CUADERNO DE REFORZAMIENTO PEDAGÓGICO - JEC

MATEMÁTICA SECUNDARIA 1

ITEM 7 Secund Matem 1 JEC .indd 1 11/12/16 08:11

MINISTERIO DE EDUCACIÓN

CUADERNO DE REFORZAMIENTO PEDAGÓGICO - JEC
MATEMÁTICA-SECUNDARIA 1

El presente cuaderno para estudiantes de primer grado de Secundaria ha sido elaborado por el equipo de Jornada Escolar Completa de la Dirección de Educación Secundaria en el marco de la estrategia de reforzamiento pedagógico, que forma parte de las acciones de acompañamiento al estudiante.

Propuesta de contenido
Hubner Luque Cristóbal Jave

Revisión pedagógica
Manuel Fidencio Rodríguez Del Águila
Rosemary Fátima Montoya Gutiérrez
Oscar Aníbal Hernández Chingay
Rosa Lourdes Moina Choque
María Gladys Deza Julca
Vilma Alejandrina Fernández Ruiz
Henry Aparicio Abad

Corrección de estilo
Jesús Hilarión Reynalte Espinoza
Gerson Platini Rivera Cisneros

Diseño y diagramación
Víctor Raúl Ataucuri García

Calle Del Comercio N.º 193, San Borja
Lima 41, Perú
Teléfono: 615-5800
www.minedu.gob.pe

Primera edición: noviembre de 2016
Tiraje: 161,573 ejemplares

Impreso en el Perú / *Printed in Peru*

Impreso por: CECOSAMI S.A.
Cal. 3 Maz. E Lote 11 Urb. Santa Raquel, Lima - Ate
625-3535 / www.cecosami.com

Hecho el Depósito Legal en la
Biblioteca Nacional del Perú Nº 2016 - 16928

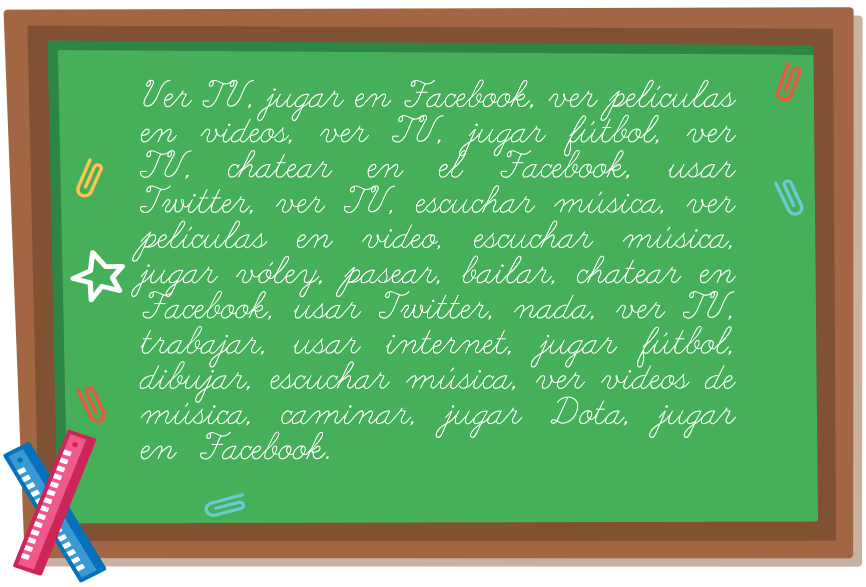
Matemática 1.er grado

ÍNDICE

Matemática 1.er grado

Ficha: Investigación en el aula

Un grupo de estudiantes de primer grado de Secundaria desea averiguar el pasatiempo favorito de sus compañeros de clase. Por tal razón, preguntan a todos y a todas los estudiantes del aula, incluidos los entrevistadores, qué actividades realizan en su tiempo libre. Los entrevistados brindan las siguientes respuestas:



Los estudiantes que emprendieron esta investigación pretenden entregarle esta información a su tutor. Sin embargo, la forma como la han reunido no contribuye a realizar una presentación adecuada.

Responde las siguientes preguntas:

1. ¿Cuántos estudiantes conforman el aula?

2. ¿Qué actividades de las señaladas por los estudiantes se repiten?

3. ¿Qué actividades de las que aparecen en la pizarra involucran el uso de una computadora?

4. ¿Qué actividades de las mencionadas por los estudiantes requieren el uso de internet?

5. ¿Qué actividades necesitan de un espacio libre fuera del aula o de la casa?

6. ¿Qué le recomendarías a estos estudiantes para que puedan procesar la información y presentarla adecuadamente?

APRENDEMOS

TABLAS Y GRÁFICOS ESTADÍSTICOS

INVESTIGACIÓN ESTADÍSTICA

Como observamos en la situación presentada anteriormente, los estudiantes hicieron una única pregunta referida al tema de su interés (¿qué haces en tu tiempo libre?) y registraron las respuestas de sus compañeros y las suyas. Sin embargo, existen datos complementarios que permitirían organizar la información recabada. Algunos de estos datos son los siguientes: el sexo, para conocer las aficiones de varones y mujeres; la edad, para apreciar la relación entre el tiempo de vida y el pasatiempo escogido; la residencia, para establecer el vínculo entre la casa familiar y las distracciones del estudiante; entre otros.

Una investigación estadística se debe planificar con anticipación. Se recomienda seguir las etapas descritas a continuación.

UNIDAD ESTADÍSTICA Y VARIABLES

En la fase de planteamiento del problema, se definen las características de las fuentes de información (la unidad estadística y el informante) y del instrumento que se empleará para extraerla.

Las características de las que se extraerá información se denominan **variables**. Son variables la edad, el peso, el color favorito, el deporte preferido, la cantidad de hermanos o el distrito de procedencia, entre otros.

También es necesario definir algunos términos relacionados con los datos:

- **El informante** es quien nos proporcionará la información requerida.
- **La unidad estadística** se refiere al objeto de investigación.
- **El dato** es el valor que toma la variable en cada unidad estadística.

Por ejemplo:

- La unidad estadística es cada uno de los y las estudiantes objetos de la investigación.
- En el caso revisado, el informante coincide con la unidad estadística: cada estudiante del grupo investigado es también un informante.
- Los datos son las respuestas de cada estudiante a la pregunta (ver televisión, jugar en Facebook, ver películas en video, entre otros).
- Las variables pueden ser de dos tipos: cualitativas o cuantitativas.

Para la situación planteada, la variable es cualitativa. Porque las posibles respuestas (ver televisión, leer periódico, jugar fútbol, chatear, entre otros) no son datos numéricos.

Variable estadística

- **Cuantitativa**: Si los valores que toma son numéricos. Por ejemplo, la edad, la cantidad de hermanos, las horas de uso de internet, etc.
- **Cualitativa**: Si los valores que toma no son numéricos, sino cualidades. Por ejemplo, el sexo, el distrito de procedencia, el grado de instrucción, etc.

TABLA DE FRECUENCIAS

Frecuencia absoluta simple:

Para el caso de las variables cualitativas, la información se organiza en tablas de frecuencias. En ellas se registran las diversas características o categorías de la variable y la cantidad de veces que se presentan en el grupo de estudios. Esto constituye la frecuencia absoluta simple(f_i).

La estructura de una tabla de frecuencias es la siguiente:

CATEGORÍAS	FRECUENCIA (f_i)
Categoría 1	a
Categoría 2	b
……	…
Categoría n	n

Cuando hay muchas categorías o muchos datos, se recomienda agregar una columna en el centro de la tabla para realizar el conteo.

Por ejemplo:

Para la situación presentada al principio de esta ficha, las respuestas de los estudiantes fueron las siguientes: ver televisión, jugar en el Facebook, ver películas en videos, ver TV, jugar fútbol, ver TV, chatear en el Facebook, usar Twitter, ver TV, escuchar música, ver películas en video, escuchar música, jugar vóley, pasear, bailar, chatear en Facebook, usar Twitter, nada, ver TV, trabajar, usar internet, jugar fútbol, dibujar, escuchar música, ver videos de música, caminar, jugar Dota y jugar en Facebook.

PASATIEMPO FAVORITO	CONTEO	FRECUENCIA (f_i)
Ver televisión.	卌	5
Jugar en Facebook.	II	2
Chatear en Facebook.	II	2
Ver películas en videos.	II	2
Jugar fútbol.	II	2
Usar Twitter.	II	2
Escuchar música.	III	3
Ver videos de música.	I	1
Jugar vóley.	I	1
Dibujar .	I	1
Caminar.	I	1
Pasear.	I	1
Jugar Dota.	I	1
Bailar.	I	1
Trabajar.	I	1
Usar internet.	I	1
Nada.	I	1
Total		28

Notamos que en esta tabla hay categorías que se pueden juntar.

- Ver televisión y ver videos de películas (ver películas).
- Chatear en Facebook, usar Twitter, usar internet (usar redes sociales).
- Jugar en Facebook, jugar Dota (jugar en la computadora).
- Escuchar música, ver videos de música (escuchar música).
- Jugar vóley, jugar fútbol (practicar algún deporte).
- Caminar, pasear (pasear).
- Nada, trabajar (no tiene).

La tabla final quedaría así:

PASATIEMPO FAVORITO	FRECUENCIA (f_i)
Ver películas.	7
Usar redes sociales.	5
Jugar en la computadora.	3
Escuchar música.	4
Practicar deporte.	3
Pasear.	2
Dibujar.	1
Bailar.	1
No tiene.	2
Total:	28

Frecuencia relativa simple:

A veces es más importante conocer la relación entre la cantidad de ocurrencias de una categoría y la cantidad total de datos. A esta relación se le denomina frecuencia relativa simple (h_i). Si f_i es la frecuencia absoluta simple de cierta categoría o clase C_i, y N es la cantidad total de datos analizados, entonces la frecuencia relativa simple correspondiente a esa categoría (C_i) puede ser definida de la siguiente manera:

$$h_i = \frac{f_i}{N} = \text{donde } 0 < h_i < 1$$

Como h_i es un número decimal comprendido entre 0 y 1, puede ser expresado en forma de porcentaje:

$$h_i = \left(\frac{f_i}{N} \times 100\right)\%$$

Por ejemplo:

Para los datos de la situación que estamos procesando, tenemos la siguiente tabla de frecuencias absolutas y relativas simples.

Pasatiempo favorito	f_i	h_i	h_i (%)
Ver películas.	7	$\frac{7}{28} = 0{,}25$	25 %
Usar redes sociales.	5	$\frac{5}{28} = 0{,}1785\ldots \approx 0{,}18$	18 %
Jugar en la computadora.	3	$\frac{3}{28} = 0{,}1071\ldots\ldots \approx 0{,}11$	11 %
Escuchar música.	4	$\frac{4}{28} = 0{,}1428\ldots\ldots \approx 0{,}14$	14 %
Practicar deporte.	3	$\frac{3}{28} = 0{,}1071\ldots\ldots \approx 0{,}11$	11 %
Pasear.	2	$\frac{2}{28} = 0{,}0714\ldots\ldots \approx 0{,}07$	7 %
Dibujar.	1	$\frac{1}{28} = 0{,}0357\ldots\ldots\ldots \approx 0{,}035$	3,5 %
Bailar.	1	$\frac{1}{28} = 0{,}0357\ldots\ldots\ldots \approx 0{,}035$	3,5 %
No tiene.	2	$\frac{2}{28} = 0{,}0714\ldots\ldots \approx 0{,}07$	7 %
Total	28	1,00	100 %

Interpretación:

- El 25 % de la población o muestra tiene como pasatiempo favorito ver películas.
- El 7 % de los estudiantes del primer grado tiene como pasatiempo favorito pasear.

GRÁFICOS ESTADÍSTICOS

Presentar la información en una tabla de frecuencias no siempre es lo más apropiado, en especial cuando se quieren comparar las ocurrencias por categoría. Hay diversos tipos de gráficos. En esta sección exploraremos el gráfico de barras simples y el gráfico circular o de sectores.

Gráfico de barras:

En este gráfico se representan las categorías de la variable por medio de barras perpendiculares al eje horizontal. La altura de las barras viene dada por alguna de las frecuencias (frecuencia absoluta simple o frecuencia relativa simple).

Por ejemplo:

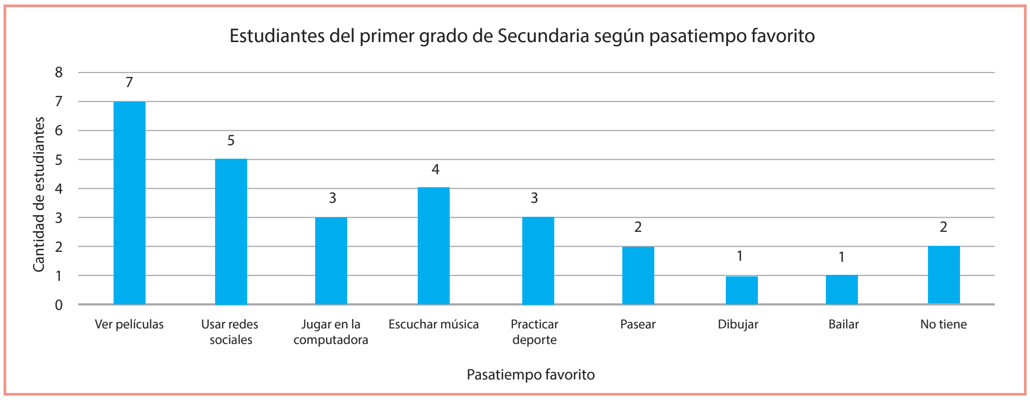
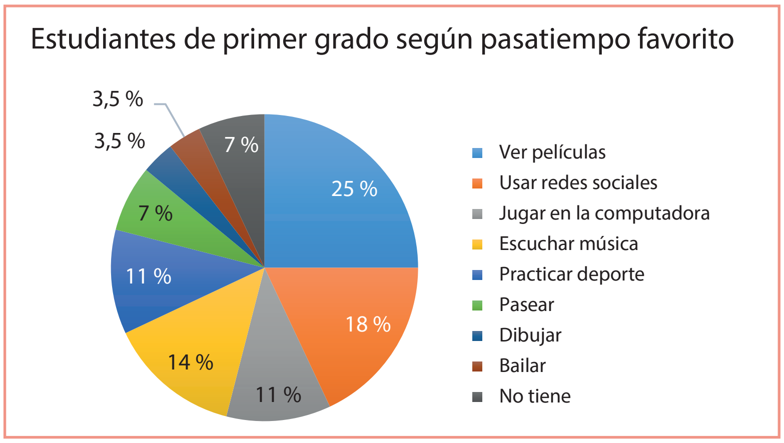


Gráfico circular:

Este gráfico se logra al dividir un círculo en sectores que tienen el ángulo central asociado a la frecuencia absoluta o relativa de los datos a graficar.

- Para el caso de la frecuencia absoluta simple, se establece que 360° equivale a la totalidad de casos N y, con base en esta relación, se calcula el ángulo que le corresponde a cada frecuencia.
- Para el caso de la frecuencia relativa simple, se establece que 360° equivale a 1 o al 100 % y, a partir de esta relación, se calcula el ángulo para cada frecuencia.



IMPORTANTE: cuando las categorías son 5 o más de 5, este tipo de gráfico no es el más adecuado para presentar los datos.

ANALIZAMOS

Se pregunta a 20 madres de familia sobre la cantidad de hijos que cada una de ellas tiene. Estas fueron sus respuestas: 2, 3, 2, 2, 1, 2, 6, 4, 3, 2, 1, 2, 5, 3, 1, 1, 2, 4, 2 y 1.

1. Elabora una tabla de frecuencia absoluta simple y de frecuencia relativa simple.
2. Elabora dos gráficos, el primero de barras y el segundo, circular.
3. Determina qué tipo de gráfico es el más recomendado para este caso y por qué razón.

RESOLUCIÓN 1

Tabla de frecuencias:

Cantidad de hijos	Conteo	f_i	h_i
1	~~IIII~~	5	25 %
2	~~IIII~~ III	8	40 %
3	III	3	15 %
4	II	2	10 %
5	I	1	5 %
6	I	1	5 %
Total		20	100 %

RESOLUCIÓN 2

Gráfico de barras:

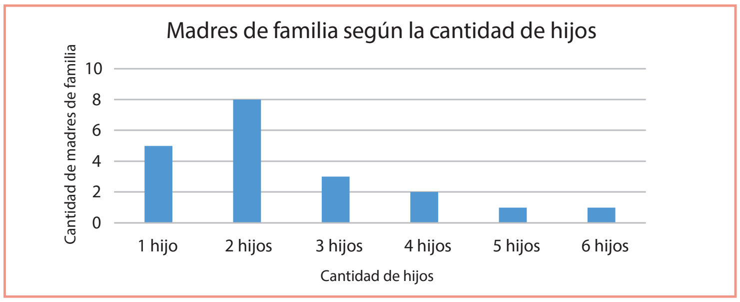
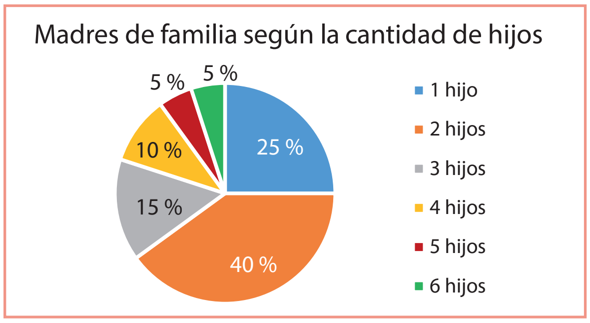


Gráfico de sectores o circular:



RESOLUCIÓN 3

Análisis de tipo de gráfico:

Son 6 clases o categorías (1, 2, 3, 4, 5 y 6 hijos). El gráfico de barras permite apreciar mejor la información. En el circular, en cambio, no se notan claramente las categorías y algunas se pueden confundir entre ellas.

PRACTICAMOS

Calificaciones del área de Matemática

El profesor de Matemática de primer grado A calcula las calificaciones finales de sus estudiantes y las registra en esta tabla. Observa los datos que siguen a continuación:

Sección	Calificaciones
A	12, 11, 15, 16, 11, 13, 09, 08, 12, 17, 19, 12, 10, 12, 15, 17, 11, 13, 16, 16.

1 **¿Cuál de las siguientes tablas corresponde a los datos mostrados?**

a)

Calificaciones	f_i
De 0 a 05	0
De 06 a 10	3
De 11 a 15	11
De 16 a 20	6

b)

Calificaciones	f_i
De 0 a 05	1
De 06 a 10	3
De 11 a 15	10
De 16 a 20	6

c)

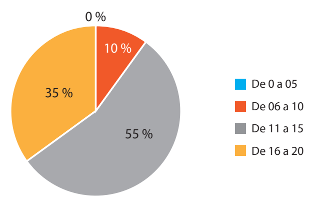
Calificaciones	f_i
De 0 a 05	0
De 06 a 10	3
De 11 a 15	10
De 16 a 20	7

d)

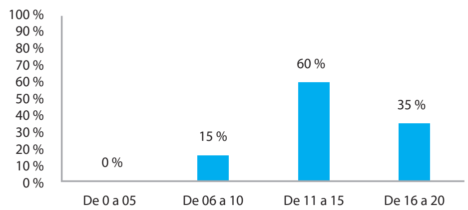
Calificaciones	f_i
De 0 a 05	0
De 06 a 10	2
De 11 a 15	11
De 16 a 20	7

2 **¿Cuál es el gráfico que corresponde a la información presentada?**

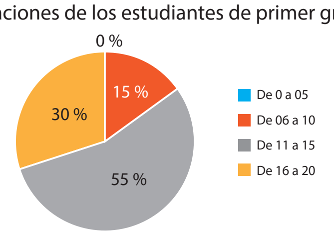
a) Calicaciones de los estudiantes de primer grado A



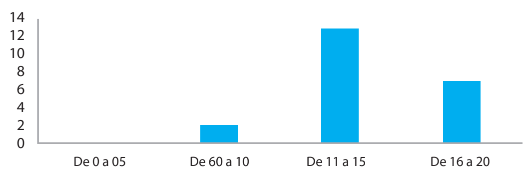
b) Calificaciones de los estudiantes de primer grado A



c) Calificaciones de los estudiantes de primer grado A



d) Calificaciones de los estudiantes de primer grado A



Deporte preferido

El siguiente gráfico muestra el deporte favorito de 60 trabajadores de una compañía.

Deporte favorito	Cantidad de trabajadores	Porcentaje
Fútbol	25	
Básquet		
Natación		10 %
Tenis	12	
Total	60	100 %

Responde a las preguntas 3, 4, 5 y 6.

3 Completa la tabla con las frecuencias absolutas simples (cantidad de trabajadores) y las frecuencias relativas (porcentaje).

4. **¿Qué porcentaje de trabajadores señaló que el básquet es su deporte favorito?**

a) 23 % b) 28,3 % c) 20 % d) 17 %

5. **¿Cuántos trabajadores prefieren natación o tenis?**

a) 6 b) 12 c) 18 d) 25

6. **¿Qué porcentaje de trabajadores no señaló al fútbol como deporte favorito?**

a) 35 % b) 18,4 % c) 58,3 % d) 75 %

Distrito donde vive

En un aula de clase, se pregunta a todos los estudiantes acerca del distrito en el que viven. Estas fueron sus respuestas: distrito A, distrito B, distrito A, distrito C, distrito B, distrito A, distrito B, distrito C, distrito B, distrito A, distrito D, distrito D, distrito A, distrito B, distrito A, distrito C, distrito D, distrito D, distrito B y distrito C. Sobre la base de esta información, **responde las preguntas 7, 8, 9 y 10.**

7. Elabora una tabla de frecuencia absoluta simple para estos datos.

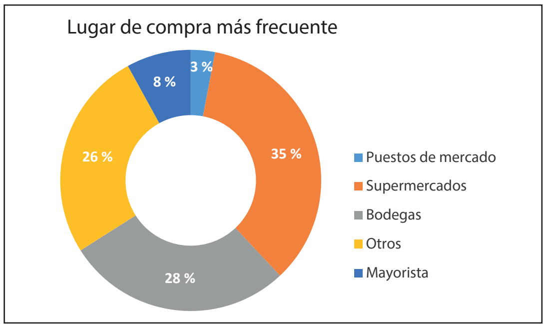
8. Elabora una tabla de frecuencia relativa simple para estos datos.

9. Según consideres más conveniente, elabora un gráfico de barras o uno de sector circular para presentar esta información. Explica la razón de tu elección.

Mermelada

En una encuesta a personas residentes en Lima, se obtuvo la siguiente información sobre el lugar donde compran frecuentemente mermelada.

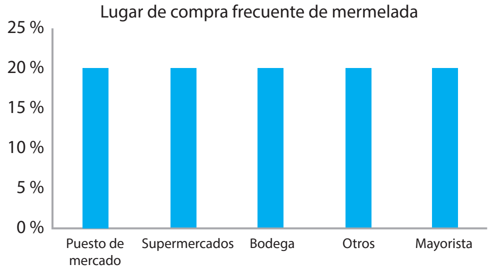
Según esta información, responde las preguntas 10, 11 y 12.



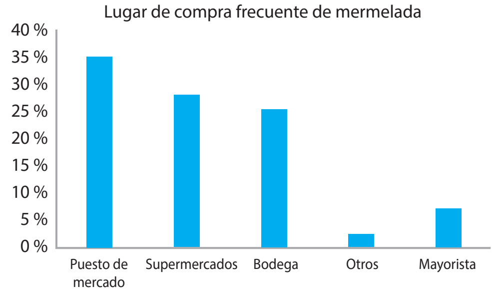
Fuente de imagen: <https://goo.gl/OQEC4A>

10. **¿Cuál de los siguientes gráficos coincide con la información presentada en el gráfico circular?**

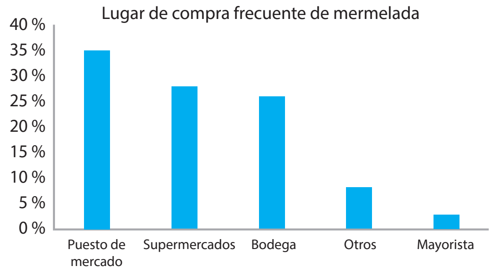
a)



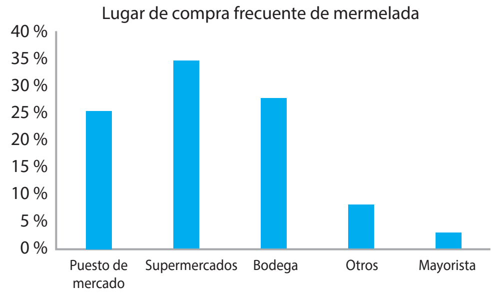
b)



c)



d)



Seguimos practicando

11 Si fueron 250 encuestados, **¿cuántos manifestaron que compran mermelada en las bodegas?**

a) 88 b) 70 c) 35 d) 65

12 **¿Qué porcentaje de los encuestados manifestó que compra la mermelada en supermercados?**

a) 72 % b) 35 % c) 54 % d) 61 %

Test de agilidad mental

Se aplica un test de agilidad mental a un grupo de estudiantes de sociología. Estas son las puntuaciones obtenidas.

Con esta información, resuelve las preguntas 13, 14 y 15.

50	23	45	36	56	34	56	67	45
34	23	45	23	67	54	21	34	43
12	78	36	49	53	27	66	31	45
22	33	44	48	53	57	77	31	23
47	52	33	37	64	21			

13 Completa la siguiente tabla de frecuencias:

Puntuación	Cantidad de estudiantes	Porcentaje de estudiantes
De 0 a 20		
De 21 a 40		
De 41 a 60		
De 61 a 80		
Total		

14 **¿Cuántos estudiantes obtuvieron más de 40 puntos?**

a) 18
b) 19
c) 23
d) 61

15 **¿Qué porcentaje de estudiantes obtuvo menos de 41 puntos?**

a) 19 %
b) 45 %
c) 42,9 %
d) 54,8 %

Matemática 1.er grado

Ficha: Seleccionamos la delegación de deportistas en la disciplina de natación

La entrenadora de natación debe seleccionar a sus dos mejores deportistas, quienes representarán a la institución educativa en los juegos deportivos escolares 2016, categoría damas. Para ello, registra el tiempo que realiza cada una de las cuatro deportistas que tiene a su cargo en las 8 pruebas de 50 metros libres.

Deportista	Tiempo en segundos							
Sandra	31	39	44	31	46	35	37	43
Gabriela	32	34	33	32	33	31	32	32
Sofía	32	37	32	37	32	35	32	32
Sheyla	49	32	32	33	32	32	32	33

Responde las siguientes preguntas:

1. ¿De qué manera crees que la entrenadora de natación seleccionará a las dos mejores deportistas?

2. ¿Cuál es el tiempo promedio de cada una de las nadadoras?

3. ¿Qué medidas de tendencia central reconoces? ¿Sabes calcularlas?

4. Determina la media, mediana y moda de los tiempos de cada deportista.

	Sandra	Gabriela	Sofía	Sheyla
Media				
Mediana				
Moda				

5. ¿Qué diferencias y similitudes existen entre la media, la moda y la mediana de las cuatro deportistas?

6. Si tú fueras el (la) entrenador(a), ¿a quiénes seleccionarías y por qué razón? Explica el proceso que seguirías para seleccionar a las deportistas.

Con respecto a la situación planteada anteriormente, no cabe duda de que sería deseable tener un solo valor que represente al total de valores presentados. Es decir, un número intermedio o una medida de tendencia central. Por lo general, el promedio es la medida de tendencia central más conocida y empleada. Asimismo, otras medidas comunes son la mediana y la moda.

APRENDEMOS

MEDIDAS DE TENDENCIA CENTRAL

Las medidas de tendencia central son parámetros estadísticos que indican valores cuyo objetivo es resumir la información de un conjunto de datos. Las medidas de tendencia central más conocidas son la media, la mediana y la moda.

MEDIA ($\overline{x}$)

La media de un conjunto de datos se obtiene sumando todos los datos y dividiendo el resultado entre el número total de ellos. La mayoría de las personas conoce la media con el nombre de *promedio*. El símbolo de la media es $\overline{x}$.

En general:

Si tenemos los siguientes datos: $x_1, x_2, x_3, \ldots x_n$, entonces la media de ese conjunto se calcula mediante la siguiente fórmula:

$$\overline{x} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \ldots + x_n}{n} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n}$$

Por ejemplo:

1. Los tiempos en segundos que estuvo entrenando Karla en la disciplina de natación fueron: 32, 35, 36, 32, 34, 32, 33 y 34. ¿Cuál es su promedio de tiempo?

RESOLUCIÓN

$$\overline{x} = \frac{32+35+36+32+34+32+33+34}{8} = \frac{268}{8} = 33,5$$

RESPUESTA: el promedio de tiempo de Karla es de 33,5 segundos.

2. Un docente de Matemática de primer grado debe calcular el promedio de notas de un estudiante que se va a trasladar de colegio. Sus notas las tiene organizadas en un cuadro, debido a que varias de ellas se repiten.

Calcula el promedio final de dicho estudiante.

Notas	Frecuencia *(f_i)*
12	3
15	1
16	2
19	3

RESOLUCIÓN

En este caso, se multiplica cada nota con su respectiva frecuencia. Luego se divide el resultado con la suma de las frecuencias (3 + 1 + 2 + 3 = 9).

$$\overline{x} = \frac{12x3+15x1+16x2+19x3}{9} = \frac{36+15+32+57}{9} = \frac{140}{9} = 15,56$$

Redondeando, el promedio final del estudiante en mención es 16.

MEDIANA (M_e)

La mediana es el valor que divide el conjunto ordenado de datos en dos subconjuntos con la misma cantidad de elementos. La mitad de los datos son menores que la mediana y la otra mitad, mayores.

Importante:

- Si el número de datos es impar, la mediana es el dato que se encuentra a la mitad de la lista ordenada.
- Si el número de datos es par, la mediana es la media de los dos datos que se encuentra a la mitad de la lista ordenada.

Por ejemplo:

1. Hallar la mediana del número de hijos de un conjunto de 9 familias: 3, 2, 1, 1, 2, 2, 4, 2 y 1.

RESOLUCIÓN

Ordenando los datos:

$$\underbrace{1 \quad 1 \quad 1 \quad 2}_{\textbf{valores inferiores}} \quad \underbrace{2}_{\textbf{mediana}} \quad \underbrace{2 \quad 2 \quad 3 \quad 4}_{\textbf{valores superiores}}$$

La respuesta a este problema indica que el 50 % de familias tiene menos de 2 hijos, mientras que el otro 50 %, más de 2.

2. Hallar la mediana del número de hijos de un conjunto de 10 familias: 5, 4, 4, 4, 2, 4, 2, 2, 1 y 2.

RESOLUCIÓN

Ordenando los datos:

$$\underbrace{1 \quad 2 \quad 2 \quad 2}_{\textbf{valores inferiores}} \quad \underbrace{2 \quad 4}_{\textbf{mediana}} \quad \underbrace{4 \quad 4 \quad 4 \quad 5}_{\textbf{valores superiores}}$$

$$M_e = \frac{2+4}{2} = 3$$

La respuesta a este problema señala que el 50 % de familias tiene menos de 3 hijos, mientras que el otro 50 %, más de 3.

MODA (M_o)

La moda es el valor de un conjunto de datos que aparece con mayor frecuencia. Puede ocurrir que un conjunto de datos tenga más de una moda o no la tenga. Si no hay moda, se le llama amodal; si tiene dos datos que se repiten en la misma cantidad, bimodal.

Por ejemplo:

Del caso anterior, donde se realiza una encuesta a 9 familias para que indiquen el número de hijos que tienen, se deduce que la moda es 2. Entonces, podemos decir que la mayoría de las familias tiene 2 hijos.

Del caso de las 10 familias, se desprende que la moda es 2 y 4. Por lo tanto, es bimodal. Esto quiere decir que la mayoría de familias tienen entre dos a cuatro hijos.

ANALIZAZMOS

1 En el problema que aparece al inicio de esta sección, la entrenadora solo toma en cuenta las últimas seis pruebas para escoger a las dos deportistas que conformarán la delegación de natación. Si se sabe que Gabriela, por su mejor tiempo promedio de marca, va como mejor deportista, ¿qué medida de tendencia central le ayudaría a escoger a la segunda mejor deportista? Explica por qué dicha medida es la más adecuada.

Pruebas / Deportistas	P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7	P8
	Tiempo en segundos							
Sandra	31	39	44	31	46	35	37	43
Gabriela	32	34	33	32	33	31	32	32
Sofía	32	37	32	37	32	35	32	32
Sheyla	49	32	32	33	32	32	32	33

RESOLUCIÓN

- Determinamos la media, la mediana y la moda de cada una de las deportistas y las colocamos en una tabla.

La media de Sandra es $\overline{x} = \dfrac{44+31+46+35+37+43}{6} = \dfrac{236}{6} = 39{,}33\ldots = 39{,}33.$

Para hallar la mediana de Sandra, ordenamos los números de menor a mayor: 31, 35, 37, 43, 44 y 46.

$$M_e = \frac{37+43}{2} = 40$$

La mediana de Sandra es 40.

La moda de Sandra es amodal, puesto que los datos no se repiten.

Realizamos el mismo cálculo para Gabriela, Sofía y Sheyla.

	Sandra	Gabriela	Sofía	Sheyla
Media	39,33	32,17	33,33	32,33
Mediana	40	32	32	32
Moda	amodal	32	32	32

Estas tres jóvenes tienen igual **mediana** y **moda**, lo cual no ayudaría para elegir a la segunda mejor deportista.

Para identificar quién es la mejor deportista, seleccionamos aquella que tiene menor media. Nos ayudamos de la tabla:

Lugar	Deportista	Promedio (segundos)
Primero	Gabriela	32,17
Segundo	Sheyla	32,33
Tercero	Sofía	33,33
Cuarto	Sandra	39,33

El mejor promedio lo tiene Gabriela, lo cual nos ayuda a elegir a la segunda mejor deportista.

RESPUESTA: en este caso, la media nos ayuda a escoger a la segunda mejor deportista. Porque tanto la mediana como la moda salieron con el mismo valor. En consecuencia, Sheyla es la mejor segunda deportista.

2 Se realizó una encuesta a 20 estudiantes de primer grado sobre el número de horas que dedican a las redes sociales (Facebook, Instagram, Twitter, entre otras) y se obtuvieron los datos que aparecen en el siguiente cuadro.

a) Determinar la media, la mediana y la moda del número de horas que pasan los 20 estudiantes en las redes sociales con su respectiva interpretación.
b) ¿Cuál de las medidas de tendencia central es la más representativa para determinar el número de horas que pasan los 20 estudiantes en las redes sociales? ¿Por qué?

Número de horas	Frecuencia absoluta (f_i)
1	4
2	6
3	8
4	2

RESOLUCIÓN

Determinamos la media, la mediana y la moda.

Como poseemos una tabla con los datos, completamos la columna de $x_i \cdot f_i$ para calcular la media y la columna de "Frecuencia acumulada" para hallar la mediana.

Número de horas (x_i)	**Frecuencia (f_i)**	$x_i \cdot f_i$	**Frecuencia acumulada**
1	4	1 x 4 = 4	4
2	6	2 x 6 = 12	4 + 6 = 10
3	8	3 x 8 = 24	10 + 8 = 18
4	2	4 x 2 = 8	18 + 2 = 20
total	**20**	**48**	

- Determinamos su media: $\bar{x} = \dfrac{\textit{Suma total de la columna "}x_i \cdot f_i\textit{"}}{20} = \dfrac{48}{20} = 2{,}2$.

  Interpretación: el promedio de horas dedicadas a las redes sociales es de 2 horas al día aproximadamente.

- Determinamos su mediana:

  Calculamos la posición de la mediana: $\dfrac{\text{Suma de las frecuencias absolutas}}{2} = \dfrac{20}{2} = 10.$

  Luego nos vamos a la tabla en la columna de frecuencia acumulada y consideramos a los valores que ocupan los términos centrales; en este caso, las posiciones 10 y 11 que corresponden a las variables 2 y 3.

  $$M_e = \frac{2+3}{2} = 2{,}5$$

  Interpretación: el 50 % de los estudiantes dedica menos de 2,5 horas a las redes sociales y el otro 50 %, más de 2,5 horas.

- Determinamos su moda:

  La moda es 3, que es el dato que más veces se repite.

  Interpretación: la mayoría de los estudiantes dedica 3 horas a las redes sociales.

  La medida de tendencia central más representativa es la media, porque nos brinda con mayor precisión el tiempo que los estudiantes dedican a las redes sociales.

3 Carlos olvidó una de sus ocho notas de Matemática del bimestre anterior. Sin embargo, recuerda las otras siete (07, 12, 15, 16, 14, 10 y 15). Además, recuerda que su promedio fue 13. Carlos necesita recordar la nota que le falta, porque le aseguró a su amigo Miguel que había tenido más notas aprobatorias que él. Si sabemos que Miguel obtuvo un total de 5 notas aprobatorias, ¿cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera?

I. Carlos empleó la media y la nota olvidada es 10, por lo tanto, no le ganó a su amigo Miguel.
II. Carlos empleó la mediana y la nota olvidada es 10, por lo tanto, ninguno ganó, empataron.
III. Carlos empleó la media y la nota olvidada es 15, por lo tanto, le ganó a su amigo Miguel.

Utilizamos la estrategia heurística (planteo de ecuaciones) para resolver el problema de Carlos.

Sea x la nota olvidada, entonces: $\dfrac{\textit{Suma de las notas que recuerda} + x}{8} = 13$.

$$\frac{89 + x}{8} = 13$$

$$89 + x = 8 \times 13$$
$$89 + x = 104$$
$$x = 104 - 89$$
$$x = 15$$

RESPUESTA: solo III es una afirmación correcta.

4 Los puntajes obtenidos por 10 estudiantes en un examen de 100 puntos como máximo fueron 57, 38, 55, 60, 57, 56, 100, 88, 60 y 58. Si antes del examen se acordó que solo aprobarían aquellos estudiantes cuyos puntajes fueran al menos un punto mayor que la mediana o la media aritmética del total de notas, ¿cuántos aprobaron el examen?

RESOLUCIÓN

- Determinamos la media:

$$\bar{x} = \frac{57+38+55+60+57+56+100+88+60+58}{10} = \frac{629}{10} = 62{,}9 \text{ (63 aproximadamente).}$$

La regla indica que aprueban aquellos que tienen al menos un punto más. Es decir, solo aprueban quienes estén sobre 63 puntos. Hay 2 estudiantes sobre este puntaje.

Determinamos la mediana:

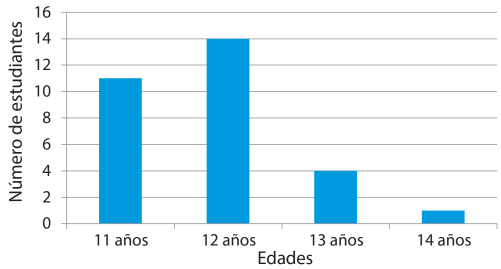
38 55 56 57 57 58 60 60 88 100

- Luego la mediana: $M_e = \dfrac{57+58}{2} = 57{,}5$

Los estudiantes que están sobre un punto de la mediana (esto es, a partir de 58,5 puntos) son 4.

RESPUESTA: cuatro estudiantes aprobaron el examen, porque cuando se emplea la disyunción *o*, se considera el mayor.

5 Un docente de primer grado desea averiguar la edad representativa de sus estudiantes. Para ello cuenta con un gráfico de barras. Explica el proceso a seguir para determinar la media de las edades de los estudiantes.



RESOLUCIÓN

Para determinar la media, tenemos que hallar el total de estudiantes. A partir del gráfico podemos deducir que en el aula hay un total de 30 estudiantes.

$$\overline{x}=\frac{11\times11+12\times14+13\times4+14\times1}{30}=\frac{121+168+52+14}{30}=11{,}83\ldots=11{,}83$$

RESPUESTA: los estudiantes de primer grado tienen 12 años como edad promedio.

PRACTICAMOS

1 Un profesor de Matemática informó en una de sus clases que la nota que más se repitió en la prueba fue 14. Si quisiéramos interpretar los datos estadísticamente, podríamos decir que la nota expresada por el profesor es un(a)...

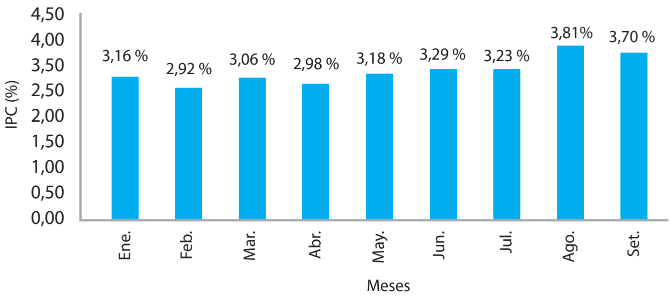
a) promedio.
b) mediana.
c) promedio ponderado.
d) moda.

2 Al conjunto de datos 4, 8, 5, 3 y 4 se le agrega dos datos más. Luego de esta adición, su mediana es igual a 5; su promedio, a 6, y su moda, a 4. **¿Cuál o cuáles de las siguientes afirmaciones cumplen con estas condiciones?**

I. Se le agregó 7 y 11.
II. Se le agregó 4 y 14.
III. Se le agregó 8 y 10.

a) Solo I. b) Solo II. c) Solo III. d) I y III.

3 El siguiente gráfico representa los valores del IPC (índice de precios al consumidor), que refleja el porcentaje de aumento en el costo de vida de la población, correspondiente a los meses de enero a setiembre del año 2015. **¿Cuál de las siguientes medidas sería una cantidad aproximada a la media del IPC de esos meses?**



Fuente de imagen: INEI <https://goo.gl/98xfcl>

a) 3,27 b) 3,18 c) 3,68 d) 32,7

4 La edad promedio de cinco amigos es de 17,4 años. Si se incorpora al grupo un amigo de 18 años, **¿cuál es la edad promedio de los seis?**

a) 17, 4 años. b) 17,5 años. c) 18 años. d) 21 años.

5 **¿Cuál o cuáles de las afirmaciones siguientes son verdaderas?**

I. La media es siempre menor que la moda.
II. Si ordenamos los datos, siempre encontraremos en el centro a la moda.
III. Puede haber más de una moda en un grupo de datos.

a) Solo I. b) Solo II. c) Solo III. d) I y III.

6 Una compañía procesadora de alimentos que empaca envases individuales de sopa instantánea desea conocer cuál es la cantidad más conveniente de envases para incluir en un paquete. Realiza una encuesta a 22 de sus clientes y obtiene la siguiente información: 4 prefieren un paquete de 1 envase, 5 prefieren un paquete de 2, 6 prefieren un paquete de 3, 4 prefieren un paquete de 4 y 3 prefieren un paquete de 6. **¿Cuál de las medidas centrales le ayudarán a tomar una decisión sobre la cantidad de envases por paquete y a satisfacer el gusto de sus clientes?**

a) Solo la moda.
b) Solo la mediana.
c) Solo la media.
d) Cualquiera de las tres medidas de tendencia central.

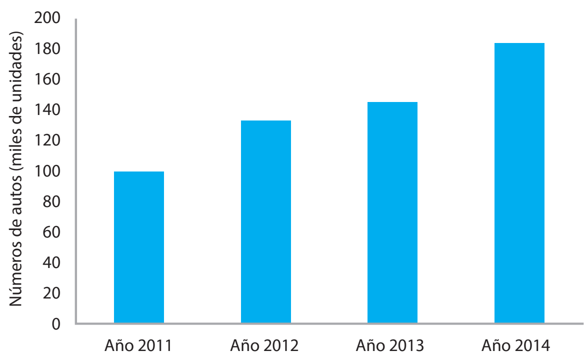
7 Las siguientes notas de un concurso de matemática corresponden a 15 estudiantes al azar de un aula de clases de primer grado: 0, 1, 3, 14, 14, 15, 16, 16, 17, 17, 18, 18, 18, 19 y 20. **¿Cuál de las medidas de tendencia central es la más representativa de las notas de los 15 estudiantes?**

a) Media. b) Moda. c) Mediana. d) Bimodal.

8 Un granjero tiene ocho cerdos cuyos pesos en kilogramos son 172, 177, 178, 173, 177, 174, 176 y 173. El granjero se dio cuenta de que gana igual al venderlos por kilogramos que por unidades de cerdos. **¿Cuál o cuáles de las medidas centrales le sirvió al granjero para colocar el precio por unidad y ganar igual si los vendiera por kilogramos?**

a) La media y la mediana, porque el peso referencial de cada cerdo es de 175 kg.
b) La moda, porque el peso referencial de cada cerdo es de 173 o 177 kg.
c) Solamente la mediana, porque el peso referencial de cada cerdo es de 175 kg.
d) Solamente la media, porque el peso referencial de cada cerdo es de 175 kg.

9 El siguiente gráfico representa la venta de autos en el Perú en los últimos años. Juan quiere invertir en este rubro y para ello necesita calcular el promedio de venta de autos entre el 2011 y el 2014, según un informe que acaba de llegar a su despacho. **¿Cuál es la media de la cantidad de autos vendidos?**



a) 140 000 b) 140 500 c) 183 000 d) 1 405 000

Historial medallero de las olimpiadas del nuevo milenio

El siguiente cuadro presenta a los países que han ganado más medallas de oro en las últimas cuatro olimpiadas.

Países	Sídney 2000	Atenas 2004	Pekín 2008	Londres 2012
Estados Unidos	36	36	36	46
China	28	32	51	38
Reino Unido	11	9	19	29
Rusia	32	27	23	24
Corea del Sur	8	9	13	13
Alemania	13	13	16	11

Según esta información, responde las preguntas 10 y 11.

10 ¿Qué país está segundo, según su media, y cuántas medallas más debió ganar en la última olimpiada para empatar al primero?

a) El segundo es Rusia y debió ganar 48 medallas más.
b) El segundo es China y debió ganar 1 medalla más.
c) El segundo es China y debió ganar 5 medallas más.
d) El segundo es China y debió ganar 46 medallas más.

11 Completa el siguiente cuadro con las medidas de tendencia central, a partir de los datos del cuadro anterior.

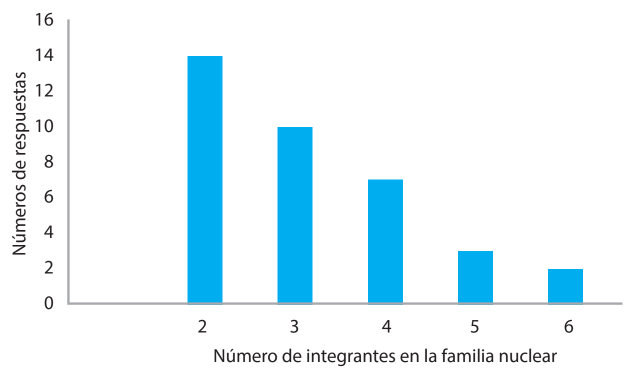
Medidas de tendencia central	Estados Unidos	China	Reino Unido	Rusia	Corea del Sur	Alemania
Media						
Mediana						
Moda						

¿Cuál de los países del cuadro de honor tiene el mejor promedio en medallas de oro y cuál es el favorito para ganarlas en la próxima olimpiada?

a) China.
b) Estados Unidos.
c) Rusia.
d) Alemania.

Seguimos practicando

12 A partir del siguiente gráfico, explica el proceso a seguir para determinar el número de integrantes promedio en la familia nuclear peruana y calcula las otras medidas de tendencia central.



Respuesta: ______________________________

13 Un estudiante de primer grado tiene las siguientes notas: 12, 15, 14, 10, 15, 14, 13, 12, 11, 15 y 13. Relaciona con flechas o colores las medidas de tendencia central con su valor correspondiente y responde qué medida de tendencia central le conviene más al estudiante en este caso y por qué.

M_e	13,09
M_o	14
$\overline{x}$	13
	15

Respuesta: ____

14 El gerente de una empresa de confecciones de ropa deportiva toma una muestra de 5 sueldos de sus trabajadores y afirma que la media es de S/ 1300 mensuales, que la mediana es de S/ 1100 y que la moda es de S/ 1800. Asimismo, afirma que ningún trabajador gana menos de 1000 soles. **¿La afirmación del gerente es verdadera?** Justifica tu respuesta.

Respuesta: ____

15 Los datos siguientes corresponden a los minutos que Alberto debió esperar su bus para ir a su trabajo durante 15 días: 40, 5, 6, 8, 6, 6, 8, 6, 5, 6, 8, 6, 5, 6 y 7. **¿Cuál de las medidas de tendencia central tomará en cuenta para estimar el tiempo que debe esperar su transporte? ¿Por qué?**

Respuesta: ____

Matemática 1.^{er} grado

Ficha: Conocemos nuestro índice de masa corporal

En los últimos años, la salud de niños y jóvenes se ha visto perjudicada por el consumo de comidas chatarra. La desnutrición, la obesidad y el exceso de grasa corporal han aumentado considerablemente entre ellos. Para saber si se tiene un peso saludable, el nivel de grasa corporal se debe evaluar en forma periódica. Para ello, los médicos utilizan el índice de masa corporal (**IMC**), que relaciona el peso (en kg) y el cuadrado de la estatura (en m^2). En niños y adolescentes, se usan percentiles específicos del IMC con respecto a la edad y al sexo. Esto se debe a dos razones: la cantidad de grasa corporal cambia con la edad, y varía entre las niñas y los niños.

$$IMC = \frac{PESO}{ALTURA^2}$$

Un percentil es el indicador que se utiliza con más frecuencia para evaluar el tamaño y los patrones de crecimiento de cada niño.

Responde las siguientes preguntas:

1. ¿Cómo se calcula el IMC de las personas?

____

2. ¿El IMC tiene el mismo rango para varones y mujeres? ¿Por qué?

____

3. ¿Para qué debemos conocer nuestro IMC?

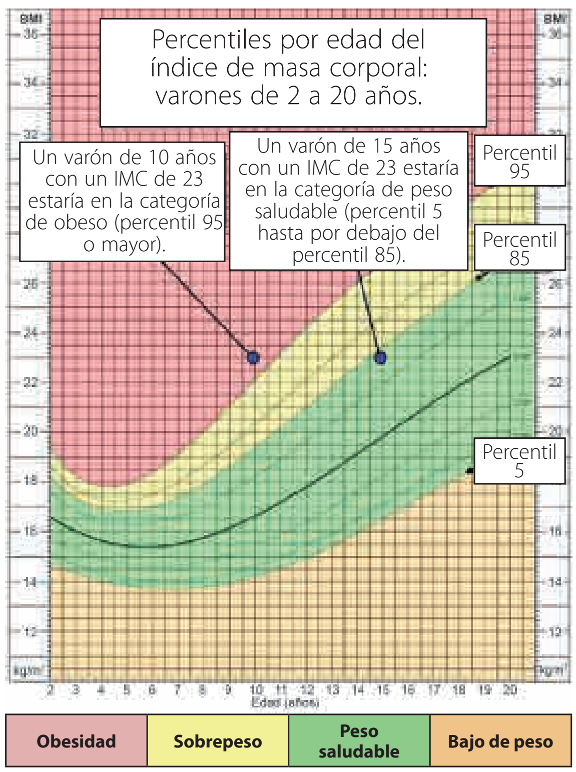
____

Situación de contexto:

1. José y Luis tienen 13 años y miden 1,55 m cada uno. Asimismo, ambos pesan 52 kg y 64 kg, respectivamente.
   ¿Quién tiene mayor valor de IMC?______________
2. Según la tabla:
   a) ¿Quién de ellos tiene un peso saludable?
   b) ¿En qué categoría se ubica el peso de Luis?
   c) Si dos varones de 10 y 15 años tienen sus IMC iguales, ¿sus pesos serán iguales? ____________
   ¿De qué depende este valor? ______________
3. ¿Cómo varía el IMC con respecto al peso?

____

4. Según el valor de tu IMC y de tu edad, ¿en qué categoría se ubica tu peso? __________________



Con respecto a la situación planteada anteriormente, al calcular el valor del IMC en ambos, podemos observar que José, que pesa menos, tiene un menor IMC y que Luis, cuyo peso es mayor que el de su amigo, posee un mayor IMC. Por lo tanto, podemos afirmar que **el IMC varía directamente en relación con el peso.**

Por otro lado, si José tiene actualmente 13 años y pesa 52 kg, ¿cuándo tenga 26 años pesará 104 kg?

Si al cabo de un tiempo la edad de una persona se duplica, no se puede determinar si su peso será el doble. Como la edad y el peso no varían de forma proporcional, entonces se puede afirmar que ambas **no son magnitudes proporcionales**.

APRENDEMOS

MAGNITUDES PROPORCIONALES

MAGNITUD

Una magnitud es todo aquello que se puede medir y sufrir una variación, ya sea de aumento o de disminución. Por ejemplo: el peso, la estatura, la edad, el tiempo, la longitud o la velocidad.

RAZÓN

La razón es el resultado de comparar dos cantidades mediante la división.

