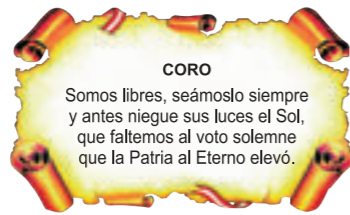


SÍMBOLOS DE LA PATRIA



Bandera Nacional



Himno Nacional



Escudo Nacional

DECLARACIÓN UNIVERSAL DE LOS DERECHOS HUMANOS

El 10 de diciembre de 1948, la Asamblea General de las Naciones Unidas aprobó y proclamó la Declaración Universal de Derechos Humanos, cuyos artículos figuran a continuación:

Artículo 1
Todos los seres humanos nacen libres e iguales en dignidad y derechos y, (...) deben comportarse fraternalmente los unos con los otros.

Artículo 2
Toda persona tiene los derechos y libertades proclamados en esta Declaración, sin distinción alguna de raza, color, sexo, idioma, religión, opinión política o de cualquier otra índole, origen nacional o social, posición económica, nacimiento o cualquier otra condición. Además, no se hará distinción alguna fundada en la condición política, jurídica o internacional del país o territorio de cuya jurisdicción dependa una persona (...).

Artículo 3
Todo individuo tiene derecho a la vida, a la libertad y a la seguridad de su persona.

Artículo 4
Nadie estará sometido a esclavitud ni a servidumbre; la esclavitud y la trata de esclavos están prohibidas en todas sus formas.

Artículo 5
Nadie será sometido a torturas ni a penas o tratos crueles, inhumanos o degradantes.

Artículo 6
Todo ser humano tiene derecho, en todas partes, al reconocimiento de su personalidad jurídica.

Artículo 7
Todos son iguales ante la ley y tienen, sin distinción, derecho a igual protección de la ley. Todos tienen derecho a igual protección contra toda discriminación que infrinja esta Declaración (...).

Artículo 8
Toda persona tiene derecho a un recurso efectivo, ante los tribunales nacionales competentes, que la ampare contra actos que violen sus derechos fundamentales (...).

Artículo 9
Nadie podrá ser arbitrariamente detenido, preso ni desterrado.

Artículo 10
Toda persona tiene derecho, en condiciones de plena igualdad, a ser oída públicamente y con justicia por un tribunal independiente e imparcial, para la determinación de sus derechos y obligaciones o para el examen de cualquier acusación contra ella en materia penal.

Artículo 11
1. Toda persona acusada de delito tiene derecho a que se presuma su inocencia mientras no se pruebe su culpabilidad (...).
2. Nadie será condenado por actos u omisiones que en el momento de cometerse no fueron delictivos según el Derecho nacional o internacional. Tampoco se impondrá pena más grave que la aplicable en el momento de la comisión del delito.

Artículo 12
Nadie será objeto de injerencias arbitrarias en su vida privada, su familia, su domicilio o su correspondencia, ni de ataques a su honra o a su reputación. Toda persona tiene derecho a la protección de la ley contra tales injerencias o ataques.

Artículo 13
1. Toda persona tiene derecho a circular libremente y a elegir su residencia en el territorio de un Estado.
2. Toda persona tiene derecho a salir de cualquier país, incluso el propio, y a regresar a su país.

Artículo 14
1. En caso de persecución, toda persona tiene derecho a buscar asilo, y a disfrutar de él, en cualquier país.
2. Este derecho no podrá ser invocado contra una acción judicial realmente originada por delitos comunes o por actos opuestos a los propósitos y principios de las Naciones Unidas.

Artículo 15
1. Toda persona tiene derecho a una nacionalidad.
2. A nadie se privará arbitrariamente de su nacionalidad ni del derecho a cambiar de nacionalidad.

Artículo 16
1. Los hombres y las mujeres, a partir de la edad núbil, tienen derecho, sin restricción alguna por motivos de raza, nacionalidad o religión, a casarse y fundar una familia (...).
2. Sólo mediante libre y pleno consentimiento de los futuros esposos podrá contraerse el matrimonio.
3. La familia es el elemento natural y fundamental de la sociedad y tiene derecho a la protección de la sociedad y del Estado.

Artículo 17
1. Toda persona tiene derecho a la propiedad, individual y colectivamente.
2. Nadie será privado arbitrariamente de su propiedad.

Artículo 18
Toda persona tiene derecho a la libertad de pensamiento, de conciencia y de religión (...).

Artículo 19
Todo individuo tiene derecho a la libertad de opinión y de expresión (...).

Artículo 20
1. Toda persona tiene derecho a la libertad de reunión y de asociación pacíficas.
2. Nadie podrá ser obligado a pertenecer a una asociación.

Artículo 21
1. Toda persona tiene derecho a participar en el gobierno de su país, directamente o por medio de representantes libremente escogidos.
2. Toda persona tiene el derecho de acceso, en condiciones de igualdad, a las funciones públicas de su país.
3. La voluntad del pueblo es la base de la autoridad del poder público; esta voluntad se expresará mediante elecciones auténticas que habrán de celebrarse periódicamente, por sufragio universal e igual y por voto secreto u otro procedimiento equivalente que garantice la libertad del voto.

Artículo 22
Toda persona (...) tiene derecho a la seguridad social, y a obtener, (...) habida cuenta de la organización y los recursos de cada Estado, la satisfacción de los derechos económicos, sociales y culturales, indispensables a su dignidad y al libre desarrollo de su personalidad.

Artículo 23
1. Toda persona tiene derecho al trabajo, a la libre elección de su trabajo, a condiciones equitativas y satisfactorias de trabajo y a la protección contra el desempleo.
2. Toda persona tiene derecho, sin discriminación alguna, a igual salario por trabajo igual.
3. Toda persona que trabaja tiene derecho a una remuneración equitativa y satisfactoria, que le asegure, así como a su familia, una existencia conforme a la dignidad humana y que será completada, en caso necesario, por cualesquiera otros medios de protección social.
4. Toda persona tiene derecho a fundar sindicatos y a sindicarse para la defensa de sus intereses.

Artículo 24
Toda persona tiene derecho al descanso, al disfrute del tiempo libre, a una limitación razonable de la duración del trabajo y a vacaciones periódicas pagadas.

Artículo 25
1. Toda persona tiene derecho a un nivel de vida adecuado que le asegure, así como a su familia, la salud y el bienestar, y en especial la alimentación, el vestido, la vivienda, la asistencia médica y los servicios sociales necesarios; tiene asimismo derecho a los seguros en caso de desempleo, enfermedad, invalidez, vejez y otros casos de pérdida de sus medios de subsistencia por circunstancias independientes de su voluntad.
2. La maternidad y la infancia tienen derecho a cuidados y asistencia especiales. Todos los niños, nacidos de matrimonio o fuera de matrimonio, tienen derecho a igual protección social.

