad evaluada

Aplicación de algoritmos.

#### Análisis de la respuesta correcta

La elección de la alternativa **C** (32%) conduce a pensar que los alumnos identificaron la relación de proporcionalidad que se establece entre la longitud de los lados homólogos de dos triángulos semejantes. Así mismo, parece poner en evidencia el manejo de técnicas operativas para hallar el valor de un término desconocido en una proporción.

#### Análisis de los distractores

- La elección de la alternativa **A** (10%) indica que probablemente los alumnos cometieron errores al establecer las relaciones de proporcionalidad entre las longitudes de sus lados homólogos. Esto revelaría que los estudiantes no reconocen que en dos triángulos semejantes los lados que se oponen a ángulos de igual medida son homólogos. Así, probablemente establecieron la siguiente relación:

$$\frac{AC}{8} = \frac{3}{12}, \text{ de donde se obtiene que } AC = 2.$$

- La elección de la alternativa **B** (28%) o de la alternativa **D** (15%) conduce a pensar que probablemente los alumnos llegaron a establecer correctamente la relación de proporcionalidad entre las longitudes de los lados homólogos; pero se equivocaron al efectuar los cálculos al momento de despejar AC.
- El porcentaje de alumnos que no eligieron ninguna respuesta (15%) aparentemente corresponde a quienes no comprendieron el enunciado del ítem y/o no lograron la capacidad.

**Ítem 6 - Forma 1**

Los triángulos ABC y DEF son triángulos semejantes.  
¿Cuál es la longitud del lado AC?

**A)** 2

**B)** 4

**C)** 4,5

**D)** 5,5

**Resultados:** A) 10% B) 28% **C) 32%** D)15% Omitidos: 15%

#### Comentarios

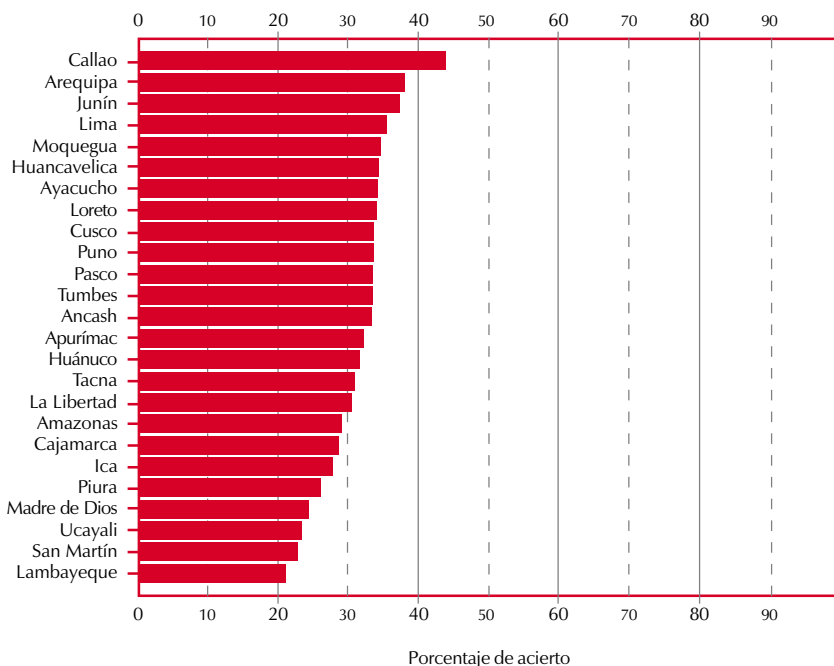
Más del 50% de la población evaluada respondió incorrectamente el ítem propuesto. El 10% parece tener dificultades en la aplicación del concepto de semejanza de triángulos, y el 43% probablemente no maneja el procedimiento de despejar un término de una proporción. Es de suponer que este último grupo no procedió a verificar la respuesta obtenida en la proporción, lo que revela que tal vez los alumnos tampoco tienen un concepto claro de relación de equivalencia entre fracciones, que en este caso es empleada para representar las relaciones entre las medidas de los lados proporcionales de los triángulos dados.

A fin de ayudar a los alumnos para que desarrollen el concepto de figuras semejantes, es necesario asegurarse de que tengan muchas experiencias con los conceptos de proporción en diversos contextos, por ejemplo, respecto de la medición, midiendo y comparando las longitudes de los lados y las medidas de los ángulos de polígonos semejantes.

Las experiencias con ampliaciones y reducciones de figuras contribuyen a que el alumno llegue a interiorizar el concepto matemático de figuras semejantes.

Este ítem fue aplicado a estudiantes de séptimo y octavo grados (que equivalen en nuestro sistema educativo a primero y segundo grados de secundaria) en 41 países del mundo en el marco del TIMSS<sup>5</sup>. El promedio de estudiantes que respondieron correctamente fue de 36% en el grado más bajo y 38% en el grado más alto; lo cual indica que para la población evaluada resultó ser un ítem difícil. En nuestro país, el promedio de acierto de los estudiantes de quinto grado de educación secundaria es de 32%, lo que revela que este ítem también resultó difícil considerando que nuestros alumnos tienen entre tres y cuatro años más de escolaridad.

En el siguiente gráfico se presenta el porcentaje de alumnos que respondieron correctamente el ítem 6-forma 1, por departamentos.





## ÍTEM 13 - FORMA 1

### ¿Qué se evaluó?

Los resultados de la aplicación del ítem 13 permiten obtener información sobre la capacidad de identificar el conjunto solución de una ecuación de segundo grado con una variable.

### Habilidad evaluada

Aplicación de algoritmos.

### Análisis de la respuesta correcta

La elección de la respuesta correcta **D** (55%) permite suponer que los estudiantes conocen los pasos para hallar el conjunto solución de una ecuación cuadrática con una variable, ya sea factorizando o empleando la fórmula general. Implica, además, la aplicación correcta de dichas rutinas y de las técnicas operativas que conducen a la respuesta correcta. Cabe también la posibilidad de que algunos alumnos hayan comprobado directamente que, al reemplazar la variable **X** por el valor 1 y por el valor 4, de modo sucesivo, en ambos casos la igualdad se cumple.

### Análisis de los distractores

- La elección de la alternativa **A** (19%) implica que probablemente los alumnos confundieron los signos al transponer los términos de un miembro a otro de la igualdad.

En el caso de haber empleado la fórmula general, probablemente asumieron que:

$X^2 + 4 = 5X$  es lo mismo que  $X^2 + 5X + 4 = 0$ , a partir de lo cual reemplazaron los datos en dicha fórmula.

O tal vez, al resolver factorizando procedieron así:

$$X^2 - 5X + 4 = 0$$

$$\begin{array}{r} X \quad \quad \quad -1 \quad \quad -X \\ X \quad \quad \quad -4 \quad \quad -4X \\ \hline X^2 \quad \quad 4 \quad \quad -5X \end{array}$$

de donde asumen que:

$$X = -1 \quad X = -4$$

- La elección del distractor **B** (5%) sugiere que los estudiantes optaron por resolver la ecuación empleando la fórmula general, y erraron al extraer la raíz cuadrada y al calcular el segundo valor de la variable:

## Ítem 13 - Forma 1

Sea  $x^2 + 4 = 5x$ . La igualdad se cumple si la variable  $x$  toma los valores de:

- A) -1 y -4  
B) -1 y 7  
C) 2 y 8  
D) 1 y 4

**Resultados:** A) 19% B) 5% C) 11% **D) 55%** Omitidos: 10%

$$X = \frac{-(-5) \pm \sqrt{25 - 4(1)(4)}}{2(1)}$$

$$X = \frac{5 \pm 9}{2}$$

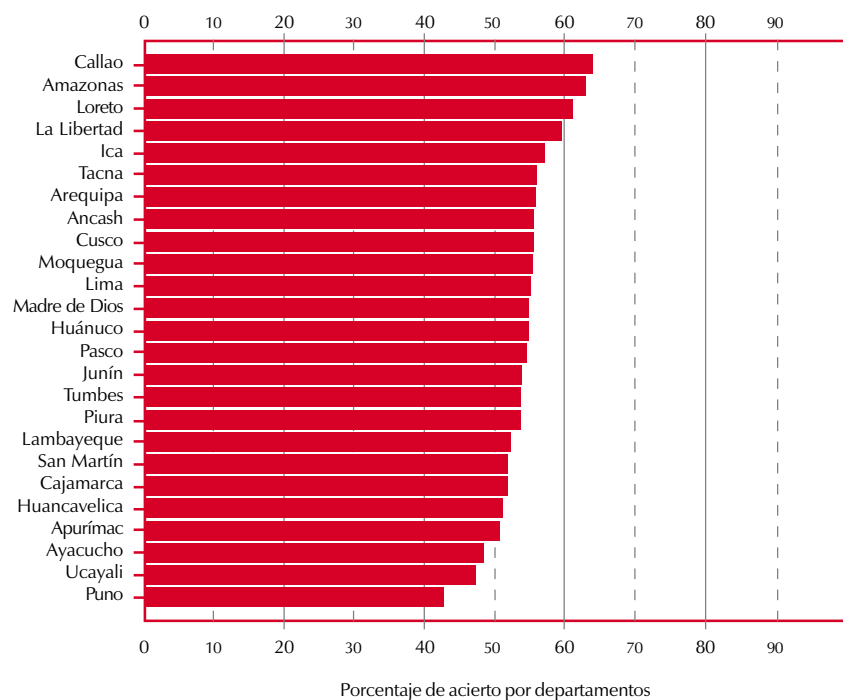
- La elección del distractor **C** (11%) conduce a pensar que los alumnos que lo eligieron tienen dificultades en la comprensión del concepto de ecuación cuadrática, pues al aplicar el algoritmo y encontrar los valores que satisfacen la ecuación, parece que decidieron multiplicarlos por 2, por considerar que se trata de una ecuación cuadrática.
- El porcentaje de alumnos que no eligieron ninguna respuesta (10%) aparentemente corresponde a quienes no comprendieron el enunciado del ítem y/o no logran la capacidad.

### Comentarios

Los resultados obtenidos en el ítem nos invitan a reflexionar sobre la incidencia que puede tener la dificultad de resolver una ecuación cuadrática en el proceso de resolu-

ción de problemas cuya solución requiere de la aplicación de ecuaciones cuadráticas, pues probablemente muchos de los estudiantes que logran comprender y traducir el enunciado de un problema al lenguaje matemático y lo expresan mediante una ecuación, tienen luego dificultades para resolverla, lo que disminuye sus posibilidades de éxito en la resolución de problemas.

Por otro lado, las respuestas incorrectas de aproximadamente 35% de los estudiantes (alternativas **A**, **B** y **C**) nos indican que los alumnos no tienen una comprensión cabal del significado de conjunto solución de una ecuación cuadrática y/o no utilizan este conocimiento en comprobar si sus respuestas son correctas o no. De allí la necesidad de proponer a los alumnos actividades que les permitan construir el significado de solución o raíz de una ecuación y en particular de las raíces o soluciones de una ecuación cuadrática, aplicándolo en la comprobación de sus resultados.



## ÍTEM 6 - FORMA 2

### ¿Qué se evaluó?

El ítem aplicado permitió obtener información de la capacidad para determinar el valor del seno de un ángulo mayor de  $360^\circ$ .

### Habilidad evaluada

Aplicación de algoritmos.

### Análisis de la respuesta correcta

La elección de la respuesta correcta **B** (36%), permite suponer que un poco más de la tercera parte de los estudiantes sabe hallar el valor de  $\text{sen } 840^\circ$ . Esto implica que conocen y aplican correctamente un algoritmo para encontrar el seno de un ángulo mayor de  $360^\circ$ , lo cual muestra que tienen la idea de ángulos coterminales, manejan el concepto de la función seno y reconocen el signo que le corresponde en el segundo cuadrante.

### Análisis de los distractores

- La elección de la alternativa **A** (12%) muestra que probablemente los estudiantes aplicaron correctamente un algoritmo para hallar el valor de  $\text{sen } 840^\circ$ , pero se equivocaron en el signo, asumiendo que el valor de la función *seno* es negativo en el segundo cuadrante.
- La elección de la alternativa **C** (17%) muestra que los estudiantes efectuaron correctamente el algoritmo que implica un procedimiento de reducción del ángulo al primer cuadrante, pero se equivocaron al definir la función *seno* confundiéndola con la función *coseno*; o tal vez se equivocaron al reducir el ángulo coterminal al primer cuadrante. En este caso, probablemente emplearon equivocadamente la relación:  $120^\circ - 90^\circ$  en lugar de  $180^\circ - 120^\circ$ , por lo cual hallan el valor de  $\text{sen } 30^\circ$ .
- La elección de la alternativa **D** (19%) muestra también que los alumnos tuvieron dificultades en la definición de la función *seno*. En este caso probablemente confundieron la función *seno* con la función *cosecante* (su recípro-

**Ítem 6 - Forma 2**

El valor de  $\text{sen } 840^\circ$  es:

A)  $-\frac{\sqrt{3}}{2}$

B)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$

C)  $\frac{1}{2}$

D)  $\frac{2}{3}\sqrt{3}$

**Resultados:** A) 12%    **B) 36%**    C) 17%    D) 19%    Omitidos 16%

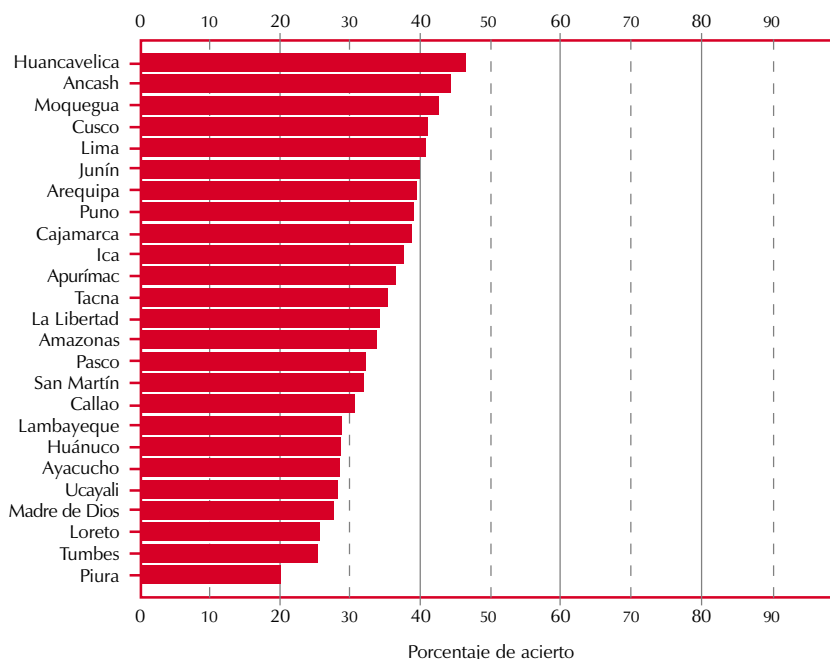
- ca).
- El porcentaje de alumnos que no eligieron ninguna respuesta (16%) aparentemente corresponde a quienes no comprendieron el enunciado del ítem y/o no lograron la capacidad.

### Comentarios

El bajo porcentaje de acierto en el ítem, así como la dispersión de las respuestas incorrectas (12%, 17% y 19%), y el alto índice de omisión (16%), evidencian la dificultad que tuvieron los estudiantes para responder la pregunta. Esto pone de relieve que los alumnos no manejan conceptos básicos relacionados con las razones trigonométricas. De allí la pertinencia de ayudar a los alumnos a conceptuar el significado de razones trigonométricas y funciones trigonométricas de un ángulo, planteándoles problemas en contextos

reales, a fin de que exploren, formulen conjeturas, hallen los valores y analicen las variaciones de tales funciones tanto de ángulos menores como de ángulos mayores de  $360^\circ$ . Por ejemplo, mediante el apoyo de la representación gráfica de estos ángulos en una circunferencia unitaria en papel milimetrado, se les puede proponer actividades para que descubran las relaciones de las funciones *seno* y *coseno* con las funciones *tangente* y *cotangente*, *secante* y *cosecante*. De este modo, los conceptos de estas funciones y sus relaciones tendrán un sentido para los estudiantes y no serán meras fórmulas vacías de significado.