Antecedente → a
Consecuente → b

$$\frac{a}{b} = k$$

← Constante

Por ejemplo: Carmen tiene 12 años y su IMC es de 16; mientras que su madre tiene 36 años y su IMC es de 32. ¿La razón de sus edades y la razón de sus índices de masa corporal son iguales?

$$k_1 = \frac{Edad\ de\ Carmen}{Edad\ de\ su\ madre} = \frac{12\ años}{36\ años} = \frac{1}{3}$$

La razón de sus edades es de 1 a 3.

$$k_2 = \frac{IMC\ de\ Carmen}{IMC\ de\ su\ madre} = \frac{16}{32} = \frac{1}{2}$$

La razón de sus índices de masa corporal es de 1 a 2.

Se puede observar que las **razones son diferentes**. La edad de la madre es el triple de la de su hija y su IMC, el doble.

PROPORCIÓN

Una proporción es la igualdad de dos o más razones de una misma clase, donde el producto de los términos extremos es igual al producto de los términos medios.

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \quad \Leftrightarrow \quad a \cdot d = b \cdot c$$

En el ejemplo anterior, las dos razones $\frac{1}{3} = \frac{1}{2}$ no constituyen una proporción, porque son diferentes.

Para corroborar esto, aplicamos la definición de proporcionalidad:

(1) (2) = (1) (3)

2 = 3 (F)

¿Qué entendemos por magnitudes directamente proporcionales?

Dos magnitudes son directamente proporcionales cuando ambas aumentan o disminuyen en la misma proporción. Es decir, al multiplicar o dividir una de ellas, la otra queda multiplicada o dividida por el mismo número.

Si dos magnitudes A y B son directamente proporcionales, su relación se denota A (DP) B.

Por ejemplo:

- Si la longitud de los lados de un terreno cuadrangular de 20 m de lado se duplica, ¿el perímetro también se duplica?

  Si el terreno cuadrangular mide 20 metros por lado, su perímetro es de 80 metros. Pero si la longitud se duplica, su lado medirá 40 metros y su perímetro, 160 metros.

  Se observa que la longitud del lado y la del perímetro de un cuadrado se han duplicado. Entonces, podemos afirmar que son magnitudes proporcionales porque han aumentado en la misma cantidad.

Representación gráfica

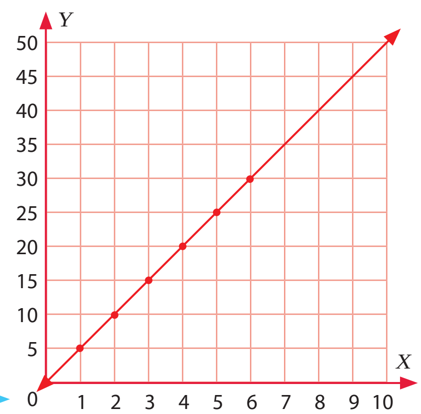
La gráfica de las magnitudes directamente proporcionales es una línea recta que pasa por el origen de las coordenadas.

Por ejemplo:

- La tabla siguiente representa una cantidad de boletos de rifa vendidos (x) y el dinero recaudado en la venta (y). Estas dos magnitudes son directamente proporcionales, porque al dividir y/x el cociente es un mismo valor:

x	1	2	3	4	5	6
y	5	10	15	20	25	30

- Al graficar en el plano cartesiano, los puntos pertenecen a una misma recta.



Proporcionalidad directa:

Las relaciones de proporcionalidad directa pueden expresarse en una regla de tres. Es decir, como la igualdad entre dos fracciones, de modo que las cantidades que se refieren a la misma magnitud ocupan el mismo lugar.

Por ejemplo: si 8 boletos de rifa cuestan 40 soles, ¿cuánto cuestan 12 boletos?

RESOLUCIÓN

$$\frac{8 \text{ boletos de rifa}}{40 \text{ soles}} = \frac{12 \text{ boletos de rifa}}{x} \qquad x = \frac{40 \text{ soles} \cdot 12 \text{ boletos de rifa}}{8 \text{ boletos de rifa}} = \frac{480 \text{ soles}}{8} = 60 \text{ soles}$$

RESPUESTA: 12 boletos de rifa cuestan 60 soles.

Propiedades de proporcionalidad: si $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = k$, entonces se cumple que:

$$\frac{a \pm c}{b \pm d} = k, \qquad \frac{a \pm b}{b} = \frac{c \pm d}{d} \quad \text{y} \quad \frac{a \pm b}{a} = \frac{c \pm d}{c}$$

ANALIZAMOS

1 En un aula de primero de Secundaria, hay 21 varones y 14 mujeres. ¿Cuál es la razón entre mujeres y varones? ¿Es la misma que entre varones y mujeres?

- Razón entre mujeres y varones:

$$\frac{\text{Mujeres}}{\text{Varones}} = \frac{14}{21} = \frac{2}{3}$$ Por cada 2 mujeres, hay 3 varones.

- Razón entre varones y mujeres:

$$\frac{\text{Varones}}{\text{Mujeres}} = \frac{21}{14} = \frac{3}{2}$$ Por cada 3 varones, hay 2 mujeres.

2 Completa la siguiente tabla:

MAGNITUD	VALORES CORRESPONDIENTES				
A: espacio (metros)	40	80	120	160	200
B: tiempo (segundos)	5	10	15		

Si se divide los valores correspondientes, el cociente siempre constante es $k = 8$. Entonces, podemos decir que A(DP)B. Es decir, el tiempo es directamente proporcional al espacio.

3 En una reunión, hay 40 invitados entre varones y mujeres. Si la razón entre la cantidad de mujeres y varones es de 5 a 3, ¿cuántos varones asistieron a dicha reunión?

RESOLUCIÓN

La razón nos indica que por cada 5 mujeres hay 3 varones. Entonces, en cada grupo hay 8 personas. Como son 40 invitados, hay 5 grupos de 8 invitados.

Hallamos la razón equivalente: $$\frac{\text{Número de mujeres}}{\text{Número de varones}} = \frac{}{3} \underset{\times 5}{\overset{\times 5}{=}} \frac{25}{}.$$

Respuesta: el número de varones es _______________.

4 Víctor investigó sobre las velocidades de algunos animales terrestres y con los datos encontrados elaboró la siguiente tabla. Ordena a los animales desde el más lento al más veloz.

RESOLUCIÓN

Animales	Distancia	Tiempo
Avestruz	3 km	½ h
Tortuga	20 m	4 min
Otorongo	6 km	8 min
Caracol	6 m	1 h

Para comparar las velocidades, primero expresamos la velocidad de cada animal en las mismas unidades (metros / minutos).

- **Avestruz:** $\frac{\text{3000 metros}}{\text{30 minutos}} = \boxed{\text{100 m/min}}$
- **Tortuga:** $\frac{\text{20 metros}}{\text{4 minutos}} = \boxed{\text{5 m/min}}$
- **Otorongo:** $\frac{\text{6000 metros}}{} = \boxed{}$
- **Caracol:** $\frac{}{} = \boxed{}$

Si colocamos a los animales de menor a mayor velocidad, tenemos el siguiente orden:

____

5 Mario tiene pintura de color azul y blanco. Para pintar la fachada de su casa, utiliza una combinación que consiguió en una tienda de matizados. Si en total necesita 15 litros de pintura, ¿cuántos litros de pintura de cada color utilizará en total?

200 cc azul + 800 cc blanco

1 litro = 1000 cc

RESOLUCIÓN

1.° La razón entre las dos cantidades de pintura es:

$$\frac{\text{Cantidad de pintura azul}}{\text{Cantidad de pintura blanca}} = \frac{a}{b} = \frac{200 \text{ cc}}{800 \text{ cc}} = \frac{1}{4}$$

Entonces, se forma la proporción $\frac{a}{b} = \frac{1}{4}$.

2.° Además, el total de pintura a utilizar es $a + b = 15$ litros.

3.° Para calcular cuántos litros de pintura de cada color se utilizará, aplicamos la siguiente propiedad:

si $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$. Entonces, $\frac{a+b}{b} = \frac{c+d}{d}$.

4.° Reemplazamos en la proporción $\frac{a}{b} = \frac{1}{4}$, entonces $\frac{15}{b} = \frac{1+4}{4}$.

5.° Resolvemos $b = \frac{15 \cdot 4}{5} = 12$ litros. Por lo tanto $a = 3$ litros.

Respuesta: se necesitarán ________ de pintura azul y _________ de pintura blanca.

PRACTICAMOS

1 Si hace 10 años Ana tenía 15 y su madre 40, **¿cuál es la razón entre las edades actuales de Ana y de su madre?**

a) $\frac{3}{8}$ b) $\frac{1}{6}$ c) $\frac{1}{2}$ d) $\frac{8}{3}$

2 Si compro un terreno rectangular con una longitud que duplica las dimensiones de una casa, **¿en cuánto varía su área?**

a) Aumenta 4 veces.
b) Aumenta el doble.
c) No aumenta ni disminuye.
d) Se reduce a la mitad.

3 **¿Qué tabla no representa una situación de proporcionalidad?** Justifica tu respuesta.

a)

Número de cuadernos	2	3	6
Costo (S/)	5	7,5	15

b)

Número de baldes de pintura	2	4	8
Área de pared pintada (m^2)	25	50	100

c)

Lado de un cuadrado (m)	2	3	4
Área (m^2)	4	9	16

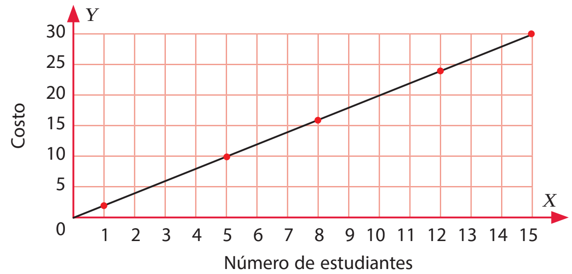
d)

Número de personas	1	5	8
Costo de pasajes (S/)	5	25	40

___

4 La gráfica muestra la cantidad de dinero que invirtió el tutor de primer grado A al adquirir las entradas de sus estudiantes para la visita al Museo de Historia Natural. Traslada los valores y completa la tabla.

¿Cuánto es el costo de una entrada al museo?



Respuesta: una entrada cuesta _____________.

Número de estudiantes	5	8	12	15
Costo de entradas (S/)				

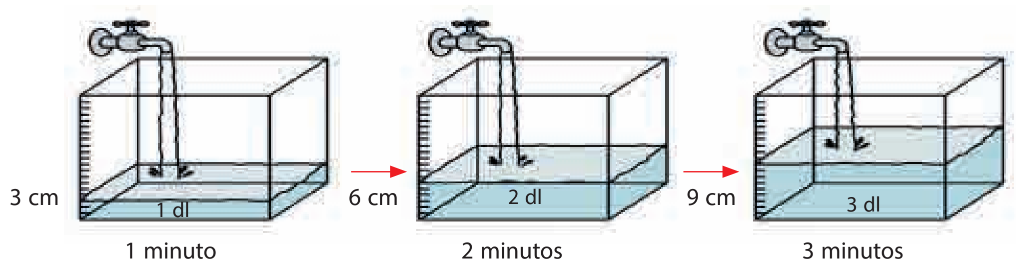
5 Según la figura, **¿cuánto tiempo faltará para que el agua alcance su máximo nivel si el recipiente tiene una altura de 21 cm?**

a) 7 min

b) 2 min

c) 5 min

d) 4 min



6 La familia de Daniel pagó S/ 135 por 3 días de alquiler de un búngalo en un club campestre. **¿Cuánto más tendrán que pagar si deciden quedarse toda la semana?**

a) S/ 280

b) S/ 270

c) S/ 180

d) S/ 315

7 Un automóvil necesita 18 litros de gasolina para recorrer la distancia de Lima a Huacho. **¿Cuántos litros más necesitará para llegar hasta Chiclayo?**

a) 96,25 L

b) 78,25 L

c) 69,25 L

d) 87,25 L

8 Luisa tiene que preparar *cupcakes* para el cumpleaños de su hija. Si invierte S/ 15 para hornear 25 unidades, **¿cuánto dinero necesita para preparar 80 *cupcakes*?**

9 La razón entre dos números *a* y *b* es $\frac{3}{8}$. Relaciona con flechas los valores correspondientes de *c* y *d* para formar una proporción.

Si $c = 7,5$	$c = 15$
Si $d = 40$	$c = 6$
Si $c + d = 22$	$d = 24$
Si $c = 9$	$d = 20$

10 Dos hermanos, Juan de 12 y Rafael de 15, reciben como herencia de su padre un terreno de cultivo de 36 hectáreas. Si tienen que repartirlo de forma proporcional a sus edades, **¿cuántas hectáreas le tocará a cada uno?**

Seguimos practicando

11 La señora Luisa vende jugo de naranja por las mañanas. Para ello, compra 15 kg de naranjas cada día. Para preparar un vaso de jugo utiliza 2 naranjas y media. Asimismo, 6 naranjas pesan aproximadamente un kilogramo. **¿A cuánto asciende su venta semanal si vende a S/ 2 el vaso y descansa los días lunes?**

a) S/ 504 b) S/ 720 c) S/ 270 d) S/ 432

12 Un poste produce una sombra de 4,5 metros en el piso. Si en el mismo instante una varilla vertical de 49 cm genera una sombra de 63 cm, ¿cómo calcularías la altura del poste?.

13 En una tienda de abarrotes, Sara observa la siguiente oferta para un mismo tipo de detergente. **¿Qué tamaño de bolsa le conviene comprar? ¿Por qué?**

¡Solo HOY!
OFERTA DE "LA BODEGUITA"
Detergente AXES
120 g → S/ 1,10
250 g → S/ 2,00
520 g → S/ 3,80
900 g → S/ 6,80

a) Le conviene la bolsa de 520 g, porque el costo del detergente por gramo es menor.
b) Le conviene la bolsa de 250 g, porque el gramo de detergente cuesta menos.
c) Le conviene la bolsa de 120 g, porque paga menos dinero.
d) Le conviene la bolsa de 900 g, porque trae más detergente.

14 Completa la tabla. Considera que la primera fila indica la cantidad de ingredientes que se requiere para preparar un *pie* de limón para 8 personas.

Número de personas	Limón (g)	Azúcar (g)	Leche (ml)	Harina (gr)
8	400	300	450	200
4				
		450		

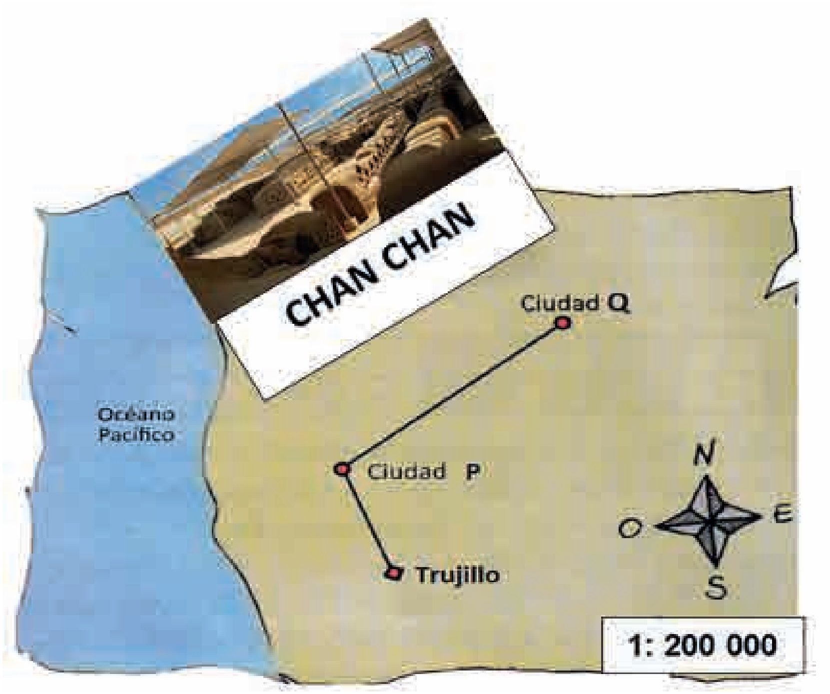
15 Víctor realiza asesorías contables para diferentes empresas y les cobra la misma cantidad a cada una de ellas. Si el mes de octubre cobró S/ 10 800 por asesorar a 4 empresas, **¿cuánto cobrará el mes de noviembre si asesoró a 6 empresas y una de ellas solo le pagó la mitad como adelanto?**

a) S/ 14 850
b) S/ 13 500
c) S/ 16 200
d) S/ 18 000

Matemática 1.^{er} grado

Ficha: Turismo en La Libertad

En sus vacaciones de fin de año, la familia de Daniel viajó a la región de La Libertad para conocer la famosa ciudadela de Chan Chan. Este centro arqueológico es la ciudad construida de barro más grande de Sudamérica. Daniel consiguió un mapa como el que se muestra a continuación.



Responde las siguientes preguntas:

1. ¿Qué es un mapa y para qué sirve?

2. ¿Qué elementos tiene un mapa?

3. ¿Qué puedes decir de la ciudadela de Chan Chan?

4. ¿Qué significa la expresión "1: 200 000" en el mapa mostrado?

5. Daniel mide en el mapa la distancia que hay de Trujillo a la ciudad P y la que existe de la ciudad P a la ciudad Q. El joven obtiene como resultado 5 cm y 13 cm, respectivamente. ¿Cuáles son las medidas reales en km de las distancias entre Trujillo y la ciudad P, y entre la ciudad P y la ciudad Q?

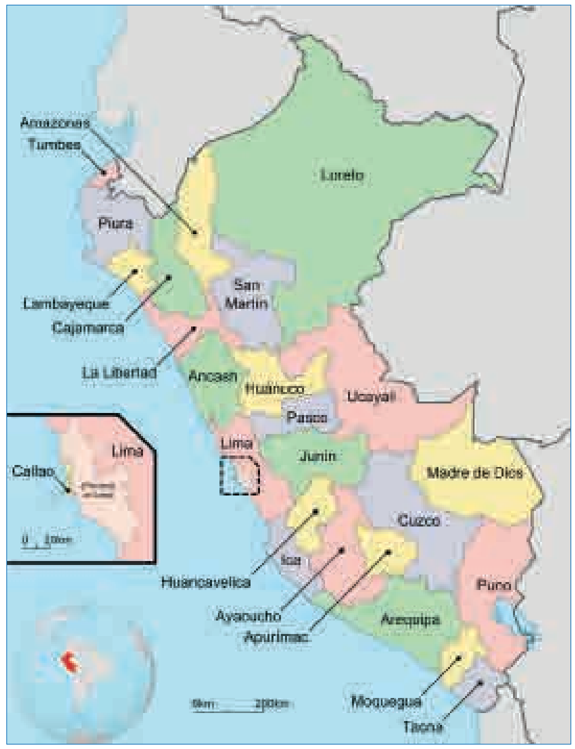
La situación planteada exige interpretar la escala del mapa para que a partir de la proporcionalidad de los elementos propuestos podamos calcular las distancias reales. Repasemos algunos conceptos que nos ayudarán a comprender mejor esta situación.

APRENDEMOS

MAPAS Y ESCALAS

¿Qué es un mapa?

Un mapa es la representación reducida y aproximada de la superficie terrestre. Es reducida porque representa grandes distancias en un espacio pequeño. Es decir, se guardan las proporciones entre el dibujo y la realidad por medio de una escala. También decimos que es aproximada porque la representación de una esfera sobre un espacio plano siempre produce deformaciones de la superficie terrestre[1].



Fuente de imagen: <https://goo.gl/5AdPyc>

¿Qué entendemos por escala?

La escala en un mapa "es una relación cuantitativa entre una dimensión en el plano y una dimensión en el terreno. Es decir, una distancia entre dos puntos en el plano será equivalente a una dimensión entre los dos mismos puntos marcados en el terreno"[2].

Existen dos tipos de escala: numérica y gráfica.

La escala numérica se expresa mediante un cociente o "una fracción que indica la proporción entre la distancia entre dos lugares señalados en un mapa y su correspondiente en el terreno"[3].

Distancia en el mapa: distancia en la realidad

Por lo general, "se expresa en relación con la unidad. Así, una escala **1: 50 000** (también puede expresarse como $\frac{1}{50\,000}$) significa que cada unidad del mapa corresponde en la realidad a 50 000 de estas unidades"[4]. Por ejemplo, si la unidad es 1 cm, ese centímetro del mapa equivale a 50 000 cm en la realidad.

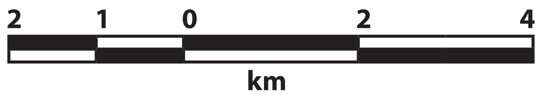
Entonces, si en un mapa con una escala de 1: 50 000 se mide una distancia de 3 cm, ¿qué medida de la vida real corresponde?

Según la escala, 1 cm en el mapa equivale a 50 000 cm de la realidad. Por lo tanto, 3 cm corresponden a 150 000 cm reales, cifra que también puede ser expresada como 1500 m o 1,5 km.

La escala gráfica "representa lo mismo que la numérica, pero lo hace mediante una línea recta o regla graduada. Colocando la escala sobre el mapa, puede calcularse la distancia real existente entre dos puntos"[5].

---

1 Tomado de Glosario-Geografía, 2º Bachillerato (s/f). Recuperado de <https://goo.gl/psbfdD>
2 Tomado de La escala de los mapas (s/f). *Clases Historia*. Recuperado de <https://goo.gl/8tNwgF>
3 Tomado de La escala de los mapas (s/f). *Clases Historia*. Recuperado de <https://goo.gl/8tNwgF>
4 Tomado de La escala de los mapas (s/f). *Clases Historia*. Recuperado de <https://goo.gl/8tNwgF>
5 Tomado de La escala de los mapas (s/f). *Clases Historia*. Recuperado de <https://goo.gl/8tNwgF>

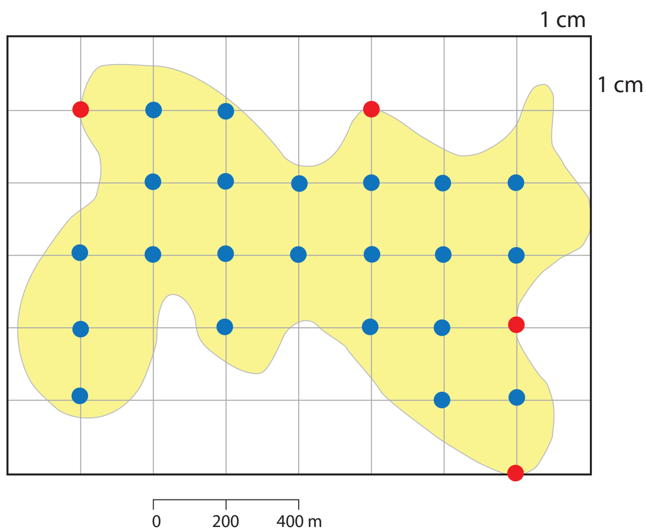


Por ejemplo, en estas escalas vemos que 1 cm del mapa equivale a 100 000 cm reales. Del mismo modo, 1 cm en el mapa es equivalente a 100 cm o a 1 m. En el caso de la última escala, es necesario tomar su medida sobre el mapa para calcular directamente la distancia real en km.

¿Cómo podemos calcular el área de regiones irregulares en un mapa?

Para calcular el área de una figura irregular que no tiene una forma conocida, se debe realizar la siguiente operación.

Cuando aparece en un mapa una zona irregular, existe un procedimiento conocido como el "método de la cuadrícula". Para emplearlo, es preciso dividir el mapa en cuadrados (de preferencia del tamaño que indica la escala). Luego se procede a marcar los puntos o intersecciones de la cuadrícula que se ubican dentro de la figura y aquellos otros situados en el borde de la zona que se está midiendo. Es recomendable marcar los puntos de adentro de una forma distinta a los de la orilla para no confundirlos. Posteriormente, se cuentan, por separado, los puntos de adentro y los de la orilla. El total de puntos de la orilla se divide entre 2 y se suma a los puntos que caen adentro.



Por ejemplo, si tenemos la figura de arriba, procedemos a contar los puntos de intersección dentro de la figura y los del borde del mapa.

Como se aprecia, hay 22 puntos dentro de la cuadrícula y 4 puntos en el borde. La estimación de la medida del área de esta región se obtiene de la siguiente manera:

$$\text{Área} = \text{Número de puntos interiores} + \left(\frac{\text{Número de puntos en el borde}}{2}\right)$$

$$\text{Área} = 22 + \frac{4}{2} = 24 \text{ cm}^2$$

Luego, si consideramos que 1 cm^2 equivale a 40 000 m^2 o 0,04 km^2, entonces en 24 cm^2 habrá 960 000 m^2 o 0,96 km^2, ya que multiplicamos 24 × 40 000 m^2 o 24 × 0,04 km^2, respectivamente.

Este método tiene otra variante. En vez de contar puntos, se cuentan cuadrados completos, medios cuadrados y pedacitos de cuadrados (estas fracciones son las que quedan en el borde). De manera similar al caso anterior, se deben marcar de manera distinta los tres grupos. Por ejemplo, se puede marcar con una X los cuadros completos, con una M los medios cuadros y con una F los pedazos más pequeños. Por tal razón, quien practica este método debe tener cierta habilidad para determinar a simple vista las fracciones de los cuadrados, ya que algunos serán la mitad; otros, la cuarta parte y un último grupo, menos de un cuarto.

ANALIZAZMOS

1 Un mapa del Perú está dibujado en una escala de 1: 2 500 000. ¿A cuántos kilómetros de distancia se encuentran dos ciudades que en el mapa están separadas 10 cm?

RESOLUCIÓN

En esta situación, debemos tomar en cuenta la escala y saber interpretarla.
Una escala de 1: 2 500 000 significa que 1 cm del mapa equivale a 2 500 000 cm de la realidad.

1.° Estrategia por transformación de unidades: a partir de los datos ofrecidos por la escala, realizamos la transformación de cm a km:

$$2\,500\,000 \text{ cm} = \frac{2\,50\cancel{0\,000}}{10\cancel{0\,000}} \text{km} = 25 \text{ km}$$

$$\begin{tikzcd} \text{km} \arrow[r, bend left, "\times 10"] & \text{hm} \arrow[l, bend left, ": 10"] \arrow[r, bend left, "\times 10"] & \text{dam} \arrow[l, bend left, ": 10"] \arrow[r, bend left, "\times 10"] & \text{m} \arrow[l, bend left, ": 10"] \arrow[r, bend left, "\times 10"] & \text{dm} \arrow[l, bend left, ": 10"] \arrow[r, bend left, "\times 10"] & \text{cm} \arrow[l, bend left, ": 10"] \arrow[r, bend left, "\times 10"] & \text{mm} \arrow[l, bend left, ": 10"] \end{tikzcd}$$

2.° Estrategia por factor de conversión: consiste en multiplicar la cifra que queremos transformar por una fracción que equivale a la unidad (1), donde el numerador y el denominador son la misma medida expresada en distintos valores.

$$2\,5\cancel{00\,000\text{ cm}} \times \frac{1\cancel{\text{ m}}}{1\cancel{00\text{ cm}}} \times \frac{1\text{ km}}{1\cancel{000\text{ m}}} = 25 \text{ km}$$

Si 1 cm del mapa equivale a 2 500 000 cm de la realidad, entonces en 10 cm habrá 25 000 000 cm reales. Dicha cifra también puede ser expresada como 250 km.

RESPUESTA: si estas ciudades están separadas por 10 cm en el mapa, entonces la distancia real es de 250 km.

2 La distancia real entre dos pueblos es de 25 km. Si en un mapa la distancia es de 12,5 cm, ¿cuál es la escala de representación?

RESOLUCIÓN

Según los datos brindados en el problema, 12,5 cm equivale a 25 km en la realidad.

Procedemos a convertir los km a cm, aplicando la estrategia del factor de conversión:

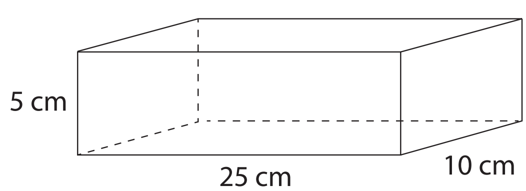
$$25\cancel{\text{ km}} \times \frac{1000\cancel{\text{ m}}}{1\cancel{\text{ km}}} \times \frac{1000\text{ cm}}{1\cancel{\text{ m}}} = 2\,500\,000 \text{ cm}$$

Luego, 12,5 cm del mapa corresponden a 2 500 000 cm de la realidad.
Para saber a cuántos cm de la realidad equivale 1 cm del plano, dividimos $\frac{2\,500\,000 \text{ cm}}{12{,}5 \text{ cm}} = 200\,000$.

RESPUESTA: la escala del mapa es 1: 200 000.

3 Para medir la cantidad de litros de agua de lluvia que cae en su jardín, Cinthya utiliza un recipiente rectangular como el de la figura.

Cinthya observa que el agua de lluvia recogida en la fuente ha cubierto 2 cm de altura. Si su jardín tiene un área de 20 m^2, ¿cuántos litros de agua de lluvia cayeron sobre su jardín?



RESOLUCIÓN

Para resolver la situación, calculemos el volumen de agua de lluvia almacenada en el recipiente.

Volumen de agua = $25 \times 10 \times 2 = 500$ cm^3. Esta cifra es equivalente a 0,5 dm^3 y a 0,5 litros.

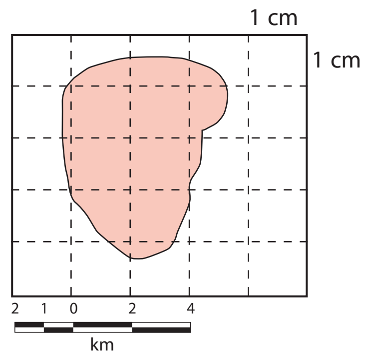
Si sobre la superficie de la base del recipiente, que mide 250 cm^2, cayeron 0,5 litros de agua de lluvia, calculemos la cantidad de lluvia que cae sobre un jardín de 20 m^2 de superficie.

Si se sabe que 20 m^2 = 200 000 cm^2. Entonces, $\dfrac{250\ \text{cm}^2}{0{,}5\ \text{L}} = \dfrac{200\,000\ \text{cm}^2}{x}$.

$x = 400$ L

Esto quiere decir que en el jardín de Cinthya cayeron 400 litros de lluvia.

4 ¿Cuál es el área aproximada de la región sombreada en km^2?

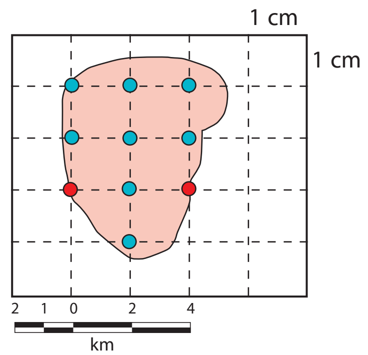


RESOLUCIÓN

Observamos la cantidad de puntos interiores y la cantidad de puntos que se ubican en el borde de la figura mencionada.

El área aproximada es $8 + 2/2 = 9$ cm^2.

Luego, 1cm^2 equivale a 4 km^2. Entonces, en 9 cm^2 habrá 36 km^2.



PRACTICAMOS

Observa la siguiente figura.

Fuente de imagen: <https://goo.gl/VwtmgG>

1 **¿Qué información puedes extraer de la escala que aparece en el mapa?**

____

____

2 Diego mide la distancia entre dos ciudades en el mapa. Si esta medida es de 3 cm, **¿cuánto mide la distancia real entre estas dos ciudades?**

a) 1 km
b) 3 km
c) 10 km
d) 30 km

3 Un periódico de circulación nacional ha lanzado una colección de modelos de automóviles a escala. Uno de estos automóviles de juguete mide de largo 15 cm, mientras que el largo del automóvil real es 360 cm. Si la altura de la puerta del automóvil de juguete mide 4 cm, **¿cuál es la altura de la puerta del automóvil real?**

a) 24 cm
b) 60 cm
c) 96 cm
d) 360 cm

4 Se toma una medida de 10 cm en 4 mapas con escalas diferentes. Relaciona las escalas con la distancia real que corresponden a esa medida.

1: 50 000 ○	○ 2,5 km
1: 100 000 ○	○ 5 km
1: 25 000 ○	○ 10 km
1: 500 000 ○	○ 50 km

5 Daniela quiere cercar un terreno de forma rectangular. El perímetro del terreno es 140 m. Ella construyó un mapa del terreno en el que el perímetro medido es de 28 cm. Daniela afirmó que la escala utilizada en el plano fue 1: 500, mientras que Luis sostuvo que la escala utilizada fue 1: 2000. **¿Con cuál de ellos estás de acuerdo?**

Daniela ○ Luis ○

Porque ____

____

Campo de fútbol

El siguiente plano corresponde a un campo de fútbol dibujado a escala 1: 2000. Para dar mantenimiento, se desea recubrir el campo con planchas cuadradas de pasto artificial de 4 m^2.

Según esta información, responde las preguntas 6 y 12.

6 **¿Cuántas planchas de pasto artificial serán necesarias para cubrir todo el campo?**

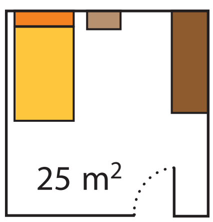
a) 1360 planchas.

b) 1750 planchas.

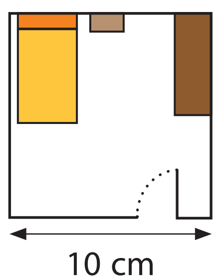
c) 7000 planchas.

d) 28 000 planchas.

7 En un hotel de la ciudad del Cusco, las habitaciones tienen una superficie cuadrada de 25 m^2. Observa la figura.



Un plano de estas habitaciones fue elaborado de tal manera que cada lado mide 10 cm.



¿Cuál fue la escala utilizada para elaborar el plano?

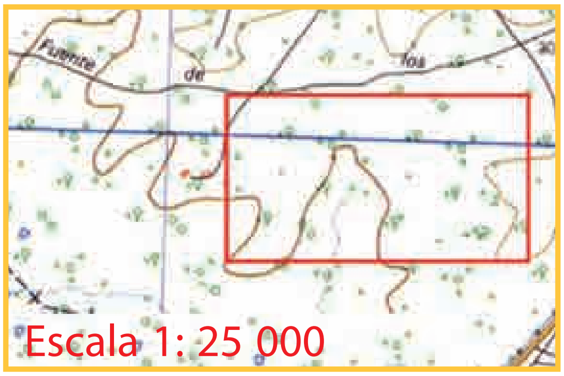
a) 1: 50
b) 1: 100
c) 1: 200
d) 1: 500

8 En el problema anterior, si se hubiera utilizado una escala de 1: 1000, **¿cuál habría sido la medida de las dimensiones en el plano?**

a) 2,5 cm
b) 5 cm
c) 10 cm
d) 20 cm

9 Elena heredó una chacra para sembrar melocotones. En el plano que se muestra a continuación, la chacra tiene como dimensiones 6 cm de largo y 3 cm de ancho. **¿Cuál es el área en m^2 de la chacra en la vida real?**

a) 4500 m^2
b) 25 000 m^2
c) 1 125 000 m^2
d) 1 500 000 m^2



Fuente de imagen: <https://goo.gl/usLgJ3>

10 Se ha dibujado el plano de una habitación, cuyas dimensiones son 9 m de largo y 6 m de ancho. En el plano, el largo de la habitación es 12 cm. **¿A qué escala está dibujado el plano?**

a) 1: 12
b) 1: 50
c) 1: 75
d) 1: 100

Seguimos practicando

11 El siguiente mapa corresponde a la región conocida como "La isla de los piratas". Toma una regla. A continuación, mide la distancia que hay entre el barco y el tesoro, y determina en metros la distancia que corresponde a la realidad.

____

____

____

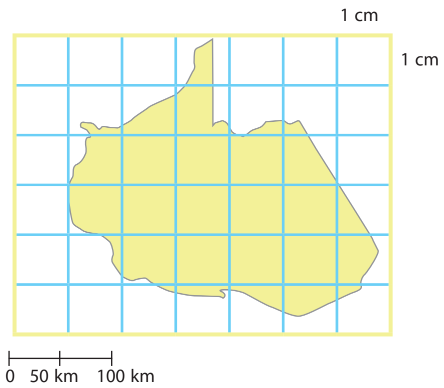
____

____

Fuente de imagen: <https://goo.gl/8E3oBd>

12 **¿Cuáles son las medidas reales en metros de las dimensiones del campo de fútbol?**

13 Calcula el valor estimado de la superficie de la región Madre de Dios.



14 En el problema anterior, **¿cuál es la escala numérica equivalente a la escala gráfica dada?**

a) 1: 5 000 000

b) 1: 500 000

c) 1: 50 000

d) 1: 50

15 Se ha dibujado el plano de una habitación cuyas dimensiones son 9 m de largo y 6 m de ancho. Si el largo de la habitación es 12 cm en el plano, **¿cuál es el ancho?**

a) 9 cm
b) 8 cm
c) 6 cm
d) 4 cm

Matemática 1.er grado

Ficha: Panadería El Amanecer

Responde las siguientes preguntas:

1. ¿Qué productos observas?

2. ¿Cómo representarías las porciones de torta de fresa que quedan en el mostrador?

3. ¿Cuál es la relación entre la cantidad de palitos y la cantidad de donas?

4. Esta panadería elabora 450 panes diarios, $\frac{2}{3}$ de los cuales son panes francés. ¿Cómo podemos determinar cuánto pan francés se produce diariamente?

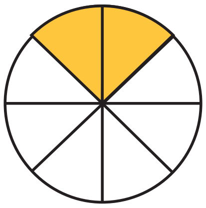
5. Marisol, para su desayuno, compra 3 panes de 0,15 soles cada uno y $\frac{1}{4}$ de jamonada de 10 soles el kilogramo. ¿Cuánto gastó Marisol?

APRENDEMOS

En la panadería El Amanecer, observamos que se habla de fracciones de distintas maneras.

FRACCIÓN COMO PARTE-TODO

En este caso, el todo es la unidad que se ha dividido en partes iguales.



$= \frac{2}{8}$

Numerador — Partes tomadas del todo.

Denominador — Total partes.

FRACCIÓN COMO COCIENTE

La fracción como cociente es el resultado de dividir uno o varios objetos entre un número de personas o partes. Por ejemplo, si compramos un cuarto de aceitunas de 10 soles el kilogramo, ¿cuánto debemos pagar?

El kilogramo se ha dividido en cuatro partes. Por lo tanto, los 10 soles se deben dividir entre 4 también: $\frac{10}{4} = 2{,}50$. En consecuencia, 2,50 soles representa el monto que se paga por un cuarto de aceitunas.

FRACCIÓN COMO RAZÓN

La fracción como razón es una comparación entre dos cantidades de diferentes magnitudes. Estas comparaciones pueden ser parte-parte o parte-todo.

En nuestra situación, hemos establecido la comparación de parte-parte al relacionar la cantidad de palitos y el número de donas.

$\frac{\text{Cantidad de palitos}}{\text{Cantidad de donas}} = \frac{4}{11}$. También podemos expresar esta comparación como una relación de 4 a 11.

FRACCIÓN COMO OPERADOR

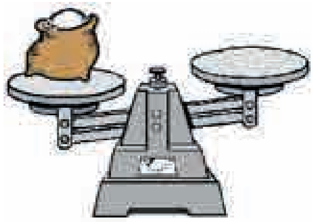
La fracción $\frac{a}{b}$, empleada como operador, es el número que modifica un valor particular n multiplicándolo por a y dividiéndolo por b.

Por ejemplo, la panadería elabora 450 panes, de los que $\frac{2}{3}$ son panes franceses:

$\frac{2}{3}$ de $450 = \frac{2 \times 450}{3} = 300$

De los 450 panes, 300 son panes franceses.

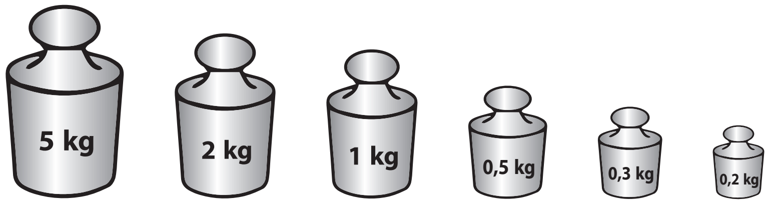
FRACCIÓN COMO MEDIDA



La fracción como medida se refiere a la partición equitativa de una unidad en múltiplos y en submúltiplos.

Por ejemplo, el maestro panadero requiere pesar 2000 gramos de azúcar en una balanza de platillo para preparar alfajores.

Las pesas con que cuenta el panadero son:



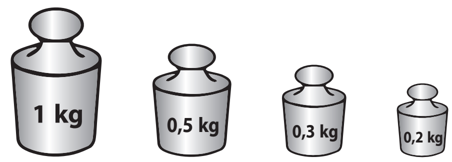
¿Qué pesas colocará en el platillo para equilibrar la balanza?

Si consideramos que 1 kg es 1000 g, tenemos dos posibilidades:

Primera posibilidad

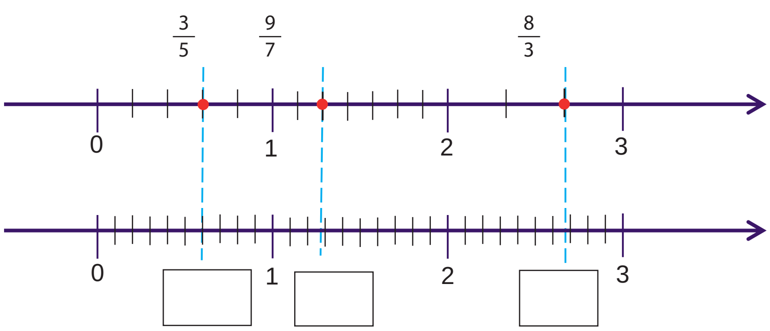
2 kg = 2000 gramos

Segunda posibilidad



1000 gr + 500 gr + 300 gr + 200 gr = 2000 gr

En la siguiente recta numérica, representa las fracciones $\frac{3}{5}$, $\frac{9}{7}$ y $\frac{8}{3}$, y ubica en la siguiente su expresión decimal, respectivamente.



Observa la gráfica:
- Siempre será posible hallar al menos un número racional entre dos números racionales.
- No se puede determinar el número que sigue ni el anterior de un número racional cualquiera.
- Un mismo punto en la recta puede ser representado por varias fracciones equivalentes entre sí.

Efectuamos la división para expresar las fracciones en decimales:

1. Dividimos 3 entre 5:

30	5
-	0, 6

2. Dividimos 9 entre 7:

9	7
20	1,28
60	
4	

3. Dividimos 8 entre 3:

8	3
20	2,66
20	
2	

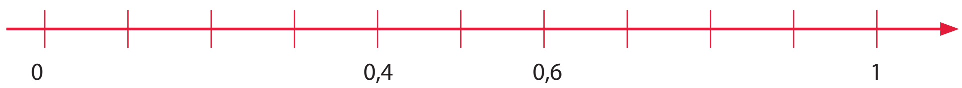
¿Cuántos decimales hay entre $\frac{2}{5}$ y $\frac{3}{5}$?

Hallamos la expresión decimal de cada fracción dividiendo el numerador entre el denominador:

$\frac{2}{5} = 0{,}4$

$\frac{3}{5} = 0{,}6$

Entonces, notamos que existen infinitos números decimales entre 0,4 y 0,6, tales como 0,41; 0,411; ...; 0,59; 0,599;...



FRACCIONES EQUIVALENTES

Para determinar fracciones equivalentes por amplificación, multiplicamos el numerador y el denominador por un mismo número distinto de cero.

$$\frac{3}{5} \sim \frac{3 \times 2}{5 \times 2} = \frac{6}{10}$$

ANALIZAMOS

1 Para las elecciones municipales escolares 2015, los estudiantes gestionaron recursos para sus campañas electorales por medio de algunas actividades. Un candidato de tercero de Secundaria contó con S/ 120 para su campaña. Él distribuyó su presupuesto de la siguiente manera:

$\frac{1}{2}$ del dinero se utilizó en publicidad.

$\frac{1}{5}$ parte del dinero que quedó se utilizó para refrigerios.

$\frac{2}{3}$ partes del dinero sobrante se empleó para implementar sus proyectos.

El resto del dinero se destinó a la atención de sus seguidores.

¿Qué cantidad de dinero empleó para la atención de sus seguidores?

RESOLUCIÓN

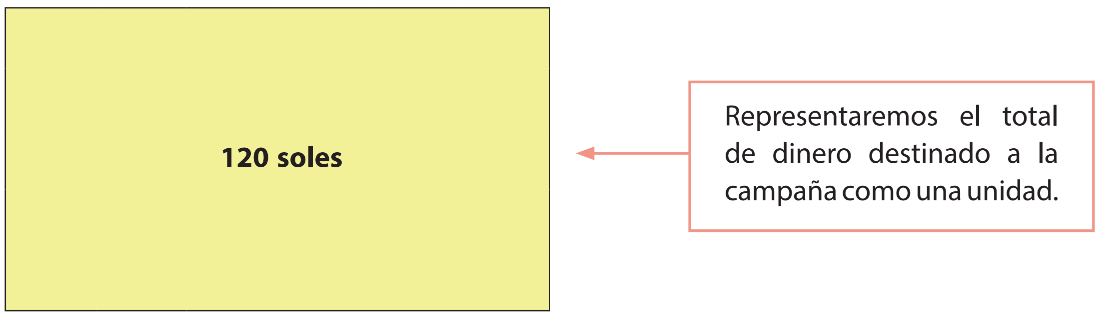
1. El total de dinero destinado a la campaña es 120 soles. Calculamos cuánto corresponde a cada distribución:

- $\frac{1}{2}$ del dinero en publicidad: $\frac{1}{2}$ de $120 = \frac{1}{2} \cdot 120 = 60$.
- Le queda $120 - 60 = 60$.

- La $\frac{1}{5}$ parte del dinero que quedó se utilizó para refrigerios: $\frac{1}{5}$ de $60 = \frac{1}{5} \cdot 60 = 12$.
- Le queda $60 - 12 = 48$.
- Las $\frac{2}{3}$ partes del dinero sobrante se empleó para implementar proyectos:
  $\frac{2}{3}$ de $48 = \frac{2}{3} \cdot 48 = 32$.
- Le queda $48 - 32 = 16$.
- La cantidad que destina a la atención de sus seguidores es 16 soles.

También podemos resolver este problema gráficamente.

El total de dinero destinado a la campaña es 120 soles.

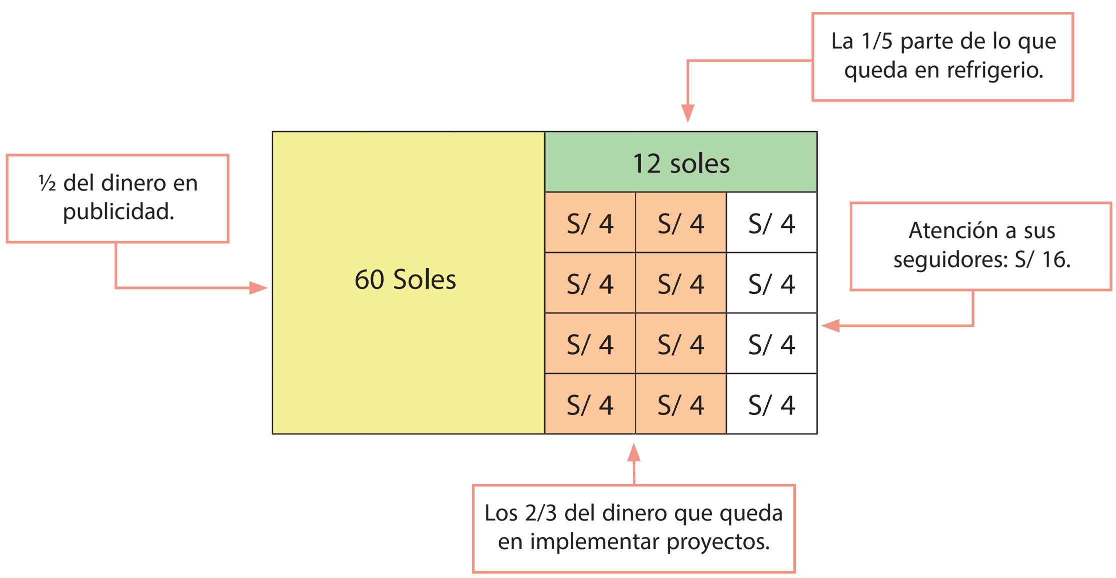


Seguidamente, dividimos conforme la distribución del presupuesto.

Como la $\frac{1}{2}$ del dinero se utilizó en publicidad, entonces dividimos la unidad en dos partes iguales, cada una correspondiente a 60 soles. Deducimos, entonces, que 60 soles se emplearon para la publicidad y los 60 restantes se invirtieron en otras tareas.

Luego, de los 60 soles sobrantes, calculamos la quinta parte $\left(\frac{1}{5}\right)$ usada para refrigerios. Por lo tanto, dividiremos la mitad restante (60 soles) en cinco partes iguales (12 soles para cada caso). De ahí deducimos que la cantidad usada en los refrigerios fue de 12 soles.

Así, sucesivamente, calculamos lo que nos piden.



2 Los estudiantes de primer grado de la I. E. Miguel Grau son 184. Si la relación entre los que usan anteojos y los que no usan es de $\frac{3}{5}$, ¿cuántos estudiantes usan anteojos?

RESOLUCIÓN

Si consideramos la definición de fracción como razón, podemos plantear la siguiente relación:

$$\frac{\text{Estudiantes que usan anteojos}}{\text{Estudiantes que no usan anteojos}} = \frac{3}{5}$$

Teniendo en cuenta las fracciones equivalentes, deducimos los valores:

N.° de estudiantes que usan anteojos = $3k$

N.° de estudiantes que no usan anteojos = $5k$

Como el total de estudiantes es 184, entonces:

$$3k + 5k = 184$$
$$8k = 184$$
$$k = \frac{184}{8}$$
$$k = 23$$

Los estudiantes que usan anteojos son 3(23) = 69.

Otra estrategia de solución es considerar la definición de una fracción como parte-todo.

Como se sabe que la relación entre los que usan anteojos y los que no usan es de $\frac{3}{5}$, entonces podemos representar gráficamente esta relación de la siguiente manera:

23	23	23	23	23	23	23	23
Estudiantes que usan anteojos			Estudiantes que no usan anteojos				

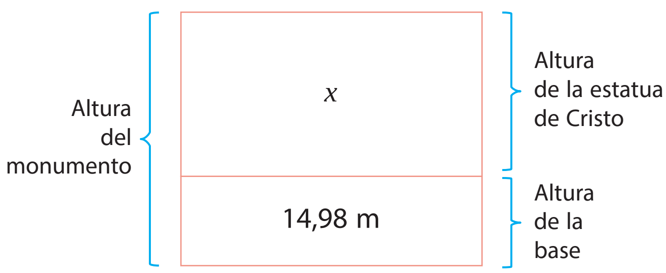
Como el todo está dividido en 8 partes y el número de estudiantes es 184, entonces cada parte del todo debe ser 184 : 8 = 23.

Así, los estudiantes que usan anteojos son 3(23) = 69.

3 El monumento del Cristo del Pacífico, ubicado en Chorrillos, está formado por una estatua y una base. Si la base mide 14,98 m de alto y es 7,22 m más baja que la estatua, ¿cuál es la altura de dicha estatua?

RESOLUCIÓN

La estatua del Cristo es mayor que la base. Entonces, al comparar ambas magnitudes, podemos observar que:



Por lo tanto, la altura del Cristo es ______________________.

4 Mariela llena dos cubetas de hielo para hacer cubos, una azul y otra rosa. Se da cuenta de que cada una puede recibir la misma cantidad de agua, pero tiene distintos números de cubos. La cubeta azul posee 8 espacios de igual tamaño; la cubeta rosa, 16. Si Mariela pone 5 cubos de hielo de la cubeta azul en una jarra de limonada, ¿qué cantidad de hielo de la cubeta rosa necesita para igualar exactamente ese número?

RESOLUCIÓN

Una de las estrategias para resolver este problema es la elaboración de gráficos:

Cubeta azul: se han tomado 5 cubos de hielo.

Cubeta rosa: al comparar las gráficas, se aprecia que cada 2 cubos de la cubeta rosa equivale a 1 cubo de la cubeta azul. Colorea:

También podemos utilizar las fracciones equivalentes: $\frac{5}{8} = \frac{5 \cdot 2}{8 \cdot 2} = \frac{10}{16}$.

Entonces, la cantidad de cubos de hielo necesarios de la cubeta rosa es 10.

PRACTICAMOS

1 El kilogramo de papaya cuesta S/ 3,90 y es S/ 0,70 más caro que el precio de un kilogramo de fresa. **¿Cuánto pagarías al comprar un kilogramo de cada fruta?**

a) S/ 3,20
b) S/ 4,65
c) S/ 7,10
d) S/ 7,80

2 Sarita quiere comprar una olla arrocera. Ella encuentra las siguientes ofertas.

Olla arrocera Rinder: S/ 148,75

Olla arrocera Maxi: S/ 98,50

¿Cuál es la diferencia de precios entre la olla Rinder y la Maxi?

a) S/ 50
b) S/ 50,25
c) S/ 55,50
d) S/ 247,25

La tienda escolar

Los estudiantes de primer grado de Secundaria son los encargados, durante el mes de abril, de la tienda escolar. En la tabla, aparecen los productos que se venden en la tienda y la cantidad de dinero que se obtiene por la venta de cada uno de ellos. La meta diaria de ganancia es de S/ 25. No se puede dejar de vender ninguno de los productos que aparecen en la lista, ni las ganancias pueden ser mayores o menores de S/ 25.