Artículo 26
1. Toda persona tiene derecho a la educación. La educación debe ser gratuita, al menos en lo concerniente a la instrucción elemental y fundamental. La instrucción elemental será obligatoria. La instrucción técnica y profesional habrá de ser generalizada; el acceso a los estudios superiores será igual para todos, en función de los méritos respectivos.
2. La educación tendrá por objeto el pleno desarrollo de la personalidad humana y el fortalecimiento del respeto a los derechos humanos y a las libertades fundamentales; favorecerá la comprensión, la tolerancia y la amistad entre todas las naciones y todos los grupos étnicos o religiosos; y promoverá el desarrollo de las actividades de las Naciones Unidas para el mantenimiento de la paz.
3. Los padres tendrán derecho preferente a escoger el tipo de educación que habrá de darse a sus hijos.

Artículo 27
1. Toda persona tiene derecho a tomar parte libremente en la vida cultural de la comunidad, a gozar de las artes y a participar en el progreso científico y en los beneficios que de él resulten.
2. Toda persona tiene derecho a la protección de los intereses morales y materiales que le correspondan por razón de las producciones científicas, literarias o artísticas de que sea autora.

Artículo 28
Toda persona tiene derecho a que se establezca un orden social e internacional en el que los derechos y libertades proclamados en esta Declaración se hagan plenamente efectivos.

Artículo 29
1. Toda persona tiene deberes respecto a la comunidad (...).
2. En el ejercicio de sus derechos y en el disfrute de sus libertades, toda persona estará solamente sujeta a las limitaciones establecidas por la ley con el único fin de asegurar el reconocimiento y el respeto de los derechos y libertades de los demás, y de satisfacer las justas exigencias de la moral, del orden público y del bienestar general en una sociedad democrática.
3. Estos derechos y libertades no podrán en ningún caso ser ejercidos en oposición a los propósitos y principios de las Naciones Unidas.

Artículo 30
Nada en la presente Declaración podrá interpretarse en el sentido de que confiere derecho alguno al Estado, a un grupo o a una persona, para emprender y desarrollar actividades (...) tendientes a la supresión de cualquiera de los derechos y libertades proclamados en esta Declaración.

Resolvamos problemas

Cuaderno de trabajo de Matemática

Secundaria

1

EL ACUERDO NACIONAL

El 22 de julio de 2002, los representantes de las organizaciones políticas, religiosas, del Gobierno y de la sociedad civil firmaron el compromiso de trabajar, todos, para conseguir el bienestar y desarrollo del país. Este compromiso es el Acuerdo Nacional.

El acuerdo persigue cuatro objetivos fundamentales. Para alcanzarlos, todos los peruanos de buena voluntad tenemos, desde el lugar que ocupemos o el rol que desempeñemos, el deber y la responsabilidad de decidir, ejecutar, vigilar o defender los compromisos asumidos. Estos son tan importantes que serán respetados como políticas permanentes para el futuro.

Por esta razón, como niños, niñas, adolescentes o adultos, ya sea como estudiantes o trabajadores, debemos promover y fortalecer acciones que garanticen el cumplimiento de esos cuatro objetivos que son los siguientes:

1. Democracia y Estado de Derecho

La justicia, la paz y el desarrollo que necesitamos los peruanos sólo se pueden dar si conseguimos una verdadera democracia. El compromiso del Acuerdo Nacional es garantizar una sociedad en la que los derechos son respetados y los ciudadanos viven seguros y expresan con libertad sus opiniones a partir del diálogo abierto y enriquecedor; decidiendo lo mejor para el país.

2. Equidad y Justicia Social

Para poder construir nuestra democracia, es necesario que cada una de las personas que conformamos esta socie-

dad, nos sintamos parte de ella. Con este fin, el Acuerdo promoverá el acceso a las oportunidades económicas, sociales, culturales y políticas. Todos los peruanos tenemos derecho a un empleo digno, a una educación de calidad, a una salud integral, a un lugar para vivir. Así, alcanzaremos el desarrollo pleno.

3. Competitividad del País

Para afianzar la economía, el Acuerdo se compromete a fomentar el espíritu de competitividad en las empresas, es decir, mejorar la calidad de los productos y servicios, asegurar el acceso a la formalización de las pequeñas empresas y sumar esfuerzos para fomentar la colocación de nuestros productos en los mercados internacionales.

4. Estado Eficiente, Transparente y Descentralizado

Es de vital importancia que el Estado cumpla con sus obligaciones de manera eficiente y transparente para ponerse al servicio de todos los peruanos. El Acuerdo se compromete a modernizar la administración pública, desarrollar instrumentos que eliminen la corrupción o el uso indebido del poder. Asimismo, descentralizar el poder y la economía para asegurar que el Estado sirva a todos los peruanos sin excepción.

Mediante el Acuerdo Nacional nos comprometemos a desarrollar maneras de controlar el cumplimiento de estas políticas de Estado, a brindar apoyo y difundir constantemente sus acciones a la sociedad en general.

Resolvamos problemas

Cuaderno de trabajo de Matemática

Secundaria

1

REPÚBLICA DEL PERÚ



MINISTERIO DE EDUCACIÓN



Resolvamos problemas 1

Cuaderno de trabajo de Matemática

Editado por:

Ministerio de Educación
Calle Del Comercio N.º 193, San Borja
Lima 41, Perú
Teléfono: 615-5800
www.minedu.gob.pe

Propuesta de contenidos:

Hubner Luque Cristóbal Jave
Enrique García Manyari
Hugo Luis Támara Salazar

Revisión pedagógica:

Hugo Luis Támara Salazar

Diseño y diagramación:

Eduardo Gabriel Valladares Valiente

Corrección de estilo:

Katherine Mercedes Cabanillas Villegas

Primera edición: setiembre de 2017

Tiraje: 219 369 ejemplares

Impreso por:

Consortio Corporación Gráfica Navarrete S.A., Amauta Impresiones Comerciales S.A.C., Metrocolor S.A. Se terminó de imprimir en noviembre de 2017, en los talleres gráficos de Metrocolor S. A., sito en Jr. Los Gorriones N.º 350, Urb. La Campiña, Chorrillos, Lima.

©Ministerio de Educación

Todos los derechos reservados. Prohibida la reproducción de este libro por cualquier medio, total o parcialmente, sin permiso expreso del Ministerio de Educación.

Hecho el Depósito Legal en la Biblioteca Nacional del Perú

N.º 2017-13618

Impreso en el Perú / *Printed in Peru*

Querido(a) estudiante:

Es de sumo agrado para nosotros poner en tus manos el cuaderno de trabajo *Resolvamos problemas 1*, que estamos seguros te ayudará a descubrir la presencia de la matemática en la vida cotidiana y a utilizarla de manera adecuada y creativa en la resolución de problemas vinculados a la realidad.

Este cuaderno ha sido elaborado para ti. En él encontrarás diversas estrategias heurísticas, como hacer diagramas tabulares, diagramas de árbol o diagramas lineales; particularizar y plantear ecuaciones, utilizar ensayo y error, entre otras, que te serán útiles en el proceso de resolución de problemas.