En el siguiente gráfico se presenta el porcentaje de alumnos que respondieron correctamente el ítem 6-forma 2, por departamentos.



**RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS****ÍTEM 24 - FORMA 1****¿Qué se evaluó?**

El ítem aplicado permitió obtener información relacionada con la capacidad de resolver problemas cuya solución implica calcular el área de un sector circular.

**Habilidad evaluada**

Resolución de problemas.

**Análisis de la respuesta correcta**

La elección de la respuesta correcta **D** (22%), permite suponer que el alumno comprende la situación planteada, identifica la relación correcta entre los datos, plantea la estrategia adecuada para resolver el problema y halla el área del sector circular.

Pudo haber procedido calculando primero la medida del ángulo  $\theta$  en radianes para luego, mediante una regla de tres simple, establecer la relación entre el área que le corresponde a un ángulo de una vuelta ( $2\pi\text{rad}$ ) y el área que le correspondería al ángulo central  $\theta$  de  $2\text{rad}$ .

$$\begin{array}{ccc} 2\pi\text{rad} & \times & \pi(3)^2 \\ 2\text{rad} & \leftarrow & \text{¿?} \end{array}$$

Por otro lado, quienes llegaron a la respuesta pudieron haberlo hecho directamente calculando el semiproducto del radio y la longitud del arco.

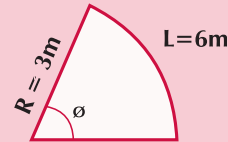
**Análisis de los distractores**

- La elección del distractor **A** (6%) permite suponer que probablemente los alumnos se equivocaron al escribir la fórmula, asumiendo que el área sombreada es igual a la tercera parte del producto de la longitud de arco por el radio ( $A_s = 1/3 L.R$ ). Por otro lado, cabe también la posibilidad de que hayan considerado que la longitud del arco es igual al área del sector circular.
- La elección del distractor **B** (47%) muestra que los alumnos probablemente asumen que el área del sector circular es igual

**Ítem 24 - Forma 1**

Calcular el área de la siguiente figura, si su longitud de arco mide 6 metros y su radio, 3 metros.

- A)  $6 \text{ m}^2$   
 B)  $18 \text{ m}^2$   
 C)  $12 \text{ m}^2$   
 D)  $9 \text{ m}^2$



**Resultados:** A) 6% B) 47% C) 11% **D)22%** Omisión: 14%

al producto del radio por la longitud del arco que lo determina.

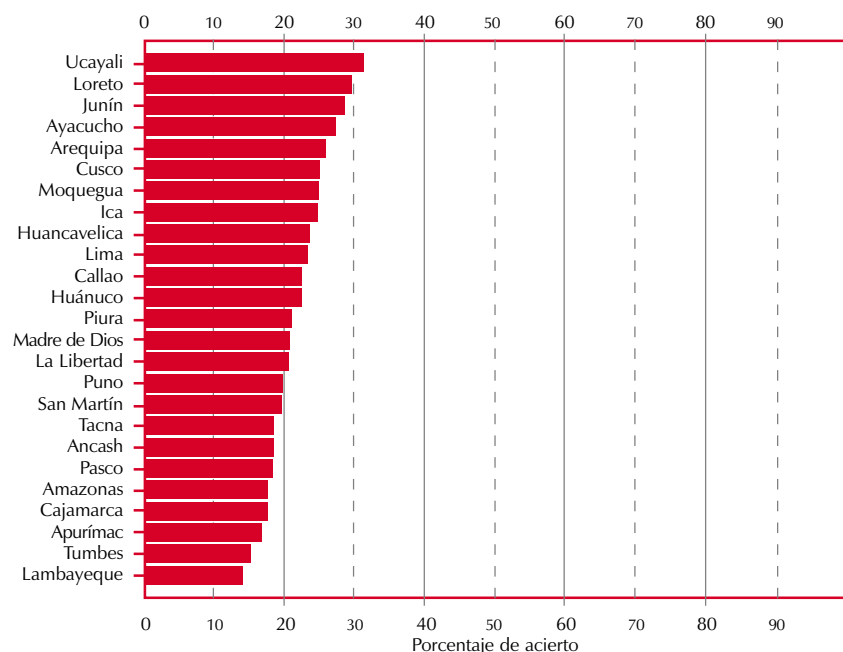
- La elección del distractor **C** (11%) implica que es probable que los alumnos hayan asumido que el área del sector circular es igual a las dos terceras partes del producto de la longitud de arco por el radio ( $A_s = 2/3 L.R$ ). Otra posibilidad es que hayan confundido conceptos y, en lugar de calcular el área de la figura, hayan calculado su perímetro.
- El porcentaje de alumnos que no eligieron ninguna respuesta (14%) aparentemente corresponde a quienes no comprendieron el enunciado del ítem y/o no lograron la capacidad.

**Comentarios**

Solo el 22% de los estudiantes evaluados logró responder correctamente la pregunta. Al parecer, la prin-

cipal dificultad en la solución de la tarea propuesta es la falta de manejo de los conceptos y procedimientos vinculados con la situación planteada. La mayoría de los alumnos ha mostrado que no sabe cómo hallar el área de un sector circular dado el radio del círculo y la longitud del arco que lo determina. Esto revela la necesidad de dar a los alumnos la oportunidad de conceptualizar el significado de área de un círculo, área de un sector circular, longitud de un arco, y de radián como unidad de medida de ángulos. Así mismo, ha de dárseles la oportunidad de explorar las distintas posibilidades de hallar el área de un sector circular conociendo el radio **R** y la longitud **L** del arco que lo determina.

En el siguiente gráfico se presenta el porcentaje de alumnos que respondieron correctamente el ítem 24-forma 1, por departamentos.



## ÍTEM 14 - FORMA 2

### ¿Qué se evaluó?

Las respuestas de los alumnos al ítem 14 nos permiten saber acerca de su capacidad de resolver problemas aplicando el concepto de proporcionalidad directa.

### Habilidad evaluada

Resolución de problemas.

### Análisis de la respuesta correcta

La elección de la respuesta correcta **D** (49%) permite suponer que los alumnos son capaces de identificar en el problema la relación de proporcionalidad directa que se establece en la situación planteada, que logran representar dicha relación en términos matemáticos y que aplican convenientemente los algoritmos necesarios para resolver el problema.

### Análisis de los distractores

- La elección del distractor **A** (17%) aparentemente implica que los alumnos no pusieron atención en la respuesta que se pide en el problema; en lugar de dar como respuesta lo que le corresponde a María, calcularon lo que le corresponde a Rosa. O tal vez, no comprendieron el problema y solo se limitaron a dividir 7000 entre 5.
- De modo similar, la elección de la alternativa **B** (21%) muestra que es probable que los alumnos no lograron establecer las relaciones de proporcionalidad y efectuaron mecánicamente la división del monto recibido como premio entre el aporte de María.
- La elección de la alternativa **C** (5%) aparentemente implica que los alumnos tienen dificultades en la comprensión del problema, lo cual los conduce a utilizar estrategias incorrectas que implican la realización de operaciones descontextualizadas, tales como: la división de 7 000 entre 4 ( $7\,000 / 4 = 1\,750$ ) y luego la multiplicación del cociente obtenido por 5 ( $1\,750 \times 5 = 8\,750$ ).