Productos	Precio de venta	Ganancia por unidad
Mangos	S/ 0,80 c/u	S/ 0,20
Helados de sabores	S/ 1,50 c/u	S/ 0,15
Bolsita de dulces	S/ 1,20 c/u	S/ 0,05
Galletas	S/ 0,60 c/u	S/ 0,10
Refresco	S/ 1,20 c/u	S/ 0,20

3 **¿Cuántas unidades de cada producto deben vender para ganar S/ 25 diarios?**

4 **¿Cuánto dinero ganarán ese mes si abril tiene 17 días hábiles?**

a) S/ 408
b) S/ 425
c) S/ 442
d) S/ 450

5 César y Juan compran una torta cuadrada para compartirla. César cortó la torta en tres partes iguales y repartió un pedazo para cada uno. Una vez que terminaron su pedazo, decidieron repartir lo que quedaba. César volvió a cortar el pedazo restante en tres partes iguales y le dio un pedazo a cada uno. Después, volvió a partir el pedazo que sobraba en tres partes y repartió un pedazo para cada uno. Juan indica que comió más de la mitad de torta. **¿Es eso cierto?**

La sastrería

Doña Beatriz tiene una sastrería llamada Viste bien. Para las confecciones semanales, ella compra tela al por mayor de diferentes colores. Esta semana ha comprado 25 m de tela gabardina para confeccionar pantalones, sacos y faldas, y 18 m de tela chalis para la confección de blusas.

Las prendas son confeccionadas a medida. Además, doña Beatriz tiene un uso estimado de tela por cada prenda que produce. Observa la siguiente tabla que precisa esta información:

Prenda	Cantidad de tela
Pantalón	1,80 m
Blusa	1,20 m
Falda	0,70 m

Respaldándote en estos datos, responde las preguntas 6 y 7.

6 Si con la tela comprada confeccionó 2 pantalones, una falda y 3 blusas, **¿cuántos metros de cada tela utilizó?**

---

7 Si para un saco se necesitan $2\frac{2}{5}$ m de tela gabardina, **¿cuántos sacos se podrán confeccionar con el total?**

a) 10
b) 25
c) 32
d) 41

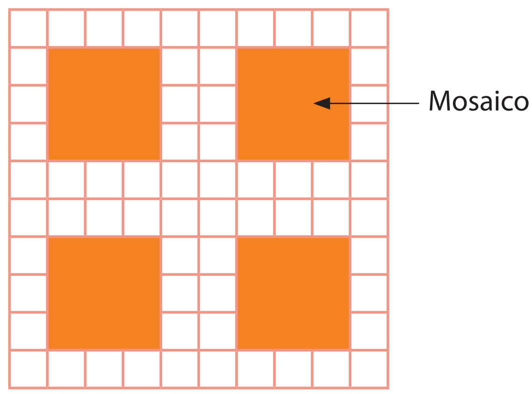
8 Felipe colocó mosaicos en su patio. En el gráfico siguiente estos están representados por la parte sombreada. Sobre la base de esta información, **¿cuál de las siguientes afirmaciones es correcta?**

a) Los $\frac{9}{50}$ del piso del patio son los mosaicos colocados por Felipe.

b) El 60 % del piso del patio está cubierto por los mosaicos colocados por Felipe.

c) Los $\frac{9}{25}$ del piso del patio son los mosaicos colocados por Felipe.

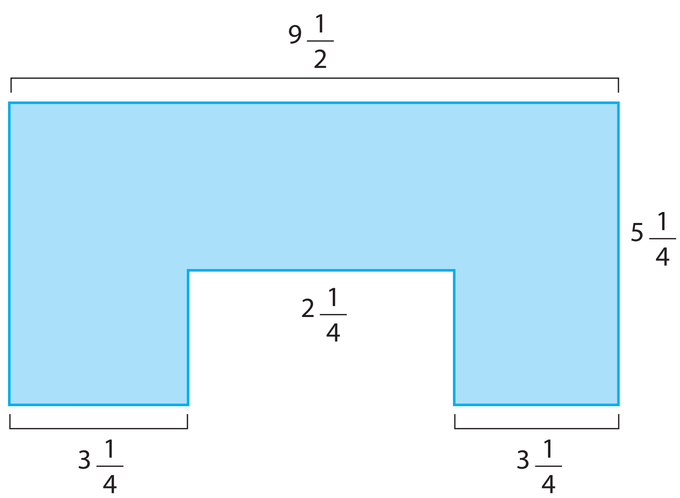
d) Los mosaicos colocados por Felipe cubren la cuarta parte del piso del patio.



Cercando el terreno

Rogelio decide cambiar el cerco de su terreno. Para saber cuántos metros de alambre necesita comprar, diseña un dibujo del terreno que va a cercar tomando algunas medidas.

Considerando esta información, responde las preguntas 13 y 14.



9 **¿Cuántos metros de alambre tiene que comprar Rogelio?**

a) 30 m
b) 32 ½ m
c) 34 m
d) 36 ¼ m

10 En la tienda, le informan a Rogelio que el alambre para cerco lo venden en rollos de 12 y 15 metros a S/ 18 y S/ 19, respectivamente. **¿Qué rollo y cuántos metros le conviene comprar?**

Seguimos practicando

11 Pedro y Luis trabajan. Pedro obtiene S/ 22,50 soles a diario. Asimismo, Luis gana diariamente S/ 4,20 menos que Pedro. **¿Cuánto gana Luis al día?**

a) S/ 26,20
b) S/ 26,70
c) S/ 18,70
d) S/ 18,30

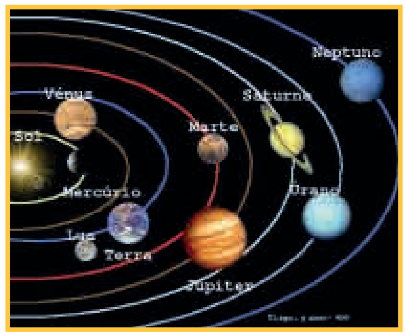
12 Una piscina de 5200 litros de agua está llena hasta sus $\frac{3}{8}$. **¿Cuántos litros de agua hay que agregar para llenar la piscina?**

a) 1950 L
b) 2500 L
c) 3250 L
d) 4600 L
e) 4800 L

Distancia entre los planetas

La siguiente tabla muestra las distancia entre el Sol y los planetas del sistema solar expresadas en unidades astronómicas (UA).

	Mercurio	Venus	Tierra	Marte	Júpiter	Saturno	Urano	Neptuno
Distancia al Sol (en UA)	0,39	0,72	1,0	1,52	5,2	9,54	19,18	30,1



Se conoce como unidad astronómica a la distancia entre el Sol y la Tierra.

1UA = 150 000 000 km (ciento cincuenta millones de km).

13 Calcula las distancias en UA entre los planetas vecinos y anótalas en la tabla.

	Mercurio/ Venus	Venus/ Tierra	Tierra/ Marte	Marte/ Júpiter	Saturno/ Urano	Urano/ Neptuno
Distancia en UA						

14 **¿Qué planetas vecinos se encuentran más cercanos y cuáles, más distantes?**

15 En clase de Educación para el Trabajo, los estudiantes están elaborando collares. Primero, produjeron un modelo con 10 cuentas. Cuando terminaron el módulo básico, la profesora les indicó que estas cuentas solo representaban las $\frac{2}{5}$ partes de las necesarias para elaborar otro tipo de collar. **¿Cuántas cuentas se utilizarán para elaborar este nuevo collar?**

a) 25 cuentas.
b) 20 cuentas.
c) 12 cuentas.
d) 4 cuentas.

Matemática 1.er grado

Ficha: Planeamos unas lindas vacaciones

Arequipa-Cusco-Loreto-Ica

Fuente de imagen: <https://goo.gl/31Qlmd>

Óscar es un buen estudiante. Sus padres han decidido llevarlo de vacaciones y le han dado a elegir entre cuatro regiones: Arequipa, Cusco, Ica o Loreto. Asimismo, le han pedido que tome una decisión, porque es necesario consultar los precios del pasaje y del hospedaje. También, deben informarse sobre el clima y los lugares turísticos de la zona. Todo ello para saber si su presupuesto es suficiente.

Arequipa	Cusco	Ica	Loreto
Fundación: 15 de agosto de 1540. Lugares turísticos: • Cañón del Colca • Iglesia de la Compañía • Mirador de Yanahuara Temperatura (noviembre) • máximo 19 °C • mínimo 12 °C Altitud: 3399 m s. n. m. Distancia de Lima a Arequipa:1014,6 km por carretera. Costo de viaje: S/ 80.	Fundación: 23 de marzo de 1534. Lugares turísticos: • Andahuaylillas • Barrio de San Blas • Maras • Ollantaytambo • Sacsayhuamán • Machu Picchu Temperatura (noviembre) • máximo 20 °C • mínimo 6 °C Altitud: 2335 m s. n. m. Distancia de Lima a Cusco: 1 102 km por carretera. Costo de viaje: S/ 120.	Fundación: 30 de enero de 1866. Lugares turísticos: • Islas Ballestas • Laguna de Huacachina • Reserva Nacional de Paracas • Líneas de Nazca Temperatura (noviembre) • máximo 32 °C • mínimo 16 °C Altitud: 406 m s. n. m. Distancia de Lima a Ica: 306,6 km por carretera. Costo de viaje: S/ 20.	Fundación: 7 de febrero de 1866. Lugares turísticos: • Reserva Nacional de Pacaya Samiria • Reserva Nacional Allpahuayo-Mishana • Río Amazonas Temperatura (noviembre) • máximo 28 °C • mínimo 18 °C Altitud: 106 m s. n. m. Distancia de Lima a Loreto: 927,77 km por carretera. Costo de viaje: S/ 100.

Responde las siguientes preguntas:

1. A partir de los datos presentados, ¿cuál es la región que se encuentra a menor distancia de Lima? ¿Cuál es esta distancia?

____

2. A partir de la información que brinda el cuadro, ¿cuántos años han transcurrido desde la fundación del Cusco?

____

3 Óscar ya ha visitado todas esas regiones, Arequipa, Cusco, Ica y Loreto, sin embargo, por el trabajo de su padre, debe viajar a otra ciudad, cuyas temperaturas oscilan entre 19 y 23 °C, que se encuentra a una altitud de 2335 m s. n. m. ¿Qué es lo que debe considerar Óscar al elegir la indumentaria que llevará a dicho viaje?

____

APRENDEMOS

EL CONJUNTO DE LOS NÚMEROS ENTEROS

En el caso anterior, debe tomarse una decisión. Para ello, se ha reunido información y se ha elaborado una tabla con algunos datos puntuales. Al investigar, junto con la información numérica, se encontraron algunos términos desconocidos como *a. C., d. C., °C, m s. n. m.*, entre otros. Cuando deseamos expresar temperaturas extremas de calor o frío intenso (bajo cero), necesitamos de una forma numérica que nos permita representar esos estados del clima.

Ante casos semejantes, se hace necesario recurrir al **conjunto de los números enteros,** simbolizado por $\mathbb{Z}$. En este nuevo conjunto, se emplean los conceptos de números positivos y números negativos.

$$\mathbb{Z} := \begin{cases} \left.\begin{array}{l} \mathbb{Z}^+ = \{1, 2, 3, ...\} \\ \{0\} \end{array}\right\} \mathbb{N} \\ \mathbb{Z}^- = \{-1, -2, -3, ...\} \end{cases}$$

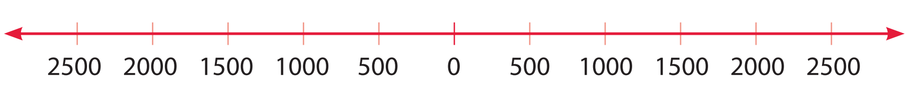
Importante: el número cero no es ni positivo ni negativo.

En diversas situaciones de la vida cotidiana, intervienen los números negativos:

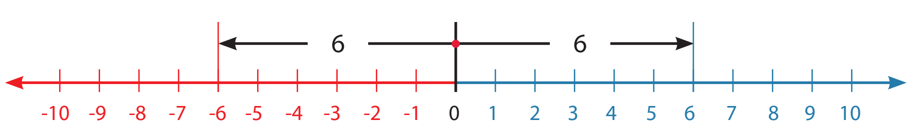
TEMPERATURA	SOBRE Y BAJO EL NIVEL DEL MAR
Ejemplos: • Cerro de Pasco: menos de 8 °C. • Cusco: 9 °C.	Ejemplos: • Parapente a 65 m de altura. • Un submarino desciende desde la superficie a 20 m.
ANTIGÜEDAD	**GANANCIA O PÉRDIDA**
Ejemplos: • Cultura Kotosh 2300 a. C. • Cultura inca 1440 d. C.	Ejemplos: • Anita ganó el bingo de S/ 2500. • Guillermo perdió S/ 200.

Por ejemplo:

En el siguiente diagrama, ubica el año de origen de la cultura Kotosh y la cultura inca.



DISTANCIA DE UN PUNTO DE LA RECTA AL ORIGEN

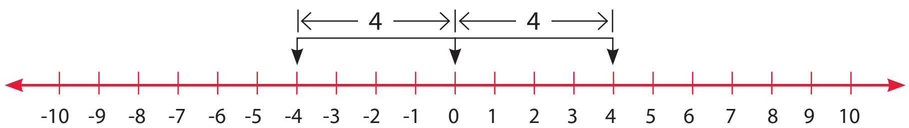


Importante: la distancia de un punto al origen siempre es positiva.

VALOR ABSOLUTO DE UN NÚMERO ENTERO

Valor absoluto		
Lenguaje simbólico | *a* |	Se lee: "Valor absoluto de *a*".	El valor absoluto de un número entero positivo es el mismo número. El valor absoluto de un número entero negativo es el mismo número pero con signo positivo. El valor absoluto de cero es cero.

Por ejemplo:



$|-4| = 4$ La distancia entre -4 y 0 es 4.

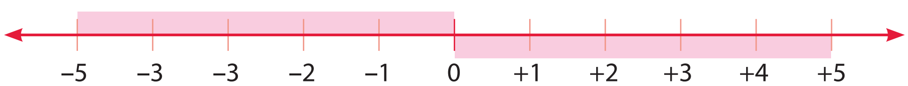
$|3| = 3$ La distancia entre 3 y 0 es 3.

NÚMEROS ENTEROS OPUESTOS

Dos números enteros son opuestos cuando tienen el mismo valor absoluto, pero diferentes signos.

Se encuentran a igual distancia del cero, pero en direcciones opuestas, de ahí el término opuesto.

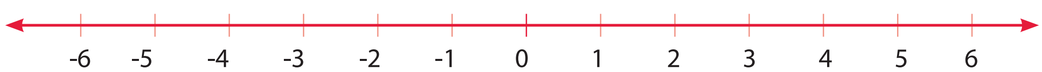
Op (+5) = –5 $|+5| = 5$ $|-5| = 5$



Importante: no debemos confundir las expresiones "número negativo" y "el negativo de un número".

COMPARACIÓN DE NÚMEROS ENTEROS

En una recta numérica, el valor de los números aumenta de izquierda a derecha.



CRITERIOS:

- Un número negativo es menor que cero:
  $-5 < 0$
- Un número positivo es mayor que cero:
  $8 > 0$
- De dos enteros negativos, es mayor el que tiene menor valor absoluto:
  $-4 > -12$ porque $|-4| < |-11|$
- De los enteros positivos, es mayor el que tiene mayor valor absoluto:
  $13 > 5$ porque $|13| > |5|$

OPERACIONES CON NÚMEROS ENTEROS

Recuerda que las operaciones se vinculan con los significados aditivos (juntar, separar, comparar o igualar).

Por ejemplo:

a) Si en un negocio de frutas gano S/ 30 y en otro de verduras, S/ 60, ¿cuánto obtengo en ambos negocios?

La respuesta es S/ 90, ¿verdad?
Como se trata de una ganancia, entonces (+30) + (+60) = +90.

b) Si en un negocio de frutas pierdo S/ 40 y en otro de verduras, S/ 10, ¿cuánto pierdo en ambos negocios?

La respuesta es S/ 50, ¿verdad?
Como se trata de una pérdida, entonces (-40)+ (-10) = -50.

c) Si en un negocio de frutas gano S/ 3 y en otro de verduras pierdo S/ 10, ¿gano o pierdo al final? ¿Cuánto?

Como lo que pierdo es más que lo que gano, cuando saco mis cuentas, salgo perdiendo. ¿Cuánto? S/ 7. Es decir, (+3) + (-10) = -7.

d) Si en un negocio de frutas pierdo S/ 8 y en otro de verduras gano S/ 12, ¿gano o pierdo al final? ¿Cuánto?

Como lo que gano es más que lo que pierdo, cuando saco mis cuentas, salgo ganando. ¿Cuánto? S/ 4. Es decir, (-8) + (+12) = +4.

Situaciones	Operación	Resultado
a	(+30)+(+60)	+90
b	(-40)+(-10)	-50
c	(+3)+(-10)	-7
d	(-8)+(+12)	+4

En conclusión:

REGLA DE SIGNOS

Para números del mismo signo

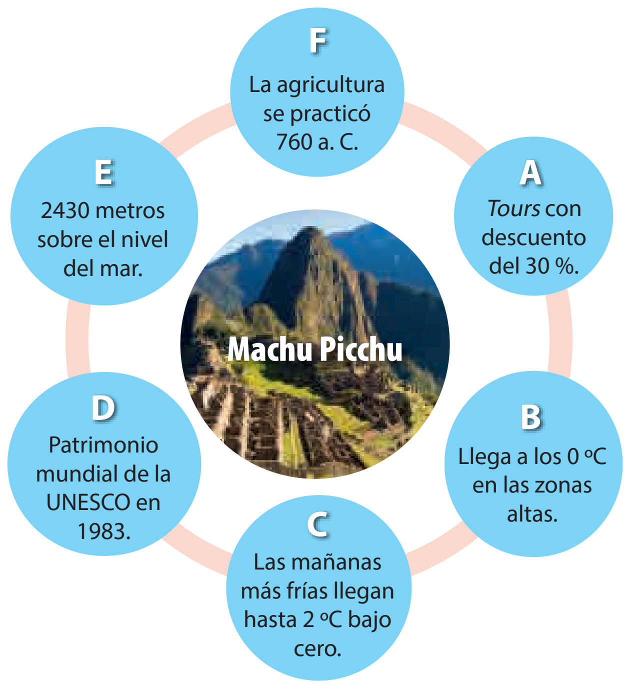
- Se suman los valores absolutos.
- El signo del resultado es el mismo de los sumandos.

Para números de diferentes signos

- Se restan los valores absolutos.
- Al resultado le agregamos el signo del número de mayor valor absoluto.

ANALIZAMOS

1 La siguiente figura muestra datos de las ruinas arqueológicas de Machu Picchu en el Cusco.



Fuente de imagen: <https://goo.gl/ejjeQn>

Relacionar situaciones de la vida real con números enteros:

a) *Tours* con descuento del 30 %.

b) Llega a los 0 °C en las zonas altas.

c) Las mañanas más frías llegan hasta 2 grados bajo cero.

d) Patrimonio mundial de la Unesco en 1983.

e) 2430 metros sobre el nivel del mar.

f) La agricultura se practicó 760 a. C.

- año -760
- +1983
- +2430 m
- 0 °C
- -2 °C
- -30 %

2 Las temperaturas en la región de Arequipa en los meses de julio a noviembre fueron las que aparecen en el cuadro:

MES	TEMPERATURA (C°)	
	MÁXIMA	MÍNIMA
Julio	13	-3
Agosto	12	-5
Setiembre	13	-2
Octubre	14	-3
Noviembre	15	4

¿En qué mes se produjo la mayor diferencia de temperatura?

RESOLUCIÓN

Obtenemos la diferencia de temperaturas:

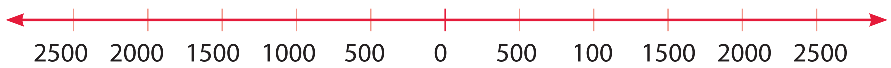
Julio: 13-(-3)=16
Agosto: 12-(-5)=17
Setiembre: 13-(-2)=15
Noviembre: 15-(4)=11

El mes de agosto se produjo la mayor diferencia de temperaturas en la ciudad de Arequipa.

3 La tabla muestra los años de referencia en que se desarrollaron algunas culturas peruanas.

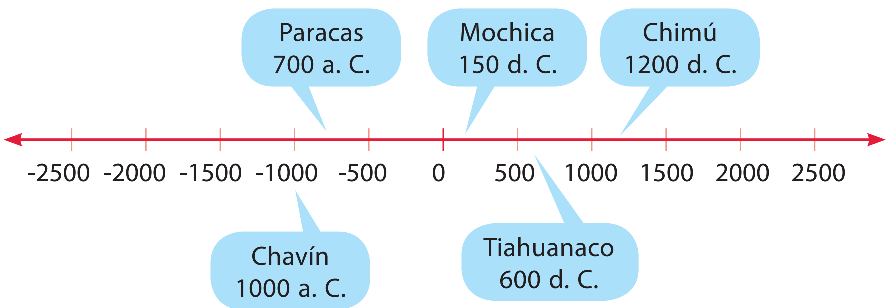
Elabora una recta numérica y ubica las culturas según las fechas.

CULTURAS	AÑOS
Chimú	1200 d. C.
Chavín	1000 a. C.
Mochica	150 d. C.
Tiahuanaco	600 d. C.
Paracas	700 a. C.



Para ubicar las fechas en la recta numérica, debemos recordar que *a. C.* representa los números negativos y *d. C.*, los números positivos.

CULTURAS	AÑOS	NÚMEROS ENTEROS
Chimú	1200 d. C.	+1200
Chavín	1000 a. C.	-1000
Mochica	150 d. C.	
Tiahuanaco	600 d. C.	
Paracas	700 a. C.	



4 En Gamarra, una comerciante tiene depositados S/ 4640 en un banco aledaño. El día lunes por la mañana retira S/ 1320 y por la tarde realiza un depósito de S/ 960; el día martes retira por la mañana S/ 1850 y por la tarde deposita S/ 430; el día miércoles retira por la mañana S/ 770 y por la tarde deposita S/ 200. ¿Cuánto dinero tendrá ahorrado el jueves por la mañana si aún no ha realizado ningún retiro?

RESOLUCIÓN

Cada movimiento bancario de la comerciante lo representaremos mediante los números enteros, según sea el caso:

Una comerciante tiene depositados S/ 4640 = +4640.

El día lunes por la mañana **retira** S/ 1320 = -1320

y por la tarde **deposita** S/ 960 = +960.

El día martes **retira** por la mañana S/ 1850 = -1850

y **deposita** por la tarde S/ 430 = +430.

El día miércoles **retira** por la mañana S/ 770 = -770

y por la tarde **deposita** S/ 200 = +200.

Entonces, tenemos 4640 – 1320 + 960 – 1850 + 430 – 770 + 200.

Podemos ordenar los depósitos y luego los retiros:

- 4640 + 960 + 430 + 200 – 1320 – 1850 – 770
- 6230 – 3940 = 2290

Luego, la comerciante de Gamarra tiene ahorrado S/ 2290 la mañana del día jueves.

PRACTICAMOS

1. Un *tour* por las Islas Ballestas en lancha tiene un costo de S/ 40 por persona. Un grupo de amigos decide realizar este *tour*. Cada uno tiene como presupuesto los siguientes montos:

Antonio	S/ 50
Juan	S/ 30
German	S/ 35
Jorge	S/ 40

¿Quiénes no podrían realizar dicho *tour*?________________________________

2. Los alimentos deben almacenarse a las siguientes temperaturas:

Carne de res y aves	Pescados y mariscos	Yogurt y leche	Verduras y frutas	Otros alimentos congelados
0 °C	-5 °C	4 °C	7 °C	-20 °C

¿Qué alimentos son almacenados a menor temperatura? ¿Cuáles a mayor temperatura?

3. Germán y su familia deciden visitar una feria gastronómica. Ellos disponen de S/ 100 para comprar distintos potajes. Estos son los precios que encuentran en la feria.

POTAJE	COSTO
Causa rellena	S/ 20
Cuy chactado	S/ 35
Chancho al palo	S/ 45
Pollo al cilindro	S/ 35

¿Cuánto dinero le falta a Germán para que pueda consumir los 4 potajes ofrecidos en la feria?

a) S/ 20

b) S/ 40

c) S/ 35

d) S/ 45

4 En las costas del litoral peruano, encontramos un submarino que busca un banco de peces a 180 m de profundidad. Al no poder encontrarlo, desciende 64 m, pero en esta ubicación tampoco lo halla. Si en ese instante le informan que el banco de peces se encuentra a 135 m sobre él, **¿a cuántos metros por debajo del nivel del mar se encuentran dichos peces?**

a) 180 m

b) 244 m

c) 109 m

d) 379 m

5 La civilización Caral-Supe se desarrolló 3000 a. C. y fue contemporánea de otras culturas primigenias como la de Egipto (3150 a. C.), India (3000 a. C.) y Mesopotamia (3500 a. C.). Elabora una recta numérica y ubica en el tiempo estas 4 civilizaciones.

6 Una línea de aviación peruana realiza un viaje a la ciudad del Cusco. Cuando despega, se eleva a una altura de 800 m. Luego de 20 minutos, se eleva 400 m más y transcurridos 30 minutos, debido a las turbulencias, desciende 100 m. Finalmente, logra elevarse 600 m más hasta llegar a su destino y aterrizar. **¿Cuál fue la altura máxima que alcanzó este avión en su viaje al Cusco?**

a) 1600 m

b) 1700 m

c) 1550 m

d) 1690 m

7 En el año 2015, las marcas peruanas más destacadas en el extranjero fueron D'Onofrio, con 118 años; Field, 151 años; La Ibérica, 106 años; e Inca Kola, 80 años. **¿En qué año fueron fundadas dichas empresas?** Ordénalas en forma creciente.

8 En las olimpiadas deportivas de la I. E. Virgen de las Mercedes, de la ciudad de Lambayeque, se realizó una competencia de lanzamiento de disco, donde participaron tres equipos de 4 integrantes cada uno. Para elegir a los ganadores, se sumaron las distancias que cada miembro del equipo logró al lanzar el disco.

EQUIPO A		EQUIPO B		EQUIPO C	
Manuel	5 m	Jorge	6 m	Pedro	5 m
Alejandro	4 m	Antonio	5 m	Valeria	2 m
Luis	6 m	Inés	3 m	Coco	4 m
Ana	4 m	Verónica	2 m	Sandra	4 m

¿Cuánta diferencia hay entre el equipo que obtuvo el segundo puesto y el que obtuvo el tercero?

____

____

Al equipo que quedó en tercer lugar, **¿cuánto le faltó para igualar al campeón?**

____

____

9 El Banco de Lima evalúa los movimientos económicos de cuatro clientes con el fin de premiar al mejor de ellos con un *tour* a la ciudad del Cusco. Determina qué cliente fue el elegido.

CLIENTES	ACTIVIDAD	ACTIVIDAD	ACTIVIDAD	REPRESENTACIÓN NUMÉRICA
Antonio	Depositó S/ 200.	Depositó S/ 15 000.	Depositó S/ 1000.	
Jaime	Depositó S/ 200.	Depositó S/ 10 000.	Retiró S/ 500.	
Tomasa	Retiró S/ 100.	Depositó S/ 10 000.	Depositó S/ 5000.	
Jaimito	Depositó S/ 100.	Depositó S/ 5000.	Depositó S/ 1000.	

10 Pitágoras de Samos, físico y matemático, considerado el primer matemático puro, nació en el año 569 a. C. y murió a la edad de 79 años aproximadamente. **¿En qué año murió?**

a) 490 a. C.
c) 490 d. C.
b) 684 a. C.
d) 684 d. C.

Seguimos practicando

11 Pacaya Samiria es la reserva natural más grande del Perú. En sus aguas, encontramos aproximadamente 250 especies de peces. El bosque de la reserva alberga 800 especies de árboles, que sirven de hogar a 330 especies de aves y 13 de monos. Actualmente han desaparecido algunas especies. Las más afectadas han sido las aves, que se han visto reducidas a 210 especies. **¿Qué cantidad de especies alberga aproximadamente esta reserva?**

a) 1030 especies.
b) 1273 especies.
c) 1212 especies.
d) 1314 especies.

12 Mario Vargas Llosa, hijo ilustre de Arequipa y Nobel de Literatura 2010, posee una biblioteca personal que cuenta con 1663 libros de literatura de ficción, 965 libros de ciencias sociales y 538 revistas. Recientemente, el laureado escritor donó parte de su colección a la biblioteca que lleva su nombre en Arequipa. Según el bibliotecario, hasta el momento se han leído 1971 libros. **¿Qué cantidad de libros faltan leer?**

a) 565 libros.
b) 657 libros.
c) 358 libros.
d) 216 libros.

13 Tres hermanas participan en la actuación del día de la Peruanidad. Para ello, fueron a averiguar el costo de alquiler de los trajes y obtuvieron los siguientes precios: el de la Amazonía costaba S/ 20; el de la Sierra, S/ 30; el de la Costa, S/ 25. Las hermanas pidieron una rebaja y obtuvieron un descuento de S/ 3 y S/ 4 en los trajes de la Amazonía y la Costa. Si cuentan con S/ 80, luego de alquilar un traje cada una, **¿cuánto dinero les queda?**

a) S/ 13
b) S/ 17
c) S/ 15
d) S/ 12

14 La familia de Lucero Sánchez cuenta con el siguiente presupuesto:

INGRESO TOTAL	S/ 4700
Medicinas	S/ 250
Alimentación	S/ 1000
Alquiler de vivienda	S/ 800
Recibos de luz y agua	S/ 180
Movilidad	S/ 400
Otros gastos	S/ 200
EGRESO TOTAL	
AHORRO	

Como te has dado cuenta, en la tabla existen dos datos que no se encuentran presentes: el egreso total y el ahorro. Completa los datos faltantes.

15 En un concurso de matemática, se precisa lo siguiente: cada respuesta correcta suma 7 puntos y cada respuesta incorrecta resta 3. Si un participante respondió correctamente 16 preguntas de un total de 20, **¿qué puntaje obtuvo?**

a) 90 puntos.
b) 100 puntos.
c) 110 puntos.
d) 120 puntos.

Matemática 1.er grado

Ficha: Temperaturas extremas en el Perú

La Organización Mundial de la Salud (OMS) afirma que la temperatura ambiente óptima para nuestro organismo fluctúa entre los 18 y 24 ºC.

En nuestro país, los climas son variados en las diferentes regiones. Dicho de otra forma, en algunas zonas tenemos climas de frío intenso y en otras de calor extremo.

El Servicio Nacional de Meteorología e Hidrografía del Perú (Senamhi) precisó que en el presente año la temperatura ambiente alcanzará niveles históricos. Así, en Puno la temperatura caerá hasta los 20 °C bajo cero; por el contrario, Piura alcanzará picos de 37 °C. La exposición al frío excesivo provoca congelación e hipotermia. Por otro lado, un ambiente demasiado cálido causa agotamiento corporal.

(Adaptado de *El Comercio* 06/07/15).

Responde las siguientes preguntas:

1. ¿Entre qué valores se halla la temperatura óptima para nuestro organismo?

____

2. ¿Cómo afectan las temperaturas extremas a los pobladores?

____

3. En estos días, ¿cuál es la temperatura aproximada en tu localidad?

____

4. Si una ciudad tiene 20 ºC, ¿su temperatura es óptima para sus habitantes? ¿Por qué?

____

5. ¿Cómo representarías con números enteros las temperaturas extremas de las regiones de Puno y Piura que aparecen en el texto?

____

APRENDEMOS

MODELOS ADITIVOS CON NÚMEROS ENTEROS

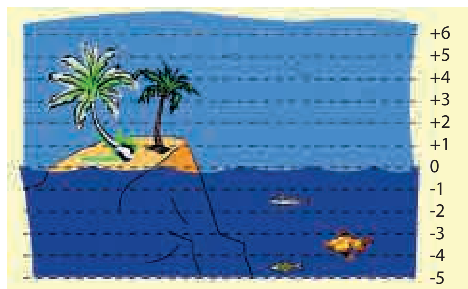
¿Cómo representamos valores de la realidad con números enteros?

Para saber cómo representar valores de la realidad por medio de números enteremos, observemos las siguientes situaciones:

a) El agua hierve a 100 ºC. Este valor se representa con el número entero **+100** o **100 (el signo positivo se sobreentiende)**.

b) El submarino descendió 150 metros bajo el nivel del mar. Esta situación se representa con el número entero -150. El signo negativo indica que el submarino se ubica debajo de un referente.

c) Huaraz es una ciudad que se ubica a 3052 m s. n. m. Este valor se representa con +3052.



¿Cómo entendemos la adición de números enteros?

Para lograr una mejor comprensión de la adición de números enteros, vamos a analizar una situación.

Existe un juego que consiste en extraer, sin mirar, un dado de una bolsa. En esta bolsa, hay dos dados, uno de color azul y otro de color rojo. Si se saca un dado de color azul, los puntos que se obtengan serán a favor; mientras que si se extrae un dado de color rojo, los puntos que se obtengan al lanzarlo serán en contra. Gana el juego quien tenga el mayor puntaje.

Cuatro amigos deciden jugar. Después del segundo lanzamiento, estos son sus puntajes:

Nombre	Primer lanzamiento	Segundo lanzamiento	Situación final	Representación matemática
Luisa	3 puntos a favor	4 puntos a favor	7 puntos a favor	(+3) + (+4) = +7
Carlos	4 puntos en contra	5 puntos en contra	9 puntos en contra	(-4) + (-5) = -9
Ana	5 puntos a favor	3 puntos en contra	2 puntos en favor	(+5) + (-3) = +2
Ricardo	6 puntos en contra	2 puntos a favor	4 puntos en contra	(-6) + (+2) = -4

Para resolver situaciones como esta, necesitamos conocer las reglas de la adición de los números enteros.

¿Cómo procedemos en la adición si los números enteros tienen el mismo signo?

Supongamos que Luisa saca otras tres veces un dado de la bolsa. En esos tres casos, extrae el dado azul y al lanzarlo obtiene 4, 1 y 6 puntos. ¿Cuál será su puntaje final?

Si sabemos que el dado azul otorga puntos a favor, entonces los puntos obtenidos se podrán representar matemáticamente como (+4), (+1) y (+6). Para conocer el resultado final, procedemos a operar:

(+4) + (+1) + (+6) = +11. Es decir, Luisa ha obtenido 11 puntos a favor.

Por el contrario, si suponemos que ha extraído tres dados rojos y al lanzarlos ha salido 3, 5 y 1 punto, ¿cuál será su puntaje final?

El dado rojo, a diferencia del azul, representa los puntos en contra. Entonces, matemáticamente estos valores quedarán representados como (-3), (-5) y (-1). De esta manera, su puntaje final será el siguiente:

(-3) + (-5) + (-1) = -9. Es decir, la joven ha obtenido 9 puntos en contra.

Entonces, a partir de lo observado, podemos deducir lo siguiente:

> En la adición de números enteros con el mismo signo (positivo o negativo), el resultado es la suma de los valores absolutos de estos números manteniendo el mismo signo.

¿Cómo procedemos en la adición si los números enteros tienen diferente signo?

Supongamos que Luisa sacó solo dos veces los dados. Primero sacó el dado azul y al lanzarlo obtuvo 6 puntos. La segunda vez extrajo el dado rojo y obtuvo 2. ¿Cuál es el puntaje final de estos dos lanzamientos?

El dado azul le otorgó 6 puntos a favor. No obstante, el dado rojo le dio 2 puntos en contra. Como vemos, Luisa tiene más puntos a favor. Por ello, el resultado final también debe ser favorable. Procedemos de la siguiente manera:

(+6) + (-2) = +4. Es decir, el resultado final es 4 puntos a favor.

Sin embargo, si hubiera obtenido un solo punto con el dado azul y cuatro con el dado rojo, su situación habría sido radicalmente diferente.

Ya que, al tener más puntos en contra, el resultado sería negativo. Así, (+1) + (-4) = -3. Es decir, el resultado de Luisa sería de 3 puntos en contra.

Entonces, a partir de lo observado, se puede deducir lo siguiente:

> En la adición de dos números enteros que tienen diferente signo (uno de ellos es positivo y el otro, negativo), el resultado es la diferencia de sus valores absolutos donde prevalece el signo del que tenga un mayor valor absoluto.

¿Cómo procedemos en la sustracción de números enteros?

Para comprender la sustracción de números enteros, observemos la siguiente situación. Luisa, después de dos lanzamientos con los dados, obtuvo 2 puntos en contra como resultado final. Si ella consiguió 3 puntos con el dado azul en el primer lanzamiento, ¿cuántos puntos saco en el segundo y con qué color de dado?

Conocemos el primer lanzamiento (3 puntos a favor debido a que lanzó el dado azul) y el resultado final (2 puntos en contra). Entonces, a partir de esos datos, podemos deducir que en el segundo lanzamiento los puntos son en contra. Es decir, se lanzó el dado rojo. Pero ¿cuántos puntos consiguió Luisa en ese lanzamiento? Esta cifra la podemos determinar a partir de la diferencia entre el resultado final y el primer lanzamiento. Así, tenemos lo siguiente:

$(-2) - (+3) = -5$

Este cálculo es semejante a $(-2) + (-3) = -5$. En otras palabras, Laura obtuvo 5 puntos en contra en su segundo lanzamiento.

Entonces, a partir de lo observado, podemos deducir lo siguiente:

> Para sustraer dos números enteros, debemos transformar la sustracción en una adición, de forma tal que al primer número le sumamos el opuesto del segundo.

ANALIZAMOS

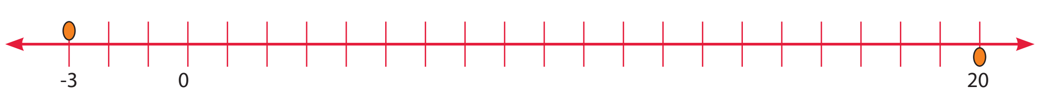
1. Un día de invierno a las 11 de la mañana, la temperatura en el patio de una empresa privada, situada en Puno, fue de -3 ºC y la del salón de actos, de 20 ºC. ¿En cuánto ha variado la temperatura? ¿Por qué crees que ocurre esta variación en dos lugares ubicados en una misma ciudad y a la misma hora?

RESOLUCIÓN

La temperatura en el patio a las 11 a. m. = -3 ºC.

La temperatura en el salón de actos a las 11 a. m. = 20 ºC.

La variación se calcula de la siguiente forma: $+20 - (-3) = +20 + 3 = +23$.



Luego, la temperatura ha tenido una variación de 23 °C.

2 Determina la variación entre la máxima y la mínima temperatura en los diferentes continentes.

	América	Europa	Asia	Oceanía	África
Mínima	-17 ºC	- 1 ºC	- 17 ºC	16 ºC	17 ºC
Máxima	23 ºC	18 ºC	28 ºC	24 ºC	27 ºC

RESOLUCIÓN

La variación es la diferencia entre la **máxima** y la **mínima temperatura.**

En América: (+23) – (-17) = (+23) + (+17) = +40

En Europa: (+18) – (-1) = (+18) + (+1) = +19

En Asia: (+28) - (-17) = (+28) + (+17) = +45

En Oceanía: (+24) – (+16) = (+24) + (-16) = +8

En África: (+27) – (+17) = (+27) + (-17) = +10

3 En el desierto de Sechura, la temperatura es de 37 ºC al mediodía. Según información de algunos excursionistas, esta temperatura es mayor en 40 ºC que la temperatura de la noche anterior. ¿Qué temperatura se registró la noche anterior? Si hubieses pasado por el desierto la noche anterior, ¿qué sensación térmica habrías percibido?

RESOLUCIÓN

Según el dato, 37 ºC es mayor en 40 ºC que la temperatura de la noche anterior. Entonces, debemos calcular la diferencia entre ambas temperatura:

Temperatura de la noche anterior = (+37) – (+40)

Temperatura de la noche anterior = (+37) + (-40) = -3

Luego, la temperatura de la noche anterior fue de -3 °C

4 La temperatura del aire baja conforme se asciende en la atmósfera, a razón de 9 ºC por cada 300 metros aproximadamente. Un globo sonda mide una temperatura de –90 ºC cuando a nivel del suelo es de 18 ºC. ¿A qué altura se encuentra el globo sonda?

RESOLUCIÓN

La temperatura a nivel del suelo es de 18 ºC y disminuye en 9 ºC cada vez que se asciende 300 m.

Entonces, para que la sonda tenga la temperatura de -90 ºC, debemos hallar la diferencia entre ambas temperaturas para saber cuántos ºC ha disminuido.

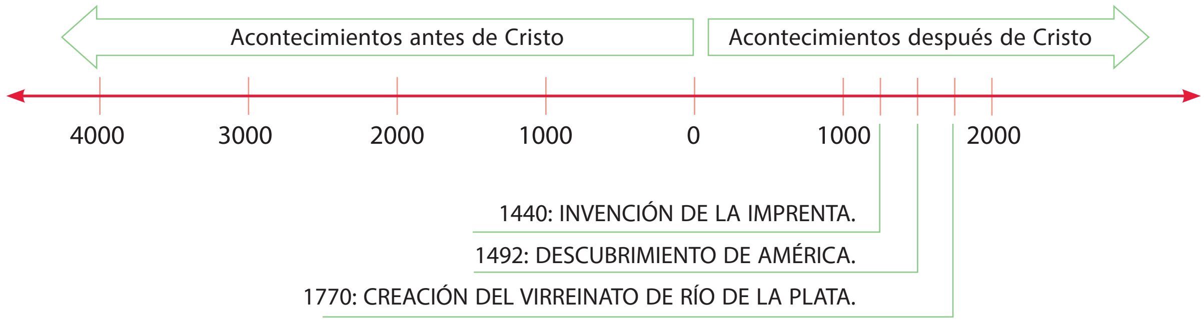
(-90) – (+18) = (-90) + (-18) = -108

Esta operación también se puede representar como -90 – 18 = -108.
Esto quiere decir que ha disminuido 108 °C. Luego, esto representa 12 veces 9 ºC.

RESPUESTA: el globo sonda se encuentra a 12 x 300 m, que equivale a 3600 m.

PRACTICAMOS

La siguiente línea de tiempo presenta algunos acontecimientos importantes de la historia universal.



Sobre la base de esta información, responde las preguntas 1 y 2.

1 **¿Cuántos años transcurrieron desde la invención de la imprenta hasta el descubrimiento de América?**

a) 40 años.
b) 52 años.
c) 92 años.
d) 58 años.

2 Luz afirma que: "Desde la invención de la imprenta hasta la creación del Virreinato de la Plata, han transcurrido 1770 años".

¿Estás de acuerdo con lo que afirma Luz? Explica tu respuesta con una operación.

3 En la galería El rey de las telas, ubicada en un conocido emporio comercial, Ana es propietaria de dos tiendas. Una de ellas se encuentra en el sótano 3 y la otra, a 7 pisos de la primera. **¿En qué piso se ubica la segunda tienda?**

a) Piso 7.
b) Piso 3.
c) Piso 4.
d) Piso 10.

4 La siguiente tabla corresponde a los goles a favor (GF) y goles en contra (GC) de 5 equipos que participan en un torneo local. Completa la tabla si se conocen los siguientes datos.

	EQUIPO	GF	GC	Situación final	Representación matemática
1	Once amigos	18	6	12 GF	
2	Olímpico	17	11		
3	Sporting Celeste	21		13 GF	
4	Independiente		9	1 GC	
5	Juventud	8	14		

5 Una persona nació el año 59 antes de Cristo y murió el 27 después de Cristo. **¿Cuántos años vivió?**

a) 86 años.
b) 32 años.
c) 76 años.
d) 23 años.

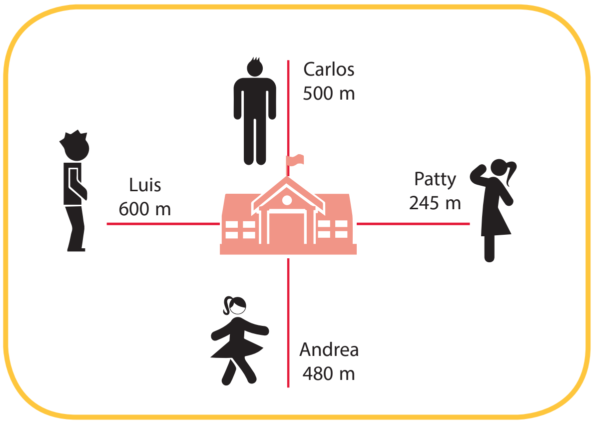
6 En la ciudad de Puno, la temperatura varía durante el día. A las 7 a. m., el termómetro marca -2 ºC. Cinco horas después, la temperatura subió 10 ºC y, luego de 10 horas, bajó 7 ºC. **¿Qué temperatura marcaba el termómetro a las 10 p. m.?**

a) 1 °C
b) 3 °C
c) 8 °C
d) 10 °C

7 Representa mediante números enteros las siguientes situaciones:

- El templo de Chavín de Huántar fue construido alrededor del año 900 a. C.:_________
- José ganó en una apuesta 150 soles: ___________
- Un equipo recibió 5 goles en contra: ___________
- Daniel adeuda 60 soles: ___________

El siguiente gráfico representa las distancias de dos niños y dos niñas (en sentido este y sur) con respecto a la escuela.



Sobre la base de esta información, responde las preguntas 8 y 9.

8 **¿A qué distancia se encuentra Patty de Luis?**

a) 245 m
b) 600 m
c) 845 m
d) 355 m

9 **¿Cuánto mayor es la distancia recorrida por Carlos a la de Andrea con respecto a la escuela?**

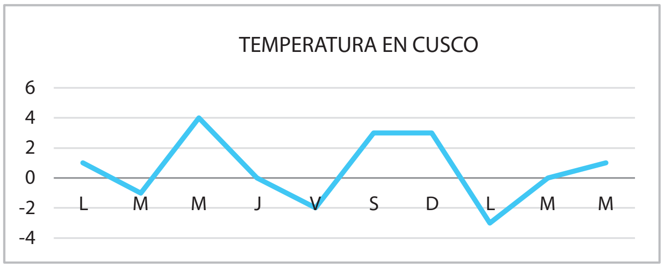
a) 20 m

b) 480 m

c) 500 m

d) 980 m

10 El Servicio Nacional de Meteorología e Hidrografía del Perú (Senamhi) registró las temperaturas en la ciudad del Cusco durante 10 días a las 2 a. m. La información se muestra en el siguiente gráfico.



¿Cuánto menos es la temperatura registrada el viernes con respecto a la del miércoles de la primera semana?

a) 6 ºC

b) 2 ºC

c) 4 ºC

d) 3 ºC

Seguimos practicando

11 En el Perú, el pico más alto es el Huascarán, que mide 6768 m s. n. m. Asimismo, la Depresión de Sechura es una zona de tierras bajas situada en la región de Piura. La Depresión de Sechura se ubica a 34 m bajo el nivel del mar. **¿Cuál es la diferencia en metros entre la cima del Huascarán y el punto más profundo de la Depresión de Sechura?**

a) 6734 m

b) 6000 m

c) 5200 m

d) 6802 m

12 Un bus sale del paradero inicial con 32 personas. En la primera parada, bajan 7 personas y suben 5. En la segunda, bajan 3. Finalmente, en mi paradero, bajamos 15 y suben 5. **¿Con cuántos pasajeros continuó su marcha el bus?**

a) 12

b) 15

c) 17

d) 1

13 Si sabemos que *a* y *b* son dos números enteros, positivo y negativo, respectivamente, **¿qué signo tendrá el resultado de la operación *a* – *b*? ¿Por qué?**

---

14 Un supermercado otorga a sus clientes 1 punto bono por cada 15 soles de compra. Claudia, después de canjear un perfume, tiene 330 puntos bono. **¿Cuántos puntos tenía acumulados antes del canje?**

250 puntos bono

850 puntos bono

800 puntos bono

a) 520 puntos bono.

b) 850 puntos bono.

c) 1180 puntos bono.

d) 345 puntos bono.

15 Una persona nació el año 8 antes de Cristo y murió el 35 después de Cristo. **¿Cuántos años vivió?**

a) 27 años.

b) 12 años.

c) 43 años.

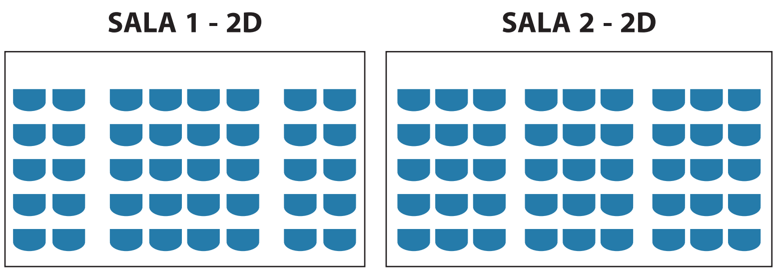
d) 23 años.

Matemática 1.er grado

Ficha: Modelos multiplicativos para un día en el cine

Para el estreno de la película *Peter Pan*, el Cine Plutón habilitó dos salas en 2D, como se aprecia en el siguiente esquema:

PETER PAN		
2D	Adultos	S/ 15
	Adulto mayor y niños hasta 10 años	S/ 10



Responde las siguientes preguntas:

1. ¿Los cines son un medio de comunicación?

   ____

2. ¿Cuántas personas pueden asistir como máximo a ver la película *Peter Pan* en las salas habilitadas en el cine Plutón?

   ____

3. Si asisten más niños a la proyección de la película, ¿son mayores o menores los ingresos para el Cine Plutón?

   ____

4. Si la familia Chávez acude al cine con sus 4 hijos, ¿cuánto gastará en las entradas?

   ____

5. Los días martes en el Cine Plutón, se promociona las entradas de adultos a S/ 10 y las de niños a S/ 8. Los estudiantes de primer grado A, ganadores del concurso Cuidando el medioambiente, son premiados por la I. E. con un boleto para cada uno para ver la película *Peter Pan* el día martes. Si el grupo que va al cine está compuesto por 20 estudiantes y un tutor, ¿cuánto se gastará en las entradas?

   ____

APRENDEMOS

En la situación anterior, observamos que se pueden establecer relaciones entre el número de asistentes, el costo de las entradas y la cantidad de asientos en cada una de las salas, y los modelos multiplicativos con números enteros. Pero ¿a qué nos referimos con la expresión "modelos multiplicativos"? Revisa la información que aparece a continuación para conocer este y otros conceptos útiles para tu vida diaria.

MODELOS MULTIPLICATIVOS CON NÚMEROS ENTEROS

Al vincular dos magnitudes, establecemos relaciones que pueden ser directamente proporcionales (DP).

Dos magnitudes son directamente proporcionales cuando al multiplicar o dividir una de ellas por un número cualquiera la otra queda multiplicada o dividida por el mismo número.

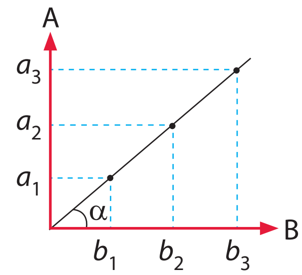
Si A DP B, se cumple que:

Magnitud A	a_1	a_2	a_3	a_4
Magnitud B	b_1	b_2	b_3	b_4

Entonces, $\frac{a_1}{b_1} = \frac{a_2}{b_2} = \frac{a_3}{b_3} = \frac{a_4}{b_4} = k$.

Donde k es la constante de proporcionalidad. Es decir, $k = \frac{A}{B}$.

Su representación gráfica es:



A veces, se nos presentan situaciones donde tenemos que considerar los signos de los números enteros para realizar una multiplicación.

Por ejemplo, el siguiente cuadro muestra las temperaturas mínimas registradas en el mes de junio en la ciudad de Puno y los días en que se registraron.

Temperatura mínimas (°C)	-11	-8	-6	-2	0	2
Días con esta temperatura	4	3	7	9	3	4

¿Cuál será la temperatura mínima promedio del mes de junio?

RESOLUCIÓN

Para calcular la temperatura mínima, debemos sumar las temperaturas registradas en el mes de junio y dividirlo entre los días del mes (30).

Promedio de temperatura mínima $= \frac{4(-11)+3(-8)+7(-6)+9(-2)+3(0)+4(2)}{30}$.

Promedio de temperatura mínima $= \frac{-44-24-42-18+0+8}{30}$.

Promedio de temperatura mínima $= \frac{-120}{30} = -4$.

RESPUESTA: el promedio de la temperatura mínima en el mes de junio es - 4 °C.

Ley de signos

(+5) (+4) = +20

(-9) (-3) = +27

(+7) (-12) = -84

(-2) (+6) = -12

ANALIZAMOS

1 En Paracas, se programan *tours* de buceo. La profundidad recomendada para el buceo recreativo es generalmente 130 pies. Más allá de esa distancia, los buzos necesitan entrenamiento y un equipo especial que los mantengan a salvo de los efectos de la presión. Un buzo sin entrenamiento salta desde un bote al océano. Desciende a un ritmo constante de 2 pies por segundo. ¿En cuánto tiempo alcanza la profundidad máxima?