En su estructura, el cuaderno te propone una diversidad de fichas de trabajo, cada una de las cuales se encuentra organizada en tres secciones: Aprendemos, Analizamos y Practicamos.

En la primera sección, Aprendemos, te presentamos una situación relacionada con la vida cotidiana, que será abordada a través de interrogantes que pretenden movilizar tus capacidades y conocimientos, lo cual te ayudará a comprender el problema, diseñar o seleccionar una estrategia o plan, ejecutar la estrategia y reflexionar sobre lo desarrollado.

En la segunda sección, Analizamos, te planteamos tres situaciones de contexto, en cuyo desarrollo podrás explicar el proceso de resolución, identificando estrategias y describiendo procedimientos utilizados. Este análisis te permitirá plantear otros caminos de resolución, así como identificar errores y realizar tu propia corrección.

Finalmente, en la tercera sección, Practicamos, te presentamos situaciones de contexto de diverso grado de complejidad en contextos variados y apoyados en gráficos. Al desarrollar las actividades que contienen, tú mismo te darás cuenta de tus progresos.

Esperamos que con esta experiencia sientas que hacer matemática es un reto posible de alcanzar. Disfrútalo.

Contenido

Conociendo algunas estrategias		Página 6
Ficha 1	Organizamos información estadística	Página 13
Ficha 2	Seleccionamos la delegación de deportistas en la disciplina de natación	Página 27
Ficha 3	Proporcionalidad en el jardín	Página 39
Ficha 4	Turismo en La Libertad	Página 49
Ficha 5	Compartimos una pizza mientras investigamos los números racionales	Página 61
Ficha 6	Conocemos una de las siete maravillas del mundo moderno	Página 73
Ficha 7	Temperaturas extremas en el Perú	Página 83
Ficha 8	Modelos multiplicativos en concurso	Página 93
Ficha 9	Trabajamos con la geometría	Página 105
Ficha 10	Identificamos formas poligonales en nuestro entorno	Página 117



Ficha 11	Promociones por inauguración de tienda	Página 129
Ficha 12	La potencia de la duplicación sucesiva	Página 139
Ficha 13	Descuentos y más descuentos	Página 151
Ficha 14	La divisibilidad en la elaboración de marcos para cuadros	Página 165
Ficha 15	Retos con la balanza	Página 177
Ficha 16	Promovemos la práctica del deporte	Página 189
Ficha 17	Las playas de estacionamiento en la capital	Página 201
Ficha 18	¿Se respetan los límites de velocidad?	Página 213
Ficha 19	Construimos tachos de basura y comparamos sus volúmenes	Página 225
Ficha 20	Patrones geométricos en un manto de la cultura Paracas	Página 237

Conociendo algunas estrategias

Un buen resolutor de problemas debe llegar a desarrollar la capacidad de resolver un problema con diversos métodos; además, necesita estar en capacidad de combinar estrategias creativamente. En cada etapa de desarrollo de la solución, debemos definir qué estrategia se utilizará en la siguiente fase.

1. Estrategias de comprensión

Lectura analítica

Leer analíticamente un texto es dividirlo en unidades que proporcionen algún tipo de información y establecer, luego, cómo estas partes se interrelacionan y muestran el panorama de lo que se quiere decir. Al leer un problema de manera analítica, uno puede hacerse estas preguntas: ¿quiénes participan en la historia?, ¿qué es lo que no varía a lo largo de la historia?, ¿cuántos estados se perciben en el texto?, ¿cuáles son los datos que nos proporciona?, ¿qué datos son relevantes para resolver el problema?, ¿qué debemos encontrar?, ¿qué condiciones se imponen a lo que buscamos?, entre otras interrogantes que ayudarán a que el estudiante se familiarice y le pierda temor a la situación.

La lectura analítica ayuda mucho en la comprensión lectora del texto que da origen a un problema, pero no garantiza el camino a su solución. Leer analíticamente no es identificar las palabras claves ni buscar *tips* para encontrar la variable (estos son procesos mecánicos que no ayudan a comprender cabalmente un problema). En la vida real, los problemas matemáticos pueden no contener esas palabras claves que aparecen en problemas diseñados para libros de texto, por lo que el estudiante enfocará erradamente un problema si hace uso de este mecanismo.

La lectura analítica es importante en la comprensión de problemas, pues estos textos contienen elementos matemáticos como números,

diagramas, relaciones dentro de una historia o un contexto real complejo, por lo que no es lo mismo que leer un cuento o un ensayo. De hecho, hay personas que comprenden perfectamente textos humanísticos, pero no aquellos que contienen elementos matemáticos.

Parafrasear

Parafrasear es decir algo de otro modo para clarificar y comprender un texto. Explicar un problema con nuestras propias palabras ayuda mucho en el proceso de comprensión. Se debe decir que parafrasear no implica aprenderse de memoria un texto y repetirlo; es señalar lo más importante de una historia y expresarlo con palabras, evitando en lo posible particularidades como números, fechas, nombres, locaciones, etc.

Veamos un ejemplo para aclarar este enfoque:

Problema	Parafraseo
Jaime fue el organizador de la fiesta de fin de año de su colegio. Él proyectó ganar S/4800, para lo cual repartió 200 tarjetas; pero, lamentablemente, solo se vendieron 130, lo que le causó una pérdida de S/150. ¿Cuánto invirtió en la fiesta?	Una persona organiza una fiesta. Para ganar necesita vender una cantidad de tarjetas; pero vende menos y pierde. Nos piden saber cuánto invirtió en la fiesta.

Se sugiere que el docente tome todos los problemas del cuaderno y realice una lectura analítica de ellos, que produzca sus propios esquemas de comprensión y realice al menos dos parafraseos por cada problema presentado. Esos ejercicios le ayudarán a mejorar su desempeño en la conducción de las tareas en el aula.

Hacer esquemas

La capacidad de representar una situación compleja mediante esquemas es algo que se

va aprendiendo desde los primeros años de escolaridad y continúa en proceso de construcción toda la vida. Hacer e interpretar esquemas son algunas de las capacidades más necesarias en nuestra vida laboral adulta. En diversas situaciones cotidianas se requiere de la esquematización de los sistemas, las situaciones, los procesos, con el fin de comprenderlos mejor. Un esquema apunta a encontrar una estrategia de solución; no existe una relación directa entre hacer un esquema y dar solución a un problema, pero ayuda mucho en este proceso.

2. Estrategias de resolución

Una estrategia importante en la búsqueda de soluciones es representar el problema mediante algún organizador visual. Aquí presentamos algunos organizadores de información que se utilizan frecuentemente en el proceso de resolver problemas matemáticos.

Diagramas de tiras

Se utilizan mayormente cuando la cantidad que interviene en el problema varía en el tiempo o es dividida en partes que se relacionan entre sí.

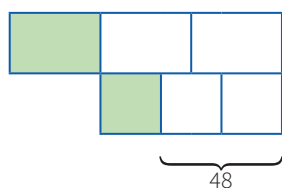
Ejemplo:

La tercera parte de las entradas para el estreno de una película se vendieron días antes de la función, y $\frac{1}{3}$ del resto se vendió el día del estreno. Finalmente, quedaron 48 entradas sin vender. ¿Cuál era el número total de entradas previsto para la función de estreno?