### Comentarios

Más de la mitad de los estudiantes evaluados no logró responder correctamente la pregunta. El hecho

## Ítem 14 - Forma 2

María tenía 4 soles y Rosa 1 sol. Con la suma de dinero compraron un boleto de lotería que costó 5 soles. Ganaron el premio de 7 000 soles y se repartieron el dinero en proporción a lo que pagaron por el boleto. Entonces, a María le tocó:

- A) S/. 1 400
- B) S/. 1 750
- C) S/. 8 750
- D) S/. 5 600

**Resultados:** A) 17% B) 21% C) 5% **D) 49%** Omisión: 8%

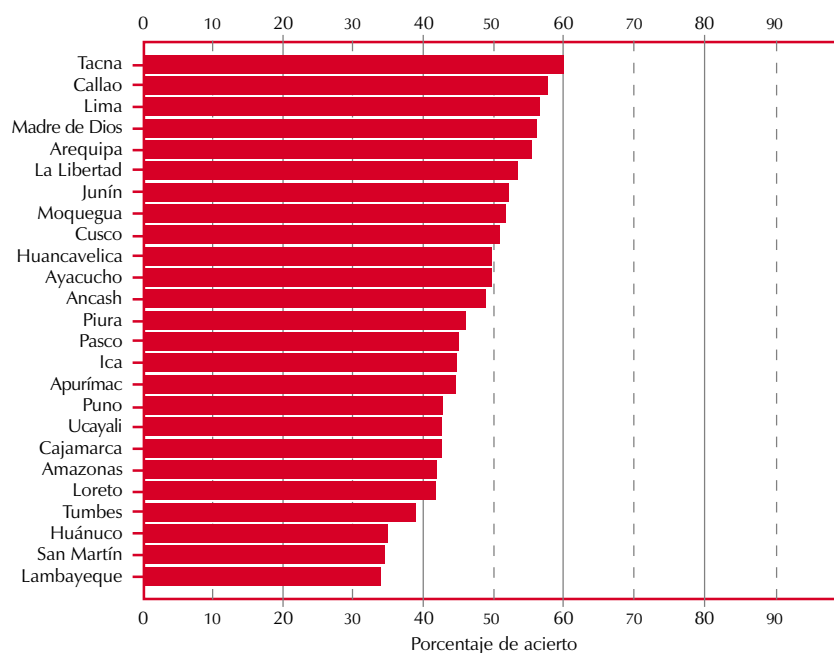
de que el 43% de los alumnos respondió incorrectamente el problema nos muestra su falta de habilidad para identificar una situación de proporcionalidad directa, la dificultad de expresar matemáticamente dicha relación y aplicar los algoritmos necesarios para resolver tal problema. Así mismo, evidencia que los alumnos no reflexionan sobre sus respuestas, ni verifican si estas son lógicas e internamente consistentes.

La proporcionalidad es un concepto que necesita tiempo y muchas experiencias para que los estudiantes lo desarrollen y lo entiendan. Para ello se les puede plantear problemas en contextos que impliquen relacionar cantidades de dinero, así como de medición de longitudes, solicitándoles por ejemplo la construcción de un modelo a escala. La aplicación del Teorema de Thales, las relaciones entre las me-

didias de los lados correspondientes de figuras poligonales semejantes, las relaciones entre estas y sus áreas, en situaciones problemáticas reales, pueden constituir contextos adecuados para que los alumnos desarrollen además su habilidad de resolver problemas aplicando el concepto de proporcionalidad.

Por otro lado, es importante que los alumnos tengan la oportunidad de realizar actividades que les permitan explicar y justificar el proceso seguido en la solución de un problema y, sobre todo, que indiquen las razones de sus respuestas. Esto puede ayudar a identificar qué factores crean dificultad a los alumnos, de modo que sea posible ayudarlos oportunamente.

En el siguiente gráfico se presenta el porcentaje de alumnos que respondieron correctamente el ítem 14-forma 2, por departamentos.



## ÍTEM 19 - FORMA 2

### ¿Qué se evaluó?

El ítem aplicado permitió obtener información relacionada con la capacidad de resolver problemas cuya solución implica el uso de ecuaciones de segundo grado.

### Habilidad evaluada

Resolución de problemas.

### Análisis de la respuesta correcta

La elección de la respuesta correcta **D** (37%) muestra que los alumnos comprendieron el problema, interpretaron la situación planteada y lograron traducirla correctamente a una ecuación de segundo grado, que luego resolvieron. Así mismo, los alumnos analizaron los valores hallados y luego de verificar la coherencia de estos valores con la pregunta formulada en el ítem, eligieron como respuesta el valor positivo de la variable.

### Análisis de los distractores

- La elección de la alternativa **A** (11%) permite suponer que los alumnos seleccionaron la información necesaria para resolver el problema, lograron representar la situación planteada mediante una ecuación de segundo grado ( $X^2 - 3X = 130$ ); pero presentaron dificultades al resolverlas. Una posibilidad es que hayan optado por la factorización para resolver la ecuación y al obtener  $(X + 10)(X - 13) = 0$  toman como respuesta el valor positivo del término independiente que aparece en el primer factor.
- De modo similar, la elección de la alternativa **B** (9%) muestra que probablemente los alumnos lograron plantear la ecuación cuadrática que conduciría a la res-

## Ítem 19 - Forma 2

Por efecto de la inflación, el precio de un libro se eleva primero al cuadrado y luego disminuye el triple de su precio original, y se obtiene así un nuevo precio igual a 130 soles. ¿Cuál es el precio original del libro?

- A) S/. 10
- B) S/. 3
- C) S/. 23
- D) S/. 13

**Resultados:** A) 11% B) 9% C) 23% **D) 37%** Omisión: 20%

puesta, pero tuvieron dificultad en la interpretación de los valores obtenidos en la solución de la ecuación, debido a que dan como respuesta la suma de los valores hallados.

- La elección de la alternativa **C** (23%) permite también suponer que los alumnos plantearon la ecuación y que tuvieron dificultades al resolverla (probablemente aplicaron la fórmula general y obtuvieron como respuesta la raíz cuadrada del discriminante).

$$X = \frac{3 \pm \sqrt{529}}{2}$$

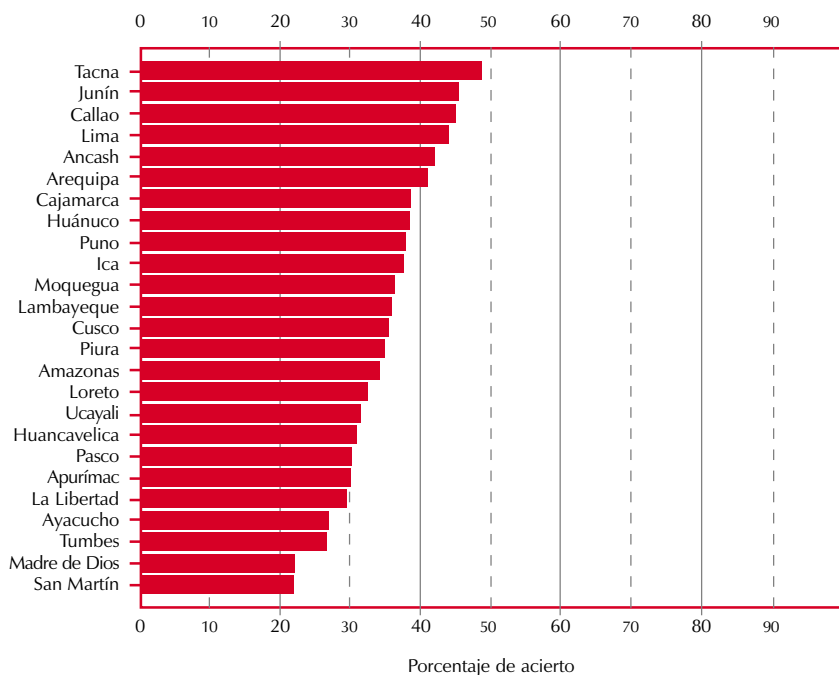
Se limitan a extraer  $\sqrt{529} = 23$

- El porcentaje de alumnos que no eligieron ninguna alternativa es relativamente alto (20%). Este grupo probablemente no comprendió el problema y/o no supo cómo resolver la ecuación de segundo grado.

### Comentarios

La dificultad para resolver el tipo de problemas planteado en el ítem 19-forma 2 radica no solamente en expresar el enunciado verbal mediante un modelo matemático y resolver la ecuación correspondiente, sino también en la de interpretar los valores que se obtienen de la solución de dicha ecuación para dar respuesta a la pregunta formulada. Esto muestra la necesidad de dar oportunidad a los estudiantes para que construyan modelos algebraicos a partir de modelos concretos, tanto numéricos como gráficos, a fin de que adquieran confianza en su capacidad para utilizar ideas algebraicas.

En el siguiente gráfico se presenta el porcentaje de alumnos que respondieron correctamente el ítem 19-forma 2, por departamentos.