RESOLUCIÓN

Para un mejor análisis, completamos la tabla:

Tiempo (s)	10	20	30	40	50	60	70	80
Descenso (pies)	-20	-40	-60	-80	-100	-120	-140	-160

Para calcular su máximo descenso, establecemos la proporción directa:

$$\frac{\text{Tiempo}}{\text{Descenso}} = \frac{10}{20} = \frac{x}{130} = x = 65$$

RESPUESTA: el buzo alcanza el máximo descenso en 65 segundos.

2 La Municipalidad de Chorrillos, con el propósito de incentivar el deporte, construirá algunas losas deportivas. Para dicha construcción, se requiere mezclar hormigón con cemento, arena, piedra y agua. La mezcla normal de cemento, arena y piedras está en la proporción de 1 : 2 : 6, en ese orden. Si se tiene 12 m^3 de piedra, ¿cuántos metros cúbicos (m^3) de cemento y de arena necesitas para preparar la mezcla?

RESOLUCIÓN

La mezcla de cemento, arena y piedra, en proporción de 1 : 2 : 6, se expresa de la siguiente manera:

$$\frac{\text{cemento}}{1} = \frac{\text{arena}}{2} = \frac{\text{piedra}}{6} = k \qquad \text{(I)}$$

Como la cantidad de piedra es de 12 m^3 reemplazamos en (I):

$$\frac{\text{cemento}}{1} = \frac{\text{arena}}{2} = \frac{12}{6} = k$$

Calculamos la cantidad de cemento: $\frac{\text{cemento}}{1} = \frac{12}{6}$; cemento = 2.

Calculamos la cantidad de arena: $\frac{\text{arena}}{2} = \frac{12}{6}$; arena = 4.

RESPUESTA: se necesitarán 2 m^3 de cemento y 4 m^3 de arena.

3 Para las olimpiadas deportivas escolares, en la categoría de básquetbol, se presentaron 17 equipos conformados por 5 jugadores titulares y 3 suplentes cada uno. ¿Cuántos estudiantes participaron en las olimpiadas?

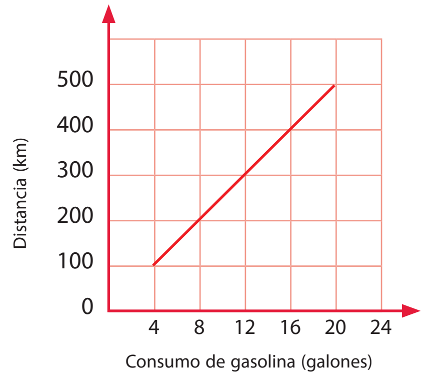
RESOLUCIÓN

Si son 17 equipos integrados por 5 titulares y 3 suplentes, tenemos la siguiente operación:

$$\boxed{17} \times \boxed{8} = \boxed{136}$$

Luego, participaron 136 estudiantes en las olimpiadas.

4 Un auto viaja por la Panamericana Sur a velocidad constante.



¿Cuál es el consumo de gasolina del auto en 100 km? ¿En 400 km? ¿En 50 km?
¿Cuántos kilómetros recorrerá si dispone de 60 galones de gasolina?

RESOLUCIÓN

Al observar el gráfico, constatamos que se trata de una proporción directa, ya que ambas magnitudes, consumo de gasolina y distancia, aumentan en la misma proporción.

	x2	x3	x4	
Consumo de gasolina (galones)	4	8	12	16
Distancia recorrida (km)	100	200	300	400

También podemos trasladar la gráfica a la forma de una proporción:

$$\frac{\text{Consumo de gasolina}}{\text{Distancia recorrida}} = \frac{4}{100} = \frac{8}{200} = \frac{12}{300} = \frac{16}{400}$$

Entonces:

En 100 km, el auto consume 4 galones.
En 400 km, el auto consume 16 galones.
En 50 km, el auto consume 2 galones.

Como ya se ha establecido que las magnitudes son proporcionales, podemos abordar la segunda pregunta:

		x15
Consumo de gasolina (galones)	4	60
Distancia recorrida (km)	100	1500

Realizamos el producto cruzado y obtenemos

$$\mathbf{4 \cdot d = 100 \cdot 60}$$
$$\mathbf{d = 1500\ km}$$

RESPUESTA: la distancia recorrida con 60 galones es 1500 km.

PRACTICAMOS

1 Enrique acomoda sus monedas de un sol como se aprecia en la figura:

Arreglo 1 | Arreglo 2 | Arreglo 3 | Arreglo 4

Completa la tabla:

N.° de arreglo	1	2	3	4	5
N.° monedas					

Si Enrique quiere formar un triángulo con 15 monedas en cada lado, **¿cuántas monedas necesitará?**

a) 30 monedas.

b) 36 monedas.

c) 42 monedas.

d) 45 monedas.

El primer día de una campaña de donación de sangre, se consiguen 28 000 mL, gracias a la colaboración de 70 personas. El segundo día colaboran 85 donantes y se consiguen 34 000 mL. El tercer día se obtienen 22 000 mL de sangre.

Con esta información, responde las preguntas 2 y 3.

2 Organiza la información brindada en una tabla y determina el número de donantes del tercer día.

3 Explica el significado de la constante de proporcionalidad en la situación propuesta.

Olimpiada de matemática

La I. E. Simón Bolívar organizó un concurso de matemática. Este certamen consistía en la aplicación de una prueba de 20 preguntas, calificada de la siguiente forma: +5 puntos por respuesta correcta, -2 puntos por respuesta incorrecta y 0 puntos por pregunta en blanco. La tabla muestra los resultados de los cuatro primeros puestos.

Participantes	N.° de respuestas correctas	N.° de respuestas incorrectas	N.° preguntas no contestadas
Liliana	16	4	0
Jairo	16	2	2
Fernando	15	3	2
Piero	14	0	6

Sobre la base de esta información, responde las preguntas 4 y 5.

4 **¿Quién obtuvo el mejor puntaje?**

a) Liliana.
b) Jairo.
c) Fernando.
d) Piero.

5 **¿Hubo la posibilidad de que Fernando ganara sin variar el número de respuestas correctas?**

____

____

6 La mamá de Paúl quiere saber cuál es la estatura de su hijo si en la foto mide 6 cm. Ella, además, sabe que la puerta mide 210 cm y aparece en la foto con una longitud de 9 cm.

a) 140 cm
b) 135 cm
c) 180 cm
d) 156 cm

Ingreso a la universidad

La calificación del examen de admisión de la Facultad de Medicina de una prestigiosa universidad tiene en cuenta la siguiente puntuación: a cada pregunta correctamente respondida le corresponde 20 puntos y a cada pregunta incorrecta, menos 1 punto.

A partir de esta información, responde las preguntas 7 y 8.

7 Alejandra se presentó al examen de admisión. De un total de 100 preguntas, contestó 75 de manera correcta y 20 de manera incorrecta. **¿Cuántos puntos obtuvo Alejandra?**

a) 1350
b) 1425
c) 1480
d) 1520

8 Carla se presentó a la misma facultad y obtuvo 1400 puntos. Justifica las posibilidades de que ella obtuviera dicho puntaje.

Campeonato de fútbol escolar

En la última fecha del campeonato deportivo, se enfrentaron 4 colegios con los siguientes resultados:

Colegios	Partidos ganados	Partidos perdidos	Partidos empatados
I. E. Santa Rosa	4	2	2
I. E. Carmelitas	2	3	3
I. E. San Roque	4	0	4
I. E. San Juan	3	3	2

Por partido ganado, cada equipo obtiene 3 puntos; por partido perdido, 0 puntos; y por partido empatado, 1 punto.

Con esta información, responde las preguntas 9 y 10.

9 **¿Qué puntaje obtuvo la I. E. Carmelitas?**

a) 9 puntos.
b) 8 puntos.
c) 7 puntos.
d) 5 puntos.

10 **¿Qué institución educativa ganó el campeonato?**

a) I. E. Santa Rosa.
b) I. E. Carmelitas.
c) I. E. San Roque.
d) I. E. San Juan.

Seguimos practicando

Fuente de soda

Una fuente de soda tiene un dispensador de refresco con dos depósitos de 15 litros de capacidad cada uno. Marlene vende refresco de maracuyá y chicha morada en envases de 1 litro y medio litro.

Lista de precios		
Refresco	1 litro	½ litro
Maracuyá	S/ 2	S/ 1
Chicha morada	S/ 4	S/ 2

Con esta información, responde las preguntas 11, 12 y 13.

11 **¿Cuánto recaudó Marlene si un día vendió todo su refresco de chicha morada y 10 litros de refresco de maracuyá?**

a) S/ 60
b) S/ 70
c) S/ 80
d) S/ 100

12 Marlene, un día de verano, olvidó enchufar el dispensador y perdió todo su refresco. **¿Cómo representarías la perdida de ese día?**

a) 15(4) + 15(2)
b) 15(-4) – 15(-2)
c) -15(4) – 15(2)
d) 15(-4) + 15(-2)

13 Marlene prepara un pedido de 3 refrescos de maracuyá de 1 litro, 8 refrescos de chicha morada de medio litro y 6 refrescos de maracuyá de medio litro. **¿A cuánto ascendió el pedido?**

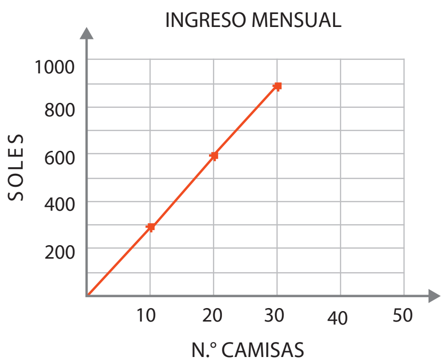
a) S/ 17
b) S/ 28
c) S/ 34
d) S/ 68


Refresco maracuyá (1 L)


Refresco chicha morada (1/2 L)

Confecciones Wendy

Confecciones Wendy elaboró el siguiente gráfico para representar su ingreso mensual por las camisas que produce.



14 **¿Cuál es su ingreso mensual si vendió 50 camisas?**

a) S/ 1000
b) S/ 1200
c) S/ 1400
d) S/ 1500

15 Los buzos que extraen mariscos en las playas de Ancash se sumergen de 5 a 30 m. Si un buzo salta de su embarcación al mar y desciende de forma constante 50 cm por segundo, **¿cuánto descendió en 12 segundos?**

a) 2 m
b) 4 m
c) 6 m
d) 8 m

Matemática 1.er grado

Ficha: Trabajamos con regiones poligonales

José es maestro albañil y trabaja en la construcción de una casa. La sala principal tiene forma rectangular y mide 8 m de largo por 5 de ancho. El dueño de la casa quiere revestir el piso de la sala con cerámicos cuadrados de 60 cm por lado.

Fuente de imagen: <https://goo.gl/QpKQMU>

Responde las siguientes preguntas:

1. ¿Qué forma tiene el terreno de la sala?

2. ¿Cuánto mide el ángulo que se forma en las esquinas del piso de la sala?

3. ¿Cuáles son el perímetro y el área de la sala de esta casa?

4. ¿Cuál es la forma de los cerámicos que se desea colocar en el piso de la sala?

5. El dueño de la casa compró 13 cajas de cerámicos que contienen 8 cerámicos cada una. El dueño le dice a José que esta cantidad es suficiente para cubrir todo el piso. ¿Estás de acuerdo? Justifica tu respuesta.

La situación planteada involucra perímetros y áreas de formas rectangulares. Es necesario repasar estos conceptos y algunas de sus propiedades para una mejor comprensión de situaciones similares.

ITEM 7 Secund Matem 1 JEC .indd 77 11/12/16 08:12

APRENDEMOS

RECTAS PARALELAS Y PERPENDICULARES

RECTAS PARALELAS

La rectas paralelas son aquellas que tienen la misma dirección y que se mantienen equidistantes entre sí. Es decir, estas líneas nunca se van a interceptar. Para indicar que dos rectas son paralelas se coloca entre ellas el símbolo //. Por ejemplo: L_1 // L_2.

RECTAS PERPENDICULARES

Las rectas perpendiculares son aquellas que al interceptarse forman un ángulo recto. Para indicar que dos rectas son perpendiculares, se coloca entre ellas el símbolo $\perp$. Por ejemplo: $L_3 \perp L_4$.

Para comprender mejor lo dicho anteriormente, veamos algunos ejemplos en la siguiente figura:

Las avenidas y jirones de una comunidad representan segmentos paralelos y perpendiculares. Completa los espacios en blanco:

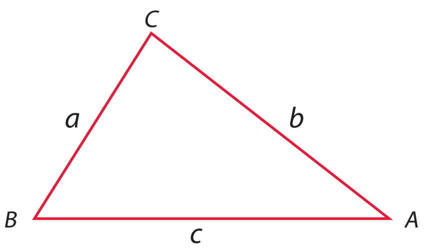
Adaptado de <https://goo.gl/Jfal26>

a) La avenida Colón es paralela a ______________________________.
b) La avenida Cultura es paralela a ______________________________.
c) La avenida San Martín es perpendicular a ______________________________.
d) El jirón Ica es perpendicular a ______________________________.

¿Qué es un triángulo?

Un triángulo es un polígono que tiene tres lados. Para existir, debe tener un lado mayor que la diferencia de los otros dos y menor que la suma de los mismos **(teorema de la existencia del triángulo)**.

Sea el triángulo *ABC*, cuya medida de sus lados se representa con *a*, *b* y *c*:



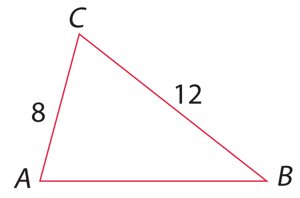
$$b - a < c < b + a$$
$$c - a < b < c + a$$
$$c - b < a < c + b$$

Nota: no es necesario calcular las tres desigualdades, basta con una. El valor que se encuentra en el medio puede ser cualquiera de los lados y la diferencia siempre debe ser positiva.

A continuación, presentamos una situación que involucra la desigualdad triangular.

Antonio, Carlos y Benjamín están practicando pases de básquet para sorprender al equipo contrario. Si Antonio se encuentra a 8 m de Carlos y este, a 12 m de Benjamín, ¿cuál es la distancia mínima entera que podría haber entre Antonio y Benjamín?

En el triángulo *ABC*, que representa las distancias entre Antonio, Benjamín y Carlos, tenemos que $12 - 8 < AB < 12 + 8$, de aquí $4 < AB < 20$.



Entonces, la distancia mínima entera que podría haber entre Antonio y Carlos es 5 m.

Clasificación de los triángulos:

Según la medida de sus ángulos, los triángulos se pueden clasificar en

a) **Triángulo acutángulo:** todos sus ángulos son menores que 90°.
b) **Triángulo rectángulo:** uno de sus ángulos es igual a 90°.
c) **Triángulo obtusángulo:** uno de sus ángulos es mayor que 90°, pero menor que 180º.

Según la medida de sus lados, los triángulos se pueden clasificar en

a) **Triángulo equilátero:** sus lados tienen la misma medida y cada uno de sus ángulos mide 60º.
b) **Triángulo isósceles:** dos de sus lados tienen la misma medida.
c) **Triángulo escaleno:** sus tres lados tienen diferente medida.

Otras figuras geométricas

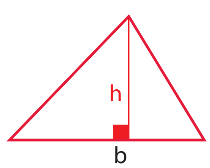
Además del triángulo, existen otras figuras geométricas con algunas características en común. Por ejemplo, los paralelogramos (cuadrado, rectángulo, rombo y romboide) tienen sus lados opuestos paralelos y congruentes. En el caso del cuadrado y del rectángulo, sus lados consecutivos son perpendiculares.

Perímetro y área de algunas figuras geométricas

Cuando una persona compra un terreno y lo cerca, la medida que corresponde al contorno de este terreno se denomina perímetro y se mide en unidades de longitud como m, cm, mm, entre otras. A la región interna del terreno se le conoce como superficie y a la medida de la superficie se, área. Esta se mide en unidades cuadradas como km^2, m^2, cm^2, mm^2, etc.

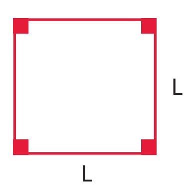
Para calcular el perímetro, basta con sumar la medida de los lados de la figura. El área tiene fórmulas matemáticas para su respectivo cálculo. Aquí mencionamos algunas de ellas:

ÁREA DE UN TRIÁNGULO: es igual al semiproducto entre la longitud de la base y la altura relativa a esta.



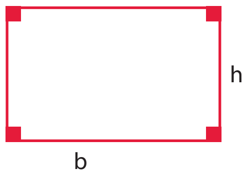
$$A = \frac{b \cdot h}{2}$$

ÁREA DE UN CUADRADO: es igual al cuadrado de la longitud de uno de sus lados.



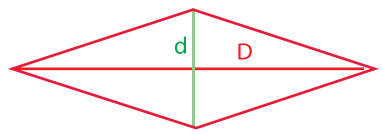
$$A = L^2$$

ÁREA DE UN RECTÁNGULO: es igual al producto de la longitud de la base por la altura.



$$A = b \cdot h$$

ÁREA DE UN ROMBO: es igual al semiproducto de las longitudes de sus diagonales.



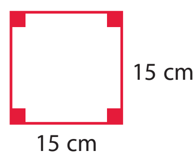
$$A = \frac{D \cdot d}{2}$$

Para la mejor comprensión de estas expresiones matemáticas, imaginemos la siguiente situación: Marcela corta plantillas de cartón de diferentes formas. Hay una de forma cuadrada, otra rectangular y una última triangular. Si se sabe que cada plantilla mide 60 cm de contorno, ¿cuál es el área de cada una de ellas?

- El área de la plantilla de forma cuadrada es:

  Área = L^2

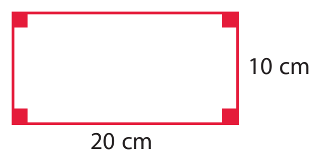
  Área = $(15 \text{ cm})^2 = 225 \text{ cm}^2$



- El área de la plantilla de forma rectangular es:

  Área = $b \cdot h$

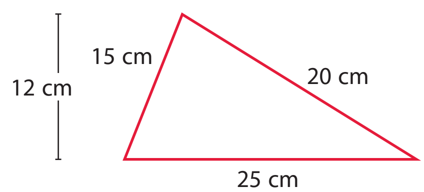
  Área = $20 \text{ cm} \times 10 \text{ cm} = 200 \text{ cm}^2$



- El área de la plantilla de forma triangular es:

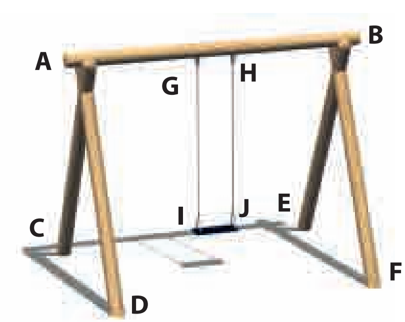
  Área = $\frac{b \cdot h}{2}$

  Área = $\frac{25 \text{ cm} \times 12 \text{ cm}}{2} = 150 \text{ cm}^2$



ANALIZAMOS

1 Se tiene el siguiente columpio construido con troncos de madera, dos sogas y una tabla para sentarse. Cada tronco, la soga y hasta la tabla para sentarse representan segmentos. Menciona más de un segmento perpendicular al segmento representado por el tronco *AB.*



RESOLUCIÓN

1.° Observamos que el tronco *AB* tiene seis segmentos perpendiculares:

$GI \perp AB$

$HJ \perp AB$

$AD \perp AB$

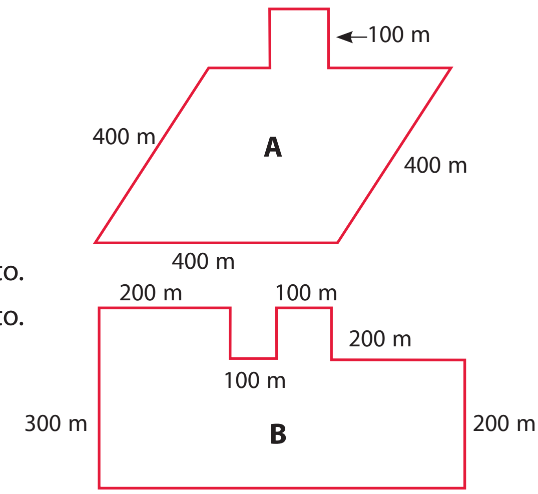
$AC \perp AB$

$BE \perp AB$

$BF \perp AB$

RESPUESTA: seis segmentos son perpendiculares al segmento *AB.*

2 Dos atletas recorren dos manzanas cercanas a sus viviendas. Alberto recorre una vez el contorno de la manzana A y Benito recorre una vez el contorno de la manzana B.



A partir de estos datos, ¿qué podemos afirmar?

a) Que Alberto recorre una mayor longitud que Benito.
b) Que Benito recorre una mayor longitud que Alberto.
c) Que Alberto y Benito recorren la misma longitud.
d) Que Benito recorrió 100 m más que Alberto.

RESOLUCIÓN

1.° Alberto recorre: 400 m + 400 m + 400 m + 400 m + 100 m + 100 m = 1800 m.

2.° Benito recorre: 300 m + 200 m + 100 m + 100 m + 200 m + 200 m + 600m + 300 m = 2000 m.

RESPUESTA: Benito recorre 200 m más que Alberto. Debe marcarse la alternativa b.

3 Dos lados de un triángulo miden 2u y 5u, ¿cuántos posibles valores enteros puede tomar el tercer lado?

RESOLUCIÓN

1.° Como desconocemos el tercer lado, este irá en medio de la desigualdad.

$5u - 2u < x < 5u + 2u$

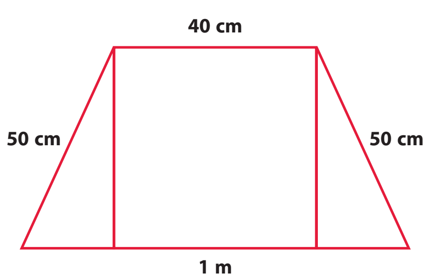
$3u < x < 7u$

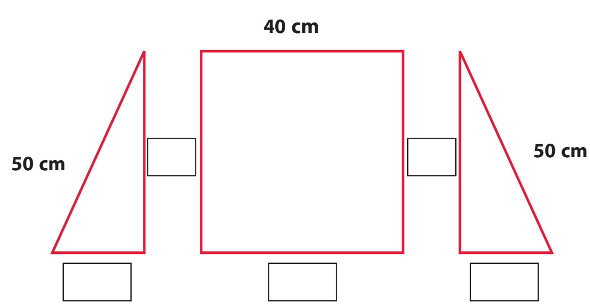
2.° Por lo tanto, el tercer lado puede tomar los valores 4u, 5u y 6u.

3.° Esto quiere decir que hay tres valores enteros posibles.

RESPUESTA: el tercer lado puede tomar hasta tres valores enteros posibles.

4 Para elaborar un proyecto de matemática, un estudiante trajo un pedazo de triplay en forma de trapecio isósceles (cada lado, derecho e izquierdo, mide 50 cm). La base mayor mide 1 m. Asimismo, la base menor y la altura miden 40 cm cada una. El estudiante desea realizar dos cortes de tal manera que se obtengan un cuadrado y dos triángulos rectángulos. Además, debe colocar cinta adhesiva en el borde de las tres figuras obtenidas. ¿Qué longitud de cinta deberá usar?





RESOLUCIÓN

El perímetro de cada triángulo es 50 cm + 40 cm + 30 cm = 120 cm.
El perímetro del cuadrado es 4(40 cm) = 160 cm.

Entonces, para cubrir el borde de las tres figuras, se necesitan dos veces el perímetro del triángulo más el perímetro del cuadrado:

$$\begin{aligned} 2(120\text{ cm}) + (160\text{ cm}) &= 240\text{ cm} + 160\text{ cm} \\ &= 400\text{ cm} \end{aligned}$$

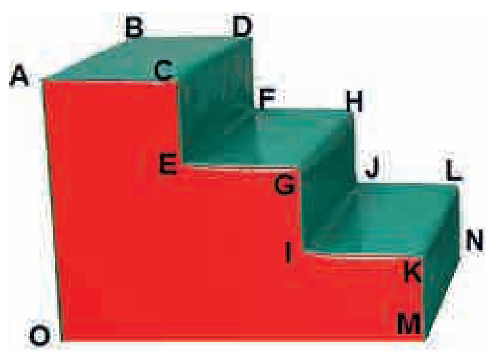
RESPUESTA: se debe usar 400 cm de longitud de cinta.

PRACTICAMOS

1. Cada esquina de los escalones es un punto y, como sabemos, entre estos se forman segmentos, de los cuales algunos son paralelos y otros perpendiculares.

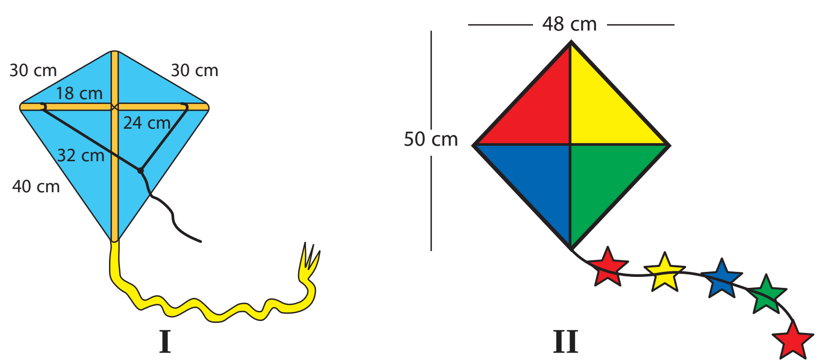
Según el orden de las proposiciones, **¿cuáles son verdaderas y cuáles son falsas?**

I. $AB \parallel CD$
II. $EG \perp GH$
III. $AO \perp HJ$
IV. $DF \perp BD$
V. $CE \parallel KL$



a) VFVVF.
b) VVFVV.
c) VVFVF.
d) FVFVF.

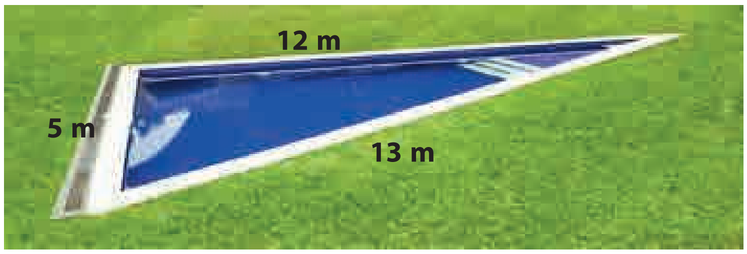
2. Se tiene dos cometas como las que se muestran en la figura. Además, se sabe que estas cometas están cubiertas con la cantidad exacta de papel. **¿Cuál de las dos tiene mayor cantidad de papel?**



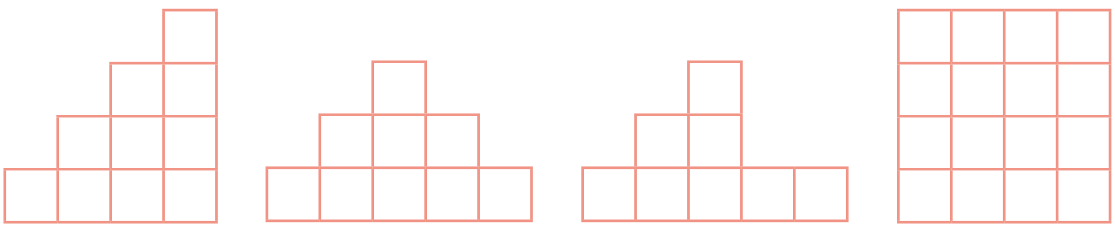
a) I.
b) II.
c) En las dos se gastó igual.
d) No se puede saber.

3 En una piscina en forma de triángulo rectángulo, con las medidas mostradas, se coloca una cinta de separación de 6,5 m desde el vértice del ángulo recto hasta el punto medio del lado opuesto. Así se forman dos divisiones triangulares. **¿Cuál es el mayor perímetro entre estas dos regiones triangulares?**

a) 25 m
b) 17 m
c) 30 m
d) 36,5 m



4 Se tienen piezas de rompecabezas que llevan inscritas en la parte de atrás algunas marcas en forma horizontal y vertical. **¿Qué característica común tienen estas piezas?**



a) Tienen la misma área.
b) Tienen el mismo perímetro.
c) Todos sus lados son paralelos.
d) Todos sus lados son perpendiculares.

5 Se tienen varias cintas con las medidas indicadas.

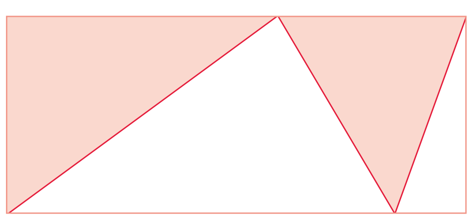
Se quiere formar algunos triángulos isósceles con estas cintas. Claudia representa un triángulo con lados de 3, 3 y 6 cm. **¿Esto es posible? ¿Por qué?**

____

____

6 Si el área del rectángulo es 60 m^2, **¿cuál es el valor del área sombreada?**

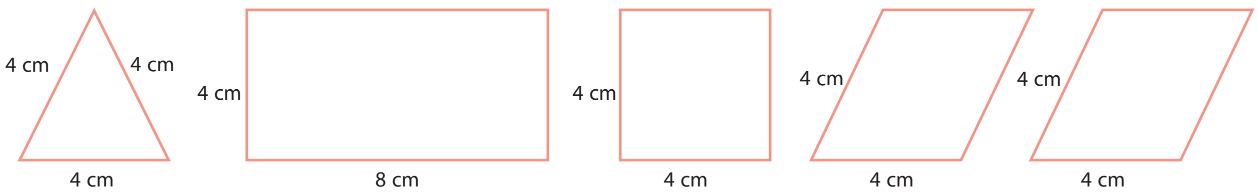
a) 20 m^2
b) 30 m^2
c) 40 m^2
d) 60 m^2



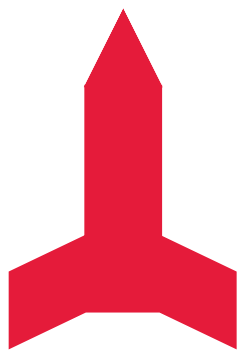
7 **¿Cuál de las siguientes medidas no corresponde a las medidas de los lados de un triángulo?**

a) 2 cm, 3 cm y 4 cm
b) 3 cm, 4 cm y 5 cm
c) 1 cm, 1 cm y 1 cm
d) 1 cm, 2 cm y 3 cm

8 Para formar un cohete espacial de cartulina, se utilizan las siguientes piezas.



Calcula el perímetro de dicho cohete de cartulina.



a) 52 cm
b) 104 cm
c) 84 cm
d) 48 cm

9 Se sabe que un jardín de forma rectangular se puede acordonar con una soga de 26 m. Si uno de los lados es 3 m más largo que el otro, **¿cuál es el área del terreno del jardín?**

a) 25 m^2

b) 64 m^2

c) 40 m^2

d) 26 m^2

10 Elena quería poner una ventana cuadrada de 1 m de lado. Sin embargo, luego cambió de opinión y contrató un albañil para ampliar el espacio de la ventana. Ahora, debe comprar una ventana con el doble de lado que la primera. **¿Qué ha sucedido con el área de la segunda ventana con respecto a la primera?**

a) El área se ha duplicado.

b) El área se ha triplicado.

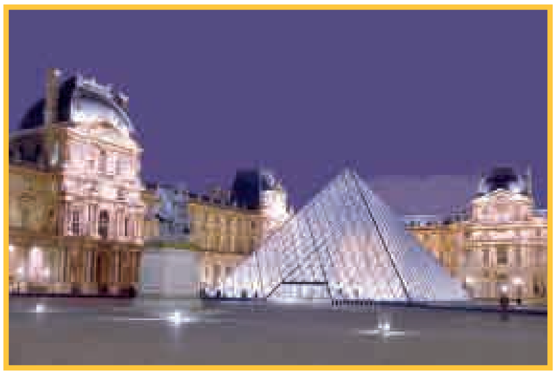
c) El área se ha cuadruplicado.

d) El área permanece igual.

Seguimos practicando

11 Se tiene las medidas de una casa que se vende a 79 mil dólares. Se quiere saber cuánto sería el costo de una casa de 60 m². Explica tu respuesta usando las figuras geométricas conocidas.

12 El museo de Louvre de Francia es uno de los más famosos del mundo. Sus paredes están conformadas por 603 rombos de 3 m de alto y 1,80 m de ancho, y por 70 triángulos de cristal, que son la mitad de cada rombo. **¿Cuántos m² de cristal contienen las paredes de este museo?**



13 Se tiene una pieza de un tangram que recibe el nombre de romboide y se quiera calcular su área. Describe los pasos para hallarla.

____

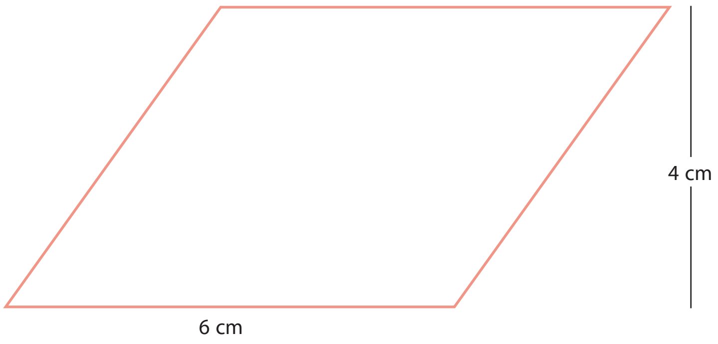
____

____

____

____

____



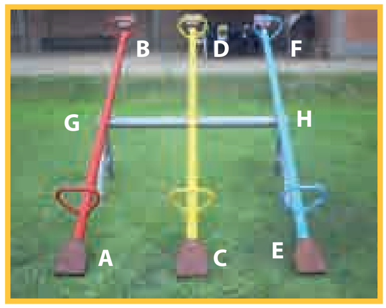
14 Si sabemos que $\overline{AB}\ //\ \overline{FH}$ y $\overline{GH} \perp \overline{CD}$, escribe el símbolo de paralelo y perpendicular en el espacio en blanco que hay entre los siguientes segmentos:

$\overline{EH}$ _____ $\overline{BG}$

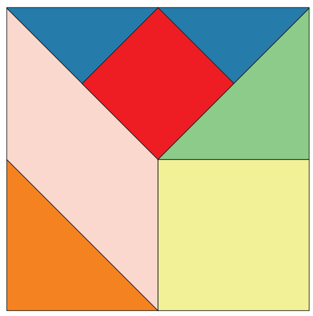
$\overline{CD}$ _____ $\overline{FH}$

$\overline{AG}$ _____ $\overline{HE}$

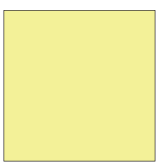
$\overline{GB}$ _____ $\overline{GH}$



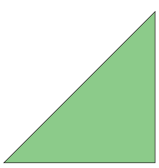
15 Diego adquiere un tangram cuadrado cuyos lados miden 12 cm a un precio de S/ 8. Él quiere saber cuál es el área del tangram y de alguna de las piezas. Ayuda a Diego a calcular dichas áreas.



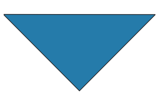
El área del tangram es ____ cm^2.



Es la _______ parte del tangram. Su área es _____ cm^2.



Es la ________ del cuadrado amarillo. Su área es _____cm^2.



Es la ________del triángulo verde. Su área es ______ cm^2.

Matemática 1.^{er} grado

Ficha: Identificamos formas poligonales en nuestro entorno

Desde nuestros antepasados hasta la actualidad, las formas geométricas siempre han estado presentes en nuestra vida cotidiana formando parte de diversos diseños arquitectónicos y como parte de la naturaleza que nos rodea (hojas, frutos, verduras, accidentes geográficos, entre otros).

Nuestro país posee un gran bagaje histórico gracias a todas las culturas que se desarrollaron a lo largo del territorio. El complejo arqueológico de Tarawasi, ubicado en la provincia de Anta, cerca del Cusco, es una muestra de ello. Tarawasi es famoso por las formas poligonales que adornan sus muros, ya que con las piedras que los conforman se ha conseguido elaborar diseños que asemejan flores. Además, la unión de esas rocas ha sido capaz de dar forma a una sólida estructura de gran belleza arquitectónica.

Responde las siguientes preguntas:

1. ¿Por qué se caracteriza el complejo arqueológico de Tarawasi?

____

2. Según la fotografía del muro del complejo arqueológico de Tarawasi:

   a) ¿Qué formas tienen las piedras?

   ____

   b) ¿Todas son iguales?

   ____

   c) ¿Tienen el mismo número de lados?

   ____

   d) ¿Qué característica tiene la piedra del centro a diferencia de las demás?

   ____

e) ¿Cuántas piedras están en contacto con la del centro o a su alrededor?

f) ¿Qué imágenes te recuerdan la forma de dichas piedras?

3 En la ciudad del Cusco, la piedra de los doce ángulos, ubicada al exterior de un palacio inca y sobre una muralla, es admirada por su arquitectura poligonal. Esta piedra es tal vez una de la más retratadas por los turistas.

a) ¿Por qué crees que recibe ese nombre?

b) ¿Qué característica tiene?

c) ¿Cuántos vértices y lados posee?

d) ¿Sus lados son de igual tamaño?

En el primer caso, el complejo arqueológico de Tarawasi se caracteriza por tener formas geométricas en sus muros. Allí se observan piedras de diversos tamaños y variado número de lados. Con las piedras se ha conseguido diseñar formas floridas que le dan a los muros gran estabilidad y belleza.

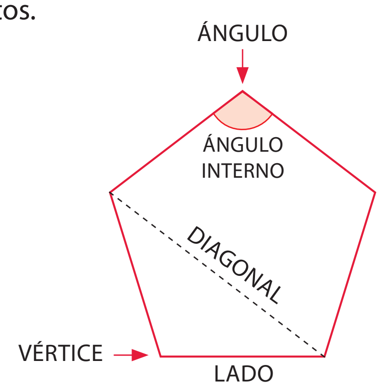
Con relación a la piedra de los doce ángulos, conviene recordar que su nombre se debe a la cantidad de ángulos que posee. Además, tiene igual número de lados y de vértices. Esta piedra se caracteriza porque se ubica en el centro de la muralla y ha conseguido un perfecto ensamblaje de sus esquinas y sus lados con las demás piedras.

A estas piedras, que tienen formas y tamaños diferentes, se les puede denominar **formas poligonales.**

APRENDEMOS

POLÍGONO

Un polígono es la región de un plano limitada por tres o más segmentos.

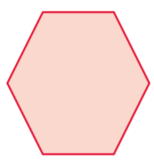


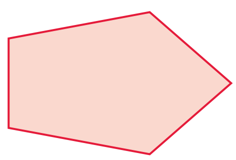
ELEMENTOS DE UN POLÍGONO:

1. **Lados:** son cada uno de los segmentos que limitan el polígono.
2. **Vértices:** son los puntos que unen dos lados consecutivos.
3. **Ángulos interiores de un polígono:** son los ángulos determinados por dos lados consecutivos.
4. **Diagonales:** son los segmentos que unen dos vértices no consecutivos.

TIPOS DE POLÍGONOS:

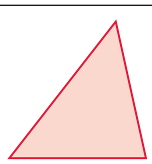
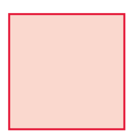
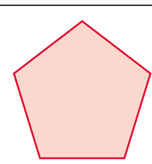
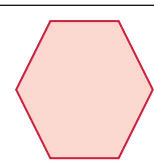
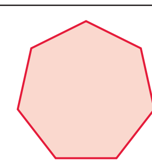
Si las medidas de sus ángulos y de sus lados son iguales, el polígono es regular. Si, por el contrario, ni las medidas de sus ángulos ni las de sus lados coinciden, estamos ante un polígono irregular.

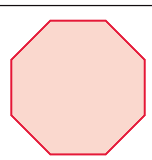
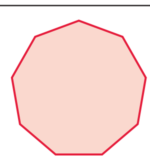
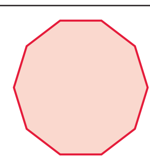
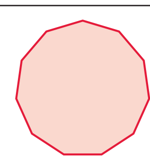
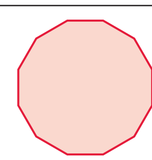

Polígono regular


Polígono irregular

CLASIFICACIÓN DE POLÍGONOS:

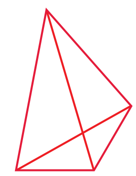
- **Según el número de lados**:

 Tienen 3 lados.	 Tienen 4 lados.	 Tienen 5 lados.	 Tienen 6 lados.	 Tienen 7 lados.
TRIÁNGULOS	CUADRILÁTEROS	PENTÁGONOS	HEXÁGONOS	HEPTÁGONOS

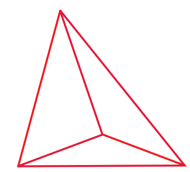
 Tienen 8 lados.	 Tienen 9 lados.	 Tienen 10 lados.	 Tienen 11 lados.	 Tienen 12 lados.
OCTÁGONOS	ENEÁGONO	DECÁGONO	UNDECÁGONO	DODECÁGONO

- **Según sus ángulos**:

Convexos: cuando todos sus ángulos son menores que 180° y todas sus diagonales están en el interior del polígono.



Cóncavos: cuando uno de sus ángulos es mayor de 180° y una de sus diagonales está en el exterior del polígono.

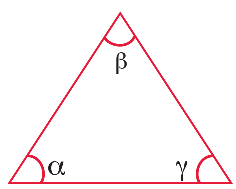


SUMA DE ÁNGULOS INTERIORES DE UN POLÍGONO:

Para determinar la suma de las medidas de los ángulos interiores de un polígono, se debe restar 2 al número de sus lados y multiplicarlo por 180°.

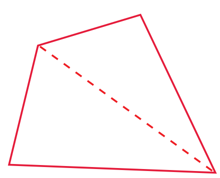
Justificación:

- En todo triángulo, la suma de las medidas de sus ángulos internos es 180°.

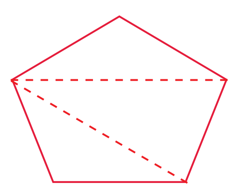


$\alpha + \beta + \gamma = 180°$

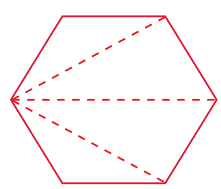
- Todo polígono de más de tres lados se puede dividir en triángulos.



Si N.° lados = 4, hay 2 triángulos.



Si N.° lados = 5, hay 3 triángulos.



Si N.° lados = 6, hay 4 triángulos.

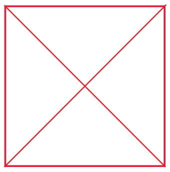
- Entonces, tenemos las siguientes equivalencias:

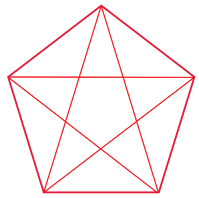
  2 x 180° = 360° 3 x 180°= 540 ° 4 x 180° = 720°

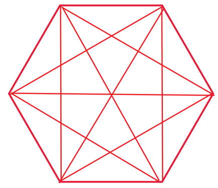
- Por lo tanto, si n es el número de lados de un polígono, la suma de sus ángulos interiores es $S_i = (n - 2) \cdot 180°$.

NÚMERO DE DIAGONALES DE UN POLÍGONO:

Todos los polígonos, menos el triángulo, tienen diagonales. Si n es el número de lados de un polígono, el número de diagonales se puede hallar de la siguiente manera:





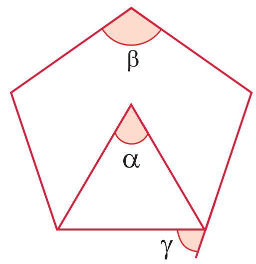


N.° diagonales = $\dfrac{4(4-3)}{2}=2$ N.° diagonales = $\dfrac{5(5-3)}{2}=5$ N.° diagonales $\dfrac{6(6-3)}{2}=9$

En los polígonos regulares, donde todos los ángulos y lados son iguales, se cumplen las proposiciones que siguen.

- **Ángulo interior**:
  El ángulo interior de un polígono regular de *n* lados se halla dividiendo la suma de sus ángulos interiores entre el número de sus lados:

$$\text{Ángulo interior} = \frac{Si}{n} = \frac{(n-2)\cdot 180^\circ}{n}$$



En la figura adjunta, es posible calcular el ángulo interior (β) del pentágono regular de la siguiente manera:

$$\text{Ángulo interior } (\beta) = \frac{Si}{5} = \frac{(5-2)\cdot 180\Upsilon}{5} = 108\Upsilon$$

- **Angulo exterior**:
  Un ángulo exterior es el ángulo formado por un lado y la prolongación de un lado consecutivo. **Un ángulo exterior y uno interior siempre suman 180°** porque están sobre la misma línea. Por lo tanto, tenemos la siguiente igualdad:

α : ángulo central
β : ángulo interior
γ : ángulo exterior

Ángulo exterior = 180° – ángulo interior.

En el caso del pentágono regular, su ángulo exterior γ es el siguiente:

Ángulo exterior (γ) = 180° – 108 = 72°.

- **Angulo central:**
  El ángulo central está formado por dos radios consecutivos. Si *n* es el número de lados de un polígono regular, entonces:

$$\text{Ángulo central} = \frac{360^\circ}{n}.$$

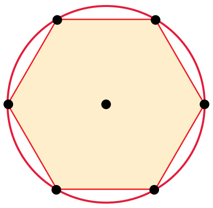
En el caso del pentágono regular, su ángulo central (α) es el siguiente:

$$\text{Ángulo central } (\alpha) = \frac{360^\circ}{5} = 72^\circ.$$

Todos los **polígonos regulares** están inscritos en una circunferencia. Sus vértices se ubican sobre la circunferencia.

EL PERÍMETRO:

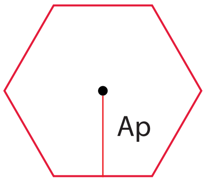
El perímetro de un polígono regular es igual al número de lados por la longitud de dicho lado.



ÁREA DE UN POLÍGONO REGULAR:

El área de un polígono regular se halla aplicando la siguiente fórmula:

$$\text{Área} = \frac{\text{perímetro} \times \text{apotema}}{2}$$



ANALIZAMOS

En la naturaleza, también encontramos muchas formas poligonales.

1. En una colmena de abejas tenemos lo siguiente:
   - Cada celda tiene seis lados y la forma de un hexágono regular.
   - En la elaboración de una colmena, las abejas son tan minuciosas que las celdas tienen la misma forma y tamaño. Podemos decir, entonces, que poseen una forma regular.
   - La unión de las celdas es tan perfecta que en cada vértice concurren 3 lados formando el diseño de una gran estructura en forma de mosaico.

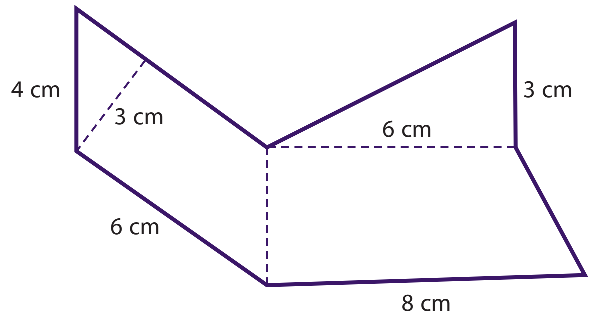
2. Observa la siguiente fruta:

No rueda en la mesa

Agricultores japoneses crean citrus pentagonales como amuletos para los estudiantes que afrontan exámenes.

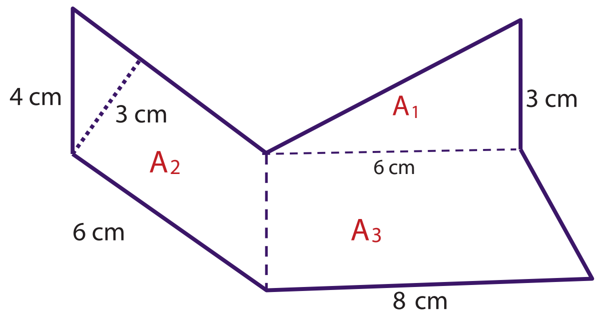
- Cada porción tiene forma pentagonal, porque tiene cinco lados.
- ¿Su forma es regular o irregular? Su forma es regular, porque todos los lados son congruentes.

3 Calcula el área del siguiente polígono:



RESOLUCIÓN

Para hallar el área de polígonos irregulares, es necesario descomponerlo en figuras conocidas:



1.° El polígono dado se descompone en 3 figuras: A_1 (triángulo), A_2 (paralelogramo) y A_3 (trapecio).

2.° Se calcula las áreas de los polígonos parciales:

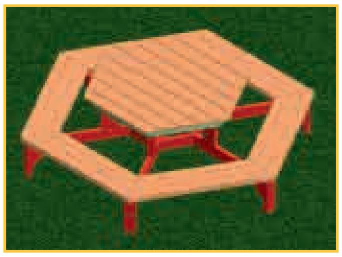
Área del triángulo A_1 = (6 cm)(3 cm)/2 = 9 cm².

Área del paralelogramo A_2 = (6 cm)(3 cm) = 18 cm².

Área del trapecio $A_3 = \dfrac{(8\text{ cm} + 6\text{ cm})(4\text{ cm})}{2} = 28\text{ cm}^2$.

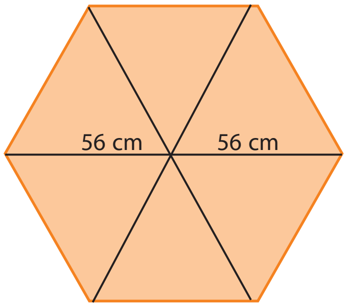
3.° Por lo tanto, el área del polígono dado es la siguiente: $9\text{ cm}^2 + 18\text{ cm}^2 + 28\text{ cm}^2 = 55\text{ cm}^2$.

4 Una mesita y su base forman una sola pieza (figura adjunta). La superficie de la mesita tiene forma de un polígono regular de seis lados. Si su perímetro es 336 cm, ¿podrá pasar dicha mesita, en la posición en que está, por un pasillo de 100 cm de ancho?



RESOLUCIÓN

Como la mesita tiene la forma de un hexágono regular, entonces el tablero se divide en seis triángulos equiláteros.



Si el perímetro de la mesita es de 336 cm, entonces cada lado mide $\dfrac{336\text{ cm}}{6} = 56\text{ cm}$.

En el triángulo equilátero, todos los lados tienen la misma longitud.

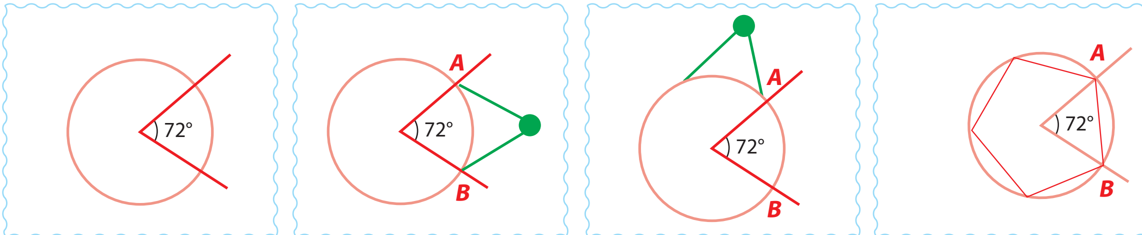
Por lo tanto, cada diagonal mide 56 cm × 2 = 112 cm.

RESPUESTA: como el pasillo mide 100 cm y la mesita, 112 cm de diagonal, entonces no podrá pasar por dicho pasillo.

5 Explica cómo a partir de una circunferencia, con el empleo de regla y compás, se puede graficar un pentágono.

RESOLUCIÓN

Secuencia para graficar el pentágono regular:



1.° Se halla la medida del ángulo central del pentágono $A_c = \frac{336°}{5} = 72°$. Luego se traza dicho ángulo.

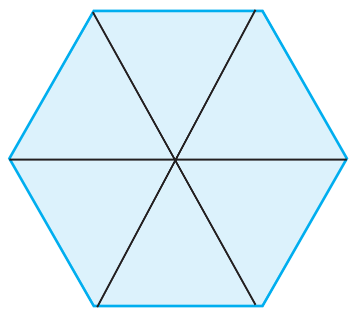
2.° Se marcan los puntos A y *B* sobre la circunferencia y, con el compás, se toma la medida de la cuerda *AB*.

3.° Sin cambiar la medida del compás, se traslada la medida del arco *AB* a lo largo de la circunferencia dejando pequeñas marcas.

4.° Se unen los puntos marcados en la circunferencia. Se obtiene así un pentágono regular.