Solución:

Cantidad: Número total de entradas.

Elabora un diagrama de tiras.



Diagramas tabulares (tablas)

Se emplean cuando se brinda información sobre características que relacionan dos grupos. También en problemas sobre edades o de proporcionalidad, en los que se debe buscar algún patrón o regla de formación.

Ejemplo:

Dos amigos tienen lápices, borradores y tajadores en sus cartucheras. Hay 8 borradores en total. Mónica tiene el doble de lápices que Felipe, quien tiene 5 tajadores más que lápices. Mónica tiene tantos tajadores como lápices posee Felipe. Mónica tiene 18 útiles y ningún borrador. ¿Cuántos lápices, tajadores y borradores tiene cada uno?

Solución:

Grupo 1: Mónica, Felipe.

Grupo 2: Lápices, borradores, tajadores.

	Lápices	Borradores	Tajadores	TOTAL
Mónica	$2x$	0	x	18
Felipe	x	8	$x + 5$	
TOTAL		8		

Diagramas analógicos

Se suelen utilizar en problemas geométricos. Son dibujos que representan la realidad de manera similar, pero esquemática, sin considerar los elementos irrelevantes para el problema.

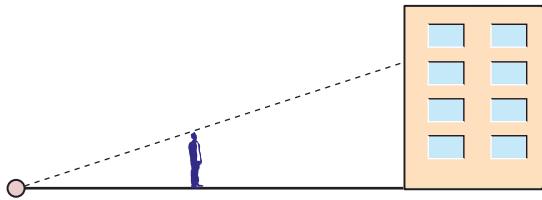
Mediante esta representación es posible visualizar las relaciones entre los datos y las incógnitas.

Ejemplo:

Un hombre de 1,8 m de estatura camina hacia un edificio a razón de 1,5 m/s. Si hay una lámpara sobre el suelo a 15 m del edificio, ¿cuánto mide la sombra del hombre sobre el edificio cuando se encuentra a 9 m de este?

Solución:

Hagamos un diagrama que represente la situación narrada.



Diagramas de flujo

Se emplean cuando una cantidad varía a lo largo de la historia o si tenemos la situación final de esta cantidad. También cuando se dan secuencias de pasos para encontrar objetos matemáticos, entre otras aplicaciones.

Ejemplo:

Un número se duplica, luego se le resta 8 y después se invierten las cifras de este número. Finalmente, se divide por 6 y se obtiene 8. ¿Cuál era el número?

Solución:

Haremos un diagrama que indique las fases por las que pasó el número.



Diagramas conjuntistas

Se suele recurrir a estos cuando se trata de información acerca de dos o más grupos cuyos elementos pueden pertenecer a más de un conjunto. También cuando se deben realizar clasificaciones. Los más conocidos son los diagramas de Venn y los de Carroll.

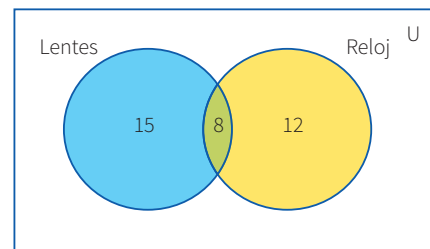
Ejemplo:

De los 35 estudiantes de un aula, 23 usan lentes, y 20, reloj. ¿Cuántos usan ambas cosas?

Solución:

Grupo 1: Estudiantes que usan lentes.

Grupo 2: Estudiantes que usan reloj.



Diagramas cartesianos

Son de gran utilidad cuando se requiere representar funciones o si tenemos pares ordenados o relaciones entre dos variables.

Ejemplo:

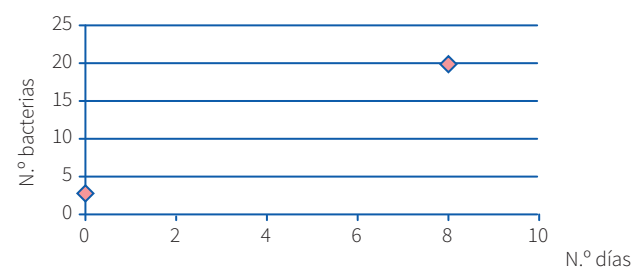
El crecimiento de un grupo de bacterias se da con el paso de los días de manera constante. Al inicio, había 3 bacterias, y después de 8 días llegan a 20. ¿Cuántos días transcurrirán desde el inicio para que la colonia tenga 400 bacterias?

Solución:

Cantidad:

Organizaremos los datos en un gráfico cartesiano.

Pares ordenados: (0; 3) (8; 20)



Diagramas lineales

Se usan cuando se cuenta con información acerca de una característica de un solo grupo. Generalmente se emplean para ordenar los elementos del grupo con respecto a esa característica.

Ejemplo:

Si tanto Roberto como Alfredo están más alegres que Tomás, mientras que Alberto se encuentra menos alegre que Roberto, pero más alegre que Alfredo, ¿quién está menos alegre?

Solución:

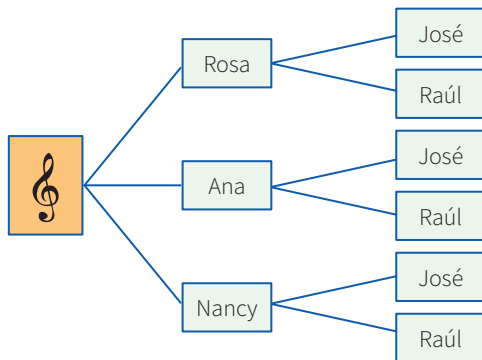
Tomás, Alfredo, Alberto, Roberto.



Diagramas de árbol

Se suelen utilizar en conteos de casos posibles o para hacer listas sistemáticas. Es la representación gráfica de los principios de adición y multiplicación.

Ejemplo: Un productor de cumbia quiere armar un dúo mixto (varón y mujer). Puede elegir entre 3 cantantes mujeres y 2 cantantes varones. ¿Cuántos dúos mixtos diferentes puede formar?



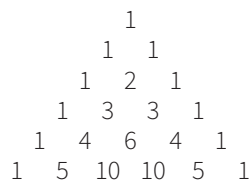
3. Otras estrategias

Busca patrones

En algunos problemas es necesario experimentar con varios casos con el fin de encontrar pautas o regularidades que después se podrán emplear para llegar a la solución.

Ejemplo:

El arreglo mostrado se conoce como el triángulo de Pascal.



Escribe las tres filas siguientes de este arreglo. Como observas, cada fila empieza por uno. ¿Qué número sigue al 1 en la fila 75?, ¿cuál es la suma

de los números que ocupan la fila número veinte?, ¿puedes encontrar un patrón en las diagonales del triángulo de Pascal?