## INTERPRETACIÓN DE EXPRESIONES GRÁFICAS

### ÍTEM 1 - FORMA 1

#### ¿Qué se evaluó?

El ítem aplicado permitió saber acerca de la capacidad para interpretar información expresada en un gráfico.

#### Habilidad evaluada

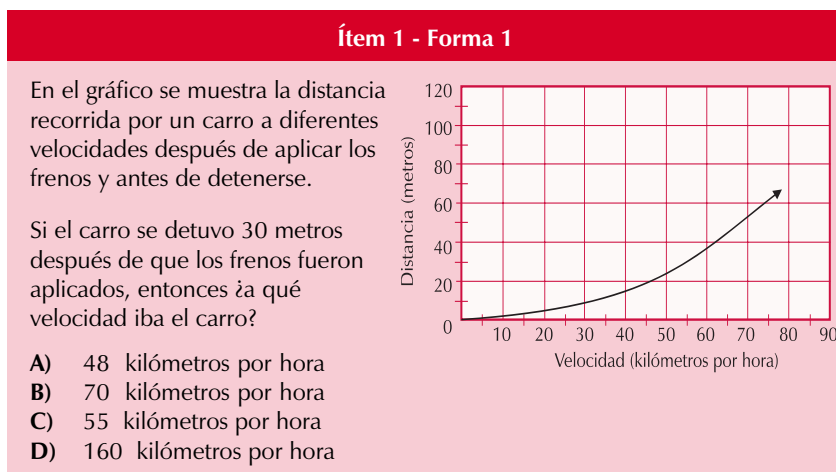
Interpretación de expresiones gráficas.

#### Análisis de la respuesta correcta

La elección de la alternativa **C** (37%) permite suponer que los alumnos lograron establecer correctamente la relación existente entre las variables expresadas en cada uno de los ejes del gráfico. Para ello, reconocen que el origen de las coordenadas representa el momento en que se aplican los frenos y comprenden que el desplazamiento del vehículo desde este punto será mayor cuanto mayor sea la velocidad con la que se desplaza, y viceversa. Así mismo, los alumnos son capaces de interpretar el gráfico considerando que cada uno de sus puntos está representado por un par ordenado cuya abscisa indica la velocidad del carro en kilómetros por hora, y su ordenada representa la distancia en metros que ha recorrido el vehículo luego de que se aplicaron los frenos; en consecuencia, identifican el punto (55;30) del gráfico, según el cual la velocidad que corresponde a un recorrido de 30 metros es la de 55 kilómetros por hora.

#### Análisis de los distractores

- Los estudiantes que eligieron la alternativa **A** (18%) determinaron la velocidad del carro para un desplazamiento de aproximadamente 20 metros, probablemente porque no lograron interpretar la escala empleada en el eje de esta variable donde no se explicita la distancia de 30 metros.
- La elección de la alternativa **B** (22%) indica que el estudiante no es capaz de descubrir la relación entre los datos ni interpretar el gráfico dado, y para responder la pregunta probablemente centró su atención en el último punto de la gráfica y buscó en el eje vertical el valor que le corresponde.
- La elección de la alternativa **D** (15%) muestra también que los estudiantes tienen dificultades



**Resultados:** A) 18% B) 22% **C) 37%** D) 15% Omisión: 8%

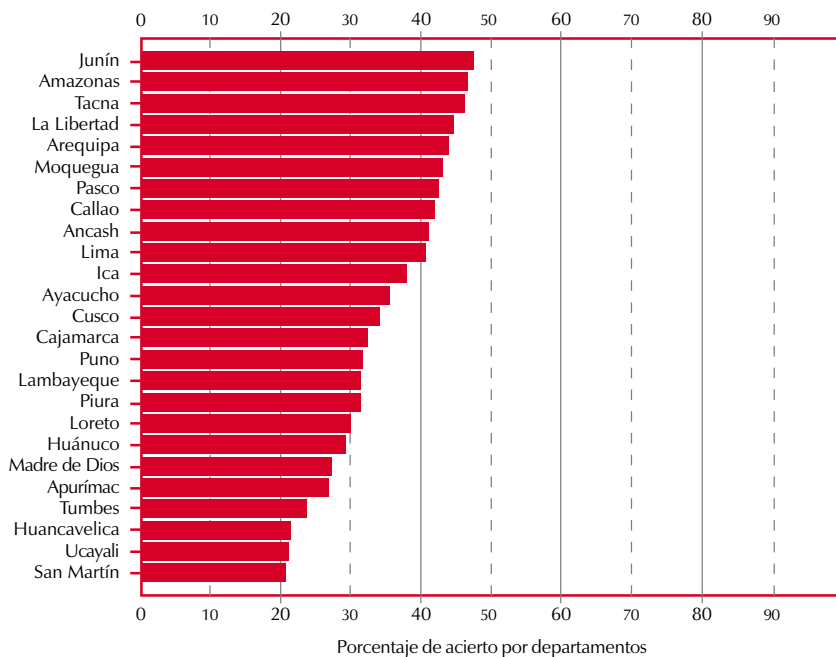
para descubrir las relaciones entre los datos e interpretar un gráfico, y que probablemente optaron por aproximar a 80 las coordenadas del último punto del gráfico dado para, finalmente, sumarla.

#### Comentarios

De modo similar a lo ocurrido en ítem 6 - forma 1, esta pregunta fue aplicada en el marco del TIMSS a estudiantes de séptimo y octavo grados en nuestro sistema educativo equivalentes a primero y segundo grados en secundaria) y alcanzó promedios de acierto de 51% y 58% respectivamente.

En el Perú, los resultados obtenidos evidencian las dificultades de un alto porcentaje de alumnos de la muestra, pues el 63% no logra interpretar un gráfico relativamente sencillamente.

llo para estudiantes de quinto grado de educación secundaria. Esta dificultad podría estar centrada en la comprensión de la situación planteada, o en la interpretación de la escala empleada para representar los datos en los ejes. Esto revela la necesidad de posibilitar a los estudiantes experiencias que los involucre desde la recolección de información hasta la comunicación de resultados mediante la elaboración de gráficos y tablas, partiendo de situaciones reales de su contexto. El logro de esta capacidad es importante porque constituye un instrumento fundamental para que los estudiantes puedan tomar decisiones críticas e inteligentes sobre la base de la correcta interpretación de información estadística representada mediante gráficos y tablas.



## ÍTEM 4 - FORMA 1

### ¿Qué se evaluó?

El ítem aplicado permitió saber acerca de la capacidad de interpretar información de un suceso representada en un gráfico.

### Habilidad evaluada

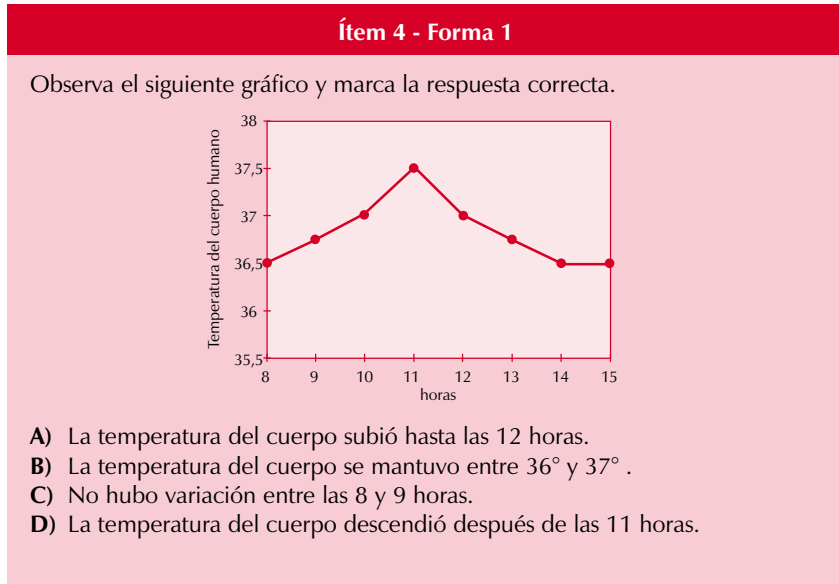
Interpretación de expresiones gráficas.