PRACTICAMOS

1 Una ventana tiene la forma de un hexágono regular (figura adjunta). Si se emplearon 240 cm de varilla de aluminio para su marco, **¿cuántos cm de tubo de aluminio se tendrán que comprar para colocar los travesaños?**



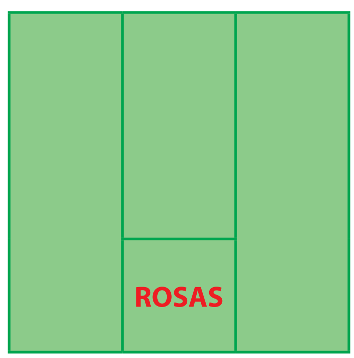
a) 240 m

b) 340 cm

c) 240 cm

d) 480 cm

2 Un terreno de cultivo de 144 m^2 de área se ha dividido en partes iguales entre tres hermanos. Si uno de ellos sembrará rosas en la tercera parte de su terreno y en el resto, hortalizas, **¿qué relación existe entre el área del sembrío de hortalizas y el de rosas?**



a) El área del sembrío de hortalizas es nueve veces más grande que el área del sembrío de rosas.

b) El área del sembrío de hortalizas es ocho veces más grande que el área del sembrío de rosas.

c) El sembrío de rosas es de 18 m^2.

d) No existe relación entre dichas áreas.

3 La razón entre la medida del ángulo interior y exterior de un polígono regular es de 7 a 2. **¿Cuántos lados tiene dicho polígono?**

a) 8

b) 9

c) 10

d) 12

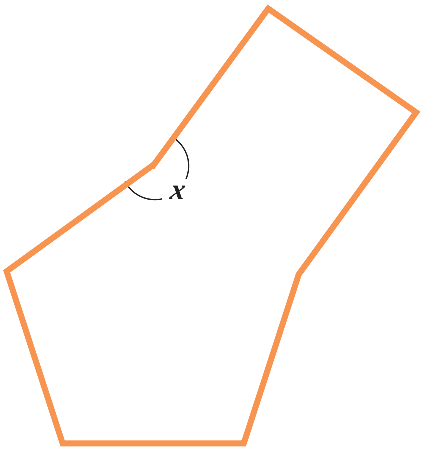
4 La figura adjunta es el diseño de una piscina. **¿Cuál será el valor del ángulo x?** Justifica tu respuesta.

a) 150°

b) 198°

c) 162°

d) 630°



____

____

____

5 En la imagen de una edificación, se observa que la diferencia entre el ángulo interno y el ángulo externo de dicho polígono regular es igual a la medida de su ángulo central. **¿Qué imagen es la que representa mejor dichos datos?**

a) La pileta que es de forma circular.

b) La fachada de la biblioteca central que es de forma rectangular.

c) Una pista de estacionamiento que es de forma triangular.

d) La sala de profesores que es de forma hexagonal.

6 El letrero siguiente tiene una altura de 72 cm. Expresa su perímetro en metros.

a) 1296 m
b) 2592 cm
c) 2,04 m
d) 0,51 m

Altura = 72 cm

7 Relaciona con flechas los valores correspondientes de ambas columnas según convenga.

Suma de ángulos internos = 540°	**HEXÁGONO**
Ángulo interior = 120 °	**OCTÁGONO**
Tiene 20 diagonales	**DECÁGONO**
Ángulo exterior = 36°	**PENTÁGONO**

8 El borde externo del marco de madera de un espejo cuadrangular tiene 96 cm de perímetro y la parte interna de dicho marco, un perímetro de 72 cm. **¿Cuál es el área del marco de madera?**

a) 152 cm^2

b) 252 cm^2

c) 324 cm^2

d) 576 cm^2

9 Un mosaico es todo recubrimiento de un plano que emplea piezas llamadas teselas. Estas no pueden superponerse ni dejar espacios sin recubrir. Asimismo, sus ángulos, cuando concurren en un mismo vértice, suman 360°. **¿Qué polígonos regulares cumplen con estas condiciones?**

a) El triángulo isósceles, el rectángulo y el hexágono.

b) El triángulo rectángulo, el cuadrado y el octógono regular.

c) El triángulo equilátero, el rombo y el hexágono regular.

d) El triángulo equilátero, el cuadrado y el hexágono regular.

10 El perímetro de una mesita de centro, que tiene la forma de un hexágono regular, es de 144 cm. Calcula el área de la pieza de vidrio que se debe colocar sobre dicha mesita.

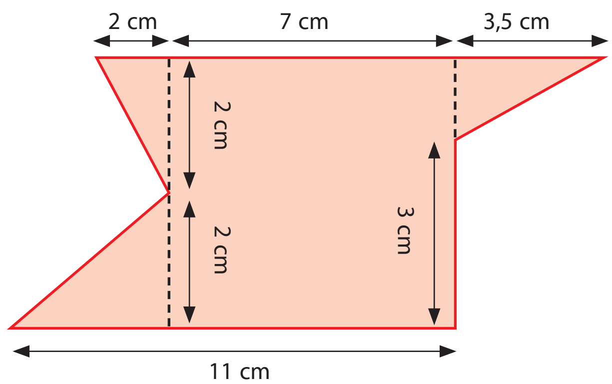
Utiliza tus conocimientos sobre el área de los triángulos equiláteros.

Seguimos practicando

11 Completa la siguiente tabla y compara el área de ambos polígonos regulares. **¿Cuál de ellos tiene mayor área? ¿Qué relación existe entre el perímetro y el área en ambos casos?**

Polígono regular	Perímetro (cm)	N.º de lados	Lado (cm)	Área (cm^2)
Triángulo	72			
Cuadrado	72			

12 Calcula el área del siguiente polígono irregular:



a) 43,5 cm^2
b) 35,75 cm^2
c) 37,5 cm^2
d) 53,75 cm^2

13 Justifica por qué la suma de los ángulos internos de un eneágono es 1260°.

14 Teresa, al planchar un mantel circular de 2 m de diámetro, ha quemado uno de sus bordes. Para aprovechar la tela, ella decide confeccionar un mantel triangular de lados iguales y lo más grande posible.

Realiza el bosquejo de la confección de dicho mantel utilizando regla y compás. **¿Cuál será la medida de cada lado del mantel triangular?**

15 Los balones de fútbol son elaborados con paños de formas poligonales. Según la figura adjunta, responde:

a) **¿Qué clase de polígonos observas?**

b) **¿Puedes determinar cuántos polígonos de cada clase hay?**

c) Si tuvieras que elaborar una almohada con estos diseños, **¿qué formas poligonales usarías?**

Matemática 1.^{er} grado

Ficha: Promociones por inauguración de tienda

Por su inauguración, una tienda de ropa para toda la familia ofrece a los clientes que han realizado compras mayores a 100 soles la posibilidad de girar la Ruleta regalona y ganar un premio. Si la flecha de la rueda cae en una sección con el cartel "Premio", el cliente recibe de regalo un producto de menor o igual precio al monto de su compra. Si la flecha cae en una sección con un caracol, el cliente se hace acreedor a un descuento del 10 % del monto de su compra. Finalmente, si la flecha cae en una sección con una estrella, se le agradece por su visita.

Ruleta regalona

Fuente de imagen: <http://brainly.lat/tarea/433273>

Responde las siguientes preguntas:

1. ¿En cuántos sectores está dividida la Ruleta regalona?

___

2. ¿Cuántos sectores de la ruleta tienen el cartel que dice "Premio"?

___

3. Si una persona compra productos por más de S/ 100, ¿es seguro que gane un premio? ¿Por qué?

___

4. ¿Por qué crees que hay más secciones con estrella en la ruleta?

___

5. ¿Qué relación guardan los juegos de azar con la probabilidad de ganar?

___

6. Eva y su padre realizaron una compra por S/ 120. Por lo tanto, ambos tienen la opción de girar la Ruleta regalona. ¿Cuál es la probabilidad de que la flecha caiga en una sección premiada? Explica tu respuesta.

___

___

La situación anterior hace alusión a los juegos de azar y a la probabilidad de ganar en ellos. Para una mejor comprensión del tema es necesario que revisemos algunos conceptos como probabilidad, espacio muestral y suceso elemental.

ITEM 7 Secund Matem 1 JEC.indd 99 11/12/16 08:22

APRENDEMOS

PROBABILIDAD

¿A qué llamamos experimentos aleatorios?

Denominamos experimentos aleatorios a aquellos experimentos en los que no se puede predecir con exactitud el resultado. Por ejemplo, al extraer una carta de una baraja, lanzar una moneda o tirar un dado, nos enfrentamos a situaciones donde no podemos conocer el resultado que se va a obtener de antemano.

Lanzamiento de un dado

Lanzamiento de una moneda

¿Qué es el espacio muestral?

El espacio muestral es el conjunto de todos los resultados posibles de un experimento aleatorio. El espacio muestral se puede denotar con E, S, U o Ω. En esta sección, para presentar los espacios muestrales, vamos a utilizar Ω.

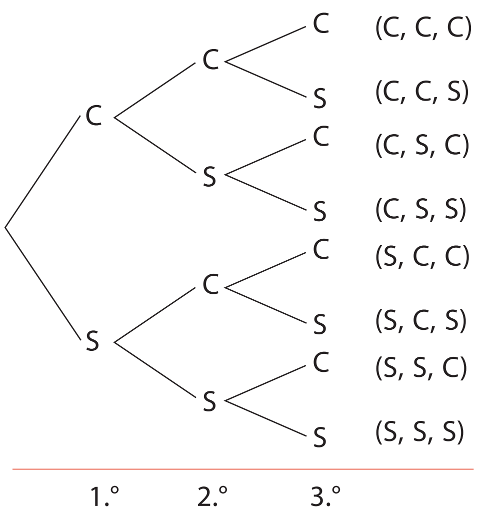
Por ejemplo, el lanzamiento de un dado genera un espacio muestral definido por $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$. De la misma manera, el espacio muestral del lanzamiento de una moneda es Ω = {cara, sello}.

¿Cómo podemos saber cuáles son todos los resultados posibles en un experimento aleatorio?

Si lanzamos un dado dos veces o extraemos tres esferas de una urna, ¿cuáles son los espacios muestrales producidos? En situaciones similares, el **diagrama de árbol** es un tipo de gráfico muy útil para determinar el espacio muestral y los sucesos elementales.

Asimismo, no debemos olvidar que un experimento cuyo resultado no es predecible tiene varias posibilidades. En una situación semejante, debemos recurrir al **diagrama de árbol**. En resumen, este diagrama es una herramienta gráfica que nos permite representar los resultados posibles de un experimento aleatorio.

En el ejemplo siguiente, debemos calcular los sucesos elementales que resultan de lanzar tres veces una moneda.



El espacio muestral es Ω = {(C, C, C); (C, C, S); (C, S, C); (C, S, S); (S, C, C); (S, C, S); (S, S, C); (S, S, S)}

¿A qué denominamos suceso elemental?

Un suceso elemental es un subconjunto del espacio muestral (Ω) de un experimento aleatorio. Se denotan con letras mayúsculas. Los sucesos elementales pueden ser de dos tipos:

- **Suceso elemental simple**: tiene un solo punto muestral.
- **Suceso elemental compuesto**: tiene dos o más puntos muestrales.

¿Qué es un punto muestral?

Un punto muestral es cada uno de los resultados posibles de un experimento aleatorio. Se representa al número de puntos muéstrales con #Ω.

Por ejemplo:

EXPERIMENTO ALEATORIO	ESPACIO MUESTRAL	EVENTO SIMPLE	EVENTO COMPUESTO
Lanzar una moneda tres veces	Ω={ (C, C, C); (C, C, S); (C, S, C); (C, S, S); (S, C, C); (S, C, S); (S, S, C); (S, S, S)} #Ω = 8 Ω es el suceso seguro.	A: posibilidad de que salgan tres sellos A = {(S, S, S)} #A = 1	B: posibilidad de que salgan al menos dos sellos B = {(S, S, S); (S, S, C); (S, C, S); (C, S, S)} #B = 4

¿Cuál es la probabilidad de la ocurrencia de un suceso elemental?

Al realizar un experimento en repetidas oportunidades, decimos que un suceso A es más probable que otro B cuando el primero ocurre significativamente más veces que el segundo.

La noción de probabilidad sirve para intentar cuantificar los posibles resultados de un experimento en el que están presentes la incertidumbre o la aleatoriedad. Se usa en estadística, física, matemática y otras ciencias en general.

Asimismo, la probabilidad se mide entre 0 % (probabilidad de suceso imposible) y 1 o 100 % (probabilidad de suceso seguro).

¿En qué consiste la regla de Laplace?

Para calcular la probabilidad de un suceso posible A, basta obtener el cociente de la división entre el número de sucesos favorables de A y el de sucesos que conforman el espacio muestral del experimento.

P(A) = Probabilidad de un suceso A

$$P(A) = \frac{\text{Número de casos favorables a A}}{\text{Número de casos posibles}}$$

Este resultado se conoce como regla de Laplace. Recuerda que para aplicarla es necesario que todos los casos posibles sean igualmente probables. Dicho de otra forma, todos los sucesos deben ser equiprobables. .

Por ejemplo, al lanzar un dado hay seis probabilidades de resultado: 1, 2, 3, 4, 5 y 6.

En consecuencia, cada resultado tiene $\frac{1}{6}$ de probabilidad.

ANALIZAMOS

1 Determina el valor de cada afirmación propuesta (segura, imposible o probable) si acabamos de lanzar un dado al aire.

a) Que salga un número par. ____________________

b) Que salga un número compuesto mayor que 4. ____________________

c) Que salga un número primo mayor que 5. ____________________

d) Que salga un número de un dígito. ____________________

RESOLUCIÓN

- La primera afirmación propone que salga un número par. Esto es probable, porque al lanzar un dado pueden salir los número 2, 4 o 6.
- La segunda afirmación también es probable, ya que se puede obtener un 6 al lanzar el dado.
- La tercera afirmación alude a un número primo mayor que 5, que necesariamente es el 7. Este evento es imposible porque este número no puede salir en un dado normal de 6 caras.
- Todos los números de un dado son de un dígito; por lo tanto, la cuarta afirmación es segura.

2 ¿Cuál es el espacio muestral producido al lanzar dos dados al mismo tiempo?

RESOLUCIÓN

Una de las maneras más recomendables para determinar el espacio muestral es elaborando un diagrama de árbol. Sin embargo, también hay otras formas, como dibujar un cuadro de doble entrada.

						
	(1,1)	(1,2)	(1,3)	(1,4)	(1,5)	(1,6)
	(2,1)	(2,2)	(2,3)	(2,4)	(2,5)	(2,6)
	(3,1)	(3,2)	(3,3)	(3,4)	(3,5)	(3,6)
	(4,1)	(4,2)	(4,3)	(4,4)	(4,5)	(4,6)
	(5,1)	(5,2)	(5,3)	(5,4)	(5,5)	(5,6)
	(6,1)	(6,2)	(6,3)	(6,4)	(6,5)	(6,6)

Entonces, el espacio muestral es el siguiente:

Ω = { (1; 1), (1; 2), (1; 3), (1; 4), (1; 5), (1; 6), (2; 1), (2; 2),... (6; 1), (6; 2), (6; 3), (6; 4), (6; 5), (6; 6) }

3 En el problema anterior, ¿cuál es la probabilidad de que se obtenga 7 como resultado de la suma de los números de ambos dados?

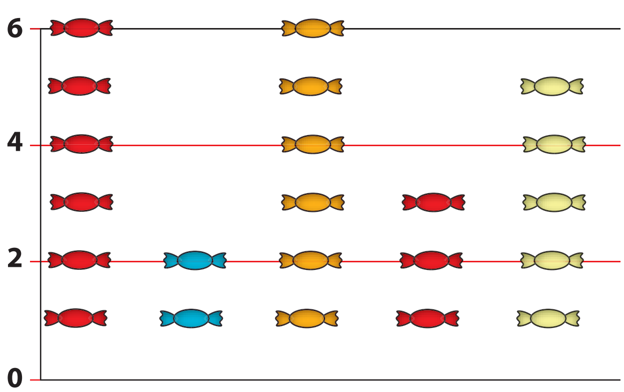
RESOLUCIÓN

Los casos favorables son (1; 6), (2; 5), (3; 4), (4; 3), (5; 2) y (6; 1). En todos ellos la suma de ambos números es 7. Asimismo, la cantidad total de posibilidades es 36.

Luego, al simplificar, hallamos que la probabilidad es $\frac{1}{6}$.

RESPUESTA: la probabilidad de obtener 7 en la suma de ambos dados es $\frac{1}{6}$.

4 El total de caramelos de colores diferentes que hay en una bolsa negra está representado en el siguiente gráfico. ¿Cuál es la probabilidad de extraer un caramelo anaranjado?



RESOLUCIÓN

Como podemos observar en el gráfico, la bolsa está compuesta por diversas cantidades de caramelos de colores:

- Caramelos celestes = 2.
- Caramelos anaranjados = 6.
- Caramelos amarillos = 5.

Entonces, la cantidad total de caramelos es 22.

Si aplicamos la regla de Laplace, se observa que la probabilidad de extraer un caramelo anaranjado es:

$$P(A) = \frac{\text{Número de casos favorables a A}}{\text{Número de casos posibles}} = \frac{6}{22}$$

Por lo tanto, la probabilidad de extraer un caramelo anaranjado es $\frac{6}{22}$, que puede ser expresada en porcentajes como 27 %.

RESPUESTA: la probabilidad de extraer un caramelo anaranjado es 27 %.

PRACTICAMOS

1. Una escuela, con la finalidad de recaudar fondos para la implementación de su biblioteca, ha realizado una rifa. Para ello, se mandó a imprimir 500 boletos, de los cuales 10 están premiados. **¿Cuál es la probabilidad de comprar un boleto que no esté premiado?**

a) $\frac{1}{50}$
b) $\frac{49}{50}$
c) $\frac{1}{10}$
d) $\frac{9}{10}$

2. Escribe en el paréntesis de la columna derecha la letra del enunciado de la columna izquierda que corresponde.

a) Todos los resultados posibles de un experimento.	( ) Experimento aleatorio.
b) Cociente entre el número de casos favorables y el número de casos posibles.	( ) Probabilidad de un suceso.
c) Escoger al azar 4 estudiantes de una sección de 30.	( ) Espacio muestral.
d) Subconjunto del espacio muestral.	( ) Evento o suceso.

3 En una caja, hay 100 bolas. 99 son de color azul y 1 es roja. **¿Es posible extraer la única bola roja sin ver? ¿Por qué?**

a) Es imposible, porque si extraigo la bola me saldrá de color azul.

b) Es seguro, porque la bola roja es una y yo necesito sacar solo una.

c) Es poco probable, porque solo es una posibilidad de 100.

d) Es muy probable, porque es casi seguro que sacaré la bola roja.

4 Al lanzar un dado, **¿cuál es la probabilidad de obtener un número par menor que 5?**

a) $\frac{1}{2}$

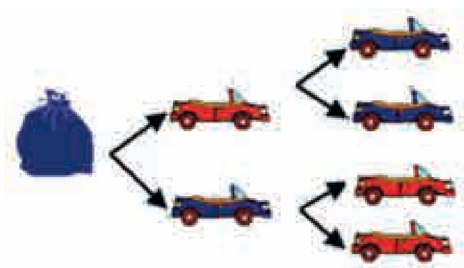
c) $\frac{2}{3}$

b) $\frac{1}{3}$

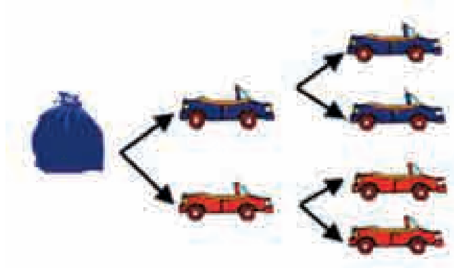
d) $\frac{1}{6}$

5 En una bolsa, hay dos carritos, uno de color rojo y otro de color azul. El espacio muestral obtenido al extraerlos es S = {(azul, azul), (azul, rojo), (rojo, azul), (rojo, rojo)}. **¿Cuál es el diagrama de árbol que representa dicha situación?**

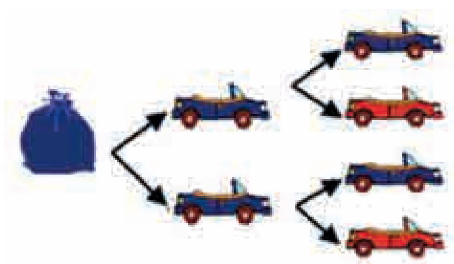
a)



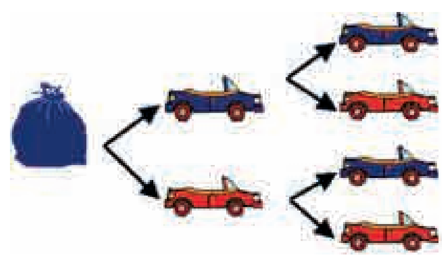
c)



b)



d)



6 **¿Qué probabilidad existe de extraer un as de un mazo de 52 cartas?**

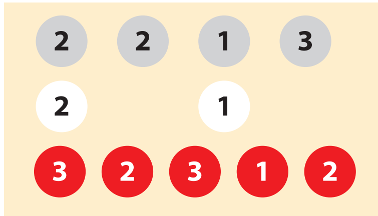
a) $\frac{1}{52}$

b) $\frac{1}{14}$

c) $\frac{1}{13}$

d) $\frac{1}{4}$

7 Tenemos una caja con bolas, como la que se muestra a continuación.



Con respecto al gráfico, es correcto afirmar que...

a) la probabilidad de sacar una bola blanca con un número par es $\frac{2}{11}$.

b) la probabilidad de sacar una bola ploma con un número 1 es $\frac{10}{11}$.

c) la probabilidad de sacar una bola roja con el número 2 es $\frac{5}{11}$.

d) la probabilidad de sacar una bola roja con el número 3 es $\frac{2}{11}$.

8 **¿Cuál es la probabilidad de que se obtengan dos números primos al lanzar dos dados a la vez?**

a) $\frac{1}{36}$

b) $\frac{3}{36}$

c) $\frac{3}{4}$

d) $\frac{1}{4}$

9 A partir del lanzamiento de un dado, podemos afirmar que...

a) es probable que salga un número mayor que 6.

b) es seguro que salga el número 4.

c) es imposible que salga un número compuesto.

d) es probable obtener un número impar.

10 Si se lanzan dos monedas al aire de manera consecutiva, una después de otra, **¿cuál es la probabilidad de obtener cara en la segunda moneda?**

a) $\frac{1}{6}$

b) $\frac{1}{2}$

c) $\frac{1}{3}$

d) $\frac{2}{3}$

Seguimos practicando

11 Construye un diagrama de árbol y determina el espacio muestral de extraer, sin devolución, 2 bolas de una caja que contiene 3.

El espacio muestral es ____.

12 Diego lanza un dado y una moneda a la vez. Diego afirma que: "La probabilidad de que salga 3 y cara es $\frac{1}{12}$". Mientras que Edson, por el contrario, sostiene que: "La probabilidad de que salga 3 y cara es $\frac{1}{6}$".

¿Con cuál de los dos estás de acuerdo? ¿Por qué?

Diego ☐ Edson ☐

Explica aquí tu respuesta.

13 En el lanzamiento de un penal, **¿la probabilidad de marcar gol es $\frac{1}{2}$?** Fundamenta tu respuesta.

Sí ☐ No ☐

Porque ____

14 Mediante el diagrama de árbol, determina el espacio muestral producido por lanzar una moneda dos veces.

____

15 Del diagrama anterior, **¿cuál es la probabilidad de que en dicho experimento salga al menos una cara?**

a) $\frac{3}{4}$

b) $\frac{1}{2}$

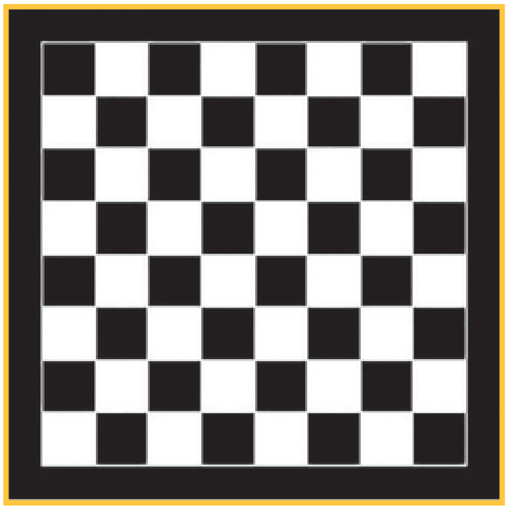
c) $\frac{1}{4}$

d) 1

Matemática 1.^{er} grado

Ficha: Cuidado con nuestras promesas

Cuenta una leyenda que el Brahmán Lahur Sessa, famoso en esas tierras por ser un notable inventor, escuchó que el rey Tadava estaba triste por la muerte de su hijo y fue a ofrecerle el juego de ajedrez como entretenimiento para olvidar sus penas. El rey quedó tan satisfecho con el juego que quiso agradecer al joven ofreciéndole lo que quisiera sin importar su valor. Pero el joven no aceptó y lo único que pidió fue trigo. El joven inventor le pidió al rey que le diera un grano de trigo por la primera casilla del tablero de ajedrez, 2 por la segunda, 4 por la tercera y así sucesivamente. Es decir, duplicar la cantidad de granos hasta llegar a la casilla 64 del tablero de ajedrez.



Fuente de imagen: <https://goo.gl/QQeqAu>

Responde las siguientes preguntas:

1. ¿En qué consistía el pedido del inventor?

____

2. ¿Cuántos granos de trigo le deberían entregar por la casilla número 4?

____

3. ¿Cuántos granos de trigo le deberían entregar por la casilla número 10?

____

4. ¿Crees que el rey tuvo dificultades con lo prometido? ¿Por qué?

____

La situación planteada involucra multiplicaciones sucesivas, que se conocen como potenciación. Esta operación es, en esencia, una multiplicación abreviada. Repasemos algunos conceptos que nos ayudarán a comprender mejor esta operación.

APRENDEMOS

POTENCIACIÓN EN EL CONJUNTO DE LOS NÚMEROS ENTEROS

¿Existe otra forma de escribir la multiplicación sucesiva de factores iguales?

Veamos si es posible:

Multiplicación de factores iguales	Se podría escribir como
2	2^1
2 x 2	2^2
2 x 2 x 2	2^3
2 x 2 x 2 x 2	2^4
2 x 2 x 2 x 2 x 2	
2 x 2 x 2 x 2 x 2 x 2	
2 x 2 x 2 x 2 x 2 x 2 x 2	
2 x 2 x 2 x 2 x 2 x 2 x 2 x 2	
2 x 2 x 2 x 2 x 2 x 2 x 2 x 2 x 2	

Luego de completar la tabla, podemos apreciar que una multiplicación de factores iguales puede abreviarse con una operación llamada **potenciación.**

¿Qué entendemos por potenciación?

La potenciación es una multiplicación de varios factores iguales.

La potenciación es la forma abreviada de una multiplicación de factores:

$$a^n = b$$

$$a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a}_{n \text{ veces } a} = b$$

Donde a = base
n = exponente
b = potencia

En la nomenclatura de la potenciación, se diferencian dos partes, la base y el exponente, que se escribe en forma de superíndice. El exponente determina la cantidad de veces que la base se multiplica por sí misma.

Por ejemplo: $2^4 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 16$

Podemos sostener que la potenciación se organiza de la siguiente manera:

$$a^n = \underbrace{a \times \cdots \times a}_{n \text{ veces}}$$

Para una mejor comprensión de la potenciación, observemos los siguientes casos:

	Se lee	Producto	Potencia
$(+3)^4$	Tres elevado a la cuarta.	3 x 3 x 3 x 3	81
$(+6)^3$	Seis elevado al cubo.	6 x 6 x 6	216
$(-3)^5$	Negativo tres elevado a la quinta.	(-3) (-3) (-3) (-3) (-3)	- 243
$(-2)^6$	Negativo dos elevado a la sexta.	(-2) (-2) (-2) (-2) (-2) (-2)	+64

Observa la relación que existe entre la base y el exponente par o impar.

- Si la **base es positiva,** es irrelevante que el exponente sea par o impar, porque la potencia siempre saldrá con **signo positivo.**
- Si la **base es negativa**, existen dos casos:
  - **1.er caso:** si el exponente es par, la potencia tendrá **signo positivo.**
  - **2.º caso:** si el exponente es impar, la potencia tendrá **signo negativo**. En resumen, podemos sostener lo siguiente:

$(\text{Base positiva})^{\text{par}} = \text{positivo}$ $\quad$ $(\text{Base negativa})^{\text{par}} = \text{positivo}$

$(\text{Base positiva})^{\text{impar}} = \text{positivo}$ $\quad$ $(\text{Base negativa})^{\text{impar}} = \text{negativo}$

Potencia de base 10

Veamos algunos ejemplos:

$$10^1 = 10 \qquad\qquad\qquad\quad = 10$$
$$10^2 = 10 \times 10 \qquad\qquad = 100$$
$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 \qquad = 1000$$
$$10^4 = 10 \times 10 \times 10 \times 10 = 10\ 000$$

Para obtener una **potencia de base 10**, se escribe la unidad seguida de tantos cero como unidades tenga el exponente.

$$10^n = 1\underbrace{000\ldots0}_{n \text{ veces}}$$

Por ejemplo: $10^9 = 1\ \underbrace{000\ 000\ 000}_{9 \text{ ceros}}$

¿Qué propiedades se cumplen en la potenciación?

Las propiedades de la potenciación son las que permiten resolver por diferentes métodos una potencia. Estas son las siguientes:

Potencia de exponente 0

Toda potencia de exponente 0 y base distinta de 0 es igual a 1.

$$\boxed{a^0 = 1, \text{ sí y solo sí } a \neq 0}$$

Por ejemplo, $5^0 = 1$, debido a que la base 5 está afectada por el exponente cero.

Potencia de exponente 1

Toda potencia de exponente 1 es igual a la base:

$$\boxed{a^1 = a}$$

Por ejemplo, $10^1 = 10$, debido a que la base está afectada por el exponente 1.

Multiplicación de potencias de igual base

Para calcular el producto de dos o más potencias de igual base, se coloca la misma base y se suman los exponentes.

$$\boxed{a^m \cdot a^n = a^{m+n}}$$

Por ejemplo: $9^3 \cdot 9^2 = 9^{3+2} = 9^5$

División de potencias de igual base

En la división de dos potencias de igual base, se coloca la misma base y se restan los exponentes.

$$\boxed{\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}, \text{ sí y solo sí } a \neq 0}$$

Por ejemplo: $3^4 \div 3^2 = 3^2 = 9$

Potencia de un producto

La potencia de un producto de base (a·b) y de exponente n es igual a la potencia a a la n por b a la n. Es decir, se eleva cada factor del producto a dicha potencia.

$$\boxed{(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n}$$

Por ejemplo: $(2 \cdot 3)^2 = 2^2 \cdot 3^2$

Potencia de una división

La potencia de una división de base $\frac{a}{b}$ y de exponente n es igual a cada uno de los componentes de la base elevado a n.

$$\boxed{\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}, \text{ sí y solo sí } b \neq 0}$$

Por ejemplo: $\left(\frac{2}{3}\right)^3 = \frac{2^3}{3^3} = \frac{8}{27}$

Potencia de una potencia

Para resolver la potencia de una potencia, se coloca la misma base y se multiplican los exponentes.

$$\boxed{(a^m)^n = a^{m \cdot n}}$$

Por ejemplo: $(2^2)^3 = 2^6 = 64$

ANALIZAMOS

1. Daniela tiene un pabilo muy largo. Le hace un corte y obtiene 2 pedazos. Junta ambas partes y las corta de nuevo para obtener 4 pedazos. Seguidamente, los vuelve a juntar para realizar un nuevo corte y obtener 8 pedazos. Después de realizar el mismo procedimiento diez veces, ¿cuántos pedazos de pabilo obtendrá?

RESOLUCIÓN

Comprendamos la situación.

Para 1 corte: 2 pedazos. Este resultado se puede expresar como 2^1.

Para 2 corte: 4 pedazos. Este resultado se puede expresar como 2^2.

Para 3 corte: 8 pedazos. Este resultado se puede expresar como 2^3.

Por lo tanto, 10 cortes, que expresados como potencia son equivalentes a 2^{10}, dan como resultado ___________ pedazos.

2. Halla el valor de n para que se cumpla la igualdad.

$$\frac{3^5}{3^2} \cdot 3^4 = 3^n$$

RESOLUCIÓN

Como se aprecia en el problema, estas potencias tienen la misma base. Además, hay operaciones de división y multiplicación entre estas potencias.

Tenemos la igualdad $\frac{3^5}{3^2} \cdot 3^4 = 3^n$.

En primer lugar, resolvemos la división de potencias de igual base:

$$\frac{3^5}{3^2} = 3^{5-2} = 3^3$$

En segundo lugar, aplicamos la propiedad para la multiplicación de potencias de igual base.

$3^3 \cdot 3^4 = 3^n \longrightarrow 3^7 = 3^n$

Finalmente, podemos deducir que $n = 7$.

3. Diego afirma que $(-2)^3 = -2^3$. Cinthya le responde que, entonces, es válido $(-2)^4 = -2^4$. ¿Estás de acuerdo con Cinthya? Explica utilizando un procedimiento.

RESOLUCIÓN

Si tenemos que $(-2)^3 = -2^3$, hallamos los resultados para cada potencia:

- $(-2)^3 = -2 \text{ x } -2 \text{ x } -2 = -8$
- $-2^3 = - 2 \text{ x } 2 \text{ x } 2 = -8$

Como vemos, efectivamente, son iguales dichos resultados. Ahora, analicemos el caso de Cinthya. Ella sostiene que es $(-2)^4 = -2^4$. Hallamos los resultados a ambos lados de la igualdad.

- $(-2)^4 = -2 \times -2 \times -2 \times -2 = +16$
- $-2^4 = -2 \times 2 \times 2 \times 2 = -16$

Por lo tanto, podemos afirmar que____

4 Dana les informó a 3 amigos suyos sobre una beca de estudios que ofrece un instituto de gastronomía. Estos acordaron avisar a 3 amigos más cada uno, con la firme convicción de que estos 3 avisarían también a 3 personas más cada uno, para así continuar la cadena. Si la última vez avisaron a 243 personas, ¿cuántas veces se realizó este procedimiento?

RESOLUCIÓN

La primera vez, Dana avisó a 3 personas. Luego estas 3 personas avisaron a 3 personas cada una. Esto significa que en la segunda oportunidad avisaron a 9 personas. En la tercera, avisaron a 27 individuos. Si *n* representa la cantidad de veces que se avisa la información a otras 3 personas, podemos afirmar lo siguiente:

Si $n = 1$, entonces $3^1 = 3$ personas avisadas.
Si $n = 2$, entonces $3^2 = 9$ personas avisadas.
Si $n = 3$, entonces $3^3 = 27$ personas avisadas.

Por lo tanto, si la última vez avisaron a 243 personas, esto quiere decir que $3^n = 243$. En consecuencia, para que resulte esta cantidad, 3 debe estar elevado a la quinta.

Por lo tanto, 5 veces se realizó este procedimiento.

PRACTICAMOS

1 Sonia vive en un edificio de 5 pisos. En cada piso hay 5 departamentos con 5 ventanas cada uno. En cada ventana, hay 5 macetas con 5 rosas cada una. **¿Cuál es la cantidad total de rosas que hay en el edificio?**

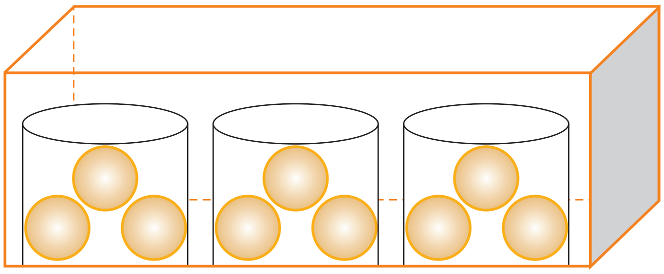
a) 5 rosas.

b) 25 rosas.

c) 625 rosas.

d) 3125 rosas.

2 En una caja, vienen 3 tarros de pelotas de tenis. En cada tarro, hay 3 pelotas. Se sabe que diariamente se venden 3 cajas.



El vendedor afirma que en 3 días ha vendido 81 pelotas. **¿Estás de acuerdo con el vendedor?**

Sí   No

¿Por qué?

____

____

3 Calcula el valor de $\dfrac{2^3 - 3^2}{3^2 - 2^3}$.

a) 0   c) -1

b) 1   d) 2

4 Una camioneta transporta 1000 cajas. Cada caja tiene 10 bolsas y en cada bolsa hay 10 sobres. **¿Cuántos sobres transporta la camioneta?**

a) 10^5 sobres.

b) 10^3 sobres.

c) 10^4 sobres.

d) 10^2 sobres.

5 Elizabeth decide realizar una campaña en contra del abuso infantil. Para la recolección de firmas, pide la ayuda de 10 amigos. Cada uno de ellos consigue el apoyo de otros 10 amigos. Si para llevar a cabo la campaña se necesitan 90 000 firmas, **¿bastará con realizar 5 veces este procedimiento? ¿Por qué?**

____

____

6 **¿Cuál es el valor de menos cinco elevado al cuadrado multiplicado por menos cinco elevado al cuadrado?**

a) 25

b) –625

c) 100

d) 625

7 Carlos y Luis deciden jugar con sus taps por siete días durante el recreo. El perdedor del primer día paga un tap; el del segundo día, el doble; el del tercer día, el doble; el del cuarto día, el doble; así durante 7 días.

	1.er día	2.º día	3.er día	4.º día	5.º día	6.º día	7.º día
Carlos	1						64
Luis		2	4	8	16	32	

a) Según la tabla al cabo de siete días, **¿quién perdió más taps?**

b) **¿Qué hubiese ocurrido si Carlos hubiese ganado todos los juegos durante los 6 primeros días y perdido el último?**

8 Una bacteria colocada en cierto medio se reproduce cada hora. Se sabe que en la primera hora dio origen a 2 bacterias; en la segunda, a 4; y en la tercera, a 8. **¿Cuántas horas han transcurrido si ha llegado a producir 128 bacterias?**

a) 2 horas.
b) 7 horas.
c) 8 horas.
d) 64 horas.

9 Felipe y Juan inician una campaña de solidaridad que consiste en donar cada uno de ellos una lata de leche. Luego buscan dos amigos más cada uno y los comprometen a realizar la misma donación para el segundo día. Les piden que continúen esta dinámica en los días sucesivos para que no se rompa la cadena. Esta campaña pretende ayudar a los estudiantes de escuelas con bajos recursos. **Completa la tabla para saber cuántas latas de leche podrían reunir cada día.**

	1.^{er} día	2.º día	3.^{er} día	4.º día	5.º día	6.º día	7.º día
Latas de leche	2	4		16			

10 Con respecto al problema anterior, **¿cuántas latas de leche podrían reunir en la primera semana?**

a) 14 latas de leche.
b) 22 latas de leche.
c) 128 latas de leche.
d) 254 latas de leche.

Seguimos practicando

11 Un tipo de bacteria se cuadruplica cada hora en el organismo de un animal. Si, en el momento que le diagnosticaron la enfermedad, el animal tenía 20 bacterias, **¿cuántas tendrá después de transcurridas 3 horas?**

a) 1280 bacterias.
b) 240 bacterias.
c) 80 bacterias.
d) 5120 bacterias.

12 ¿Cuál es el resultado de efectuar $8^2 + 4^3 \cdot 2^2$?

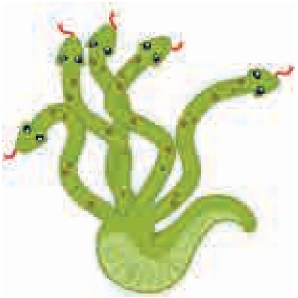
a) 64

b) 116

c) 132

d) 320

13 La Hidra de Lerna es una criatura mitológica que aparece en algunas historias como la de las 12 pruebas de Hércules. La Hidra era un monstruo con 1 cabeza, pero si esta era cortada nacían 2 en su lugar. Si un héroe intenta vencer a la hidra cortándole todas sus cabezas cada día, **¿cuántas tendría el monstruo hacia el quinto día?**



____

____

____

____

14 **¿Cuál es el valor de la expresión $3^0 \cdot (2^0 + 5^0) + (8^0 - 3^0)$?**

a) 0

b) 1

c) 2

d) 3

15 Un cultivo de bacterias se duplica cada 3 horas. **¿Cuántas veces más grande será el número de bacterias pasadas 24 horas?** Calcula usando potencias.

a) 256 veces más grande.

b) 128 veces más grande.

c) 64 veces más grande.

d) 32 veces más grande.

Matemática 1.er grado

Ficha: Descuentos y más descuentos

Las tiendas ofrecen muchos descuentos para captar el interés de los consumidores. Estos descuentos generalmente se presentan en porcentajes. En la imagen, aparece una tienda de venta de ropa deportiva que por liquidación ofrece los siguientes descuentos.

Fuente de imagen: <http://www.tikesport.cl/tiendas.html>

Responde las siguientes preguntas:

1. ¿Qué significa un descuento del 20 %?

____

2. Si el precio de un artículo de esta tienda cuesta S/ 40, ¿cuánto pagarías por él con un descuento del 20 %?

____

3. Si el descuento en el precio de un gorro es la cuarta parte de su valor, ¿qué porcentaje de descuento corresponde?

____

4. Edson compró una camiseta de la selección nacional. El vendedor le dijo que el porcentaje total de descuento es 50 % debido a que es un artículo textil. Edson le dijo al vendedor que estaba equivocado. ¿Por qué Edson corrigió al vendedor? ¿Cuál es el verdadero descuento?

____

____

Con respecto a la situación planteada anteriormente, es evidente que el vendedor ha cometido un error, ya que considera que al 20 % del descuento habitual se le debe sumar el 30 % de descuento adicional. En realidad, se trata de un descuento sucesivo. Es decir, se debe aplicar un descuento después de otro. Por tal razón, Edson tiene razón al corregir al vendedor. Para comprender esta situación problemática, vamos a revisar algunos conceptos relacionados a los porcentajes.

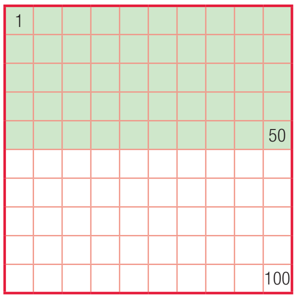
APRENDEMOS

PORCENTAJES

¿Qué entendemos por porcentaje?

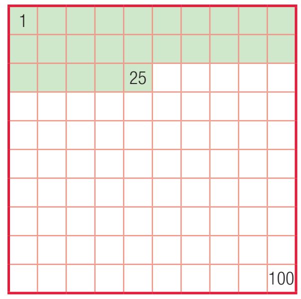
Se denomina porcentaje a una porción proporcional del número 100. Por lo tanto, un porcentaje puede expresarse como fracción. Si decimos 50 %, esto significa la mitad de cien, donde 100 % es el total.

Cuando empleamos la expresión *por ciento*, en realidad estamos diciendo *por cada 100*.



Así, **50 %** quiere decir 50 por cada 100.
(50 % de la caja es verde).

Asimismo, **25 %** quiere decir 25 por cada 100
(25 % de la caja es verde).



Nota: la expresión *por ciento* viene del latín *por centum*. La palabra latina *centum* quiere decir 100. Así, por ejemplo, *centuplicar* es 'multiplicar por 100'.

Por ejemplo, si a Hugo le pagan por un trabajo S/ 1000 y este le paga a Luis, su ayudante, el 25 % del total, esto quiere decir que Luis recibe de paga S/ 25 por cada S/ 100. Por lo tanto, Luis recibió finalmente S/ 250.

¿Cómo se expresa la equivalencia entre fracciones y porcentajes?

Si deseamos convertir una fracción a porcentaje, primero debemos dividir el numerador por el denominador y luego multiplicar ese resultado por 100.

- $\frac{2}{5} = 0{,}4 \times 100\ \% = 40\ \%$ $\qquad$ $\frac{3}{4} = 0{,}75 \times 100\ \% = 75\ \%$

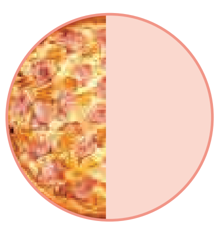
Otra forma de convertir una fracción en porcentaje es multiplicar la fracción de tal manera que en el denominador se obtenga 100.

- $\frac{2}{5} = \frac{2 \times 20}{5 \times 20} = \frac{40}{100} = 40\ \%$ $\qquad$ $\frac{3}{4} = \frac{3 \times 25}{4 \times 25} = \frac{75}{100} = 75\ \%$

Si se quiere convertir un porcentaje en fracción, se coloca el número porcentual como numerador y el número 100 como denominador. Luego, se simplifica para hallar la fracción.

- $40\ \% = \frac{40}{100} = \frac{2}{5}$ $\qquad$ $75\ \% = \frac{75}{100} = \frac{3}{4}$

Un **porcentaje** también se puede escribir como un **decimal** o una **fracción.**



La mitad se puede escribir

como porcentaje: 50 %.
como decimal: $0{,}50 = 0{,}5$.
como fracción: $\frac{1}{2}$.

¿Cómo calculamos el porcentaje de un número?

Cuando queremos calcular el porcentaje de un número, multiplicamos el porcentaje que necesitamos por el número y luego lo dividimos por cien.

Entonces, el 25 % de 80 se calcula de la siguiente manera:

- $25\ \%\ \text{de}\ 80 = \dfrac{25 \times 80}{100} = \dfrac{2000}{100} = 20$

Sin embargo, cuando es posible simplificar, debemos hacerlo para facilitar los cálculos.

- $5\ \%\ \text{de}\ 800 = \dfrac{5 \times 800}{100} = 5 \times 8 = 40$

Observemos la siguiente situación:

Claudia ahorra mensualmente el 7 % de su sueldo para cualquier contratiempo que pueda ocurrir en su familia. Claudia tiene un sueldo mensual de S/ 1450. ¿Cuánto dinero ahorra mensualmente?

Según los datos, Claudia ahorra el 7 % de su sueldo (S/ 1450). Debemos hallar la cantidad que corresponde a dicho porcentaje.

- $7\ \%\ \text{de}\ 1450 = \dfrac{7 \times 1450}{100} = \dfrac{10\,150}{100} = 101{,}5$

Por lo tanto, Claudia ahorra S/ 101,5 mensualmente.

Otra manera de calcular este porcentaje es a través de la regla de tres simple:

$$\begin{array}{ccc} 1450 & \underline{\qquad\qquad} & 100\ \% \\ x & \underline{\qquad\qquad} & 7\ \% \end{array} \qquad\qquad x = \frac{1450 \times 7}{100} = \frac{10\,150}{100} = 101{,}5$$

¿Cómo sabemos qué porcentaje es un número de otro?

Para saber qué porcentaje es un número de otro, debemos comparar el primero con el segundo. Para ello, los dividimos y, luego, multiplicamos el resultado por 100 %.

Así, por ejemplo, ¿qué porcentaje es 45 de 150?

- $\dfrac{45}{150} = 0{,}3 = 0{,}3 \times 100\ \% = 30\ \%$

Por ejemplo:

Daniel no aprovechó una oferta de su tienda favorita y compró un par de zapatillas a S/ 250 cuando antes costaba S/ 200. ¿Qué porcentaje del precio anterior es el nuevo precio de las zapatillas?

- $\dfrac{250}{200} = 1{,}25 = 1{,}25 \times 100\ \% = 125\ \%$

Esto quiere decir que el nuevo precio es el 125 % del precio anterior.

DESCUENTOS SUCESIVOS

Se entiende como descuento sucesivo cuando a una cantidad se le aplica más de un descuento, uno tras otro. Debemos tener presente que el descuento total no es la suma de estos descuentos.

Para ilustrar este caso, imaginemos que deseamos comprar un terno y vemos que este producto tiene un descuento del 20 % del precio de etiqueta (S/ 350) y que, por campaña, se promociona un 10 % adicional. ¿Cuánto debemos pagar por el terno si aprovechamos los descuentos?

- En primer lugar, obtenemos el monto que corresponde al 20 % del precio de etiqueta.

$$20\ \%\ \text{de}\ 350 = \frac{20 \times 350}{100} = \frac{7000}{100} = 70$$

Luego, 350 – 70 = 280.

- En segundo lugar, calculamos el 10 % de esta cantidad.

$$10\ \%\ \text{de}\ 280 = \frac{10 \times 280}{100} = \frac{2800}{100} = 28$$

Luego, 280 – 28 = 252

Entonces, debemos pagar S/ 252 por el terno.

Otra forma de resolver esta situación es realizar el siguiente procedimiento:

$$\frac{80}{100} \times \frac{90}{100} \times 350 = \frac{80 \times 90 \times 350}{100 \times 100} = \frac{8 \times 9 \times 35}{10} = \frac{2520}{10} = 252$$

En el procedimiento anterior, hemos aplicado la siguiente lógica: si el primer descuento es de 20 %, entonces lo que se cobrará es el 80 %. Luego, si el siguiente descuento es de 10 %, bajo el mismo criterio, se considera el 90 %.

¿Cuál será el único descuento total en la situación anterior?

Para calcular el único descuento total, consideramos las diferencias entre el 100 % y los descuentos propuestos, dejando el último descuento sin convertir a fracción.

$$\frac{80}{100} \times 90\ \% = \frac{80 \times 90\ \%}{100} = 72\ \%$$

Es decir, lo que se pagará finalmente por el terno es el 72 % del precio real. Entonces, el descuento total del 20 % más el 10 % adicional es igual a un único descuento de 28 %, que se obtiene al restar 72 % del total (100 %).

AUMENTOS SUCESIVOS

Se entiende como aumento sucesivo cuando a una cierta cantidad se le aplica más de un aumento, uno tras otro. Debemos tener presente que el total no es la suma de estos aumentos.

Por ejemplo, Cristina recibirá un 5 % adicional a su sueldo por las utilidades de la empresa donde trabaja. Además, este mes le corresponde un bono extra del 10 % por la adquisición de un nuevo proyecto. Si su sueldo es S/ 2000, ¿cuánto dinero recibirá en total este mes?

Calculamos la cantidad total que recibirá Cristina de la siguiente manera:

$$\frac{105}{100}\times\frac{110}{100}\times 2000=\frac{105\times 110\times 2000}{100\times 100}=105\times 11\times 2=2310$$

Entonces, Cristina cobrará la cifra de S/ 2310.

Como vemos, 105 % corresponde al primer aumento realizado y 110 %, al segundo aumento. En este caso, consideramos que, al aumentar 5 % a una cantidad, esta se convierte en 105 %. Del mismo modo se opera con el aumento del 10 %.

¿Cuál será el único aumento total en la situación anterior?

Para calcular el único aumento total, multiplicamos en forma de fracción los aumentos propuestos, sin convertir el último de ellos.

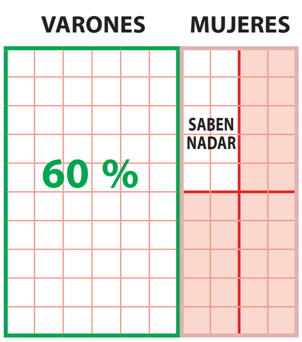
$$\frac{105}{100}\times 110\ \%=\frac{105\times 110\ \%}{100}=115{,}5\ \%$$

Por lo tanto, el porcentaje de aumento es de 115,5 % con respecto a la cantidad inicial que corresponde al 100 %. Entonces, el único aumento total es de 15,5 %.

ANALIZAMOS

1. En un salón de clase, hay 30 estudiantes. El 60 % son varones y el 25 % de las mujeres saben nadar. ¿Cuántas mujeres no saben nadar?

RESOLUCIÓN



Cada cuadrícula representa el 1 % del total. El 25 % de mujeres que sabe nadar es el 10 % del total de estudiantes del salón, según se aprecia en el gráfico. Por lo tanto, el 30 % del total de estudiantes no sabe nadar. Esto se puede formular de la siguiente manera:

$\left(\frac{30}{100}\right)30=$ 9 estudiantes mujeres no saben nadar.

2. Cecilia realiza un servicio de costura por el que le pagarán S/ 2000. Pero por cada día de retraso le descuentan el 10 % con respecto al día anterior. Cecilia entregó el trabajo dos días después de la fecha acordada. ¿Cuánto dinero le descontaron por esta demora?

RESOLUCIÓN

El primer descuento es 10 % × 2000 = 200. Entonces, le queda 2000 – 200 = 1800.

El segundo descuento es el 10 % de 1800 = 180.

Por lo tanto, le descontarán 200 + 180 = S/ 380.

3. Hoy han faltado 6 estudiantes al salón de clases. Si la cantidad total de estudiantes en el aula es de 40, entonces han faltado el 15 %. ¿Estás de acuerdo con esta afirmación? ¿Por qué?

RESOLUCIÓN

Como vemos, han faltado 6 estudiantes de un total de 40.

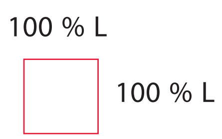
Si calculamos qué porcentaje corresponde a esta cifra, sabremos si es o no el 15 % del total.

$$\frac{6}{40} = 0{,}15 = 0{,}15 \times 100\ \% = 15\ \%$$

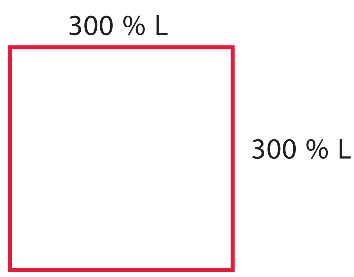
En consecuencia, la afirmación propuesta es correcta.