Haz una lista sistemática

En los casos en que se requiere la enumeración de objetos matemáticos, es conveniente realizar un conteo o listado organizado, con el fin de no dejar de lado ninguna posibilidad. Esta estrategia es muy útil al buscar soluciones en una ecuación polinómica, para encontrar espacios muestrales o resolver problemas de permutaciones o combinaciones.

Ejemplo:

¿Cuántos triángulos hay en la siguiente figura?

Pongamos una etiqueta a cada uno de los cuatro triángulos en que se ha dividido el triángulo mayor.

Solución:

- Contemos ahora los triángulos identificándolos por el número de letras:
 - Triángulos con una letra: a-b-c-d
 - Triángulos con dos letras: ab-bc-cd
 - Triángulos con tres letras: abc-bcd
 - Triángulos con cuatro letras: abcd
- En total tenemos: $4 + 3 + 2 + 1 = 10$ triángulos.

Generaliza

En algunos problemas puede ser muy útil simbolizar las expresiones o averiguar si lo que piden se refiere a un caso particular de alguna propiedad general; a esto se conoce como *la paradoja del inventor*. A veces, es conveniente investigar más de lo que piden.

Ejemplo:

Halla el valor de $(234\ 756\ 474)^2 - (234\ 756\ 473)^2$.

Solución:

Se observa que elevar al cuadrado cada número y luego realizar la resta sería demasiado laborioso, así que se trata de ver en la estructura del problema alguna particularidad. Lo primero que se observa es que consiste en una diferencia de cuadrados, lo que nos hace recordar las fórmulas algebraicas pertinentes. Además, se aprecia que los números son consecutivos.

- Al generalizar el problema, se observa que se solicita:

$$(n + 1)^2 - n^2, \text{ cuando } n \text{ vale } 234\ 756\ 473$$

- Factorizando por diferencia de cuadrados, se tiene:

$$(n + 1 + n)(n + 1 - n) = (n + 1) + n$$

- Luego, podemos afirmar que, para cualquier n entero positivo, se cumple:

$$(n + 1)^2 - n^2 = (n + 1) + n = 2n + 1$$

- Ahora el problema se ha simplificado bastante; para hallar la respuesta, solo basta duplicar el número dado y aumentarle 1.

Entonces:

$$(234\ 756\ 474)^2 - (234\ 756\ 473)^2 = 469\ 512\ 947$$

Particulariza

Conviene siempre utilizar casos particulares para familiarizarse con el problema; de este modo, es posible observar algún método que guíe hacia la solución de un problema genérico.

Ejemplo:

En una tienda de remates te ofrecen un descuento del 12 %, pero, al mismo tiempo, debes pagar el impuesto general a las ventas (18 %). ¿Qué preferirías que calculasen primero, el descuento o el impuesto?

Solución:

- Particularicemos para algunos casos: Si el artículo vale $S/100$ y elijo primero el descuento, termino pagando $S/106$. Pero si elijo pagar el impuesto antes, entonces termino pagando la misma cantidad.
- Podemos probar con otros precios y obtener un resultado análogo. Esta experimentación me da pie para inferir que es lo mismo elegir primero el descuento o el impuesto.
- Ahora deberé evaluar mi conjetura.

Razona lógicamente

El razonamiento lógico es muy importante al resolver problemas, pues gracias a él podemos engarzar los pasos y comprender las secuencias y cadenas de razonamientos que se producen en el desarrollo de su solución. Un ejemplo clásico es el siguiente acertijo.

Ejemplo:

José, Jaime, Tito y Rosa son guardias en un museo. Ellos hacen guardia cuatro días a la semana. Dos personas solamente hacen guardia cada día. Nadie hace tres días de guardia seguidos. ¿Cuál de los tres hombres no hace guardia con Rosa?

Solución:

- Veamos una lista parcial que muestra los días de la semana en los que cada uno hace guardia:

Dom.	Lun.	Mar.	Miér.	Juev.	Vier.	Sáb.
José	Tito	Rosa	José	Jaime	Tito	Rosa
Jaime						

Empieza por el final

La estrategia de utilizar el pensamiento regresivo se utiliza mayormente en problemas en los cuales tenemos información de una situación final; también para demostrar desigualdades. La

combinación de métodos progresivos y regresivos es una potente técnica para demostrar teoremas.

La utilización del razonamiento regresivo nos evitará tener que trabajar con ecuaciones complicadas.

Ejemplo:

El nivel del agua de un pozo desciende 3 centímetros por debajo de su mitad en cada hora, hasta quedar vacío luego de 4 horas. ¿Qué profundidad tenía el agua inicialmente?

Solución:

- “3 cm debajo de su mitad” se interpreta como $\div 2, -3$.
- Esto ocurre en cada hora y se repite 4 veces, ya que todo el suceso ocurre en 4 horas; de modo que al final el nivel es cero (0).
- Las operaciones directas serían así:
 $x \rightarrow (\div 2, -3, \div 2, -3, \div 2, -3, \div 2, -3) \rightarrow 0$
- Ahora, operando al revés, obtenemos: $x = 90$

Plantea una ecuación

Una de las técnicas de modelación por excelencia a nivel elemental es el planteo de ecuaciones. Lo primordial para poderla aplicar con éxito es el entrenamiento que se tenga en la traducción del lenguaje cotidiano al lenguaje algebraico. Es conveniente ponerse de acuerdo en cuanto a convenciones generales de redacción para no crear ambigüedades.

Ejemplo:

Dos velas de la misma longitud se encienden al mismo tiempo. La primera se consume en 4 horas, y la segunda, en 3. ¿Cuánto tiempo pasa, después de haberse encendido, hasta que la primera vela tenga el doble de longitud que la segunda?

Solución:

- La primera vela se consume en su cuarta parte cada hora.

- La segunda se consume en su tercera parte cada hora.

Tiene que verificarse; por tanto:

$$L - (1/4)Lx = 2 [L - (1/3)Lx]; \text{ simplificando:}$$

$$1 - (1/4)x = 2 - (2/3)x; \text{ de donde } x = 2,4 \text{ horas}$$

- Es decir, pasan 2 horas 24 minutos.

Establece submetas

Muchas veces, para llegar a la solución de un problema, se deben resolver problemas más pequeños. Es como escalar una gran montaña: se sabe que se debe llegar a alturas menores para conquistar la cima. De igual manera, para resolver un problema original, se necesita de un problema auxiliar que sirva de medio.

Ejemplo:

Supongamos que la población actual del Perú es de 22 millones de habitantes y se sabe que la tasa de crecimiento es de un 5 % anual. ¿En cuánto tiempo se duplicará la población?



©Shutterstock

Solución:

- La primera meta es hallar una fórmula que modele el comportamiento de la población, y solo después de formada se igualará a 44 millones. Si bien, aquí la incógnita es el tiempo, se busca en su lugar la relación entre el tiempo y el número de habitantes.

Utiliza el ensayo y error

Tantear es una estrategia muy útil cuando se hace de forma organizada y evaluando cada vez los ensayos que se realizan. En realidad, algunos métodos específicos de solución, como el de regulación o el de aproximaciones sucesivas, se basan en el uso sistemático de numerosos ensayos y sus respectivas correcciones. La idea es que cada rectificación conduzca a un ensayo que se acerque más a la respuesta.