### Análisis de la respuesta correcta

La elección de la respuesta correcta **D** (72%) implica que los alumnos establecen correctamente la relación entre las variables de un suceso expresada en un gráfico en el cual se remarcaron algunos de sus puntos.

### Análisis de los distractores

- La elección de la alternativa **A** (4%) muestra que los alumnos probablemente asumieron que la temperatura sube hasta las 12 horas cuando solo sube hasta las 11 horas.
- La elección de la alternativa **B** (17%) indica que probablemente los estudiantes asumieron que la temperatura se mantiene entre  $36^\circ$  y  $37^\circ$  porque en este intervalo se ubica la mayor cantidad de puntos que registran variaciones de la temperatura.
- La elección de la alternativa **C** (4%) probablemente implica la dificultad de los alumnos para distinguir una función lineal con pendiente diferente de cero y una función lineal con pendiente



**Resultados:** A) 4% B) 17% C) 4% **D) 72%** Omisión: 3%

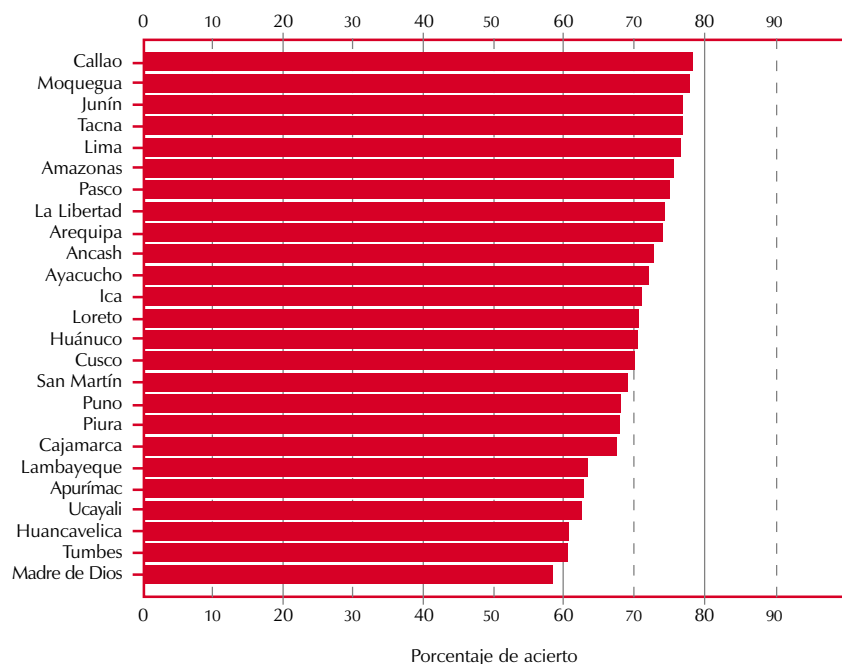
te igual a cero (función constante), asumiendo que en el intervalo de 8 a 9 horas no hay variación de temperatura. Lo que se indica en el gráfico es que en este intervalo la temperatura sufre una variación constante, lo cual es diferente de que sea una función constante sin variación de temperatura.

### Comentarios

A fin de que los estudiantes puedan desarrollar su capacidad de interpretación de gráficos es importante ayudarlos a darse cuenta de que la estadística puede ser un recurso para responder cuestiones que

no se prestan a medición directa, planteándoles preguntas como las siguientes: ¿cuáles son las tendencias que se observan en los datos?, ¿cómo pueden interpretarse estos datos?, ¿podemos usar esas interpretaciones para formular predicciones?, ¿qué dificultades podemos encontrar al ampliar las interpretaciones o predicciones a otros problemas relacionados?, ¿qué datos adicionales podríamos recoger para verificar o refutar las ideas que hemos desarrollado a partir de estos datos?

En el siguiente gráfico se presenta el porcentaje de alumnos que respondieron correctamente el ítem 4-forma 1, por departamentos.



### 3. CONCLUSIONES

El análisis de los ítemes presentados anteriormente, y de los demás que se han guardado en el banco de ítemes para poder usarlos en evaluaciones futuras y comparar rendimientos, permite afirmar lo siguiente con respecto a los logros de los estudiantes:

Los mejores resultados de los estudiantes tendieron a darse en la habilidad de “interpretación de expresiones gráficas”, seguida de las habilidades de “aplicación de algoritmos”, “manejo de conceptos, símbolos y términos”, y “resolución de problemas”. Sin embargo, se observa que en lo que concierne a “utilización de algoritmos” las mayores dificultades se presentaron en ítemes cuyas respuestas implican manejar relaciones de equivalencia entre medidas expresadas en diferentes unidades; identificar los ángulos y lados correspondientes de triángulos congruentes o de triángulos semejantes; aplicar conceptos de funciones trigonométricas y establecer relaciones entre ellas.

Los resultados de los alumnos tendieron a ser más bajos en “resolución de problemas”. Los estudiantes tuvieron dificultades en la interpretación correcta del enunciado, en parte debido, probablemente, a su falta de manejo de los conceptos matemáticos implicados y relaciones entre ellos (proporcionalidad, porcentaje, relaciones entre áreas de regiones circulares y de polígonos, relaciones entre la longitud de arco de una circunferencia y la medida

del ángulo central correspondiente en radianes). Es probable también que algunas veces sus respuestas erróneas se debieran a su falta de pericia para traducir el enunciado del problema en lenguaje matemático; y otras veces, a la aplicación incorrecta de un algoritmo. Esto último evidencia la necesidad de propiciar el desarrollo de una actitud crítica reflexiva del estudiante respecto a la estrategia que utiliza y a la respuesta que da.

En el *Diseño curricular básico de la nueva secundaria* que se viene trabajando en la DINESST, “aprender Matemática significa **entender y usar la Matemática a través de la resolución de problemas**”. La habilidad de resolución de problemas implica comprender el enunciado de un problema, establecer relaciones entre la información que se dispone y la(s) pregunta(s) que hay que responder, traducir tales relaciones al lenguaje matemático, buscar y seleccionar estrategias pertinentes, ejecutar tales estrategias, y, finalmente, verificar el procedimiento y respuesta encontrada. Es una habilidad cuyo desarrollo requiere de particular atención y supervisión de parte del docente hacia el trabajo que realizan los estudiantes, ya sea de manera grupal o individual, para identificar errores y ayudarlos a resolver problemas de interés para ellos, orientándolos hacia el aprendizaje de estrategias más eficaces.

La resolución de problemas es el proceso que permite a los estudiantes experimentar la potencia y la utilidad de la matemática en el

mundo que les rodea. En educación secundaria se han de presentar situaciones que impliquen el uso del lenguaje matemático que los estudiantes van adquiriendo, y también la ampliación de dicho lenguaje. Así mismo, aun cuando en secundaria las situaciones concretas y del entorno del estudiante continúen siendo el foco de la atención en el aprendizaje de matemática, se ha de conseguir un equilibrio entre problemas que se generen en el mundo real y aquellos que surjan de la investigación sobre ideas matemáticas. Las metodologías de enfoque investigativo en el aula pueden dar lugar a que los estudiantes construyan sus conocimientos a partir de sus saberes previos, permitiendo que exploren situaciones nuevas, formulen preguntas, elaboren conjeturas, busquen y elaboren sus propias estrategias para responder a una o más preguntas y finalmente expliquen sus respuestas. Se ha de plantear a los alumnos situaciones problemáticas diversas, que requieran un mayor esfuerzo de su parte para resolverlas; dándoseles la oportunidad de trabajar en grupos, utilizar la calculadora y/o computadora, utilizar ideas matemáticas relevantes e interesantes; posibilitando de este modo que los alumnos resuelvan verdaderos problemas y que, al mismo tiempo, vivan el goce de aprender matemáticas con significado. La resolución de problemas se ha de constituir así en el contexto principal para el aprendizaje de matemática.