4 Un terreno agrícola de forma cuadrangular se ampliará hasta que cada uno de sus lados se triplique con respecto a la medida anterior. ¿En qué porcentaje total aumentará el área?

RESOLUCIÓN



Su área es 100 % L^2



Su área es $\left(\frac{300}{100} \cdot \mathrm{L}\right)^2 = \frac{90\,000\quad \mathrm{L}^2}{10\,000} = \frac{900\quad \mathrm{L}^2}{100} = 900\ \%\ \mathrm{L}^2$

Por lo tanto, el área final aumentará en un 800 % con respecto a la original.

PRACTICAMOS

1 Se encuestó a un grupo de estudiantes sobre la dificultad de una prueba. Los resultados se han representado en la gráfica siguiente.

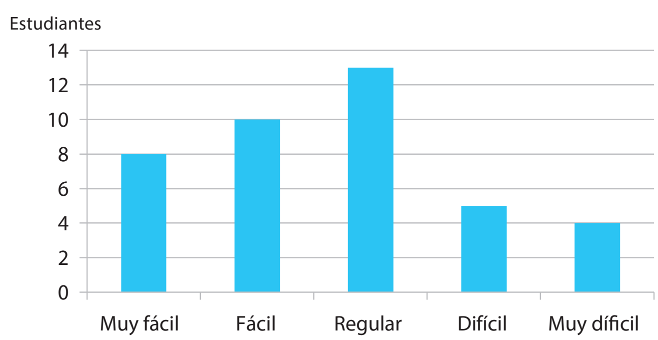
A partir de esta, se puede sostener que:

a) El 4 % de estudiantes encuestados afirmó que la prueba estaba muy difícil.

b) El 20 % de estudiantes encuestados afirmó que la prueba estaba muy fácil.

c) El 18 % de estudiantes encuestados señaló que estaba muy fácil o fácil.

d) 2 % menos sostuvo que la prueba estaba muy fácil con respecto a los que afirmaron que estaba fácil.



2 Compré una bicicleta por S/ 450. Si deseo venderla ganando el 10 % del precio original, **¿a cuánto debo venderla?**

a) Debo vender la bicicleta a S/ 460.

b) Debo vender la bicicleta a S/ 450.

c) Debo vender la bicicleta a S/ 495.

3 El sueldo de los trabajadores de una textilería es de S/ 1200. Debido al incremento de las utilidades generadas por la empresa, el gerente les propone aumentarles el sueldo según la antigüedad de cada trabajador. Es decir, 1 % de aumento por cada año que tenga el trabajador en la empresa. Alberto, Bernardo y Carlos tienen 5, 8 y 15 años, respectivamente. Un mes después del aumento, **¿cuánto suman sus tres sueldos?**

a) S/ 3936

b) S/ 3264

c) S/ 3628

d) S/ 3572

4 En un terreno rectangular, el largo aumenta en un 40 % y el ancho, en un 20 %. **¿En cuánto habrá aumentado el área de dicho terreno?** Justifica tu respuesta.

a) En un 168 %, porque se obtiene el área multiplicando 140 y 120 en porcentajes.

b) En un 68 %, porque, al aumentar los porcentajes del largo y del ancho, y calcular el área, se resta con el original que es el 100 %.

c) En un 80 %, porque el área resulta de multiplicar 40 % y 20 %.

d) En un 20 %, porque al 100 % se le resta el producto de la multiplicación de 40 % por 20 %.

5 El impuesto general a las ventas (IGV) en el Perú es 18 %. Este porcentaje se aumenta al precio de cualquier artículo en venta para realizar una boleta o factura. Si en una boleta figura el precio de una cocina a S/ 590, **¿cuál es el precio de la cocina antes de que fuera afectado por el IGV?**

a) S/ 500

b) S/ 518

c) S/ 600

d) S/ 608

6 Al acceder a un préstamo del banco, te cobran S/ 5 por seguro de desgravamen y 2 % extra por cada cuota mensualmente. Si Julieta saca S/ 1500 para pagar en 1 mes, **¿cuánto tendrá que pagar?**

a) S/ 1850

b) S/ 1530

c) S/ 1535

d) S/ 1800

7 En una feria, un caballo está atado a un poste con una cuerda de 20 m y pasea a niños formando una circunferencia. Si la cuerda aumenta en 50 %, **¿en qué porcentaje aumentará el recorrido del caballo?** Justifica tu respuesta.

a) En un 25 %, porque el radio se duplica, y el porcentaje de incremento de la circunferencia es la mitad del aumento de la cuerda.

b) En un 50 %, porque se evalúa el radio en la longitud de la circunferencia.

c) En un 100 %, porque en la longitud de la circunferencia se usa el doble del radio.

d) En un 150 %, porque al total se le aumenta 50 %.

8 De la pregunta anterior, ¿en qué porcentaje aumenta el área del recorrido circular del caballo? Justifica tu respuesta.

a) En un 25 %, porque resulta de 50 elevado al cuadrado y dividido entre 100.

b) En un 50 %, porque el radio aumenta también en un 50 %.

c) En un 125 %, porque se eleva el radio al cuadrado para obtener el área del círculo y luego se resta el valor original del nuevo resultado para calcular la variación.

d) En un 225 %, porque para calcular el área del círculo, el radio (que ha aumentado en 50 %) se eleva al cuadrado.

9 El banco Prestabank le indica a un cliente que por cada S/ 1000 que ahorre generará un interés a su favor de S/ 25 al año. **¿Cuál es el porcentaje de interés que ganaría este cliente?**

a) 4 %

b) 0,25 %

c) 2,5 %

d) 0,4 %

10 A Sara le ha sobrado dinero después de haber pagado sus gastos. Ella quiere ahorrar ese excedente depositándolo en un banco. Si ahorra S/ 100 con un interés del 2 %, en un año obtendrá S/ 102. Si los ahorra dos años, tendrá S/ 104. Si, finalmente, deposita en el banco S/ 800 al 4 %, **¿cuánto tendrá al cabo de 8 años?**

a) 1056

b) 928

c) 804

d) 816

Seguimos practicando

11 **¿Cuánto recibirá Francisco si sabemos que se le descontará el dinero de la retención?**

PAREDES GARCIA FRANCISCO ADRIANO
AV. SANTA ROSA MZA. W LOTE 25 A.H. VILLA HERMOSA PROV. CONSTITUCIONAL DEL CALLAO - VENTANILLA
N.º E001-11

R. U. C. 10425252523
RECIBO POR HONORARIOS ELECTRÓNICOS
N.º E001-11

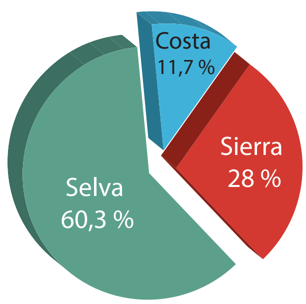
Recibí de PROGRAMA TRABAJANDO JUNTOS
Identificado con RUC Número 2090909007
La suma de y 00/100 NUEVOS SOLES
Por concepto de SERVICIO DE REMODELACIÓN DE INTERIORES

Observación-

26 de Octubre del 2015

Total por Honorarios	:	
Retención (8 %) IR	:	304,00
Total Neto Recibido	:	
		NUEVOS SOLES

12 Sabemos que la superficie de nuestro territorio nacional es 1 285 215,6 km^2. **¿Cuántos kilómetros cuadrados le corresponde a la sierra?**



13 A una reunión asistieron 200 personas, de las cuales el 20 % eran varones y el 25 %, casados. **Explica gráficamente cuántos solteros hay en dicha reunión.**

14 El día martes en una tienda comercial, se tiene un descuento de 10 % en todas las zapatillas. Unas zapatillas deportivas cuestan S/ 200 y, si se pagan con tarjeta de crédito, tienen un 20 % de descuento adicional. Si decides comprar dichas zapatillas con tarjeta de crédito, **¿cuánto tendrías que pagar finalmente?**

---

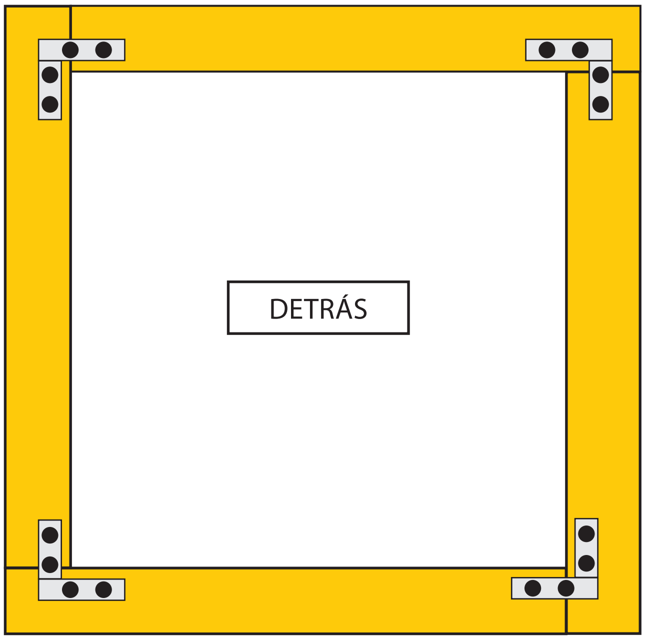
15 El sueldo mensual de Luis es S/ 1500. Pero todos los meses se le descuenta el 13 % por concepto de ONP para su jubilación. Además, este mes se le ha descontado 4 % extra por haber faltado un día a su trabajo. **¿Cuánto recibirá Luis tras esos descuentos?**

a) S/ 1365
b) S/ 1345
c) S/ 1265
d) S/ 1245

Matemática 1.er grado

Ficha: La divisibilidad en la elaboración de marcos para cuadros

Una carpintería elabora marcos de madera cuadrados. Para producirlos requiere, principalmente, de listones de madera de 240 y 300 cm de longitud.



Responde las siguientes preguntas:

1. ¿Cuál es la forma geométrica del marco del cuadro? ¿Cuáles son, por lo general, las longitudes de las maderas que conforman los marcos?

____

2. De un listón de madera de 240 cm, ¿cuántos rectángulos de longitudes iguales se pueden obtener? Menciona más de un caso.

____

3. De un listón de madera de 300 cm, ¿cuántos rectángulos de longitudes iguales se pueden obtener? Menciona más de un caso.

____

4. Para aprovechar al máximo su material, el dueño de la carpintería decide construir marcos cuya longitud por lado sea la mayor posible, ya que de esa forma no partirá los listones de madera.

   ¿Cuál es la longitud de las maderas que conforman los lados de estos marcos? Explica tu respuesta.

____

Para comprender a cabalidad la situación expuesta anteriormente, es necesario repasar algunos conceptos sobre múltiplos y divisores.

ITEM 7 Secund Matem 1 JEC.indd 126 11/12/16 08:22

APRENDEMOS

DIVISIBILIDAD

¿Qué son los múltiplos de un número?

Los múltiplos de un número natural son los números naturales que resultan de multiplicar ese número por otros números naturales.

Decimos que un número es **múltiplo** de otro si lo contiene un número entero de veces.

Por ejemplo, los 20 primeros múltiplos de 4 son 0, 4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, 32, 36, 40, 44, 48, 52, 56, 60, 64, 68, 72 y 76.

Es importante saber lo siguiente:

- El número 0 solamente tiene un múltiplo, que es el mismo 0. Los demás números naturales tienen infinito número de múltiplos.
- El número 0 es múltiplo de todos los números.
- Todos los números son múltiplos de 1.

¿Qué es la división exacta de dos números naturales?

Al dividir dos números naturales, puede suceder que su resto sea 0. Esto es posible cuando el dividendo es múltiplo del divisor. En ese caso podemos decir que estamos ante una **división exacta.** Si el resto es otro número mayor que 0, la división no es exacta. Esto significa que el dividendo no es múltiplo del divisor. En consecuencia, división exacta es aquella que tiene de resto 0.

Un ejemplo de división exacta es la siguiente:
$56 \div 8 = 7$

En el caso anterior, podemos hablar de división exacta porque el resto es 0, y 56 contiene 7 veces al número 8. Esto último supone que 56 es múltiplo de 8.

Por el contrario, $56 \div 9 = 6{,}22$ no es una división exacta porque el resto es 2. Lo que también significa que 56 no es múltiplo del número 9.

¿Qué son los divisores de un número?

Los divisores de un número natural son aquellos números naturales que lo pueden dividir exactamente dejando como cociente otro número natural y como resto cero. Ser divisor es recíproco a ser múltiplo. Por ejemplo, si 28 es múltiplo de 4, entonces 4 es divisor de 28.

Un número *a* es divisor de un número *b* si la división de *b* entre *a* es exacta.

Cada número tiene una cantidad concreta de divisores.

Por ejemplo, los divisores del número 24 son 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12 y 24.
Es decir, el número 24 tiene 8 divisores.

Otro ejemplo es el caso de los divisores de 31 que son 1 y 31. Es decir, sus únicos divisores son la unidad y el mismo número.

Es importante saber que:

- Solamente el 0 tiene infinito número de divisores, ya que todos los números son divisores de él, excepto el mismo 0.
- El número 1 tiene solamente un divisor.
- El 0 y el 1 son números especiales: el 0 es múltiplo de cualquier número y el 1, divisor de todos los números naturales.

¿Cómo podemos saber fácilmente si un número es divisible por otro sin necesidad de hacer la división?

Para saber si un número es divisible por otro sin hacer la división, es necesario que aprendamos los siguientes criterios de divisibilidad.

Un número es divisible entre	Criterio de divisibilidad
2	si el número termina en 0, 2, 4, 6 y 8.
3	si sumamos sus cifras y resulta múltiplo de 3.
4	si sus dos últimas cifras son ceros o múltiplo de 4.
5	si el número termina en 0 o 5.
8	si sus tres últimas cifras son ceros o múltiplo de 8.
9	si sumamos sus cifras y resulta múltiplo de 9.
10	si el número termina en 0.
11	si a la suma de las cifras de posición par se le resta la suma de las cifras de posición impar y se obtiene 0 o un múltiplo de 11.

Por ejemplo, el número 2640 es:

- Divisible entre 2, porque termina en 0.
- Divisible entre 3, porque al sumar sus cifras ($2 + 6 + 4 + 0 = 12$) el resultado es múltiplo de 3.
- Divisible entre 4, porque sus dos últimas cifras (40) son múltiplo de 4.
- Divisible entre 5, porque termina en 0.
- Divisible entre 10, porque termina en 0.
- Divisible entre 11, porque al restar la suma de las cifras de posición par ($2 + 4 = 6$) y las de posición impar ($6 + 0 = 6$) se obtiene un múltiplo de 11 ($6 - 6 = 0$).

¿Qué son los números primos y los números compuestos?

Como mencionamos, los números 1 y 0 son especiales porque, al comprobar la cantidad de divisores que tiene cada uno, observamos que el 1 tiene un solo divisor y el 0 tiene infinitos divisores.

Sin embargo, puede ocurrir con los demás números que solo tengan 2 divisores (el 1 y el mismo número) o que tengan más de 2.

- Los **números primos** son los que tienen dos divisores, que son el 1 y el mismo número. Por ejemplo, los números 7, 11, 17, 31, 41 y 139 son primos.
- Los **números compuestos** son los que tienen más de dos divisores. Estos números son los más frecuentes. Por ejemplo, los números 4, 12, 20, 100 y 381 son compuestos.

¿Cómo reconocemos los números primos menores de 100?

Para identificar los números primos menores de 100 procedemos de la siguiente manera:

- Tachamos el número 1.
- Encerramos con un círculo el número 2 y tachamos todos los demás múltiplos de 2.
- Encerramos con un círculo el número 3 y tachamos los demás múltiplos de 3, que no hayan sido tachados en el paso anterior.
- Hacemos lo mismo con el número 5 y 7.
- Observamos que los números encerrados con círculos son los números primos.

Realiza el procedimiento indicado y escribe en un papel los números primos menores que 100.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

¿Qué es el mínimo común múltiplo de dos o más números naturales?

El mínimo común múltiplo (m. c. m.) de dos o más números es el número más pequeño que es múltiplo de todos ellos sin considerar el 0.

Por ejemplo, el m. c. m. de 12 y 30 es el siguiente:

- Múltiplos de 12 → 12, 24, 36, 48, 60, 72, 96, 108, 120,...
- Múltiplos de 30 → 30, 60, 90, 120, 150, 180, 210,...

Hay muchos números más que son a la vez múltiplos de 12 y de 30, pero el menor de todos es 60. Por lo tanto, el m. c. m. (12, 30) = 60.

¿Qué es el máximo común divisor de dos o más números naturales?

El máximo común divisor (m. c. d.) de dos o más números naturales es el número más grande que es divisor de todos ellos.

Por ejemplo, el m. c. d. de 12 y 30 es el siguiente:

- Divisores de 12 → 1, 2, 3, 4, 6, 12
- Divisores de 30 → 1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30

Como observamos, los números 1, 2, 3 y 6 son divisores comunes de 12 y de 30; sin embargo, el mayor de ellos es el 6. En consecuencia, el m. c. d. (12, 30) = 6.

¿Cómo podemos calcular el m. c. m. y el m. c. d. de dos o más números?

Para calcular el m. c. m. y m. c. d. de dos o más números, procedemos según una serie de pasos determinados.

Por ejemplo, calculamos el m. c. m. y m. c. d. de los números 60, 72 y 108.

Descomponemos esos números en sus factores primos:

$$\begin{array}{r|l} 60 & 2 \\ 30 & 2 \\ 15 & 3 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 72 & 2 \\ 36 & 2 \\ 18 & 2 \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 108 & 2 \\ 54 & 2 \\ 27 & 3 \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array}$$

Entonces,

$60 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5$

$72 = 2^3 \cdot 3^2$

$108 = 2^2 \cdot 3^3$

Luego, para calcular el m. c. m., consideramos los factores con el mayor exponente, ya sean comunes o no comunes.

$$\text{m. c. m. } (60, 72, 108) = 2^3 \cdot 3^3 \cdot 5 = 1080$$

Para calcular el m. c. d., consideramos solo los factores comunes con el menor exponente.

$$\text{m. c. d. } (60, 72, 108) = 2^2 \cdot 3 = 12$$

ANALIZAMOS

1 Colorea los siguientes recuadros:

- Si son números primos, utiliza el color naranja.
- Si son números compuestos, utiliza el color amarillo.

12	7	31	42	5	30	6	2	18	24

Da como respuesta la cantidad de números primos y compuestos.

Número primos: ______________________________

Números compuestos: ______________________________

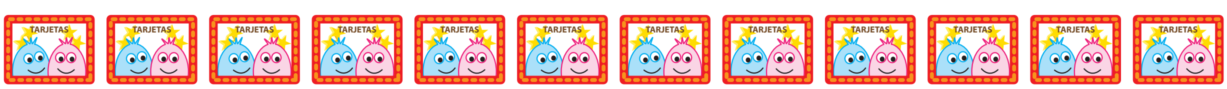
2 Diego coloca tarjetas en filas y columnas, de tal manera que forma rectángulos con ellas. Considera que Diego tiene 12 tarjetas en total. A partir de estos datos, dibuja todas las posibilidades de formar rectángulos con las tarjetas.

RESOLUCIÓN

Según los datos, Diego tiene 12 tarjetas y quiere formar rectángulos poniéndolas en filas y columnas. Así:

1.ª posibilidad: 4 × 3 = 12.

2.ª posibilidad: 6 × 2 = 12



3.ª posibilidad: 1 × 12 = 12

3 Pablo utilizó como criterio de divisibilidad entre 4 la afirmación de que todo número que termina en dicha cifra es múltiplo de 4. Él dio como ejemplos los números 524, 9164, 184 y 204.

Según Pablo, el número 634 también es múltiplo de 4. ¿Estás de acuerdo con Pablo? ¿Por qué?

RESOLUCIÓN

Los números que señaló Pablo, efectivamente, son divisibles entre 4 porque en todos ellos las dos últimas cifras son múltiplos 4 (según el criterio de divisibilidad).

No obstante, no es posible estar de acuerdo con Pablo, porque no es suficiente que la última cifra sea 4. El criterio de divisibilidad es el siguiente: un número es divisible por 4 cuando sus dos últimas cifras son múltiplos de 4.

Por lo tanto, el número 634 no es múltiplo de 4, porque sus dos últimas cifras (34) no son múltiplo de 4. Por consiguiente, el criterio de Pablo es incorrecto.

4 Calcula el m.c.m. y el m.c.d. de 48, 60 y 72.

RESOLUCIÓN

En primer lugar, es conveniente realizar la descomposición en factores primos de cada número. Así, tenemos que

- $48 = 2^4 \cdot 3$
- $60 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5$
- $72 = 2^3 \cdot 3^2$

Luego, el **m.c.m.** $(48, 60, 72) = 2^4 \cdot 3^2 \cdot 5 = 720$ y el **m.c.d.** $(48, 60, 72) = 2^2 \cdot 3 = 12$.

No olvides que, para calcular el **m.c.m.** de dos o más números, debes considerar los factores primos comunes y no comunes con el mayor exponente; mientras que para calcular el m.c.d. toma en cuenta solo los factores comunes con el menor exponente.

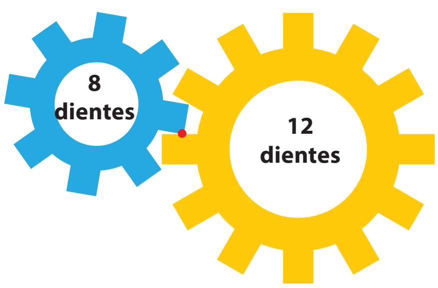
PRACTICAMOS

1 David tiene una colección de 24 adornos, guardados cada uno en una cajita cuadrada semejante. Para ordenarlos en una mesa, debe colocarlos de tal manera que formen un rectángulo. Escribe todas las posibilidades que existen para realizar dicha tarea.

____

____

2 Estas ruedas dentadas forman un engranaje. **¿Cuántos dientes de cada rueda deben pasar para que vuelvan a coincidir los puntos señalados en color rojo?**



____

____

3 Del problema anterior, **¿cuántas vueltas habrán dado cada una de las ruedas al coincidir los puntos señalados en rojo?**

a) La azul 3 vueltas y la amarilla 2 vueltas.

b) La azul 2 vueltas y la amarilla 3 vueltas.

c) La azul 8 vueltas y la amarilla 12 vueltas.

d) La azul 12 vueltas y la amarilla 8 vueltas.

4 Un carpintero quiere cortar una plancha de triplay de 1 m de largo y 60 cm de ancho en cuadrados lo más grandes posibles. El carpintero debe utilizar toda la plancha de triplay y no desperdiciar ningún pedazo. **¿Cuál debe ser la longitud del lado de cada cuadrado?**

a) 10 cm

b) 20 cm

c) 30 cm

d) 50 cm

5 Escribe en el paréntesis verdadero (V) o falso (F), según corresponda.

a) El número 134 es múltiplo de 2. ( )

b) El número 30 tiene 8 divisores. ( )

c) El número 814 es múltiplo de 4. ( )

d) Los divisores de 6 son 0, 6, 12 y 18. ( )

Justifica las respuestas que consideres verdaderas: ______________________________

____

6 La alarma de un reloj A suena cada 9 minutos y la del reloj B, cada 21. Si acaban de coincidir dando la señal, **¿cuánto tiempo pasará para que ambos relojes vuelvan a coincidir?**

a) 21 min

b) 30 min

c) 63 min

d) 189 min

7 Tres amigas, Carolina, Anita y Juanita, hacen labor de voluntariado en un hospital para niños. Cada una de ellas tiene un régimen de asistencia diferente. Carolina asiste cada 2 días; Anita, cada 3 días; Juanita, cada 4. Si el 11 de noviembre se encontraron las tres amigas en el hospital, **¿en qué fecha volverán a encontrarse?**

a) 20 de noviembre.

b) 23 de noviembre.

c) 02 de diciembre.

d) 11 de diciembre.

8 Ernesto tiene una cantidad récord de canicas: 556. **¿Podrá agrupar todas sus canicas en bolsitas de 5 canicas cada una? ¿Por qué?**

Sí ☐ No ☐

Porque ____

____

9 Una fábrica de juguetes ha inventado tres modelos de robots y los pone a prueba. El primero tarda 10 minutos en dar una vuelta caminando; el segundo modelo, 6 minutos en dar una vuelta trotando; el tercer modelo, 2 minutos en dar una vuelta corriendo. Si comenzaron al mismo tiempo y en el mismo punto de partida, **¿cada cuánto tiempo se vuelven a encontrar en ese punto?**

a) Cada 30 min
c) Cada 120 min
b) Cada 18 min
d) Cada 60 min

10 Cuando a Carlos le preguntan por la edad de su padre, responde de la siguiente manera: "Mi padre tiene más de 40 años y menos de 50. Además, su edad es un múltiplo de 3 y 7 a la vez". **¿Cuántos años tiene el papá de Carlos?**

a) 37 años.
c) 49 años.
b) 42 años.
d) 48 años.

Seguimos practicando

11 Explica la diferencia entre un número primo y un número compuesto. Da dos ejemplos de cada caso.

____

____

12 Marca con un aspa todos los números compuestos y escríbelos en la línea respectiva.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50

Los números compuestos son ____

13 **¿Cuántos divisores tiene el número 45?**

a) 6 divisores.

b) 9 divisores.

c) 15 divisores.

d) 45 divisores.

14 Marisol desea colocar cerámicos de forma cuadrada en una habitación de 3,6 m de ancho y 4,2 m de largo. Marisol no quiere desperdiciar y le pide al albañil que utilice cerámicos de la mayor extensión posible por lado para que cubran exactamente el piso de esta habitación. **¿Cuál será la longitud de los cerámicos?**

a) 30 cm

b) 40 cm

c) 50 cm

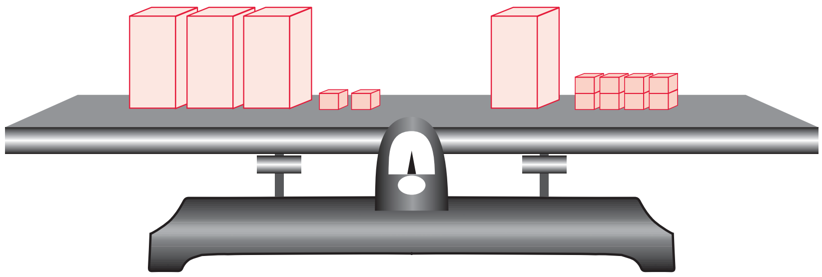
d) 60 cm

15 Del problema anterior, **¿cuántas cajas de cerámicos debe comprar Marisol si en cada una vienen 6?**

Matemática 1.er grado

Ficha: Retos con la balanza

El Maestro Ramírez presenta a sus estudiantes cubos y bolsas en una balanza equilibrada. Al verlos interesados en el tema, el maestro les da la siguiente indicación: "Todos los cubos tienen el mismo peso. Las bolsas tienen un peso insignificante y cada una contiene la misma cantidad de cubos". Finalmente, el maestro los insta a calcular la cantidad de cubos que contiene cada bolsa.



Responde las siguientes preguntas:

1. ¿Qué entiendes cuando te indican que la balanza está equilibrada?

___

2. ¿Cuántos cubos hay en cada bolsa? Explica cómo calculaste la respuesta.

___

___

___

3. Escribe una ecuación que represente la situación presentada.

___

___

___

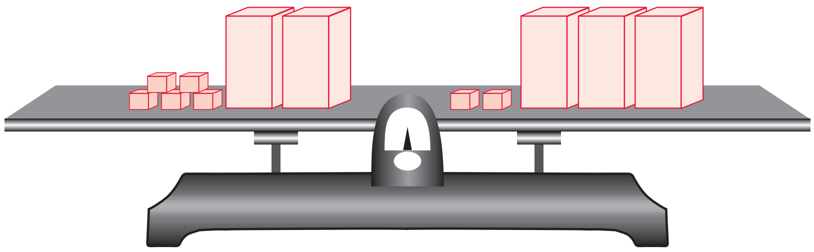
___

4. Si la siguiente balanza está equilibrada y cada bolsa contiene la misma cantidad de cubos, determina la ecuación que representa esa situación y halla la cantidad de cubos que contiene cada bolsa.

___

___

___



APRENDEMOS

La situación planteada anteriormente pretende que el estudiante se apropie del concepto de ecuación y de sus estrategias de resolución. En esta sesión de aprendizaje, vamos a utilizar bolsas y cubos como modelos de expresiones algebraicas. Añadir una balanza al modelo permitirá formular ecuaciones algebraicas precisas y encontrar las formas más eficaces para resolverlas. Se sugiere proyectar el siguiente video durante la sesión: *Modelo de la balanza* (https://www.youtube.com/watch?v=riYE5cTKWYs).

ECUACIONES LINEALES

Una ecuación es como una balanza en equilibrio: en ella se exhiben dos objetos del mismo peso en ambos lados. Asimismo, en una ecuación, dos números o expresiones del mismo valor, ubicados en dos extremos distintos, mantienen una relación de igualdad.

Ecuación lineal: una ecuación lineal es una igualdad que tiene una solución para la incógnita. Se conoce también como ecuación de primer grado, porque la variable x tiene exponente 1.

Grado

$$3x - 4 = 5$$

Incógnita

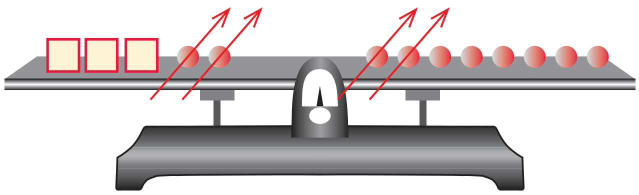
Resolución de una ecuación lineal: resolver una ecuación lineal significa encontrar el valor de la variable o incógnita para que la igualdad sea verdadera. En otras palabras, tenemos que despejar la variable. Se brinda el conjunto solución entre llaves: $\{\ldots\}$.

Para hallar el conjunto solución, debemos considerar que la igualdad posee propiedades específicas:

- Al sumar o restar la misma cantidad a ambos miembros de la igualdad, esta se mantiene.
- Al multiplicar o dividir por una misma cantidad (distinta de cero) ambos miembros de una igualdad, esta se mantiene.

Utilizamos el modelo de la balanza para resolver las siguientes ecuaciones:

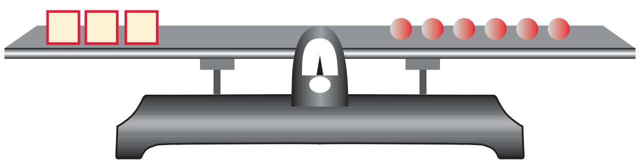
Si □ = x



$\longrightarrow$ $3x + 2 = 8$

$3x + 2 - 2 = 8 - 2$

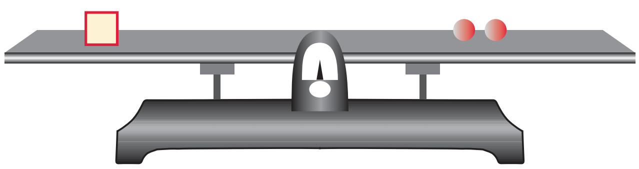
(Resto 2 a cada miembro).



$\longrightarrow$ $3x = 6$

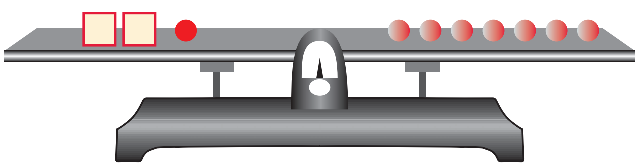
$$\frac{3x}{3} = \frac{6}{3}$$

(Divido entre 3 a cada miembro).

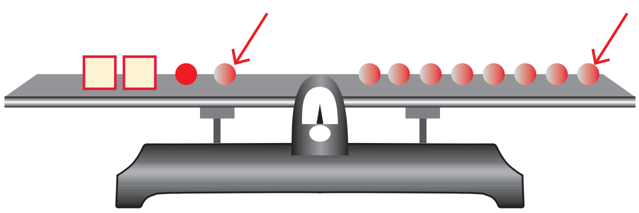


$\longrightarrow$ $x = 2$ $\longrightarrow$ C.S = {2}

Si: □ = x · ● = 1; ● = –1

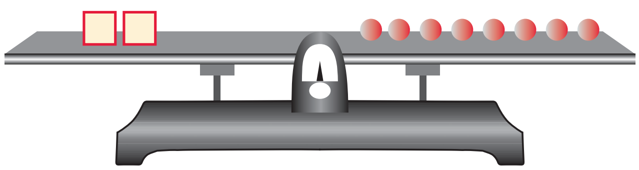


$\longrightarrow$ $2x - 1 = 7$



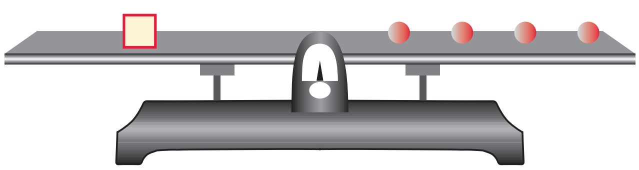
$\longrightarrow$ $2x - 1 + 1 = 7 + 1$

(Sumo 1 a cada miembro).



$$\longrightarrow \frac{2x}{2} = \frac{8}{2}$$

(Divido entre dos a cada miembro).



$\longrightarrow$ $x = 4$ $\longrightarrow$ C.S = {4}

Ecuaciones equivalentes: dos o más ecuaciones son equivalentes si tienen la misma solución.

Por ejemplo:

Averiguar si las siguientes ecuaciones son equivalentes: $x + 5 = 8$ y $7x + 1 = 22$.

RESOLUCIÓN

Tenemos que resolver cada una de las ecuaciones y observar si tienen la misma solución.
Resolvemos la primera ecuación: $x = 3$.
Resolvemos la segunda ecuación: $7x = 21 \Rightarrow x = 3$.
Como tienen la misma solución, son ecuaciones equivalentes.

Teorema: sea la ecuación lineal $ax = b$

Si $a = 0$, pero $b \neq 0$, entonces $ax = b$ no tiene solución.

Por ejemplo:

Determinar el conjunto solución de

$11x - 6 - 14x = 2x - 7 - 5x$

Reducimos términos semejantes:

$-3x - 6 = -3x - 7$
$-6 = -7$ (falso).

La ecuación es imposible. Por lo tanto, el conjunto solución es vacío:

C.S = { }

Si $a \neq 0$ y $x = b/a$, entonces la ecuación tiene una solución única.

Por ejemplo:

Determinar el conjunto solución de

$3x + 7 = 2x + 10$

Reducimos términos semejantes:

$x = 3$

Por lo tanto, la ecuación es posible y el conjunto solución es

C.S = {3}

Si $a = 0$ y $b = 0$, entonces, la ecuación tiene infinitas soluciones.

Por ejemplo:

Determinar el conjunto solución de

$3x - 8 + 5x + 6 = 10x - 2 - 2x$

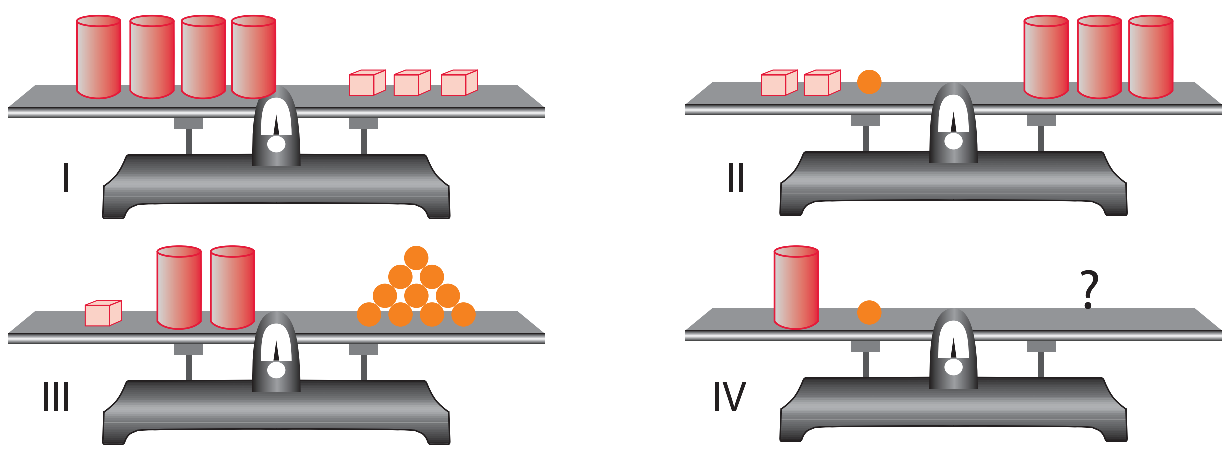
Reducimos términos semejantes:

$8x - 2 = 8x - 2$
$0 = 0$ (verdadero).

Por lo tanto, la ecuación es posible y tiene infinitas soluciones.

ANALIZAMOS

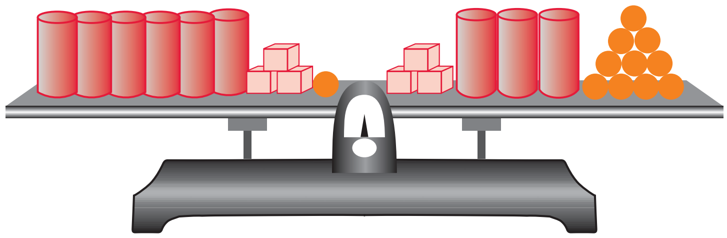
1 Si sabemos que los mismos objetos tienen el mismo peso, ¿cuántos y qué tipo de objetos podrían equilibrar la balanza IV?



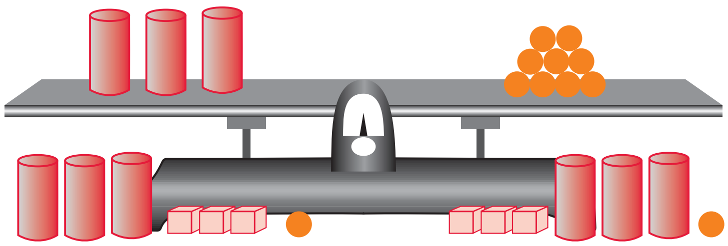
RESOLUCIÓN

Se utiliza la propiedad que consiste en sumar a cada miembro de la ecuación una misma cantidad. En este caso, se le agrega a cada lado de la balanza el mismo peso para que siga en equilibrio.

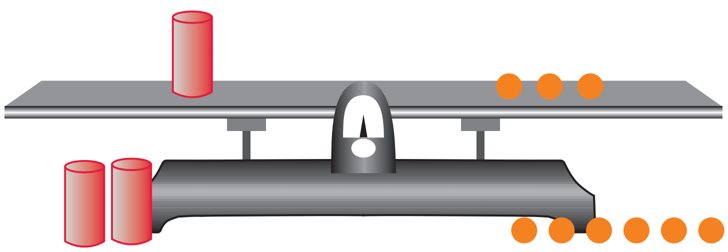
En primer lugar, se suman todos los objetos del lado izquierdo de la balanza I, II y III. La misma operación se ejecuta en el lado derecho.



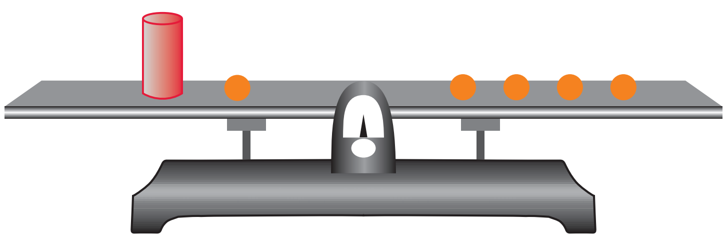
Después, se retira de cada lado de la balanza los objetos del mismo peso.



Seguidamente, se divide entre tres ambos lados de la balanza para que quede únicamente la tercera parte.



Por último, le agregamos ● a cada lado para obtener la balanza IV con sus respectivos objetos en equilibrio.



RESPUESTA: la balanza IV se equilibra con cuatro esferas.

2 La siguiente figura es un cuadrado mágico, donde la suma de las horizontales, las verticales y las diagonales dan el mismo resultado.

$2x + 2$	x	$x + 1$
$x - 2$	$x + 2$	$5x - 6$
$3x - 3$	$2x + 1$	$x - 1$

Resuelve los siguientes ejercicios:

a) Encuentra dos ecuaciones del cuadrado mágico y verifica que sean equivalentes. Para hacerlo, halla el valor de x.

Solución:

- Primera ecuación:
  Igualamos la suma de la primera y la segunda fila:
  $4x + 3 = 7x - 6$. Al resolver se obtiene que $x = 3$.
- Segunda ecuación:
  Igualamos la suma de las dos diagonales:
  $4x + 3 = 5x$. Al resolver, se obtiene que $x = 3$.

RESPUESTA: pudimos verificar que las dos ecuaciones seleccionadas donde x vale 3, son equivalentes.

b) Determina el cuadrado mágico con sus respectivos valores numéricos.

8	**3**	**4**
1	**5**	**9**
6	**7**	**2**

3 Juanita llena dos botellas iguales con agua de un bidón. Después de llenar estas botellas, aún quedan 7 litros de agua en el bidón. Juanita vierte el agua de las botellas nuevamente en el bidón y llena cuatro botellas del mismo tipo. Luego de esa operación, únicamente quedan 2 litros de agua.

Responde las siguientes preguntas:

a) Determina la ecuación que permita calcular la capacidad de las botellas.

$$2\boxed{} + \boxed{} = 4\boxed{} + \boxed{}$$

Sea x los litros de cada botella:

$2x + 7 = 4\,x + 2$

b) ¿Qué capacidad tienen las botellas?

Resolvemos la ecuación:

$2x + 7 = 4x + 2$

$2x + 7 - 7 = 4x + 2 - 7$

$2x - 4x = 4x - 5 - 4x$

$-2x = -5$

Al dividir los dos miembros entre -1, obtenemos que $2x = 5$.

Por tanto, $x = 5$

RESPUESTA: cada botella tiene la capacidad de 2,5 litros.

c) ¿Cuántos litros de agua contiene el bidón?

Reemplazamos en cualquiera de los miembros el valor de x, que es 2,5.

$2x + 7 = 2(2{,}5) + 7$. Luego, $5 + 7 = 12$.

RESPUESTA: el bidón tiene 12 litros de capacidad.

4 El miércoles pasado, el encargado del almacén del mercado Todo barato surtió el exhibidor con 90 lechugas. Al final de ese día, ya habían sido vendidas algunas. El jueves por la mañana, el encargado del almacén decidió reponer tantas lechugas como las que habían quedado el día anterior. Al final del día jueves, se había vendido el mismo número de lechugas que el día miércoles. Si quedaron 30, ¿cuántas lechugas se vendieron el día miércoles?

RESOLUCIÓN

Sea x el número de lechugas vendidas el día miércoles.

El día miércoles, se surtieron 90 lechugas. Asimismo, ese mismo día se vendieron x lechugas. Esto quiere decir que quedaron $(90 – x)$ lechugas.

El jueves en la mañana, el encargado del almacén repuso $(90 – x)$ lechugas. Al final del día, se vendieron x lechugas.

Apartir de los datos presentados, planteamos la siguiente ecuación y hallamos el valor de x:

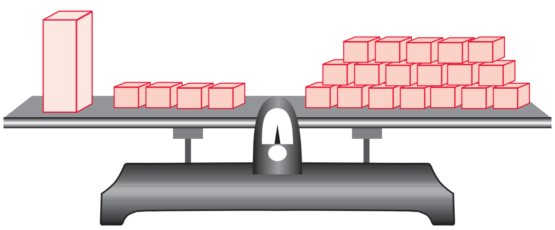
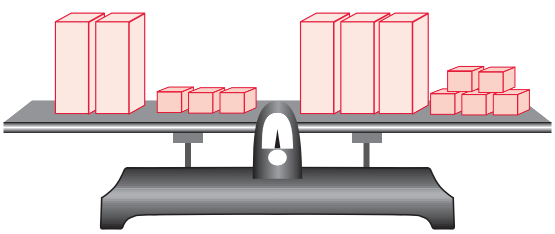
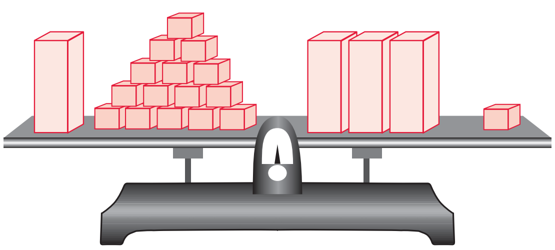
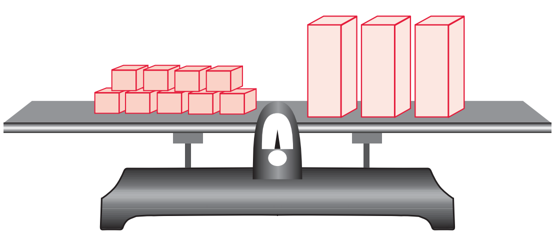
$180 - 2x - x = 30$

$x = 50$

RESPUESTA: el día miércoles se vendieron 50 lechugas.

PRACTICAMOS

1. Si cada bolsa es la incógnita y los cubos son las constantes, determina la ecuación que corresponde a cada balanza en equilibrio y halla su conjunto solución.

BALANZA EQUILIBRADA	ECUACIÓN LINEAL
	______________________
	______________________
	______________________
	______________________

2 Relaciona con una flecha cada ecuación con su respectivo conjunto solución y justifica la opción tomada.

$6x - 4 - x = 3x + 6$

$7x - 6 - 5x = -4x + 4 + 6x$

$-2x - (x + 6) = 7x - 6 - 10x$

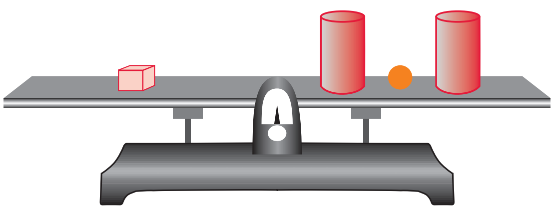
C.S = { }
Justificación:

C.S = infinitos valores para x
Justificación:

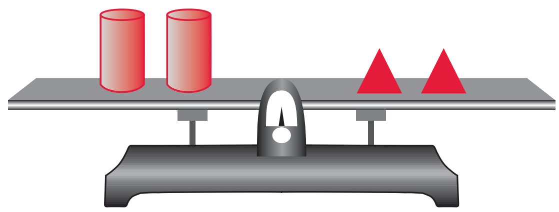
C.S = { 20 }
Justificación:

C.S = { 5 }
Justificación:

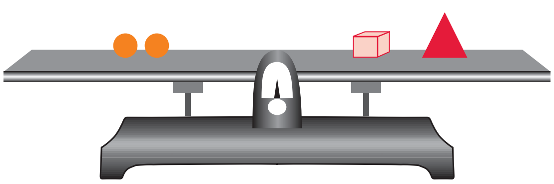
3 Si sabemos que los mismos objetos tienen el mismo peso, **¿cuál o cuáles podrían equilibrar la balanza IV?**



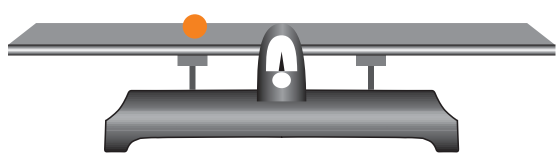
I



II



III



IV

4 Sofía y su hermana Leticia llenaron bolsas con caramelos para regalarlas en la fiesta infantil de su hermano César. Cada una de ellas tomó la misma cantidad de caramelos. Luego empezaron a llenar las bolsas con un mismo número de estos. Sofía llenó cinco bolsas y le sobró un caramelo. Leticia llenó cuatro bolsas y le sobró siete caramelos.

A partir de estos datos, responde:

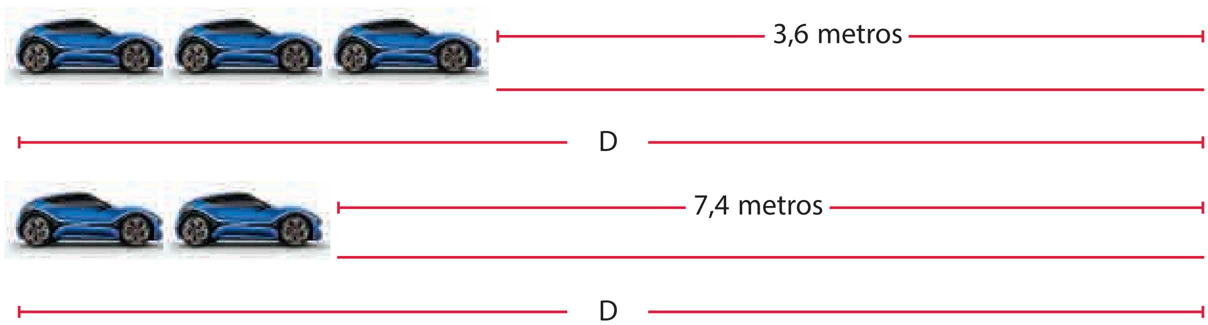
a) Dibuja una balanza en equilibrio que represente esta situación. Considera que ambas hermanas tenían en un inicio la misma cantidad de caramelos.

b) Con la balanza en equilibrio, calcula cuántos caramelos hay en cada bolsa.

c) Escribe una ecuación que represente la situación propuesta.

d) Resuelve la ecuación y verifica que la respuesta sea igual a la que calculaste en la balanza en equilibrio.

5 A partir del siguiente gráfico, determina la longitud de cada auto si todos tienen la misma longitud.



Respuesta: cada auto mide ________________________

6 Héctor y Laura jugaban a Piensa en un número. Héctor le dijo a Laura: “Piensa en un número, triplícalo, súmale 5 y multiplica el resultado por 10”. Laura dijo que obtuvo 320. **¿Qué ecuación tendría que resolver Héctor para hallar el número que pensó Laura?**

a) $x \cdot x \cdot x + 5 \cdot 10 = 320$

b) $3x + 5 \cdot 10 = 320$

c) $(3x + 5) \cdot 10 = 320$

d) $(x \cdot x \cdot x + 5) \cdot 10 = 320$

7 Álvaro invita a dos amigas al cine. Antes de que empiece la función, compra tres gaseosas del mismo precio y dos cajas de palomitas de S/ 18 cada una. Si Álvaro pagó con S/ 100 y recibió S/ 38,8 de vuelto, **¿cuánto costó cada gaseosa?**

a) S/ 25,2

b) S/ 8,4

c) S/ 58,26

d) S/ 84

8 Un proyecto de carpintería requiere de tres piezas de madera. La pieza más larga debe tener el doble de longitud que la pieza mediana y la pieza más corta, 10 pulgadas menos que la pieza mediana. Si las tres piezas se van a cortar de una tabla de 90 pulgadas de largo, **¿qué longitud debe tener cada cada una de ellas?**

a) 50, 25 y 15 pulgadas, respectivamente.

b) 40, 20 y 10 pulgadas, respectivamente.

c) 50, 25 y 10 pulgadas, respectivamente.

d) 30, 15 y 5 pulgadas, respectivamente.

9 Juan fue a un grifo para llenar el tanque de combustible de su auto con gas natural y pagó con un billete de 100 soles. El grifero tiene que darle 72 soles de vuelto, pero solo tiene monedas de S/ 5 y S/ 2. Finalmente, **¿cuántas monedas de S/ 5 y S/ 2 le dio?**

a) 12 y 6 monedas, respectivamente.

b) 9 y 9 monedas, respectivamente.

c) 36 y -18 monedas, respectivamente.

d) 6 y 12 monedas, respectivamente.

10 Un fabricante de mesas y de sillas rústicas hizo un envío de sus productos en un camión por carretera desde Huaral hasta Lima. El fabricante anotó que la carga pesaba 8800 kilogramos. También anotó que había enviado un total de 615 unidades entre mesas y sillas. Además, sabemos que cada mesa pesa 35 kilogramos y cada silla, 10 kilos. Si el pedido fue de una centena de mesas y de medio millar de sillas, **¿el fabricante logró satisfacer el pedido que se le había encomendado??**

a) No lo logró, porque solo envió 106 sillas y 509 mesas.

b) Sí lo logró, porque hay 106 mesas y 509 sillas.

c) No logró cubrir el pedido de las sillas porque solo había enviado 17, pero sí el pedido de mesas

d) No lo logró, porque no fabricó suficientes mesas y sillas.

Seguimos practicando

11 China ganó un total de 100 medallas en los Juegos Olímpicos de Beijing 2008. El número de medallas de oro fue de 23 más que el número de medallas de bronce. El número de medallas de bronce fue de 7 más que el número de medallas de plata. **¿Cuántas medallas de cada clase ganó China?**

a) 23 medallas de oro, 70 de plata y 7 de bronce.

b) 28 medallas de oro, 21 de plata y 51 de bronce.

c) 51 medallas de oro, 21 de plata y 28 de bronce.

d) 66 medallas de oro, 36 de plata y 43 de bronce.