Ejemplo:

Un libro se abre al azar. El producto de las dos páginas observadas en ese momento es 3192. ¿Cuál es el número de las páginas en las que se abrió el libro?



©Shutterstock

Solución:

- Primero se observa que $50 \times 50 = 2500$, número que no llega; y que $60 \times 60 = 3600$, el cual se pasa. Con esto observamos que los números están en el rango entre 50 y 60.
- 55×56 no puede ser, pues el producto termina en 0. Se quiere que termine en 2 y que los números sean consecutivos.
- Al probar $53 \times 54 = 2862$, el resultado no corresponde.
- Pero, al hacer la prueba con $56 \times 57 = 3192$, se observa que cumple con el resultado que plantea el problema.
- Entonces, las páginas que se observaron fueron la 56 y la 57.

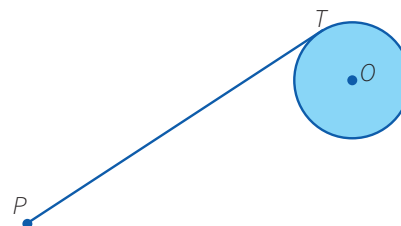
Supón el problema resuelto

Ejemplo:

Usando solo regla y compás construye una tangente a una circunferencia dada, desde un punto exterior a ella.

Solución:

Para resolver este problema, se supone que se debe hallar la tangente a una circunferencia, trazada desde un punto exterior a ella.



- El punto T es de tangencia. Entonces, ¿qué relación existe entre la tangente y algún elemento de la circunferencia? ¿Hay algún teorema que los relacione?
- Existe un teorema que nos dice que el radio es perpendicular a la tangente en el punto de tangencia.
- Por tanto, si unimos O con T , tendremos que OT es perpendicular a PT .
- Además, como tenemos tres puntos involucrados, P , T y O , es posible hacer un triángulo uniendo el punto P con el punto O . Se observa que el triángulo es rectángulo.

Ficha 1

Organizamos información estadística

COMPETENCIA	CAPACIDADES	DESEMPEÑOS
Resuelve problemas de gestión de datos e incertidumbre	Representa datos con gráficos y medidas estadísticas o probabilísticas.	Representa las características de una población en estudio y expresa el comportamiento de los datos a través de gráficos de barras, gráficos circulares y medidas de tendencia central.
	Comunica su comprensión de los conceptos estadísticos y probabilísticos.	Lee tablas y gráficos de barras o circulares, así como diversos textos que contengan valores de medida de tendencia central, para comparar e interpretar la información que contienen. A partir de ello, produce nueva información.



Aprendemos

Martín, tutor de un aula de primer grado de secundaria, desea saber cuántos hermanos tienen sus estudiantes. Con este fin, Martín aprovecha una reunión de padres de familia para preguntar a las madres cuántos hijos tiene cada una de ellas. Estas fueron sus respuestas: 2, 3, 2, 2, 1, 2, 6, 4, 3, 2, 1, 2, 5, 3, 1, 1, 2, 4, 2, 1. Para tener una mejor perspectiva de la situación, Martín decide organizar los datos en una tabla.



Fuente: <https://goo.gl/Le2htd>

Responde:

1. Ayuda a Martín a organizar los datos en una tabla.
2. ¿Cuántas de las madres encuestadas tienen 1 o 2 hijos?
3. ¿Qué porcentaje de las madres encuestadas tiene 3 o más hijos?

Comprendemos el problema

1. ¿Qué nos solicita el problema?

2. ¿Cuáles son los datos?

Diseñamos o seleccionamos una estrategia o plan

1. Una tabla de frecuencias es una forma de organizar los datos para la situación. Explica por qué.

Ejecutamos la estrategia o plan

1. Desarrolla la estrategia sugerida siguiendo las pautas que se indican:

Completa con palotes la columna “conteo” y luego anota su respectiva frecuencia absoluta:

Cantidad de hijos	Conteo	Frecuencia absoluta (f_i)	Frecuencia relativa ($h_i\%$)
1			
2			
3			
4			
5			
6			
Total			

Calcula la frecuencia relativa porcentual para cada cantidad de hijos y luego anótala en la tabla:

$h_1\% = \frac{\quad}{\quad} \times 100\% =$
$h_2\% = \frac{\quad}{\quad} \times 100\% =$
$h_3\% = \frac{\quad}{\quad} \times 100\% =$
$h_4\% = \frac{\quad}{\quad} \times 100\% =$
$h_5\% = \frac{\quad}{\quad} \times 100\% =$
$h_6\% = \frac{\quad}{\quad} \times 100\% =$

2. Escribe el significado de f_1 y el de f_2 .

3. Representa la incógnita de la pregunta 2 de la situación inicial en función de f_1 y calcula su valor.

4. Responde la pregunta 2 de la situación inicial.

5. Representa la incógnita de la pregunta 3 de la situación inicial en función de h_i % y calcula su valor.

6. Responde la pregunta 3 de la situación inicial.

Reflexionamos sobre el desarrollo

1. ¿Podrían responderse las preguntas 2 y 3 de la situación inicial sin necesidad de hacer la tabla?

2. ¿Qué ventaja representa elaborar una tabla de frecuencias?