**NOTAS**

1. CRECER: Crecer con Calidad y Equidad en el Rendimiento.
2. Una presentación general de la evaluación nacional que realizó la UMC en noviembre de 2001 se incluyó en la revista Crecer 2, publicada en julio de 2001 por la UMC.
3. El resto de ítemes administrados en 1998 debe ser guardado para utilizarse en evaluaciones futuras, de modo que se pueda estimar la evolución en el rendimiento de los estudiantes.
4. Ver boletín CRECER 5/6. Lima: Unidad de Medición de la Calidad Educativa del Ministerio de Educación, p. 2.
5. El TIMSS (Third International Mathematics and Science Study) es uno de los más grandes y ambiciosos estudios comparativos del rendimiento dirigido por la IEA (International Association for the Evaluation of Educational Achievement) en las áreas de matemática y ciencias, en 15 000 escuelas de 41 países del mundo.

Porcentaje de acierto de los ítems seleccionados de la prueba de matemática de quinto grado de secundaria según departamentos

DEPARTAMENTO	I01 - F2	I12 - F1	I06 - F1	I13 - F1	I06 - F2	I24 - F1	I14 - F2	I19 - F2	I01 - F1	I04 - F1	TOTAL
AMAZONAS	58,66%	56,44%	28,79%	62,88%	33,46%	17,42%	41,73%	34,25%	46,59%	75,38%	45,56%
ANCASH	55,60%	58,56%	33,08%	55,51%	44,02%	18,25%	48,65%	42,08%	41,06%	72,62%	46,94%
APURÍMAC	42,58%	43,58%	31,91%	50,58%	36,33%	16,34%	44,53%	30,08%	26,85%	62,65%	38,54%
AREQUIPA	60,88%	60,46%	37,89%	55,69%	39,33%	25,47%	55,23%	41,00%	43,89%	73,91%	49,38%
AYACUCHO	49,12%	55,17%	34,05%	48,28%	28,32%	27,16%	49,56%	26,99%	35,34%	71,98%	42,60%
CAJAMARCA	60,61%	52,65%	28,32%	51,77%	38,53%	17,26%	42,42%	38,53%	32,30%	67,26%	42,96%
CALLAO	69,58%	57,89%	43,72%	63,97%	30,42%	22,27%	57,50%	45,00%	41,70%	78,14%	51,02%
CUSCO	54,72%	52,79%	33,46%	55,39%	40,94%	24,91%	50,79%	35,43%	33,83%	69,89%	45,21%
HUANCAYELICA	60,33%	39,51%	34,16%	51,03%	46,28%	23,46%	49,59%	30,99%	21,40%	60,49%	41,72%
HUÁNUCO	53,31%	44,03%	31,28%	54,73%	28,51%	22,22%	34,71%	38,43%	29,22%	70,37%	40,68%
ICA	53,49%	43,78%	27,51%	56,94%	37,35%	24,64%	44,58%	37,59%	37,80%	70,81%	43,45%
JUNÍN	63,26%	65,04%	37,22%	53,76%	39,77%	28,57%	51,89%	45,45%	47,37%	76,69%	50,90%
LA LIBERTAD	56,80%	51,57%	30,31%	59,45%	34,00%	20,47%	53,20%	29,60%	44,49%	74,02%	45,39%
LAMBAYEQUE	65,81%	50,63%	20,92%	52,30%	28,63%	13,81%	33,76%	35,90%	31,38%	63,18%	39,63%
LIMA	66,21%	56,36%	35,29%	55,09%	40,48%	23,21%	56,45%	43,98%	40,49%	76,42%	49,40%
LORETO	39,04%	39,06%	33,91%	60,94%	25,44%	29,61%	41,67%	32,46%	30,04%	70,39%	40,25%
MADRE DE DIOS	38,00%	36,18%	24,12%	54,77%	27,50%	20,60%	56,00%	22,00%	27,14%	58,29%	36,46%
MOQUEGUA	60,61%	56,22%	34,33%	55,36%	42,42%	24,89%	51,52%	36,36%	42,92%	77,68%	48,23%
PASCO	54,05%	50,44%	33,19%	54,42%	31,98%	18,14%	45,05%	30,18%	42,48%	74,78%	43,47%
PIURA	62,35%	42,86%	25,79%	53,57%	20,00%	20,63%	45,88%	34,90%	31,35%	67,86%	40,52%
PUNO	47,23%	34,62%	33,33%	42,74%	38,72%	19,66%	42,55%	37,87%	31,62%	67,95%	39,63%
SAN MARTÍN	53,13%	36,04%	22,52%	51,80%	31,70%	19,37%	34,38%	21,88%	20,72%	68,92%	36,04%
TACNA	70,06%	55,62%	30,77%	55,92%	35,03%	18,34%	59,58%	48,80%	46,15%	76,63%	49,69%
TUMBES	37,84%	34,09%	33,18%	53,64%	25,23%	15,00%	38,74%	26,58%	23,64%	60,45%	34,84%
UCAYALI	42,50%	33,17%	23,12%	47,24%	28,00%	31,16%	42,50%	31,50%	21,11%	62,31%	36,26%
<b>TOTAL</b>	57,85%	50,58%	32,32%	54,68%	35,76%	22,13%	49,24%	37,48%	36,70%	71,64%	44,84%

**Porcentaje de acierto de los ítems seleccionados de la prueba de matemática de quinto grado de secundaria según género**

<b>GÉNERO</b>	<b>I01 - F2</b>	<b>I12 - F1</b>	<b>I06 - F1</b>	<b>I13 - F1</b>	<b>I06 - F2</b>	<b>I24- F1</b>	<b>I14 - F2</b>	<b>I19 - F2</b>	<b>I01 - F1</b>	<b>I04 - F1</b>	<b>TOTAL</b>
MUJERES	57,85%	47,30%	30,42%	54,86%	35,10%	23,19%	45,39%	36,63%	34,00%	70,00%	43,47%
VARONES	57,85%	54,18%	34,41%	54,48%	36,50%	20,97%	53,53%	38,44%	39,66%	73,45%	46,35%
<b>TOTAL</b>	57,85%	50,58%	32,32%	54,68%	35,76%	22,13%	49,24%	37,48%	36,70%	71,64%	44,84%

**Porcentaje de acierto de los ítems seleccionados de la prueba de matemática de quinto grado de secundaria según tipo de gestión**

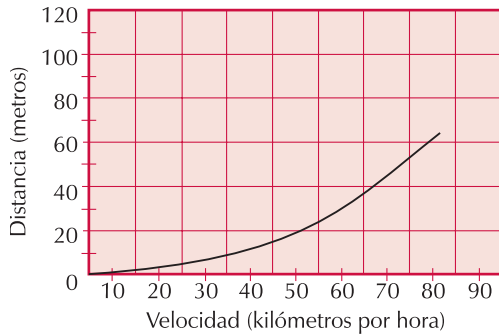
<b>GESTIÓN</b>	<b>I01 - F2</b>	<b>I12 - F1</b>	<b>I06 - F1</b>	<b>I13 - F1</b>	<b>I06 - F2</b>	<b>I24- F1</b>	<b>I14 - F2</b>	<b>I19 - F2</b>	<b>I01 - F1</b>	<b>I04 - F1</b>	<b>TOTAL</b>
ESTATAL	53,00%	46,37%	28,77%	52,04%	33,93%	21,29%	46,64%	33,23%	33,56%	68,96%	41,78%
NO ESTATAL	80,06%	69,84%	48,63%	66,76%	44,17%	25,99%	61,15%	56,94%	51,09%	83,93%	58,85%
<b>TOTAL</b>	57,85%	50,58%	32,32%	54,68%	35,76%	22,13%	49,24%	37,48%	36,70%	71,64%	44,84%

**ANEXO 2**

**QUINTO DE SECUNDARIA**

**ÍTEM 1 - FORMA 1**

En el gráfico se muestra la distancia recorrida por un carro a diferentes velocidades después de aplicar los frenos y antes de detenerse.

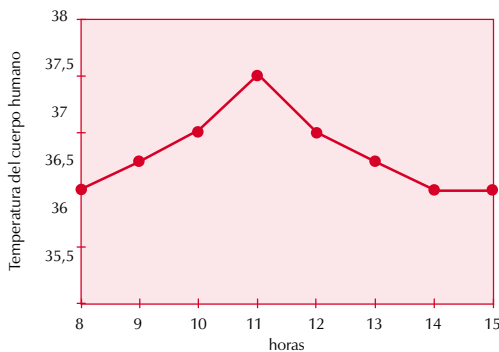


Si el carro se detuvo 30 metros después de que los frenos fueron aplicados, entonces ¿a qué velocidad iba el carro?