12 Un empresario invierte 20 000 soles en dos bancos. El primer banco le ofrece 6 % de interés y el segundo, 8 %. Si su interés anual proviene de estas dos inversiones y suma 1500 soles, **¿cuánto invirtió en cada banco?**

a) 5000 en el primer banco y 15 000 en el segundo.

b) 15 000 en el primer banco y 5000 en el segundo.

c) 18 000 en el primer banco y 2000 en el segundo.

d) 5500 en el primer banco y 14 500 en el segundo.

13 Juan tiene un perro. Actualmente, su mascota tiene 12 años menos que él. Dentro de 4 años, Juan tendrá el triple de la edad que su perro. **¿Cuál es la edad de Juan y la de su mascota?**

a) Juan tiene 19 años y su perro, 7.

b) Juan tiene 14 años y su perro, 2.

c) Juan tiene 22 años y su perro, 10.

d) Juan tiene 26 años y su perro, 14.

14 La señora Luisa planea construir un arenero rectangular para que jueguen sus hijos. Cuenta con 38 pies de madera para construir los lados. Si el largo del arenero es de 11 pies, **¿cuál es su ancho?**

a) 8 metros.

b) 16 metros.

c) 27 metros.

d) 19 metros.

15 Marcos tenía algunas galletas y decidió repartirlas entre sus amigos. Le dio la mitad de ellas a su amigo Fernando. Luego dividió las galletas restantes entre los tres hermanos de su amigo. Si a cada uno de ellos les entregó cuatro galletas, **¿cuántas galletas tenía Marcos antes de repartirlas?**

a) 6 galletas.

b) 12 galletas.

c) 24 galletas.

d) 18 galletas.

Matemática 1.er grado

Ficha: Hagamos deporte

Observa las promociones que presentan estas dos academias de fútbol.

Nancy, con la finalidad de fomentar en su hijo la práctica del deporte, desea inscribirlo en una de estas dos academias deportivas.

Responde las siguientes preguntas:

1. ¿Consideras que el deporte es bueno para la salud? ¿Qué deporte practicas?

____

2. ¿Cuáles crees que son los deportes más populares en nuestro país?

____

3. ¿Cuánto pagaría la señora Nancy por los tres primeros meses si elige la academia Cracks? ¿Pagaría lo mismo si escoge la academia Escuela de campeones?

____

4. ¿Puede determinar la señora Nancy en cuál de las academias le resulta más económico inscribir a su hijo?

____

____

En la situación planteada anteriormente, observamos que el costo total y el número de meses de entrenamiento en las academias son magnitudes directamente proporcionales. Es decir, si aumenta el tiempo de entrenamiento, también aumenta el costo total. Asimismo, su grafica es una línea recta. Ambas características permiten definir a una función lineal. Pero ¿qué es una función lineal? A continuación revisaremos algunos conceptos que nos ayudarán a comprender mejor este tema.

APRENDEMOS

FUNCIÓN LINEAL

Para describir una función lineal, completemos la tabla a partir de la situación planteada anteriomente.

	1 mes	2 mes	3 mes	4 mes	5 mes
Costo total academia Cracks	20 + 15(1) 35	20 + 15(2) 50	20 + 15(3) 65	20 + 15(4) 80	20 + 15(5) 95
Costo total academia Escuela de campeones	20(1) 20	20(2) 40	20(3) 60	20(4) 80	20(5) 100

A partir de esta tabla, podemos deducir que el modelo matemático que representa la situación costo total (y) - tiempo (x) es el siguiente:

Academia Cracks: $y = 20 + 15x$
Academia Escuela de campeones: $y = 20x$

Por lo tanto, podemos concluir que una función modela una situación en la que existe una relación de dependencia entre dos variables.

A continuación presentamos un cuadro comparativo entre la función lineal y la función lineal afín

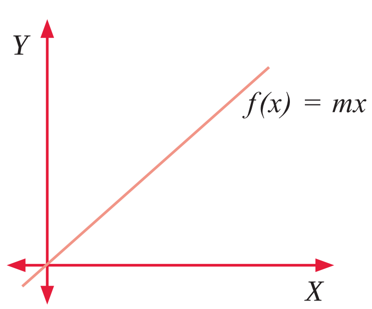
FUNCIÓN LINEAL

- f es una función lineal si su regla de correspondencia está definida de la siguiente forma:
  $f(x) = mx$, siendo $m \neq 0$.

Donde:

- x es una variable independiente.
- $f(x)$ es una variable dependiente.
- m es la pendiente de la recta, que indica su inclinación con respecto al eje x.

- Su gráfica es una línea recta que pasa por el origen de coordenadas (0; 0):

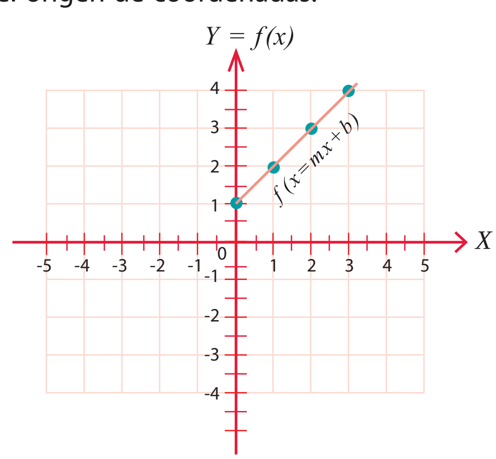


FUNCIÓN LINEAL AFÍN

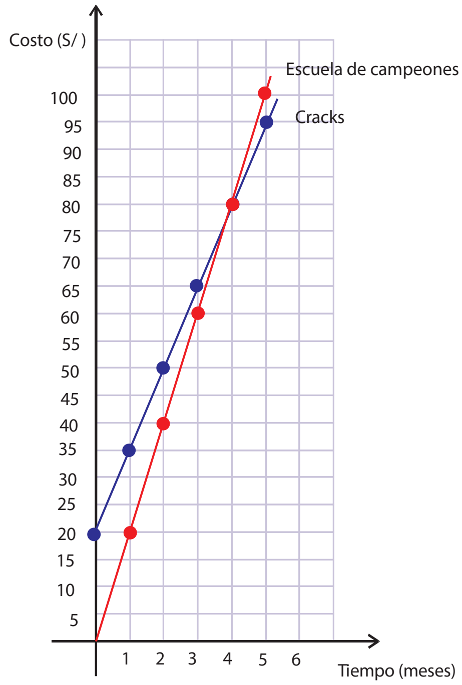
- f es una función lineal afín si su regla de correspondencia está definida de la siguiente forma:
  $f(x) = mx + b$, siendo $m \neq 0$ y $n \neq 0$.

Donde:

- m es la pendiente de la recta e indica su inclinación con respecto al eje x.
- b es la ordenada en el origen, también conocida como intercepto. Es decir, la recta corta al eje de ordenadas en el punto (0; b).
- Su gráfico es una línea recta que no pasa por el origen de coordenadas:



Graficamos en el plano cartesiano el costo total durante los 5 primeros meses en ambas academias. Para ello, trazamos de color azul la función que representa a la academia Cracks y de color roja la que representa a la academia Escuela de campeones.



> El gráfico de una función f esta formado por todos los puntos (x, y). Para estos pares ordenados, la primera variable $x \in \text{Dom } f$ se visualiza en el eje de las abscisas (eje x).
> La segunda variable $y = f(x) \in \text{Ran } f$ se visualiza en el eje de las ordenadas (eje y).

Observamos la representación gráfica de la función en el plano cartesiano con los conjuntos numéricos:

$\mathbb{N}$: naturales

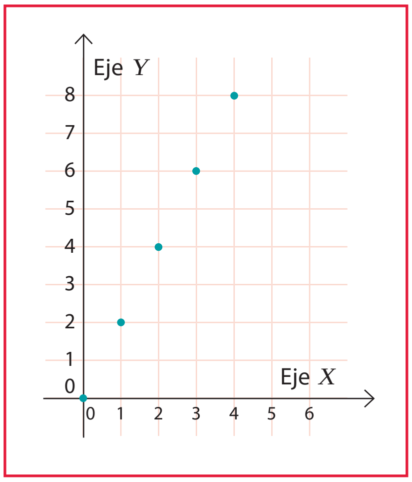


Fig. 1

$\mathbb{Z}$: enteros

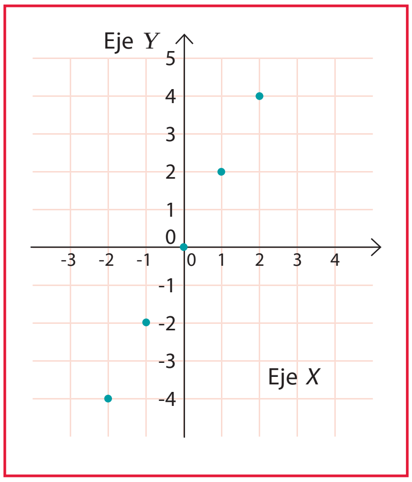


Fig. 2

$\mathbb{Q}$: racionales

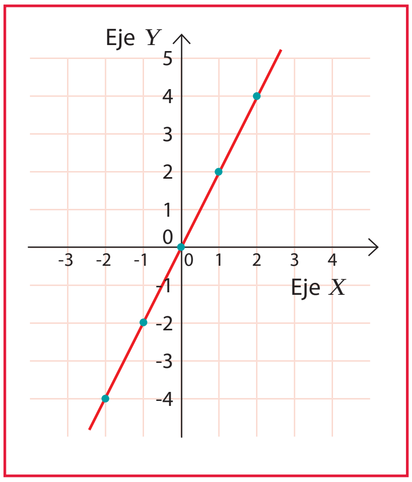


Fig. 3

Se deduce que en la figura 1 y 2 solo representamos los puntos y no la recta que los contiene, debido a que estas funciones están definidas en $\mathbb{N}$ y $\mathbb{Z}$, respectivamente. En esos casos, su dominio y su rango están definidos en los mismos conjuntos.

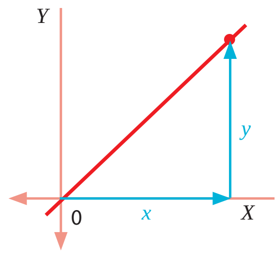
En la figura 3, se representa la gráfica de la función con una recta, puesto que la función está definida en $\mathbb{Q}$ y tanto su dominio como su rango están definidos en el mismo conjunto.

¿Qué es la pendiente de una función?

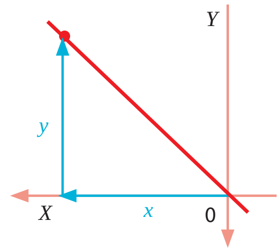
En la función lineal $y = mx$, m es la pendiente de la recta. Podemos hallar la pendiente si dividimos el valor de la variable dependiente (y) entre el valor de la variable independiente (x).

El valor de la pendiente es la medida de crecimiento o decrecimiento de la función $f(x) = mx$ y nos indica el aumento de la variable dependiente (y) para cada incremento de la variable independiente (x).

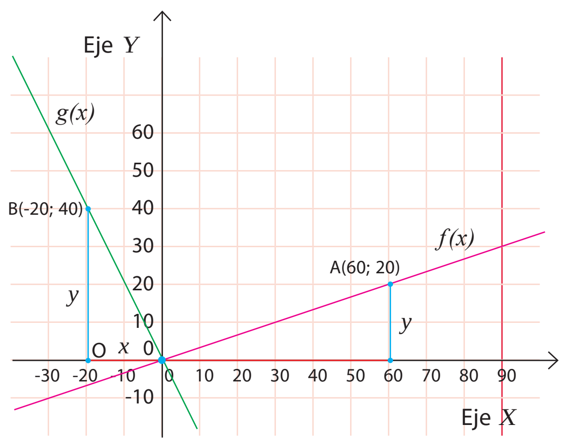
m > 0; la función es creciente:



m < 0; la función es decreciente:



En la siguiente gráfica se observa la pendiente de las funciones $f(x)$ y $g(x)$.



Entonces, la función $f(x)$ tiene como pendiente $m = \frac{20}{60} = \frac{1}{3}$. Así, definimos la función como $f(x) = mx \rightarrow \quad f(x) = \frac{1}{3}x$ (función creciente).

Para la función $g(x)$, la pendiente es $m = \frac{40}{-20} = -2$. Por lo tanto, definimos la función como $g(x) = mx \rightarrow \quad g(x) = -2x$ (función decreciente).

ANALIZAMOS

1 Resolvamos la situación planteada al inicio de la ficha.
Observa las promociones de estas dos academias de fútbol.

La señora Nancy desea inscribir a su hijo en una de estas dos academias deportivas.

¿Cuánto pagaría la señora Nancy por los tres primeros meses si elige la academia Cracks? ¿Pagaría lo mismo si escoge la academia Escuela de campeones?

RESOLUCIÓN

- El modelo para la academia Cracks es $y = 20 + 15x$.
  Donde y equivale al costo total y x, a la cantidad de meses.
  En consecuencia, para 3 meses, $x = 3 \rightarrow y = 20 + 15(3) = 20 + 45 = 65$.

- El modelo para la academia Escuela de campeones es $y = 20x$.
  Donde y equivale al costo total y x, a la cantidad de meses.
  En consecuencia, para 3 meses, $x = 3 \rightarrow y = 20(3) = 60$.

  Al comparar los costos totales, encontramos que en la academia Cracks Nancy gastará S/ 65, mientras que en la academia Escuela de campeones, S/ 60. Es decir, S/ 5 menos. Por tal razón, a la señora Nancy le conviene inscribir a su hijo en la academia Escuela de campeones.

2 Una empresa farmacéutica contrata un servicio de transporte motorizado para distribuir sus productos. El contrato estipula que el pago por cada entrega realizada es S/ 10. Si el máximo número de entregas asciende a 150 al mes, resuelve lo siguiente.

a) Expresa el costo mensual del contrato en función del número de entregas.
b) Grafica la situación propuesta en el plano cartesiano.
c) ¿Cuál es el costo mensual que pagaría la empresa en 100 entregas?

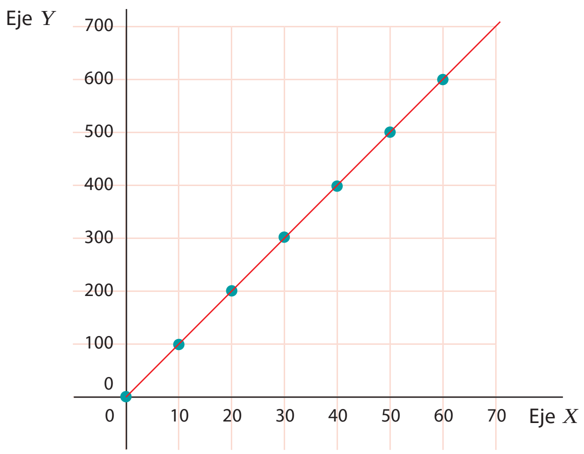
RESOLUCIÓN

a) Elaboramos una tabla de doble entrada con las variables que intervienen en la situación planteada:

Número de entregas	10	20	30	40	50	60
Costo mensual (S/)	100	200	300	400	500	600

Entonces, la función que modela la situación es $f(x) = 10x$.

b) La gráfica de la función es la siguiente:



c) Para calcular el costo mensual que se pagaría por las 100 entregas, reemplazamos la variables que intervienen en la función:

$f(x) = 10x$
$f(100) = 10(100) \rightarrow f(100) = 1000$
En consecuencia, por 100 entregas la empresa farmacéutica pagaría 1000 nuevos soles.

3 En el problema anterior, ¿cuál es la pendiente de la función? ¿Es creciente o decreciente? Explica tu respuesta.

RESOLUCIÓN

Para calcular la pendiente de la función, extraemos el punto (20; 200). Así, determinamos que la pendiente es $m = \frac{200}{20} = 10$. En consecuencia, la función queda definida como $f(x) = 10x$.

La pendiente es mayor de cero, lo que significa que es positiva. Por lo tanto, es una función creciente.

4 Un panadero usa 10 kg de harina para preparar 100 panes del mismo tamaño y forma. A partir de la información presentada, responde las siguientes preguntas.

a) ¿Cómo se puede calcular la harina necesaria para hacer 200, 150, 25 y 5 panes?
b) ¿Cómo se relaciona las magnitudes que intervienen en la situación?
c) Si 1 kg de harina vale S/ 4,20, determina el costo total de la harina para hacer 250 panes.

RESOLUCIÓN

a) La cantidad necesaria de harina para todos los casos propuestos se puede calcular completando la siguiente tabla:

Harina (kg)		2,5	10		
Número de panes	5	25	100	150	200

b) Las magnitudes son ____

c) Determinamos la cantidad de harina para 250 panes y la multiplicamos por el precio de esta.

Si para preparar 250 panes el panadero necesita 25 kg de harina, entonces debemos multiplicar 4,20 x 25. Encontramos, por ende, que el panadero gastará S/ 105 para comprar los 25 kg de harina que requiere.

PRACTICAMOS

La siguiente tabla muestra el pago que realizan algunas familias por el servicio de internet en función al número de meses.

	Familia Chávez	Familia Trelles	Familia Rojas	Familia Quispe
Número de meses	8	3	15	9
Costo (S/)	480	180	900	540

Luego de considerar la información de la tabla, responde las preguntas 1 y 2.

1 **¿Cuál es el modelo matemático que representa la situación planteada?**

a) $f(x) = 60x$

b) $f(x) = 8x$

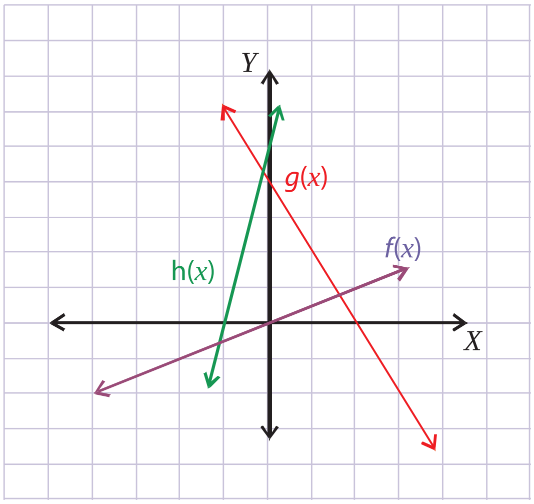
c) $f(x) = 60$

d) $f(x) = 480x$

2 **¿Qué cantidad debe pagar un usuario que utiliza el servicio durante un año y medio?**

a) S/ 90
b) S/ 720
c) S/ 1080
d) S/ 1440

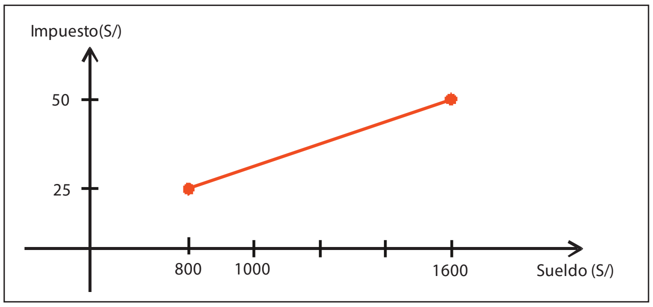
3 Determina el intercepto y la pendiente de cada función mostrada. Escribe tus respuestas en la tabla adjunta. Puedes numerar las cuadrículas si es necesario.



	$f(x)$	$g(x)$	h(x)
Intercepto en el eje X			
Intercepto en el eje Y			
Pendiente			

CONTRIBUYENDO CON NUESTROS IMPUESTOS MUNICIPALES

Los vecinos de un distrito, cuyos ingresos mensuales fluctúan entre 800 y 1600 soles, deben abonar un impuesto al municipio en función a su sueldo, como se muestra en el gráfico. Recuerda que x representa el ingreso mensual e y el impuesto a pagar.



Sobre la base de la información expuesta, responde las preguntas 4 y 5.

4 **¿Cuánto pagaría un vecino cuyo ingreso es de 1000 soles mensuales?**

a) S/ 32
b) S/ 27
c) S/ 45
d) S/ 31,25

5 **¿Cómo representarías el dominio de la función? ¿A qué conjunto numérico pertenece?** Justifica tu respuesta.

FOTOCOPIADORA

Un estudiante quiere sacar 100 copias para un trabajo de investigación. La fotocopiadora ha publicado sus precios en la siguiente tabla:

Número de copias	Precio unitario (céntimos)
De 1 a 20	10
De 21 a más	5

A partir de la información de esta tabla, responde las preguntas 6 y 7.

6 Halla el modelo matemático que represente el gasto en función al número de copias.

____

____

7 **¿Cuánto pagará el estudiante por las 100 copias?**

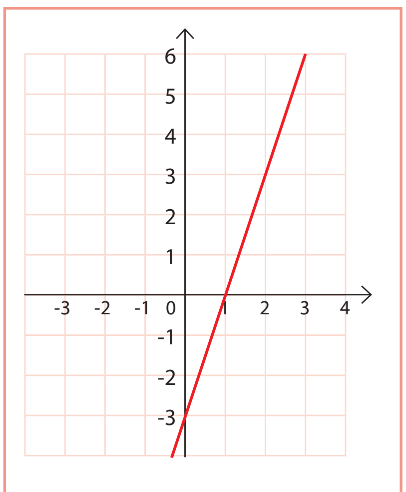
a) S/ 2

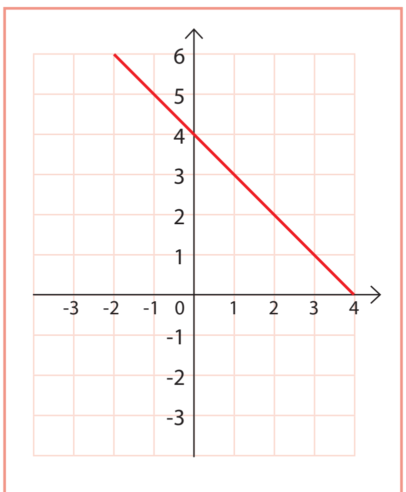
b) S/ 5

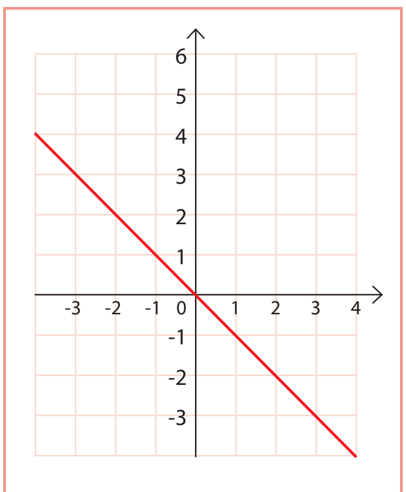
c) S/ 20

d) S/ 50

8 Relaciona cada función con su respectiva representación gráfica.







$y = -x + 4$

$y = -x$

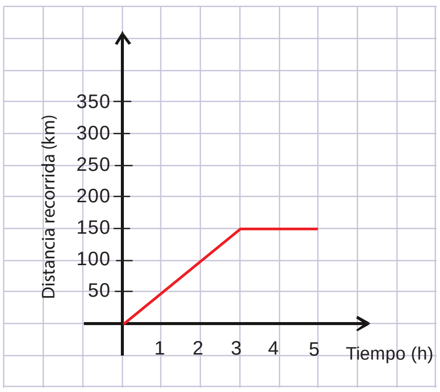
$y = 3x - 3$

9 Daniel es profesor de Primaria. Para la fiesta de despedida del año, decidió comprar regalos para cada uno de sus estudiantes. Para evitar algún malentendido, el regalo es del mismo modelo y precio para todos. Si cada regalo cuesta S/ 3, **¿en qué conjunto numérico se ubica la función que representa la correspondencia entre la cantidad de regalos y el precio?** Explica tu respuesta.

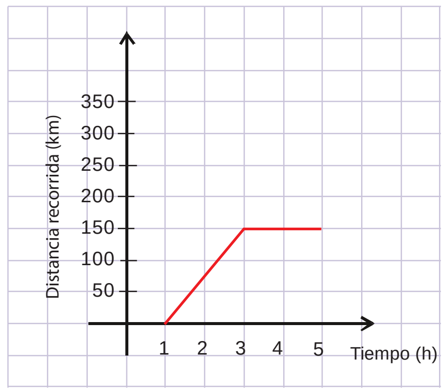
___

10 El espacio recorrido por un auto en kilómetros por hora se representa mediante la siguiente expresión: $f(x) = 50x$. Si, luego de tres horas de iniciado el recorrido, el auto se detiene 2 horas, **¿cuál es el gráfico que representa esta función?**

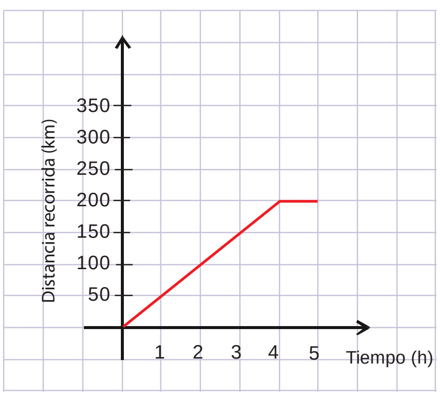
a)



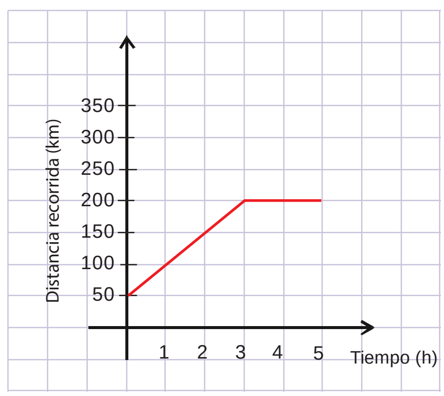
c)



b)



d)



Seguimos practicando

11 Observa la siguiente figura.

¿Cuál es la expresión que representa la relación entre la cantidad de kilogramos de arroz y el precio del producto?

___

___

___

FOTOCOPIADORA

Una estudiante quiere sacar 100 copias para un trabajo de investigación. La fotocopiadora ha publicados sus precios en la siguiente tabla:

Número de copias	Precio unitario (céntimos)
De 1 a 20	10
De 21 a más	5

Sobre la base de la información de la tabla, responde la pregunta 12.

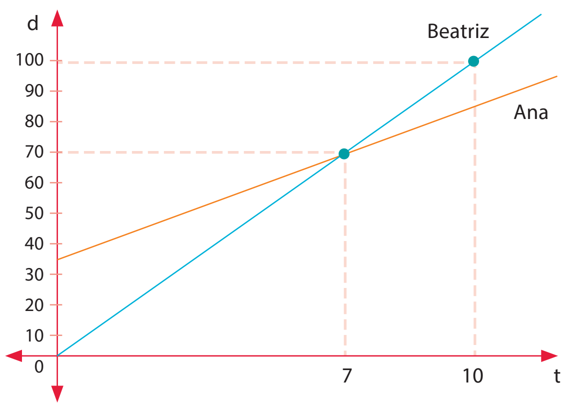
12 Si la estudiante saca primero 30 copias; dos horas después, 20, y media horas después, 50; **¿pagará lo mismo?** Justifica tu respuesta.

____

____

HACIENDO CARRERAS

Las rectas de la siguiente gráfica representan las funciones que relacionan las distancias (en metros) que Ana y Beatriz recorren en una carrera y el tiempo que han empleado (segundos).



A partir de la gráfica, responde las preguntas 13, 14 y 15.

13 **¿Cuál es la función que representa la relación entre la distancia recorrida y el tiempo empleado por Ana y Beatriz en la carrera?**

____

____

14 Explica el significado de la intersección en el eje *y* de la función que describe la situación de Ana.

____

____

15 Si la carrera fue de 100 metros, **¿quién ganó?** Justifica tu respuesta.

____

____

Matemática 1.^{er} grado

Ficha: Las playas de estacionamiento en la capital

En Lima, los espacios para estacionarse son escasos, aunque y la demanda es cada vez mayor. Las zonas de parqueo suelen ser espacios delineados al lado de las aceras, que pueden ser usados por un costo razonable. Los inspectores municipales son quienes cobran el monto respectivo por usar esas zonas demarcadas. En el Centro Histórico, no es posible estacionarse en la calle y no existen estacionamientos públicos al aire libre.

Las playas de estacionamiento privadas suelen ser terrenos acondicionados o, en algunos casos, edificios de varios pisos o con sótanos de distintos niveles. Los costos varían de acuerdo a la demanda. Los más caros se ubican en distritos de intensa actividad económica como San Isidro, Surco, Barranco y Miraflores. Sin embargo, estos precios son accesibles si se los compara con los de las grandes capitales del mundo.

Algunos locales modernos de aparcamiento pertenecen a cadenas privadas. La más conocida es Los Portales, que tiene espacios en la mayoría de centros comerciales. Incluso, podemos encontrar un local suyo en el Aeropuerto Internacional Jorge Chávez.

En el verano, el parqueo en las playas de Lima Sur y de la Costa Verde es escaso. A veces, los bañistas no están de acuerdo con tarifas.

Situación Problemática:

1. Manuel dispone de dos horas para hacer un trámite en el centro histórico de Lima y necesita parquear su automóvil en una playa de estacionamiento. Por la premura, ingresa a la playa cuya tarifa se muestra en el letrero. Recuerda que Manuel ingresa a las 8:05 h y recoge su automóvil a las 9:55 h.

ESTACIONAMIENTO VEHICULAR
AUTOMÓVILES O CAMIONETAS
COSTOS:
- POR HORA: S/ 4,00.
- POR CADA10 min ADICIONALES: S/ 0,80.

- ¿Cuánto tiempo estuvo aparcado el automóvil de Manuel? ______________________
- ¿Cuánto pagó por ese tiempo?______________________
- Completa la tabla con los precios del parqueo para cada 10 minutos adicionales:

Tiempo	1 hora a_1	1 h 10 min a_2	1 h 20 min a_3	1 h 30 min a_4	1 h 40 min a_5	1 h 50 min a_6
Costo	S/ 4,00					

- ¿Qué observas?______________________
- ¿Cómo aumenta el costo para cada 10 minutos?______________________

Con respecto a la situación planteada al inicio, podemos observar lo siguiente:

- Al aparcar su automóvil a las 8:05 h y recogerlo a las 9:55 h, el vehículo de Manuel estuvo estacionado 1 hora con 50 minutos en la playa de estacionamiento.
- Por tal razón, Manuel tiene que pagar S/ 8,00 por dicho tiempo.

En la siguiente tabla, se muestran los precios del parqueo en bloques de 10 minutos adicionales después de la primera hora:

TIEMPO	1 h a_1	1h 10 min a_2	1h 20 min a_3	1h 30 min a_4	1h 40 min a_5	1h 50 min a_6
COSTO	S/ 4,00	S/ 4,80	S/ 5,60	S/ 6,40	S/ 7,20	S/ 8,00

Observamos que estos precios aumentan S/ 0,80 cada 10 minutos.

APRENDEMOS

PROGRESIONES ARITMÉTICAS

Los números de la tabla anterior **(4; 4,8; 5,6; 6,4; 7,2 y 8)** constituyen una sucesión numérica conocida como progresión aritmética. Asimismo, sabemos que la razón de esta progresión es 0, 8. Además, el primer término es $a_1 = 4$ y el sexto, $a_6 = 8$.

El término que ocupa un lugar cualquiera es conocido como **término enésimo** y está representado por a_n. Para hallar su valor, se utiliza la siguiente fórmula:

$$a_n = a_1 + (n - 1)r$$

Donde: a_n es el término de lugar n o término enésimo.
a_1 es el primer término.
n es el número de términos.
r es la razón aritmética.

Los términos de cualquier progresión aritmética se pueden determinar a partir de cierto criterio denominado **regla de formación**.

Reemplazamos en la fórmula el término enésimo si $a_1 = 4$ y $r = 0,8$.

$$a_n = a_1 + (n-1)\,r$$
$$a_n = 4 + (n-1)\,0,8$$
$$a_n = 4 + (0,8n - 0,8)$$

Por lo tanto, $a_n = 0,8n + 3,2$ es la regla de formación de la situación planteada anteriormente.

¿Qué es una progresión aritmética?

Una progresión es una sucesión de números o de términos donde cada uno de estos se obtiene sumando al anterior una cantidad constante llamada razón.

La sucesión **3, 7, 11, 15, 19,... *n*** es una progresión aritmética donde $a_1 = 3$ y $r = 4$.

Comprobamos si la sucesión presentada realmente es una progresión aritmética:

Para $a_1 = 4(1) - 1 = 3$
$a_2 = 4(2) - 1 = 7$
$a_3 = 4(3) - 1 = 11$
$a_4 = 4(4) - 1 = 15$
$a_5 = 4(5) - 1 = 19$

Por lo tanto, su regla de formación es la siguiente:

$$a_n = 4(n) - 1$$

ANALIZAMOS

1. ¿Cuántos cuadrados habrá en la figura 5 y en la figura 12? ¿Cuál es la regla de formación para calcular el número de cuadrados de cualquier figura?

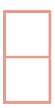


Fig. 1

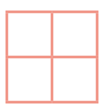


Fig. 2

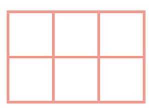


Fig. 3

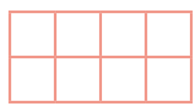


Fig. 4

?
Fig. 5

RESOLUCIÓN

- Observa que con la cantidad de cuadrados de cada figura podemos formar una progresión aritmética: **2, 4, 6, 8,...*n***.
- Si completamos y organizamos los datos en la siguiente tabla, comprobamos que en la figura 5 habrá 10 cuadrados; en la figura 12, 24 cuadrados; y en una figura n, $2n$ cuadrados.

N.° de la figura	1	2	3	4	5	…	12	…	
Cantidad de cuadrados	2	4	6	8	**10**	**…**	**24**	**…**	

x2

Por lo tanto, la regla de formación es ______________________________

2 En una progresión aritmética, el primer término es 11 y la razón es 5. Si uno de los términos es 61, ¿qué lugar ocupa este término en la sucesión?

RESOLUCIÓN

- Organizamos los datos:

$a_1 = \boxed{11}$ razón $= \boxed{5}$ $a_n = \boxed{61}$ $n = ¿?$

- Empleamos la fórmula de término enésimo: $a_n = a_1 + (n - 1)\,r$

Reemplazamos los valores y hallamos n, el lugar que ocupa el término 61.

$$\begin{aligned} 61 &= 11 + (n - 1)\,5 \\ 61 - 11 &= (n - 1)\,5 \\ 50 &= (n - 1) \cdot 5 \\ n - 1 &= \frac{50}{5} \\ n &= 10 + 1 \\ n &= 11 \end{aligned}$$

RESPUESTA: el lugar que ocupa el término 61 es el décimo primero.

3 Un atleta comienza su entrenamiento corriendo 1400 m el primer día. El segundo día corre 1450 m. El tercero corre 1500 m y así sucesivamente. ¿Cuántos metros correrá el séptimo día?

RESOLUCIÓN

Al ordenar los datos, obtenemos la siguiente sucesión: **1400, 1450, 1500,... *n*.**

- Organizamos los datos, según la fórmula de término enésimo:

$a_1 = \boxed{1400}$ razón $= 1450 - 1400 = \boxed{50}$ $n = \boxed{7}$ $a_n = a_7 = ¿?$

- Aplicamos la fórmula de término enésimo: $a_n = a_1 + (n - 1)\,r$

Tras reemplazar, tenemos que: $a_7 = 1400 + (7 - 1) \cdot 50$

$$\begin{aligned} a_7 &= 1400 + (6) \cdot 50 \\ a_7 &= 1400 + 300 \\ a_7 &= 1700 \end{aligned}$$

RESPUESTA: el atleta correrá 1700 metros el séptimo día.

4 Un joven estudiante trabaja de cartero para cubrir los gastos de sus estudios superiores. Cada día es capaz de repartir 10 cartas más que el día anterior. Si en el vigésimo día repartió 585 cartas, ¿cuántas cartas repartió el primer día?

RESOLUCIÓN

- Organizamos los datos:

$a_1 = \boxed{¿?}$ $r = \boxed{10}$ $n = 20$ $a_{20} = 585$

- Aplicamos la fórmula de término enésimo: $a_n = a_1 + (n - 1)\, r$
- Reemplazamos: $a_{20} = a_1 + (20 - 1) \cdot 10$

$$585 = a_1 + (19) \cdot 10$$
$$585 = a_1 + 190$$
$$585 - 190 = a_1$$
$$395 = a_1$$

RESPUESTA: el joven estudiante repartió 395 cartas en su primer día de trabajo.

5. Durante el verano 2015, solo once municipios de Lima y Callao estuvieron autorizados para cobrar parqueo en sus playas. En La Punta, se cobró S/ 2,00 por cada hora o fracción. Asimismo, en Chancay, el costo dependía del tipo de vehículo: las motocicletas pagaban S/ 1,50; los vehículos menores y los automóviles, S/ 2,50; los vehículos de transporte público con más de 25 pasajeros, S/ 6,00.

Si un bus de 45 pasajeros llegó a la playa Chancay a las 11:20 h y se retiró a las 16:30 h, responde las siguientes preguntas:

¿Cuántas horas estuvo en la playa? ______________________________

¿Cuánto pagó por el tiempo que estuvo aparcado?______________________________

¿De qué manera se puede determinar dicho costo?______________________________

Costos

- Motocicletas (S/ 1,50).
- Vehículos menores y automóviles (S/ 2,50).
- Vehículos de transporte público con más de 25 pasajeros (S/ 6,00).

PRACTICAMOS

1. Sofía practica natación y entrena todos los días durante tres semanas. El primer día entrena 15 minutos. Si cada día aumenta su tiempo de entrenamiento en 5 minutos, **¿cuánto tiempo entrenará el último día?**

a) 85 min

b) 95 min

c) 105 min

d) 115 min

2. En la urbanización Los Jazmines, se instalaron tuberías para distribuir gas natural entre los vecinos el 2009. Si sabemos que cuando se instalaron se realizó la primera revisión de las conexiones y que estas se llevan a cabo cada 3 años, **¿qué número de revisión se realizará el año 2036?**

a) 8 c) 10

b) 9 d) 11

3 En 1986, el cometa Halley, que se acerca a nuestro planeta cada 76 años, fue visto con claridad desde ciertos lugares de la Tierra. Era la cuarta vez que nos visitaba desde que el astrónomo Halley lo descubrió. **¿En qué año fue descubierto?**

a) 2062

b) 1758

c) 1650

d) 1440

4 Las edades de cuatro personas están en progresión aritmética. Si el menor tiene 12 años y la edad del mayor es de 45 años, **¿qué edad tienen las otras dos personas?**

a) 22 y 33 años.

b) 23 y 34 años.

c) 24 y 36 años.

d) 25 y 38 años.

5 Lucía pone en práctica un plan de ahorro durante todo el 2016. En enero, ahorra S/ 250 y cada mes aumenta el monto de forma constante. Si en diciembre tendrá ahorrado S/ 580, **¿cuánto dinero incrementa en cada ahorro del mes?**

a) S/ 35

b) S/ 54

c) S/ 25

d) S/ 85

6 Relaciona con flechas los valores correspondientes de ambas columnas según convenga.

$a_n = 3n + 5$	$r = 4$
Si: 2, 7, 12, 17,…n	$a_{34} = 67$
$a_n = 2n - 1$	$a_8 = 37$
Si: $a_5 = 18$ y $a_8 = 30$	$a_{23} = 74$

7 María acude al médico. Este le prescribe un tratamiento que consiste en tomar una dosis de 100 mg de antibiótico el primer día y 5 mg menos cada uno de los siguientes días. Si el tratamiento duró 2 semanas, **¿cuántos mg de medicina tomó María el último día?**

a) 165 mg

b) 30 mg

c) 40 mg

d) 35 mg

8 El techo de una vivienda tiene sus tejas colocadas en una disposición particular: hay 10 tejas en la primera fila, 11 en la segunda, 12 en la tercera y así sucesivamente hasta completar 10 filas. **¿Cuántas tejas se utilizarán en dos tejados iguales?**

a) 154 tejas.

b) 145 tejas.

c) 209 tejas.

d) 290 tejas.

9 El alquiler de una lavadora cuesta S/ 5,00 la primera hora y S/ 3,00 por cada hora adicional. **¿Cuál es la regla de formación que indica el precio del alquiler de la lavadora por *n* horas?**

____

____

10 Luciana empieza a trabajar en una empresa en enero con un sueldo de S/ 1600. Su jefe le indica que le irá incrementando su sueldo S/ 100 cada mes hasta julio, cuando Luciana firme un contrato. **¿Cuál será el sueldo de Luciana el mes de julio?** Justifica tu respuesta.

____

____

Seguimos practicando

11 Relaciona cada progresión aritmética con su respectiva fórmula de término enésimo.

a) 7, 11, 15, 19… *n*	( )	$a_n = 3n + 2$
b) 5, 8, 11, 14… *n*	( )	$a_n = 2n + 1$
c) 3, 5, 7, 9… *n*	( )	$a_n = 4n + 3$

12 El primer piso de un edificio tiene 6,5 metros de altura. Asimismo, a partir del segundo, la altura de cada piso es de 3,6 metros. Si el edificio tiene 9 pisos, **¿cuál será la altura total del mismo?**

a) 10,1 metros.

b) 35,3 metros.

c) 32,4 metros.

d) 58,5 metros.

13 La Panadería Unión ha empezado a elaborar panetones de 1 kg para distribuirlos a nivel nacional. La producción ha ido aumentando 5 unidades cada día. Si, después de 15 días, la Panadería Unión alcanzó su máxima producción (100 panetones diarios), **¿cuántas unidades se elaboraron el primer día?** Explica tu desarrollo del problema.

a) 15 panetones.

b) 25 panetones.

c) 30 panetones.

d) 35 panetones.

____

____

14 José adquiere un terreno de 160 m^2. Paga una cuota inicial de 3500 dólares y decide que el saldo restante lo pagará en 60 cuotas mensuales de 320 dólares cada una. **¿Cuánto dinero habrá aportado al cabo de 48 meses?**

a) 18 860 dólares.

b) 22 700 dólares.

c) 19 200 dólares.

d) 18 540 dólares.

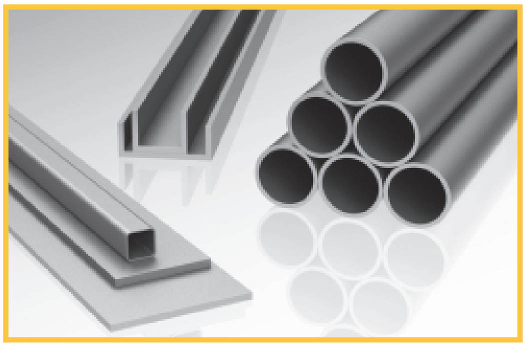
15 Los empleados de una fábrica de tubos de acero los empaquetan de forma triangular para su mejor almacenamiento. Si en la hilera inferior hay 8 tubos y en el almacén se han guardado 100 paquetes iguales, **¿cuántos tubos hay en total?**

a) 36

b) 360

c) 3600

d) 7200



Matemática 1.er grado

Ficha: ¿Se respetan los límites de velocidad?

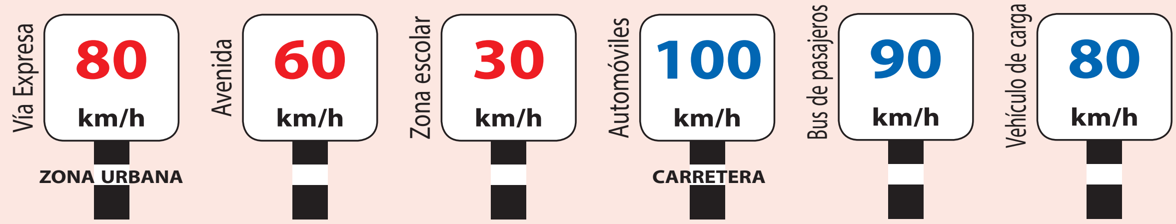
El exceso de velocidad es la primera causa de accidentes de tránsito; así lo reveló un informe del Instituto Nacional de Estadística e Informática (INEI). Para dicho estudio se emplearon datos obtenidos en el Censo Nacional de Comisarías 2013. Dicho informe destaca que la segunda causa de accidentes de tránsito es la invasión del carril contrario.

También el informe señala que hace dos años se produjeron 121 621 accidentes de tránsito que provocaron la muerte de 2857 personas. La mayoría de las víctimas fueron jóvenes entre los 18 y 29 años de edad.

Los accidentes se produjeron principalmente en avenidas, carreteras y calles. En menor medida, en vías expresas y autopistas. Según la ocurrencia, la mayor parte de los accidentes se produjo en horas punta, principalmente entre las 4 de la tarde y las 8 de la noche.

Respetar los límites de velocidad establecidos es de vital importancia para evitar accidentes de tránsito. Por ello, los conductores y peatones en general debemos informarnos para evitar cometer alguna imprudencia que resulte fatal.

LÍMITES DE VELOCIDAD



Velocidad máxima para el transporte en zonas urbanas:

- Calles y jirones: **40 km/h**
- Avenidas: **60 km/h**
- Vías expresas: **80 km/h**
- Zona escolar: **30 km/h**
- Zona de hospital: **30 km/h**

Velocidad máxima para el transporte en carretera:

- Automóviles y camionetas: **100 km/h**
- Vehículos de servicio público para el transporte de pasajeros: **90 km/h**
- Vehículos de transporte de carga: **80 km/h**
- Vehículos de transporte de mercancías peligrosas: **70 km/h**
- Vehículos de transporte público o privado para escolares: **70 km/h**

Responde las siguientes preguntas:

1. ¿Cuál es la velocidad máxima a la que se puede circular en las calles de zonas urbanas?

___

2. Si un vehículo pasa por tu escuela, ¿cuál es la máxima velocidad que puede alcanzar?

___

3 ¿Cuáles son los principales factores que propician los accidentes de tránsito?

4 ¿Qué velocidad registra un auto estacionado?

5 Un padre de familia sale de la ciudad en su auto. Con el deseo de llegar lo más pronto posible a su destino, avanza a las mayores velocidades permitidas.

a) ¿Cuál es la máxima velocidad a la que puede conducir al salir de su casa, situada entre calles y jirones, hacia la avenida principal?

b) Representa matemáticamente la siguiente expresión:
"Su velocidad en la carretera fue menor de 100 km/h".

c) Para los gastos de alimentación de su familia, un padre afirma que "El triple de lo que tengo es más de S/ 539". Asimismo, su esposa sostiene que "Lo que gastaremos en comida es menos de S/ 181". Si hay una cantidad exacta de nuevos soles, ¿cuánto dinero tienen para gastar en sus alimentos?

APRENDEMOS

Inecuaciones lineales de la forma $x > a$ o $x < a$, $ax > b$ o $ax < b$

Una desigualdad es la comparación de expresiones en la que se utiliza alguno de los siguientes símbolos:

$<$ (menor que).
$>$ (mayor que).
$\leq$ (menor o igual que).
$\geq$ (mayor o igual que).

Por ejemplo:

$2<3$ se lee "2 es menor que 3".
$7>\pi$ se lee "7 es mayor que π".
$x\leq 5$ se lee "x es menor o igual que 5".

Las situaciones presentadas anteriormente implican comparaciones del tipo "es menor que", "es mayor que", "es menor o igual que" y "es mayor o igual que", las que pueden ser expresadas mediante inecuaciones.

Una inecuación es una desigualdad entre dos expresiones algebraicas donde por lo menos se desconoce un número.

¿Cómo representamos valores de la realidad por medio de inecuaciones?

Comprenderemos mejor el empleo de inecuaciones para representar valores de la realidad si reflexionamos sobre algunas situaciones concretas:

Expresión literal	Expresión simbólica
La edad de Rosa es menor de 50 años.	$x < 50$
La suma de un número cualquiera más 5 es mayor que 10.	$x + 5 > 10$
La medida de un ángulo menor de 90 grados recibe el nombre de agudo.	$x < 90°$
En la zona urbana de Lima, se puede manejar con velocidades menores o iguales a 80 km/h.	$x \leq 80$ km/h

La tienda escolar

<table>
<tr><th>Propiedad</th><th colspan="2">Ejemplo</th><th colspan="2">Simbolización</th></tr>
<tr><td rowspan="2">Si a los miembros de una desigualdad se les suma o se les resta un mismo número, la desigualdad se mantiene.</td><td colspan="2">$8 > 4$</td><td colspan="2">$x > y$</td></tr>
<tr><td>$8 > 4$
$8 + 2 > 4 + 2$
$10 > 6$</td><td>$8 > 4$
$8 - 3 > 4 - 3$
$5 > 1$</td><td>$x > y$
$x + z > y + z$</td><td>$x > y$
$x - z > y - z$</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Si a los miembros de una desigualdad se les multiplica o se les divide por un mismo número positivo, la desigualdad se mantiene.</td><td colspan="2">$9 > 6$</td><td colspan="2">$x > y$</td></tr>
<tr><td>$9 > 6$
$9\ (2) > 6\ (2)$
$18 > 12$</td><td>$9 > 6$
$\frac{9}{3} > \frac{6}{3}$
$3 > 2$</td><td>$x > y$
$x \cdot z > y \cdot z$</td><td>$x > y$
$\frac{x}{z} > \frac{y}{z}$</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Si a los miembros de una desigualdad se les multiplica o se les divide por un mismo número negativo, la desigualdad cambia de sentido.</td><td colspan="2">$9 > 6$</td><td colspan="2">$x > y$</td></tr>
<tr><td>$9 > 6$
$9\ (-2) > 6\ (-2)$
$-18 < -12$</td><td>$9 > 6$
$\frac{9}{-3} > \frac{6}{-3}$
$-3 < -2$</td><td>$x > y$
$x -z < y -z$</td><td>$x > y$
$\frac{x}{-z} < \frac{y}{-z}$</td></tr>
</table>

¿Qué significa resolver una inecuación?

Resolver una inecuación significa encontrar los valores de la incógnita que verifiquen la desigualdad.

Por ejemplo:

El profesor copia en la pizarra las siguientes inecuaciones: [$-30 + 3x \leq -60 + 5x - 20$ y $3(x - 4) + 2x < 4(x + 4) - 2$]. El docente advierte que estas inecuaciones representan el número total de estudiantesque hay en el aula. Sabemos que x es la cantidad de estudiantes en el salón. Determina el valor de$x$.

a) $-30 + 3x \leq -60 + 5x - 20$

Reemplazamos los términos: $3x - 5x \leq -60 - 20 + 30$

Simplificamos los términos semejantes: $-2x \leq -50$

Multiplicamos todos los valores por (-1): $(-1)(-2x) \geq (-50)(-1)$

La desigualdad cambia de sentido: $2x \geq 50$

Dividimos entre 2: $\frac{2x}{2} \geq \frac{50}{2}$

$x \geq 25$

b) $3(x - 4) + 2x < 4(x + 4) - 2$

Resolvemos el paréntesis: $3x - 12 + 2x < 4x + 16 - 2$

Reemplazamos los términos: $3x + 2x - 4x < 16 - 2 + 12$

Reducimos los términos semejantes: $x < 26$

Gracias al conjunto solución de la primera inecuación, sabemos que la cantidad de estudiantes por aula es mayor o igual a 25. Asimismo, la segunda inecuación nos permite observar que el número de estudiantes debe ser menor de 26.

Por lo tanto, podemos concluir que hay 25 estudiantes en el aula.

ANALIZAMOS

1. La siguiente inecuación nos permite conocer la distancia recorrida por una familia durante un viaje de una ciudad a otra. Si x representa el espacio recorrido, ¿cuál es la distancia máxima que pudo recorrer esta familia al ir de una ciudad a la otra?

$$2x + 40 < 190$$

RESOLUCIÓN

Sabemos que x representa el espacio recorrido por la familia. Entonces, podemos empezar por identificar cada miembro de la inecuación:

$$\underbrace{2x + 40}_{\text{Primer miembro}} < \underbrace{190}_{\text{Segundo miembro}}$$

Restamos 40 en ambos miembros: $2x + 40 - 40 < 190 - 40$

$2x < 150$

Dividimos entre 2 ambos miembros: $\frac{2x}{2} < \frac{150}{2}$

$x < 75$

Por lo tanto, la distancia máxima que pudo recorrer la familia es 74 km.

2. César tiene más edad que Yimi. Rosa es menor que Claudio. Yimi es mayor que Claudio. Indica el orden de sus edades de menor a mayor.

RESOLUCIÓN

Ordenamos los datos que nos brinda el ejercicio:

César > Yimi
Rosa < Claudio
Yimi > Claudio

Por lo tanto, podemos afirmar que Rosa < Claudio < Yimi < César.

3 Una madre de familia prepara jugo de naranja para sus hijos en el desayuno. Si medio kilo de naranjas contiene entre 4 y 6 unidades, ¿cuál será la menor cantidad de naranjas que se pueden obtener en 9 kilogramos?

RESOLUCIÓN

Por los datos brindados, sabemos que: $4 \leq \frac{1}{2}\text{ kg} \leq 6$

Multiplicamos por 2 toda la inecuación: $(2)\ 4 \leq \frac{1}{2}\text{ kg }(2) \leq 6(2)$

$8 \leq 1\text{ kg} \leq 12$

Multiplicamos por 9 toda la inecuación: $(9)\ 8 \leq 1\text{ kg }(9) \leq 12\ (9)$

$72 \leq 9\text{ kg} \leq 108$

En consecuencia, la menor cantidad de naranjas que se pueden obtener en 9 kg es 72.