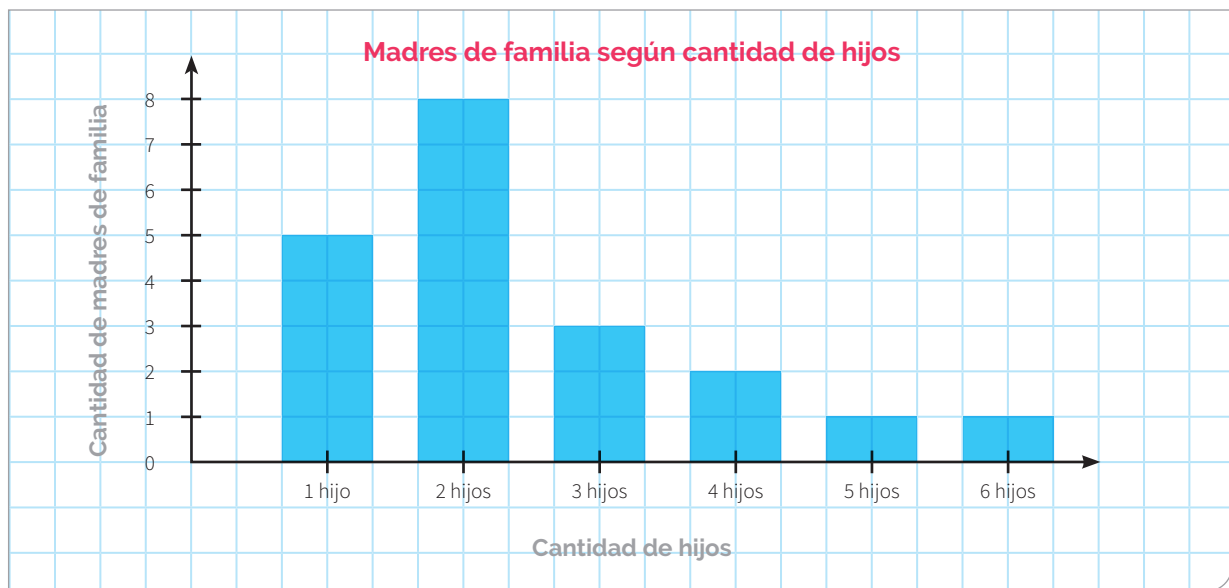
Analizamos

Situación A

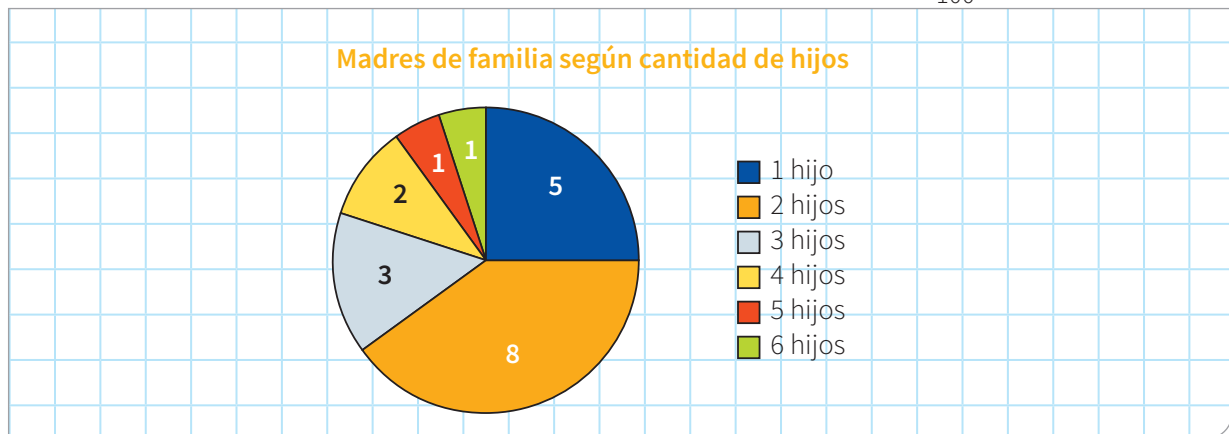
Representa la información brindada en la situación de la sección **Aprendemos** mediante un gráfico de barras y, además, mediante un gráfico circular.

Resolución

Elaboramos el gráfico de barras:



Elaboramos el gráfico circular, a partir de las frecuencias relativas porcentuales, para poder medir el ángulo de cada sector. Por ejemplo, las madres con 2 hijos son un 40% del total; luego, su sector tendrá un ángulo $\frac{40}{100} \times 360^\circ = 144^\circ$.



1. ¿Qué estrategia se utilizó para resolver la situación? Descríbela.

2. ¿Cuál de dichos gráficos resulta más conveniente para representar los datos? ¿Por qué?

Situación B

La siguiente tabla muestra el deporte favorito de 60 trabajadores de una compañía.

Deporte favorito	Cantidad de trabajadores	Porcentaje
Fútbol	25	
Básquet		
Natación		10 %
Tenis	12	
Total	60	100 %

- ¿Cuántos trabajadores indicaron que el básquet es su deporte favorito?
- ¿Qué porcentaje de los trabajadores no señaló al fútbol como su deporte favorito?

Resolución

Asignamos una incógnita a cada casilla incompleta:

Deporte favorito	Cantidad de trabajadores	Porcentaje
Fútbol	25	
Básquet		
Natación		10 %
Tenis	12	
Total	60	100 %

- es el porcentaje que representan 25 de los 60 trabajadores: $a = \frac{25}{60} \times 100\% = 41,7\%$
- son los trabajadores que representan el 10 % del total: $d = \frac{10}{100} \times 60 = 6$
- son los trabajadores que faltan para completar el total: $b = 60 - (25 + 6 + 12) = 17$

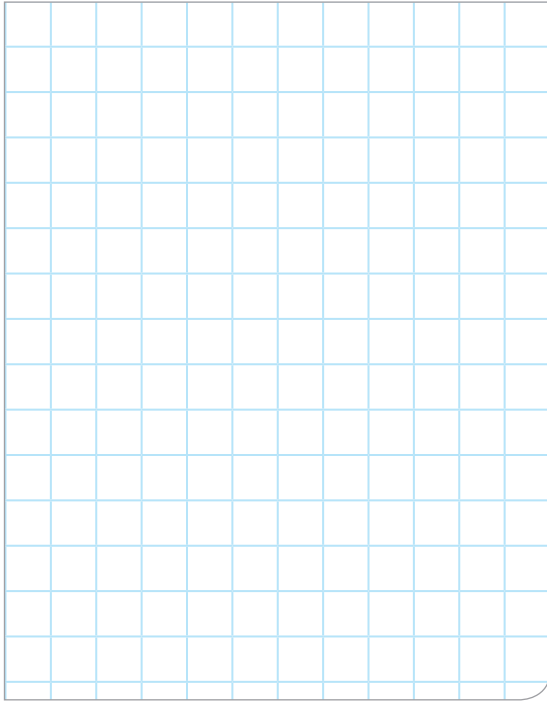
Respuesta i:

17 trabajadores prefieren el básquet.

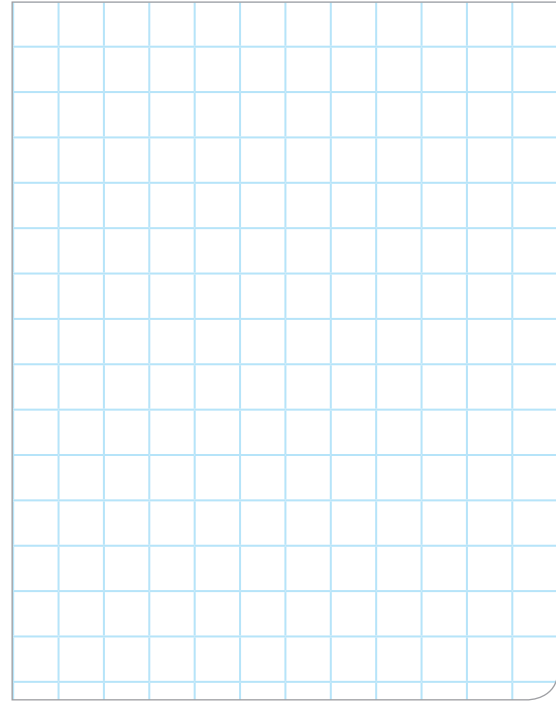
Respuesta ii:

$100\% - 41,7\% = 58,3\%$ no prefieren el fútbol.