- A) 48 kilómetros por hora
- B) 70 kilómetros por hora
- C) 55 kilómetros por hora
- D) 160 kilómetros por hora

**ÍTEM 4 - FORMA 1**

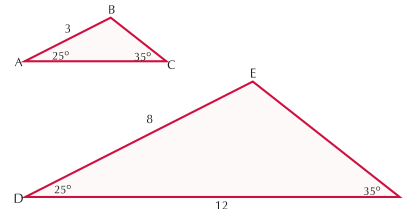
Observa el siguiente gráfico y marca la respuesta correcta.



- A) La temperatura del cuerpo subió hasta las 12 horas.
- B) La temperatura del cuerpo se mantuvo entre 36° y 37°.
- C) No hubo variación entre las 8 y 9 horas.
- D) La temperatura del cuerpo descendió después de las 11 horas.

**ÍTEM 6 - FORMA 1**

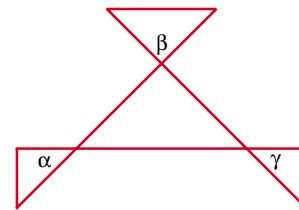
Los triángulos ABC y DEF son triángulos semejantes. ¿Cuál es la longitud del lado AC?



- A) 2
- B) 4
- C) 4,5
- D) 5,5

**ÍTEM 12 - FORMA 1**

En la siguiente figura, ¿cuál es la suma de las medidas de los ángulos  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ ?



- A) 180°
- B) 360°
- C) 120°
- D) 135°

**ÍTEM 13 - FORMA 1**

Sea  $x^2 + 4 = 5x$ . La igualdad se cumple si la variable  $x$  toma los valores de:

- A) -1 y -4
- B) -1 y 7
- C) 2 y 8
- D) 1 y 4

**ÍTEM 24 - FORMA 1**

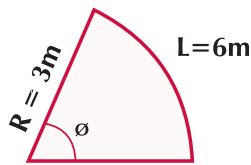
Calcular el área de la siguiente figura, si su longitud de arco mide 6 metros y su radio, 3 metros.

- A)  $6 \text{ m}^2$
- B)  $18 \text{ m}^2$
- C)  $12 \text{ m}^2$
- D)  $9 \text{ m}^2$

**ÍTEM 1 - FORMA 2**

Juan tiene cinco sombreros menos que María y Rosa tiene el triple de sombreros que Juan. Si María tiene "n" sombreros, ¿cuál de las alternativas representa el número de sombreros que tiene Rosa?

- A)  $3(n - 5)$



- B)  $n - 5$
- C)  $3n - 5$
- D)  $5 - 3n$

**ÍTEM 6 - FORMA 2**

El valor de  $\text{sen } 840^\circ$  es:

- A)  $-\frac{\sqrt{3}}{2}$
- B)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$
- C)  $\frac{1}{2}$
- D)  $\frac{2}{3}\sqrt{3}$

**ÍTEM 14 - FORMA 2**

María tenía 4 soles y Rosa 1 sol. Con la suma de dinero compraron un boleto de lotería que costó 5 soles. Ganaron el premio de 7 000 soles y se repartieron el dinero en proporción a lo que pagaron por el boleto. Entonces, a María le tocó:

- A) S/. 1 400
- B) S/. 1 750
- C) S/. 8 750
- D) S/. 5 600

**ÍTEM 19 - FORMA 2**

Por efecto de la inflación, el precio de un libro se eleva primero al cuadrado y luego disminuye el triple de su precio original, y se obtiene así un nuevo precio igual a 130 soles. ¿Cuál es el precio original del libro?

- A) S/. 10
- B) S/. 3
- C) S/. 23
- D) S/. 13

*Boletines anteriores publicados por la Unidad de Medición de la Calidad Educativa (UMC):*

**BOLETÍN CRECER 1**

Algunos aspectos de la formación docente en el Perú

**BOLETÍN CRECER 2**

¿Te gustan las clases de matemática? ¿Y las de lenguaje?

**BOLETÍN CRECER 3**

Las tareas escolares

**BOLETÍN CRECER 4**

La escuela y las expectativas de las madres y los padres

**BOLETÍN CRECER 5/6**

Resultados de las pruebas de matemática y lenguaje.  
¿Qué aprendimos a partir de la Evaluación CRECER 1998?

**BOLETÍN CRECER 7**

Resultados de las pruebas de ciencias sociales y ciencias naturales. Evaluación nacional de 1998

**BOLETÍN UMC 8**

Efecto de la escuela en el rendimiento en lógico-matemática en cuarto grado de primaria

**BOLETÍN UMC 9**

El Perú en el primer estudio internacional comparativo de la UNESCO sobre lenguaje, matemática y factores asociados en tercer y cuarto grado

*Boletines dedicados a analizar los ítemes de las pruebas de primaria:*

**BOLETÍN UMC 10**

Análisis de ítemes de las pruebas CRECER 1998  
Resultados de lógico-matemática en cuarto grado de primaria

**BOLETÍN UMC 11**

Análisis de ítemes de las pruebas CRECER 1998  
Resultados de comunicación integral en cuarto grado de primaria

**BOLETÍN UMC 12**

Análisis de ítemes de las pruebas CRECER 1998  
Producción de textos en cuarto grado de primaria

**BOLETÍN UMC 13**

Análisis de ítemes de las pruebas CRECER 1998  
Resultados de lógico-matemática en sexto grado de primaria

**BOLETÍN UMC 14**

Análisis de ítemes de las pruebas CRECER 1998  
Resultados de comunicación integral en sexto grado de primaria

**BOLETÍN UMC 15**

Análisis de ítemes de las pruebas CRECER 1998  
Producción de textos en sexto grado de primaria

*Boletines dedicados a analizar los ítemes de las pruebas de secundaria:*

**BOLETÍN UMC 16**

Análisis de ítemes de las pruebas CRECER 1998  
Resultados de matemática en cuarto grado de secundaria

**BOLETÍN UMC 17**

Análisis de ítemes de las pruebas CRECER 1998  
Resultados de comunicación en cuarto grado de secundaria

**BOLETÍN UMC 18**

Análisis de ítemes de las pruebas CRECER 1998  
Resultados de matemática en quinto grado de secundaria

**BOLETÍN UMC 19**

Análisis de ítemes de las pruebas CRECER 1998  
Resultados de comunicación en quinto grado de secundaria

**BOLETÍN UMC 20**

Análisis de ítemes de las pruebas CRECER 1998  
Producción de textos en quinto grado de secundaria

# Boletín UMC

El presente informe ha sido elaborado por la Unidad de Medición de la Calidad Educativa (UMC) del Ministerio de Educación y el Grupo de Análisis para el Desarrollo (GRADE).

Por GRADE participaron:

Martha Villavicencio  
(consultora especialista en matemática)

Cecilia Ramírez  
(supervisora del trabajo por GRADE)

Santiago Cueto  
(coordinador de la asesoría de GRADE a la UMC)

Por la UMC participaron:

Tania Pacheco  
(especialista en matemática)

Freddy Raymundo  
(especialista en matemática)

Alberto Torreblanca  
(especialista en análisis de datos)

José Rodríguez  
(jefe de la UMC)

Los responsables de la elaboración de la prueba nacional de matemática de quinto grado de educación secundaria fueron Hólger Saavedra y Roger Saavedra.

Los autores agradecen a los revisores del presente boletín por sus comentarios, especialmente a Emérita Campos, Haydée Azabache y David Palomino.

El Ministerio agradece y alienta la difusión de este informe, cuyo contenido puede ser reproducido citando la fuente. Escríbanos a: Unidad de Medición de la Calidad Educativa, Ministerio de Educación, calle Van de Velde 160, San Borja, Lima 41; o a [medicion@minedu.gob.pe](mailto:medicion@minedu.gob.pe)

Visítenos en la página web <http://www.minedu.gob.pe/mediciondelacalidad> y elija *Boletines Informativos UMC* donde podrá encontrar este documento y anteriores boletines.