4 Tenemos dos cantidades distribuidas en columnas (A y B). Determina la relación entre ambas cantidades y asóciala a una de las claves que se presentan a continuación.

A) La cantidad de la columna A es mayor que la cantidad de la columna B.
B) La cantidad de la columna B es mayor que la cantidad de la columna A.
C) La cantidad de la columna A es igual a la cantidad de la columna B.

Enunciado	Columna A	Columna B	Clave
i. Si $5x - 9 \geq 2x - 27$	Mínimo valor entero de x.	2 (-3)	C
ii. Si $2a - 5 > a + 1$ y $8b + 4 < 7(b+1)$	Mínimo valor entero de a	Máximo valor entero de b	A

Resolvemos la inecuación propuesta en el enunciado i:

$$5x - 9 \geq 2x - 27$$

Sumamos 9 a ambos miembros: $5x - 9 + 9 \geq 2x - 27 + 9$

$$5x \geq 2x - 18$$

Sumamos $-2x$ a ambos miembros: $5x - 2x \geq 2x - 18 - 2x$

Dividimos todo entre 3: $\frac{3x}{3} \geq \frac{-18}{3}$

$$x \geq -6$$

C.S. = {-6, -5, -4, -3,…}

En la columna A, se nos pide el mínimo valor de x, que es -6.
En la columna B, se nos pide 2(-3) = -6.
Si relacionamos la columna A y B, hallamos que ambas cantidades son iguales. Por lo tanto, debemos asociar esta relación a la clave C.

Para el caso del enunciado ii, resolvemos ambas inecuaciones:

$$\begin{array}{lcl} 2a - 5 > a + 1 & \quad y \quad & 8b + 4 < 7(b+1) \\ 2a - a > 1 + 5 & & 8b + 4 < 7b + 7 \\ a > 6 & & b < 3 \end{array}$$

Por lo tanto, podemos concluir que:
En la columna A, se nos ha pedido el mínimo valor entero de a, que es 7.
En la columna B, se nos ha pedido el máximo valor entero de b, que es 2.
Al relacionar ambas, observamos que el valor de la columna A es mayor que el obtenido en la columna B. Por lo tanto, debemos asociar este resultado a la clave A.

PRACTICAMOS

1. Si medio kilogramo de manzanas contiene menos de 6 unidades, **¿cuál es el menor peso que puede obtenerse con 24 manzanas?**

   a) 2 kg
   b) 3 kg
   c) 4 kg
   d) 6 kg

2. Cinthya tiene 20 años menos que Andrea. Si las edades de ambas suman menos de 40 años, **¿cuál es la máxima edad que puede tener Andrea?**

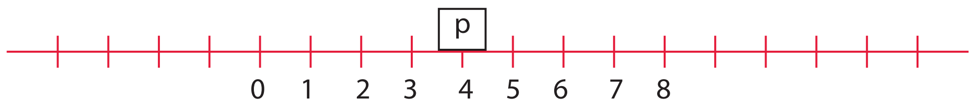
   a) 30 años.
   b) 49 años.
   c) 29 años.
   d) 50 años.

3. Regina tiene el triple de la edad de Sebastián. Si la suma de ambas edades es menor que 72, **¿cuál es la edad máxima que puede tener Sebastián?**

   a) 18
   b) 11
   c) 17
   d) 13

4. Ubica en la recta numérica los puntos M y N dadas las siguientes condiciones:

   i. M > 6
   ii. N < 6
   iii. P, ubicado en el punto 4, se encuentra exactamente a la mitad, entre M y N.
   iv. La distancia entre M y N es de 6 unidades.



5 Si compro dos jabones, gastaría menos de lo que me cuesta un champú. **¿Cuál es el máximo precio que se puede pagar por un jabón?**

a) S/ 12
b) S/ 11
c) S/ 10
d) S/ 9

6 Rosa tiene ahorrado monedas de 20 céntimos de sol. Si ella quiere formar grupos de 3 monedas, le sobran dos. Si hace grupos de cinco monedas, le falta una para completar 9 grupos. **¿Cuántas monedas tiene?**

a) 45
b) 44
c) 46
d) 47

7 Jorge colecciona figuras de fútbol. Si gana 6 más, su colección supera las 40 figuras. Pero si pierde la mitad de las que tiene, le quedarán menos de 20. **A partir de esta información, marca el enunciado verdadero.**

a) Jorge tiene más de 40 figuritas.
b) Jorge tiene 40 figuritas.
c) Jorge tiene 35, 36, 37, 38 o 39 figuritas.
d) Jorge tiene más de 34 figuritas.

8 Relaciona cada enunciado con la expresión algebraica correspondiente.

- Mi hermano tiene más de 20 canicas. — $x-20<100$
- Luisa tiene menos de 20 años. — $0<x<20$
- Si pierdo S/ 20, me queda menos de S/ 100. — $x > 20$

9 Felipa tiene dos máquinas para producir helados. La cantidad de helados que produce cada máquina está representada por las expresiones de la tabla.

Máquinas	Producción
A	$2x - 1 < 121$
B	$\frac{x}{3} < 20$

Si x representa la cantidad de helados producidos diariamente, **¿cuál es la cantidad máxima de helados que producen las máquinas de Felipa?**

a) 60 helados.
b) 61 helados.
c) 121 helados.
d) 119 helados.

10 El dueño de una ferretería compra 100 bolsas de cemento por un valor de S/ 3800. Si vende 75 bolsas a S/ 46 cada una, **¿a cuánto debe vender cada bolsa restante para obtener una ganancia mayor de 20 %?** Considera solo valores enteros.

a) 42

b) 43

c) 44

d) 45

Seguimos practicando

11 María tiene cierta cantidad de entradas al cine. Si regala 4, tendría menos de 12. **¿Cuántas entradas tiene como máximo?**

a) 7

b) 8

c) 15

d) 16

12 Roberto admira a su amigo Raúl porque es un buen ahorrador. Este le cuenta a Roberto que el triple de lo que tiene más 3 es menor que 753. Asimismo, le hace una proposición a Roberto: "Si adivinas cuánto he ahorrado como máximo, te premiaré con la décima parte de lo que tengo". Si Roberto logra adivinar lo que tiene ahorrado Raúl, **¿cuánto dinero recibirá?**

a) S/ 22

b) S/ 23

c) S/ 24

d) S/ 25

13 Rosario y su amiga salen a almorzar. Apenas llegan al restaurant, piden la carta para seleccionar sus menús.

MENÚ

ENTRADA
- Ocopa---------------- S/ 3,5
- Tamal----------------- S/ 3,00
- Cebiche-------------- S/ 7,00

SEGUNDO
- Arroz Con pollo----- S/ 6,00
- Tallarines ------------ S/ 5,00
- Carapulcra----------- S/ 7,00

POSTRE
- Gelatina------------- S/ 1,50
- Mazamorra---------- S/ 2,00
- Helado---------------- S/ 2,50

Si ambas eligen entrada, segundo y postre, **¿cuánto es lo mínimo que paga su amiga y lo máximo que puede gastar Rosario, respectivamente?**

a) S/ 9, 50 y S/ 15,50.

b) S/ 9,50 y S/ 16,50.

c) S/ 14 y S/ 20.

d) S/ 3 y S/ 7.

14 Leonardo y sus amigos van a participar en las olimpiadas de su colegio. Por ello, deben comprar uniformes deportivos. Los jóvenes averiguan que los polos cuestan S/ 18 y las pantalonetas, S/ 12. Además, saben que no pueden gastar más de 700 soles.

¿Escribe la inecuación que expresa la cantidad de uniformes que se pueden comprar?

¿Cuántos conjuntos como máximo pueden comprar Leonardo y sus amigos?

---

15 Se proponen dos cantidades, en la columna A y en la columna B, para resolver los enunciados que aparecen en el cuadro de la parte inferior. Determine la relación entre ambas cantidades y coloque la clave correspondiente (A, B o C).

A) La inecuación se cumple si la cantidad de la columna A es mayor que la de B.

B) La inecuación se cumple si la cantidad de la columna B es mayor que la de A.

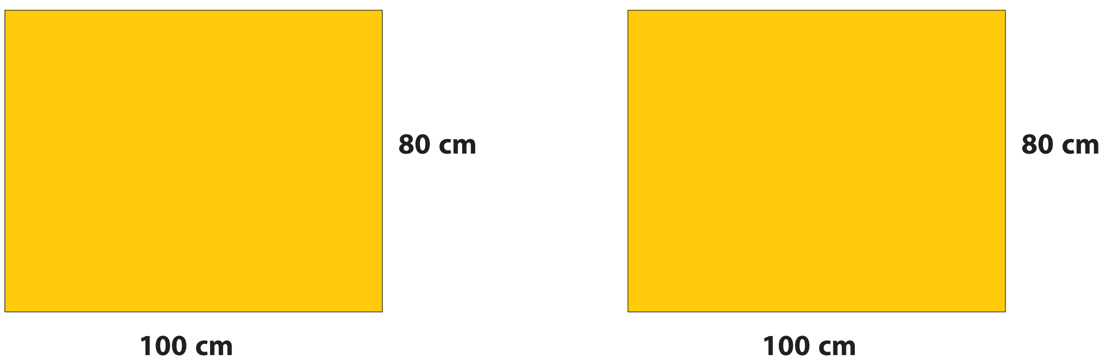
C) La inecuación se cumple si la cantidad de la columna A es igual que la de B.

Enunciado	Columna A	Columna B	Clave
Si $x \in \mathbb{N}$, ¿cuál es el máximo valor de x en $3x + 6 < 15$?	x^2	$2x$	
Si $a, b \in \mathbb{N}$ y $a + 4 > 7$; $b + 4 < 10$	Máximo valor de b.	Mínimo valor de a.	
Ana tiene el triple de la edad de Emilia y Milagros, la tercera parte de la que tiene Ana.	La edad de Emilia.	La edad de Milagros.	

Matemática 1.^{er} grado

Ficha: Construimos tachos de basura y comparamos sus volúmenes

Un docente, preocupado por la falta de tachos de basura en las aulas, decide construirlos con sus estudiantes utilizando material reciclable. Con dos cartones rectangulares de 100 cm de largo y 80 cm de ancho, se construyen las caras laterales de dos prismas regulares, que servirán como tachos de basura. Para elaborar el primero se toma en cuenta el largo como perímetro de la base y para el segundo, el ancho. Las bases de los recipientes es cuadrada.



Responde las siguientes preguntas:

1. ¿Qué otro tipo de base puede tener un prisma regular?

2. ¿Qué relación tienen el largo y el ancho del rectángulo con el perímetro de la base del prisma?

3. ¿En cuál de los recipientes hay mayor capacidad? Explica cómo lo comprobaste.

4. ¿Qué relación existe entre el área de la base y la altura con respecto a su volumen?

5. Si se construye un cilindro en ambos casos, ¿se obtiene mayor o menor volumen?

6. Para que tengan utilidad los dos primeros tachos construidos, tenemos que colocarles una base de cartón. ¿En cuál de los dos tachos se necesita más cartón? ¿Cuántos cm^2 más de cartón se necesitan?

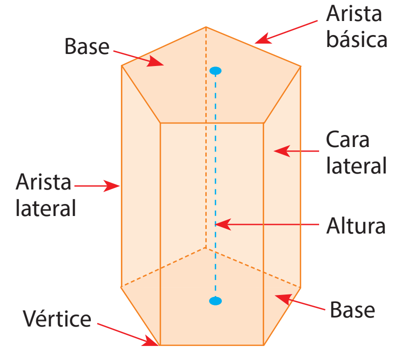
ITEM 7 Secund Matem 1 JEC.indd 174 11/12/16 08:22

La situación planteada anteriormente nos lleva a pensar en la necesidad de que los estudiantes se apropien de los conceptos de volumen y área de los cuerpos geométricos. Además, el estudiante necesita conocer, a partir de casos concretos, figuras como el prisma y el cilindro. A continuación, ampliaremos estas nociones.

APRENDEMOS

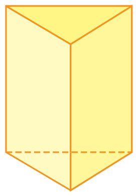
PRISMA

Un prisma es un poliedro que tiene dos caras que son polígonos congruentes y paralelos entre sí (bases), y un número variable de caras laterales que son paralelogramos. Observemos con atención la siguiente figura:



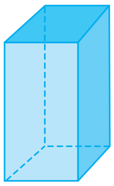
Un prisma se puede nombrar según el polígono que aparezca en su base. Así, podemos hablar de prisma triangular, prisma cuadrangular, prisma hexagonal, entre otros.

PRISMA TRIANGULAR



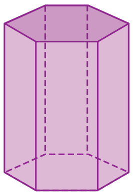
Base: triángulo.

PRISMA CUADRANGULAR



Base: cuadrilátero.

PRISMA HEXAGONAL

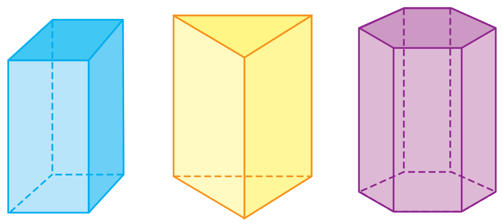


Base: hexágono.

También podemos distinguir prismas regulares e irregulares.

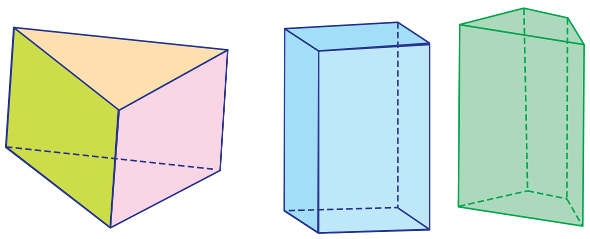
PRISMAS REGULARES

Un prisma regular es un prisma recto cuyas bases son polígonos regulares (cuadrado, triángulo equilátero, hexágono, por ejemplo).



PRISMA IRREGULARES

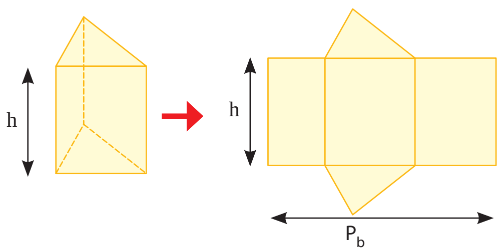
Un prisma irregular es un prisma recto cuyas bases son polígonos irregulares (triángulo, rectángulo, trapecio, por ejemplo).



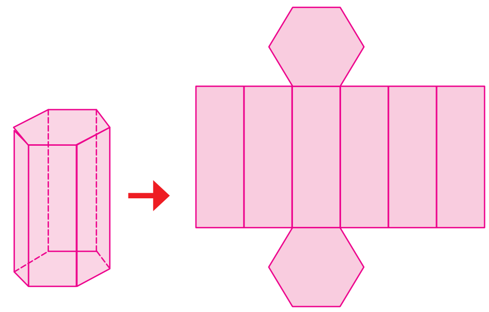
Para calcular el área y el volumen de los prismas, podemos emplear las siguientes fórmulas:

Área lateral (A_L)	Área total (A_T)	Volumen (V)
$A_L = P_b \cdot h$ P_b : perímetro de la base h : altura del prisma	$A_T = A_L + 2 \cdot A_b$ A_b : área de la base	$V = A_b \cdot h$ A_b : área de la base h : altura

A continuación podemos observar el desarrollo de algunos prismas:



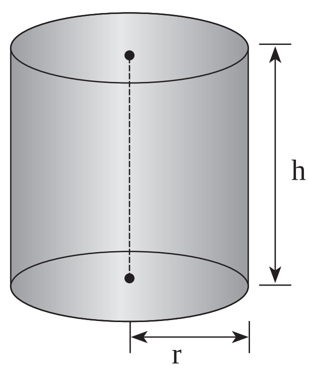
PRISMA **DESARROLLO DEL PRISMA**



PRISMA **DESARROLLO DEL PRISMA**

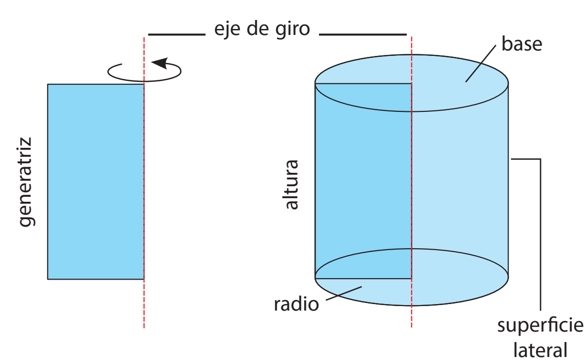
CILINDRO

Un cilindro es un sólido que tiene dos bases circulares iguales asentadas en planos paralelos. La superficie lateral del cilindro está formada por todos los puntos que unen las dos bases de este. Asimismo, su eje es el segmento que une los dos centros de las bases. Si el eje es perpendicular a las bases, estamos ante un cilindro circular recto. La altura (h) del cilindro es un segmento perpendicular a las dos bases. El radio (r) del cilindro se ubica en cualquiera de las bases. En la figura aparece representado un cilindro circular recto.



Donde r : radio
h : altura

Debes recordar que el cilindro es generado por la rotación de un rectángulo que tiene como eje uno de sus lados. Por tal razón, al cilindro circular recto también se le conoce como cilindro de revolución.

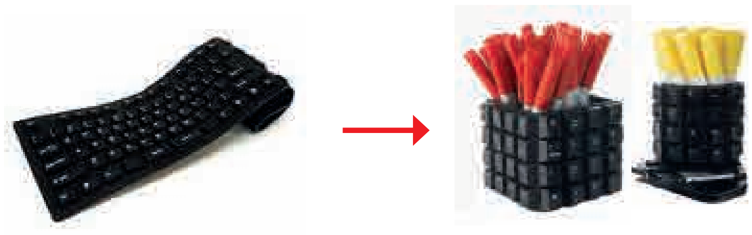


Para calcular el área y el volumen de un cilindro recto, podemos emplear las siguientes fórmulas:

Área lateral (A_L)	Área total (A_T)	Volumen (V)
$A_L = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot h$	$A_T = 2 \cdot \pi \cdot r(h+r)$	$V = \pi \cdot r^2 \cdot h$

ANALIZAMOS

1 Alex quiere construir un portalapiceros con un teclado que ya no utiliza. Pero aún no decide si lo construirá con base cuadrada o circular. La dimensión de su teclado es de 30 cm de largo por 12 cm de ancho. Asimismo, Alex desea que el portalapiceros tenga 12 cm de alto. ¿En cuál de los dos diseños entran más lapiceros? ¿Por qué? Considera que π = 3,14.



RESOLUCIÓN

Calculamos el volumen de los dos diseños y determinamos cuál de ellos tienen mayor capacidad.

- La base del primer diseño es cuadrada:

12 cm

Calculamos el área de la base:

A_B = (lado)^2

A_B = (7,5 cm)

A_B = 56,25 cm^2

Calculamos el volumen:

V = área de la base x altura

V = (56,25 cm^2) x 12 cm

V = 675 cm^3

- La base del primer diseño es circular:

12 cm

Calculamos el radio:

Longitud de circunferencia = 2π · r

30 cm = 2 (3,14) · r

30 cm = (6,28) · r

r = 4,78 cm

Calculamos el volumen:

V = π · r^2 · h

V = (3,14) (4,78 cm)^2 (12 cm)

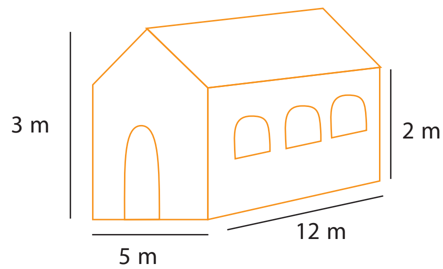
V = (3,14) (22,85 cm^2) (12 cm)

V = (71,75 cm^2) (12 cm)

V = 861 cm^3

RESPUESTA: en el segundo diseño, que tiene un círculo de base, entrarán más lapiceros que en el primero, que es de base cuadras, ya que, al comparar las áreas de ambas bases, tenemos que el área de la base circular es 71,75 cm^2 y el área de la base cuadrada, 56,25 cm^2.

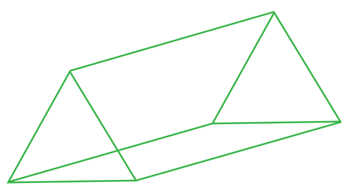
2 Un ingeniero necesita conocer el volumen de una construcción para diseñar su sistema de calefacción. Calcula el volumen de la construcción a partir de las dimensiones dadas en la figura.



RESOLUCIÓN

1.° En la figura, observamos que la casa está compuesta por dos prismas irregulares, uno de base rectangular y otro de base triangular.

2.° Calculamos el volumen del prisma irregular de base triangular:



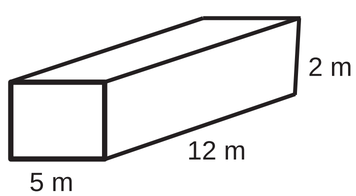
V_t = área de la base triangular x altura

$V_t = \frac{(5\text{ m x }1\text{ m})}{2}(12\text{ m})$

$V_t = (2{,}5\text{ m}^2)(12\text{ m})$

$V_t = 30\text{ m}^3$

3.° Calculamos el volumen del prisma irregular de base rectangular:



V_r = área de la base rectangular x altura

$V_r = (5\text{m x }2\text{ m})(12\text{ m})$

$V_r = (10\text{ m}^2)(12\text{ m})$

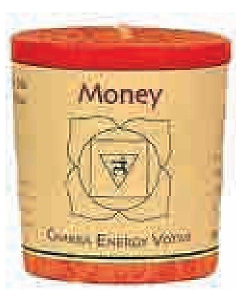
$V_r = 120\text{ m}^3$

4.° Para calcular el volumen de la construcción, sumamos los dos volúmenes parciales:

$V_t + V_r = 30\text{ m}^3 + 120\text{ m}^3 = 150\text{ m}^3$

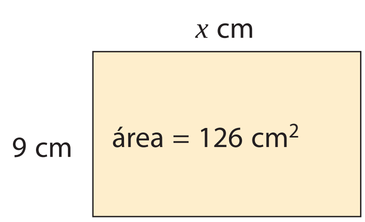
RESPUESTA: el volumen de la construcción es 150 m^3.

3 Se fabrican velas circulares cuyas etiquetas rodean todo su contorno, que tiene un área de 126 cm^2. Si la altura de la vela es de 9 cm, ¿cuál es el volumen de cada vela?



RESOLUCIÓN

1.° Si extendemos una etiqueta, obtendremos un rectángulo:



Podemos deducir, entonces, que ya tenemos el área lateral del cilindro ($126\ cm^2$) y su altura (9 cm), que es igual al ancho del rectángulo.

2.° Como el largo del rectángulo es igual a la longitud de la circunferencia de la base, empleamos esta relación para calcular el radio.

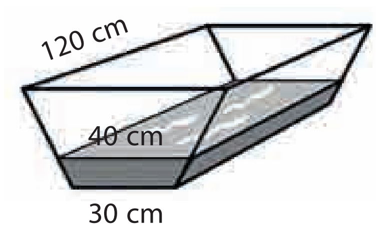
$A_L = 2 \cdot (3{,}14) \cdot r \cdot h$
$126\ cm^2 = 2(3{,}14) \cdot r \cdot (9\ cm)$
$126\ cm^2 = (6{,}28) \cdot r \cdot (9\ cm)$
$126\ cm^2 = (56{,}52\ cm) \cdot r$
$\frac{126\ cm^2}{56{,}52\ cm} = r$
$r = 2{,}23\ cm$

3.° Ahora que contamos con el radio de la circunferencia, calculamos el volumen de cada vela:

$V_c = (314) \cdot r^2 \cdot h$
$V_c = (3{,}14) \cdot (2{,}23\ cm)^2 \cdot (9\ cm)$
$V_c = (3{,}14) \cdot (4{,}97\ cm^2) \cdot (9\ cm)$
$V_c = (15{,}61\ cm^2) \cdot (9\ cm)$
$V_c = 140{,}49\ cm^3$

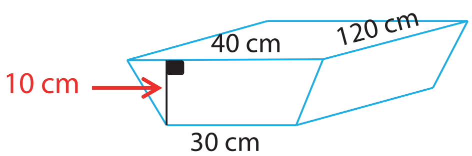
RESPUESTA: el volumen de cada vela es $140{,}49\ cm^3$.

4 Un bebedero de agua en el zoológico tiene forma de trapecio isósceles. El trapecio tiene una longitud de 120 cm. ¿Cuántos litros de agua fueron necesarios verter en el bebedero para tener una profundidad de 10 cm de agua?



RESOLUCIÓN

1.° Calculamos el volumen que ocupa el agua:



Hallamos el área de la base en forma de trapecio isósceles:

$$A_b = \left(\frac{b+B}{2}\right) \cdot h = \left(\frac{30\ cm + 40\ cm}{2}\right)(10\ cm) = (35\ cm)(10\ cm) = 350\ cm^2$$

Luego, calculamos el volumen:

$V = A_b \cdot h = (350\ cm^2)(120\ cm) = 42\ 000\ cm^3$

2.° Con estos datos, hallamos la cantidad de litros de agua vertidos en el bebedero. Para ello, recordamos que 1 cm^3 equivale a 0,001 litros.

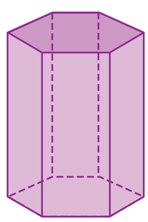
Por lo tanto, $42\,000 \text{ cm}^3 \cdot \dfrac{0{,}001 \text{ litros}}{1 \text{ cm}^3} = 42 \text{ litros.}$

RESPUESTA: fue necesario verter 42 litros de agua en el bebedero para tener una profundidad de 10 cm.

PRACTICAMOS

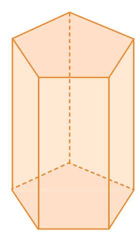
1 En cada figura, indica el nombre del prisma (según su base). Además, escribe el número de caras (C), el total de vértices (V) y el total de aristas (A).

Prisma ______________________



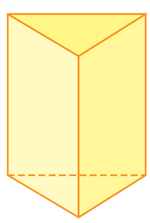
C	V	A

Prisma ______________________



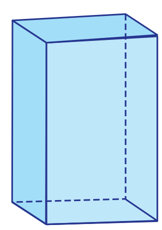
C	V	A

Prisma ______________________



C	V	A

Prisma ______________________



C	V	A

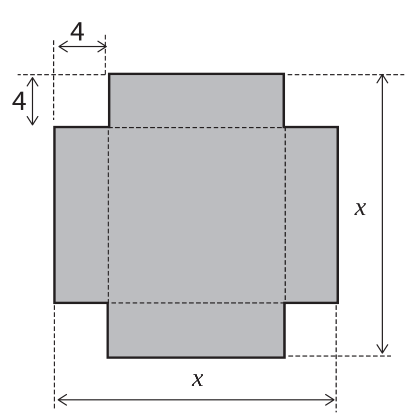
2 A partir de un cartón cuadrado, un grupo de estudiantes piensa construir una caja sin tapa de 4 cm de altura (prisma rectangular de base cuadrada). Para hacerlo, cortarán cuadrados de 4 cm en cada una de las esquinas del cartón, como se muestra en la figura. **Determine la medida del lado del cuadrado (x) para que el volumen de la caja sea 324 cm^3.**

a) 9 cm

b) 17 cm

c) 81 cm

d) (x – 4) cm



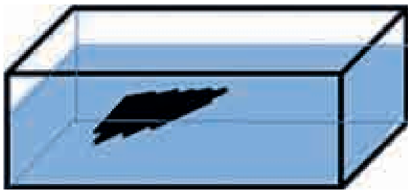
3 Un recipiente con forma de prisma rectangular tiene 40 cm de ancho y 90 cm de largo. Este recipiente contiene agua hasta una profundidad de 50 cm. Al sumergir una piedra, el nivel del agua subió 15 cm. **¿Cuál es el volumen de la piedra?**

a) 40 x 90 x 50 cm^3

b) 40 x 90 x 15 cm^3

c) 50 x 90 x 15 cm^3

d) 40 x 50 x 15 cm^3



4 Una lata de conserva tiene un diámetro de 12 cm y una altura de 15 cm.

¿Cuántos cm^2 de hojalata se requieren para elaborar una lata de idénticas medidas?

a) $2 \cdot \pi \cdot 12\ (15 + 12)\ cm^2$

b) $2 \cdot \pi \cdot 6\ (15 + 12)\ cm^2$

c) $2 \cdot \pi \cdot 12\ (15 + 6)\ cm^2$

d) $2 \cdot \pi \cdot 6\ (15 + 6)\ cm^2$

5 El responsable de un laboratorio farmacéutico desea envasar 6,5 litros de alcohol en frascos de forma cilíndrica que miden 4 cm de diámetro y 10 cm de altura. **¿Cuántos frascos necesitará para verter el alcohol que tiene y ponerlo a la venta?**

a) 20 frascos.

b) 52 frascos.

c) 51 frascos.

d) 193 frascos.

6 **¿Cuál o cuáles de las siguientes proposiciones son verdaderas?**

I. El número de caras laterales es igual al número de lados del polígono base de un prisma.

II. Las bases del prisma hexagonal están conformadas por dos polígonos congruentes de seis lados.

III. Un prisma triangular tiene en total tres aristas laterales, tres aristas básicas y seis vértices.

IV. El cilindro recto es generado por la rotación de un rectángulo que tiene como eje a uno de sus lados.

a) Solo I.

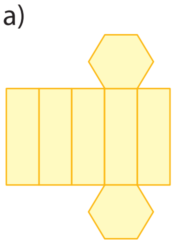
b) I, II y III.

c) II, III y IV.

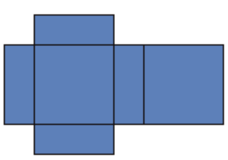
d) I, II y IV.

7 **¿Cuál de los siguientes desarrollos corresponde a un prisma?**

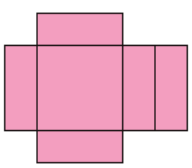
a)



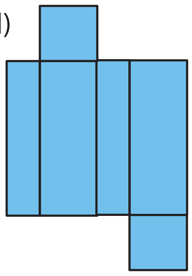
b)



c)



d)



ITEM 7 Secund Matem 1 JEC.indd 181 11/12/16 08:22

8 Un depósito cilíndrico descansa sobre el suelo de tal forma que su eje está en forma horizontal. La altura del cilindro es 6 m y su diámetro, 3 m. **Calcular el volumen que ocupa el agua cuando su altura es 1,5 m.**

a) 10,69 m^3 aproximadamente.

b) 21,20 m^3 aproximadamente.

c) 42,39 m^3 aproximadamente.

d) 14,13 m^3 aproximadamente.

9 Imagina que le quitas la etiqueta a un tarro de leche. Si el radio de la base del tarro es de 4 cm y su alto es el triple de la medida del radio, **¿cuál es la forma de la etiqueta y cuáles son sus dimensiones?**

a) Forma circular con dimensiones de 8 cm por 12 cm.

b) Forma rectangular con dimensiones de 8 cm por 12 cm.

c) Forma rectangular con dimensiones de 25,12 cm por 12 cm.

d) Forma cuadrada con dimensiones de 12 cm por 12 cm.

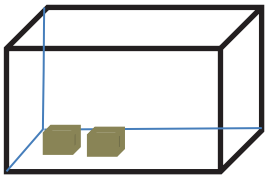
10 En un almacén cuyas dimensiones son 5 m de largo, 3 m de ancho y 2 m de alto, queremos almacenar cajas de 100 cm de largo, 60 cm de ancho y 40 cm de alto. **¿Cuántas cajas podemos almacenar?**

a) 120 cajas.

b) 125 cajas.

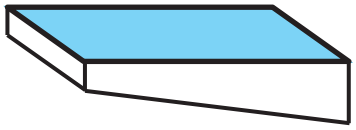
c) 8000 cajas.

d) Más de 125 cajas.



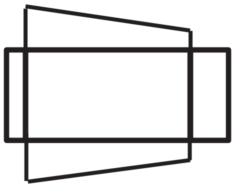
Seguimos practicando

11 Una piscina mide 20 m de largo y 10 m de ancho, pero tiene un desnivel de un lado a otro. El lado menos profundo mide 1 m y el más profundo, 2 m.

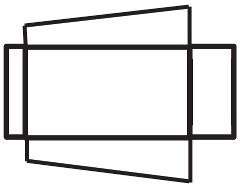


¿Cuál de los siguientes desarrollos se aproxima más a la piscina en cuestión?

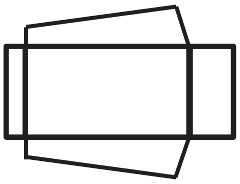
a)



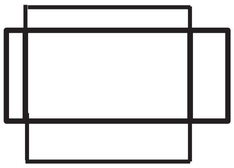
b)



c)

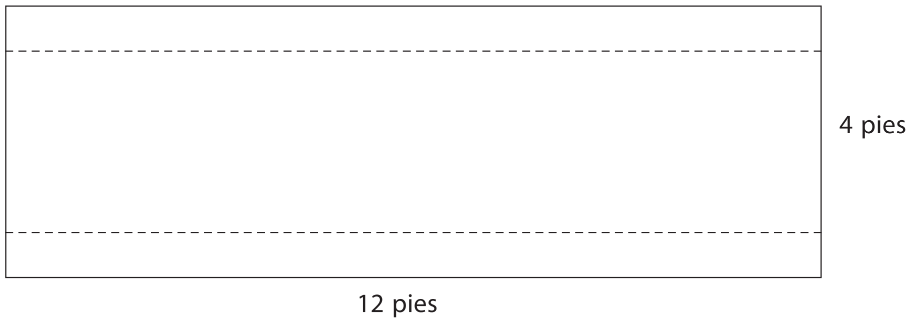


d)



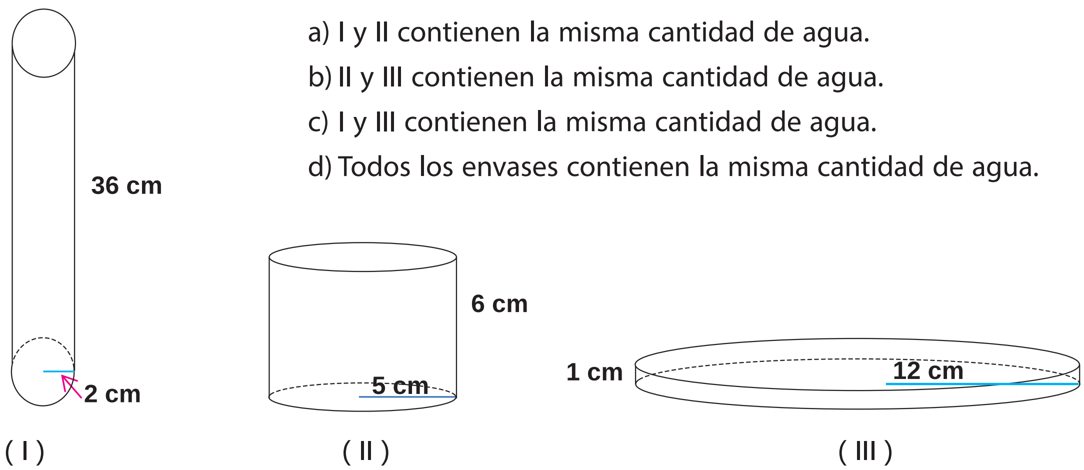
12 A partir de una lámina rectangular de 12 pies de largo y 4 de ancho, Lucía desea a construir un canal doblando hacia arriba desde la línea que se muestra discontinua en la figura. **Determine la altura que tendrá dicho canal si su capacidad será de 24 pies cúbicos.**

a) 1 pie.
b) 2 pies.
c) 12 pies.
d) 4 Pies.



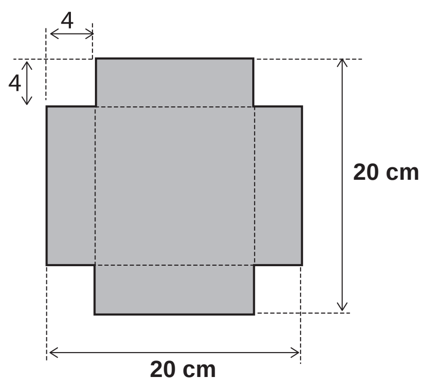
13 **¿Cuáles de los siguientes envases contienen la misma cantidad de agua?**

a) I y II contienen la misma cantidad de agua.
b) II y III contienen la misma cantidad de agua.
c) I y III contienen la misma cantidad de agua.
d) Todos los envases contienen la misma cantidad de agua.



14 A partir de un cartón de 20 cm por 20 cm, se va a construir una caja rectangular de base cuadrada y altura de 4 cm. Para ello, se cortarán cuadrados de 4 cm por lado en cada una de las esquinas del cartón, como se muestra en la figura. **Determine el volumen que se obtiene al armar la caja.**

a) 1600 cm^3
b) 576 cm^3
c) 1024 cm^3
d) 270 cm^3



15 Un recipiente contiene 5 litros de agua. **¿Cuántos vasos cilíndricos de 7 centímetros de diámetro y 8 centímetros de altura se pueden llenar?** Justifica tu respuesta.

a) 17 vasos.
b) 16 vasos.
c) 307 vasos.
d) 56 vasos.

Matemática 1.er grado

Ficha: Patrones geométricos en un manto de la cultura Paracas

Fuente de imagen: <https://goo.gl/Lh2GdV>

La cultura Paracas inició su desarrollo a finales del periodo formativo superior del Antiguo Perú, alrededor de 500 a. C., en la península de Paracas (de ahí proviene su nombre).

El célebre arqueólogo peruano Julio César Tello descubrió, en unas cavernas, restos arqueológicos de esta cultura en 1925. Asimismo, Toribio Mejía Xesspe descubrió la necrópolis de los paracas en 1927. Durante 20 años, estos y otros arqueólogos se dedicaron a estudiar a profundidad esta cultura, mediante la descripción y el análisis de numerosos sitios arqueológicos.

Los diseños de los tejidos paracas de la época son bastante complejos, especialmente los que recubrían a las momias, ya que eran los de mayor tamaño y calidad. Estos tejidos suponen una técnica superior en muchos aspectos de la producción. Además, los paracas apreciaban en sus tejidos los colores vistosos y las creaciones complejas. En sus telas, se representan personajes que sostienen cabezas trofeo y báculos, y que llevan atadas a la cintura fajas con forma de serpientes bicéfalas. A todo esto se añaden instrumentos de significado religioso, tales como los cuchillos ceremoniales, las narigueras o las bigoteras. Destacan, igualmente, los diseños con temática naturalista. En estos, sobresalen principalmente algunos animales como serpientes, felinos, aves y peces. Pero también existen representaciones de flores y frutos. Se dice que los textiles de esta época corresponden a los más bellos textiles precolombinos.

Responde las siguientes preguntas:

1. ¿Qué figuras observas en cada recuadro del manto?

2. ¿Crees que el color, la ubicación y la forma de los recuadros han sido diseñados al azar?

3. ¿Qué secuencia logras descubrir en la primera fila del manto mostrado?

4. ¿Esta secuencia se repite en la segunda fila del manto?

Imaginemos la siguiente situación: Alicia observa el manto mostrado y desea agregarle una fila en la parte superior y una columna a la izquierda, pero sin alterar el patrón original. ¿Puedes ayudarle a Alicia a descubrir ese patrón e indicar qué diseño se localizaría en la esquina superior izquierda del manto ampliado?

APRENDEMOS

PATRONES DE REPETICIÓN

Observa detenidamente la primera línea del manto mostrado.

La figura tiene la misma posición en todos los recuadros de la fila. Además, los colores de cada recuadro se combinan siguiendo cierto patrón:

- En el primer recuadro, el fondo es anaranjado y la figura, roja.
- En el segundo recuadro, el fondo es negro y la figura, anaranjada.
- En el tercer recuadro, el fondo es granate y la figura, negra.
- En el cuarto recuadro, el fondo es anaranjado y la figura, roja.

Si observamos por separado el fondo y la figura, tenemos que

- Fondo: anaranjado-negro-granate-anarajando. En consecuencia asumir que, siguiendo este patrón, el fondo del siguiente recuadro es de color ___________________.
- Figura: rojo-anaranjado-negro-rojo. En consecuencia, es posible asumir que, siguiendo este patrón, la figura del siguiente recuadro es de color _______________.

Al observar el manto, nos hemos dado cuenta de que se repite la figura del primer recuadro. Lo mismo sucede con la figura del segundo y así sucesivamente.

Este fenómeno se conoce como *patrón de repetición* y está conformado, como hemos visto, por figuras que, a partir de determinada posición de una secuencia, se repiten en el orden que tuvieron en su primera aparición.

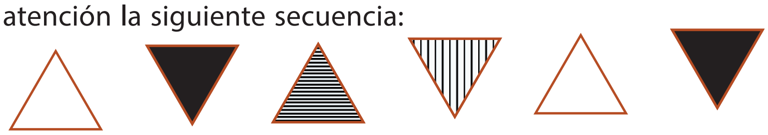
Por ejemplo:

1. Observa detenidamente la secuencia:

¿Qué figura sigue a continuación?

Respuesta: ______________________________________

2. Observa con atención la siguiente secuencia:



¿Qué figura sigue a continuación?

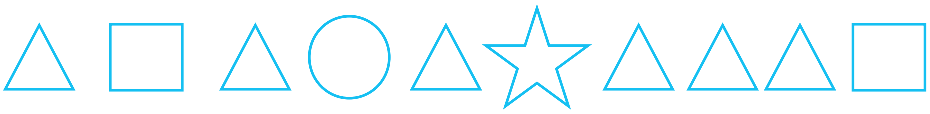
Respuesta: ______________________________________

3. Observa con atención la siguiente secuencia: a, b, c, d, e, a, b, c,… ¿Cuál es el término 10 de la secuencia?

a) e
b) b
c) c
d) d

PATRONES GEOMÉTRICOS

Observa atentamente la siguiente secuencia:



Podemos apreciar que esta secuencia está conformada por figuras geométricas que se disponen a partir de cierta lógica.

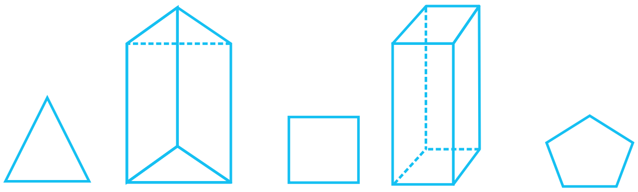
Siempre hay un triángulo en toda posición impar.

Por el contrario, las figuras de las posiciones pares son de cuatro tipos: cuadrado, circunferencia, estrella y triángulo.

A partir del caso anterior, podemos concluir que un patrón geométrico es un tipo de patrón en el que cada término es una figura geométrica que se dispone atendiendo a su forma, cantidad de lados, vértices u otras variables.

Por ejemplo:

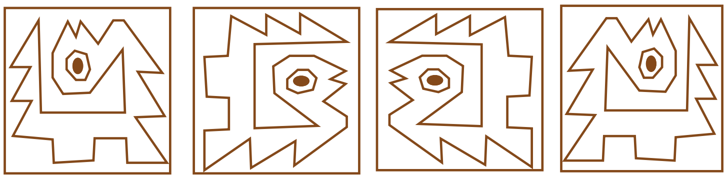
1. ¿Qué figura sigue en la secuencia?



Respuesta:_______________

TRANSFORMACIONES GEOMÉTRICAS

Observa atentamente la siguiente secuencia:



Como podemos apreciar, se trata de la misma figura que ha sufrido ciertas transformaciones:

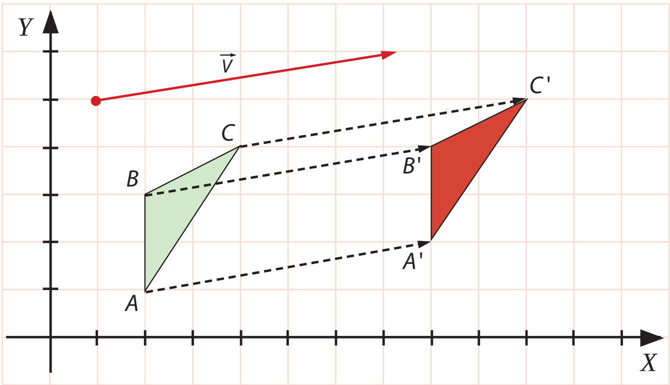
- La segunda figura es el producto de la rotación de 90° con sentido horario de la primera figura.
- La tercera figura es la reflexión con eje de simetría vertical de la segunda figura.
- La cuarta figura es el producto de la rotación de 90° con sentido horario de la tercera figura.

Por lo tanto, las figuras anteriores han sido producidas por diferentes tipos de transformaciones (rotación y reflexión, específicamente).

Las transformaciones geométricas son esenciales para la generación de patrones geométricos. Es decir, son finalmente estas transformaciones las que permiten que existan los patrones geométricos. A continuación presentaremos los tipos de transformación más usuales:

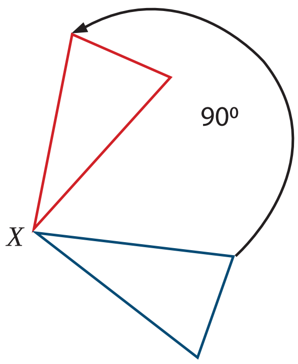
La traslación: es una transformación geométrica que se realiza en el plano. En esta transformación, las figuras solo cambian de posición. Su orientación, su tamaño y sus formas se mantienen constantes.

ITEM 7 Secund Matem 1 JEC.indd 186 11/12/16 08:22



Por ejemplo, en la gráfica se aprecia que el triángulo de color verde se ha trasladado a otra posición para transformarse en el triángulo de color rojo.

La rotación o giro consiste en los movimientos que realizan las figuras alrededor de un punto fijo en el plano. En las rotaciones, las figuras conservan su forma, su tamaño y sus ángulos. Las transformaciones por rotación pueden ser positivas o negativas, dependiendo del sentido del giro.

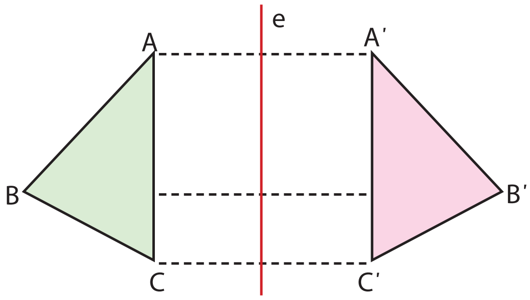


Si el giro es en sentido antihorario, será positivo (+). Por el contrario, si el giro es en sentido horario, será negativo (-).

Por ejemplo, se aprecia que la figura azul rota 90° alrededor del punto X para transformarse en la figura roja.

La reflexión: es el resultado de la imagen de un objeto o ser vivo "reflejado" en un espejo. Para obtener la reflexión de una figura, se utiliza una recta que recibe el nombre de eje de reflexión. Por tal razón, a este tipo de transformación también se le denomina "simetría axial".

Por ejemplo, el triángulo verde se refleja con respecto a un eje de reflexión (e) para convertirse en el triángulo rosado.



ANALIZAMOS

Alicia observa este manto. Ella desea agregarle una fila en la parte superior y una columna a la izquierda, pero sin alterar el patrón original. ¿Puedes ayudarle a Alicia a descubrir ese patrón e indicar qué diseño se localizaría en la esquina superior izquierda del manto ampliado?

RESOLUCIÓN

Al analizar la primera fila del manto original, observamos lo siguiente:

- Fondo: anaranjado-negro-guinda-anaranjado. Por lo tanto, podemos deducir que en la siguiente línea a la izquierda de la primera fila habrá un cuadrado de fondo guinda.
- Imagen: rojo-anaranjado-negro-rojo. Por lo tanto, podemos deducir que la figura a la izquierda de la primera fila será negra.

Luego, el recuadro de la izquierda de la primera fila será 

Al analizar la primera columna del manto original, observamos lo siguiente:

- Fondo: anaranjado-negro-guinda-anaranjado. Por lo tanto, podemos deducir que en la parte superior de la primera columna habrá un cuadrado de fondo guinda.
- Imagen: rojo-anaranjado-negro-rojo. Por lo tanto, podemos deducir que la figura ubicada en la parte superior de la primera columna será negra.

Entonces, el recuadro ubicado en la parte superior de la primera columna será 

Sobre la base de estos datos, al retroceder en la fila y en la columna adicional, podemos completar la nueva forma y dimensión del manto.

Fila superior adicional

Manto original

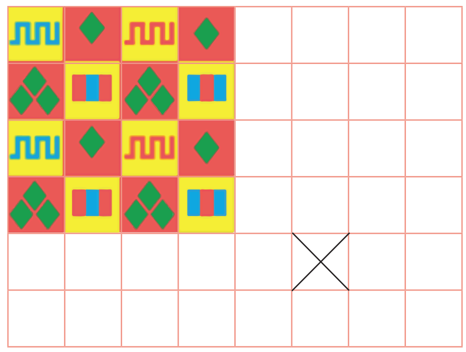
Columna izquierda adicional

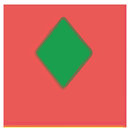
RESPUESTA: en la parte superior izquierda del manto ampliado, estará el recuadro que sigue a continuación.

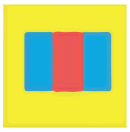
PRACTICAMOS

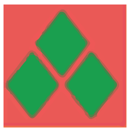
1 En un salón de primero de Secundaria, Laura y Ximena construyen un mural para adornar una de las paredes.

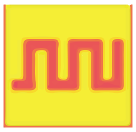
¿Qué figura debe ir en la casilla donde aparece la “X”?



a) 

c) 

b) 

d) 

2 **¿Qué transformación geométrica observas en la secuencia de figuras del poncho?**

a) Traslación.

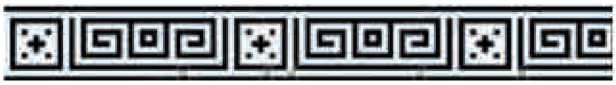
b) Rotación.

c) Simetría.

d) Ampliación.

Adornos

Observa la figura y responde las preguntas 3 y 4.



3 Dibuja la figura que continúa en la secuencia.

4 **¿Qué transformaciones geométricas se observan en la figura?** Explica tu respuesta.

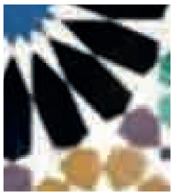
Cuadro

Observa con atención el siguiente cuadro.

5 **¿Qué ángulo desde A debe rotar la siguiente pieza para formar todo el cuadro?**

a) 360°
b) 90°
c) 180°
d) 270°

A



Chan Chan

En la ciudadela de Chan Chan, ubicada en el norte del Perú, se encontró el siguiente muro de adobe.

A partir de esta información, responde las preguntas 6, 7 y 8.

6 **¿Qué transformaciones se utilizaron para la generación de las figuras que conforman el patrón geométrico?**

a) Ampliación y reflexión.
b) Traslación y rotación.
c) Rotación y reflexión.
d) Ampliación y rotación.

7 Si el patrón del muro se inicia en la parte inferior derecha, **¿qué transformación geométrica genera la figura 5 a partir de la figura 4?**

a) Rotación.

b) Traslación.

c) Ampliación.

d) Reflexión.

8 Imagina que la pared mostrada se repite hacia la izquierda siguiendo un patrón geométrico de repetición. Si inicias tu observación desde la izquierda, **¿qué figura encontrarás en la posición 16?**

a)  b)  c)  d) 

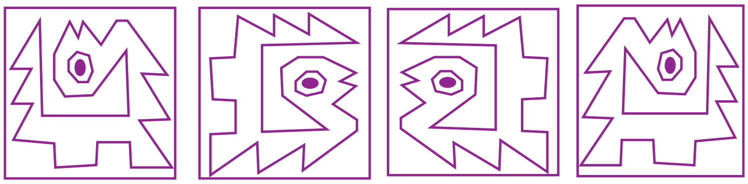
9 En la pared que sigue a continuación, se ha caído una mayólica.

¿En qué posición debes colocar la mayólica faltante para que el patrón formado se conserve?

a)  c) 

b)  d) 

10 Lucía construye la siguiente secuencia geométrica:



Ella afirma que el término 11 de esta secuencia es la figura siguiente:

¿Estás de acuerdo con Lucía?
Justifica tu respuesta.

Seguimos practicando

11 Observa el siguiente telar. **¿Qué transformaciones geométricas observas en la secuencia de figuras?** Explica tu respuesta.

12 Daniel afirma que la bolsa que se muestra en la figura solo tiene 4 colores. Comprueba si la afirmación de Daniel es correcta.

13 Doña Herminia confecciona chompas con bonitos diseños. Si el espaldar de esta chompa continúa la secuencia, **¿cuál es la secuencia de dicho espaldar?**

a) 

c) 

b) 

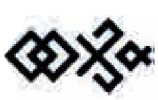
d) 

14 Diego adorna la carátula de su cuaderno con la siguiente secuencia de figuras:

¿En cuál de las figuras que aparecen a continuación se aprecia una simetría con eje vertical?

a) 

c) 

b) 

d) 

15 Dibuja una figura que represente un patrón geométrico por rotación.