1. Describe la estrategia empleada para resolver el problema.

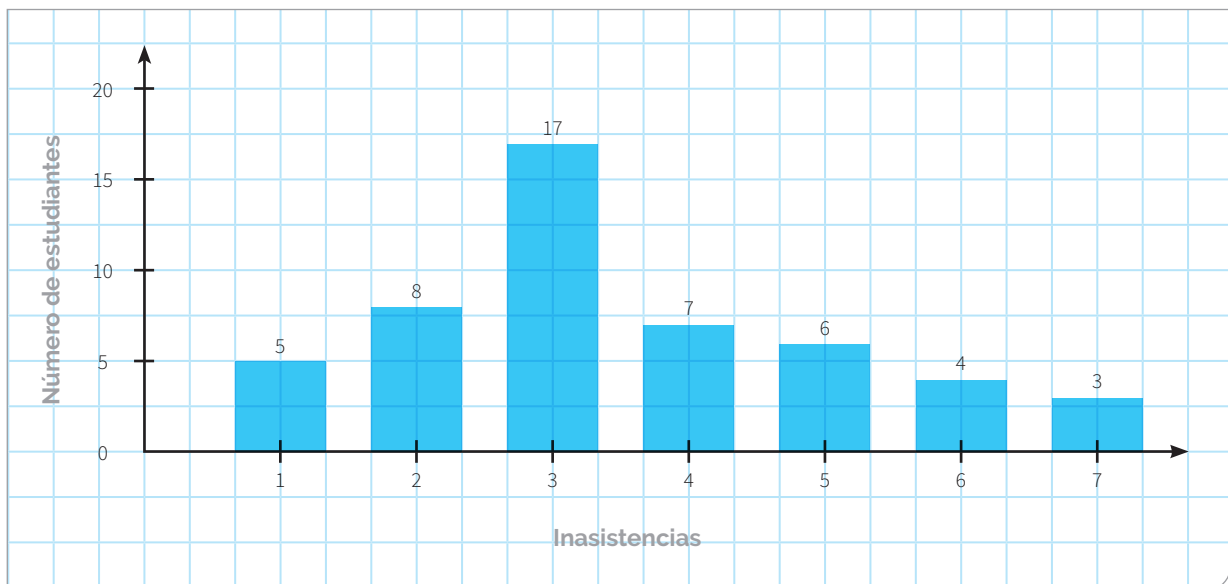


2. ¿Fue necesario completar toda la tabla? ¿De qué depende esto en general?



Situación C

El siguiente diagrama muestra el número de inasistencias de un grupo de 50 estudiantes durante el año escolar. ¿Cuántos estudiantes tuvieron no más de 5 inasistencias?



Resolución

(Encuentra el error)

Lo que el problema nos solicita es, en otras palabras, hallar la cantidad de estudiantes que tuvieron 1, 2, 3 o 4 inasistencias.

Del gráfico podemos leer que:

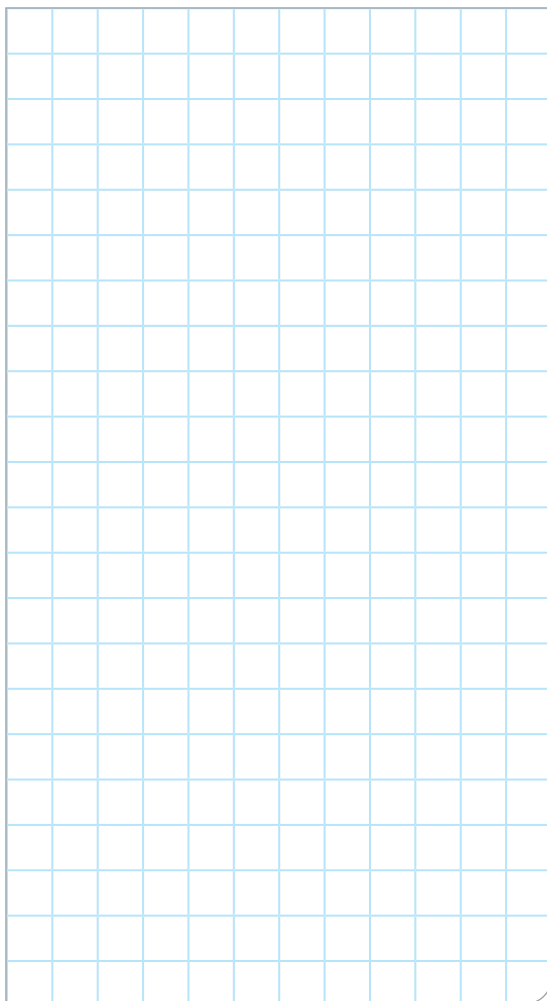
- Estudiantes con 1 inasistencia: 5
- Estudiantes con 2 inasistencias: 8
- Estudiantes con 3 inasistencias: 17
- Estudiantes con 4 inasistencias: 7

Luego, son en total: $5 + 8 + 17 + 7 = 37$ estudiantes.

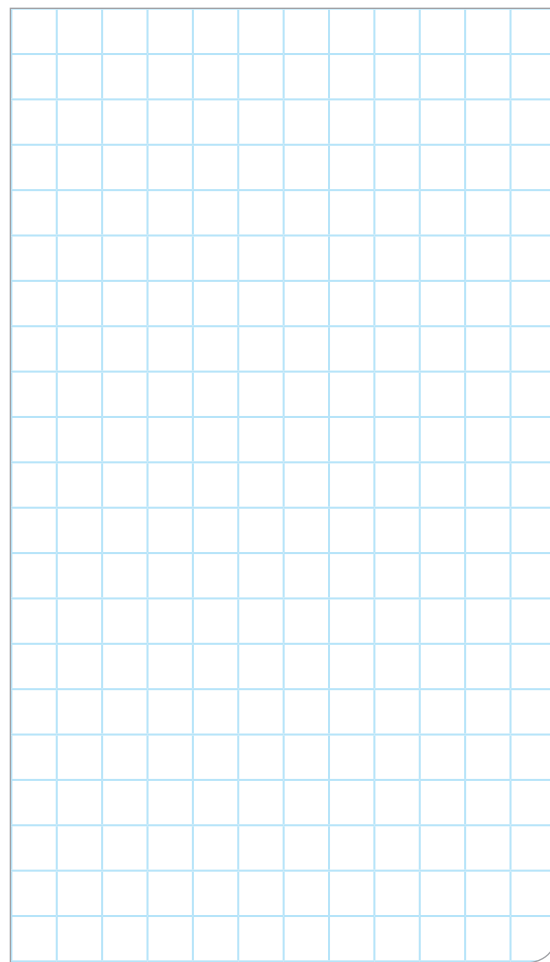
Respuesta:

37 estudiantes no llegaron a tener 5 inasistencias.

1. ¿Puedes verificar el razonamiento?



2. En caso de que el razonamiento sea errado, ¿cuál sería el resultado correcto?





Practicamos

1. Rosario ha organizado en la siguiente tabla de frecuencias el color favorito de los 30 estudiantes de su aula. ¿Cuántos prefieren el verde?

- a) 7
- b) 6
- c) 5
- d) 4

Color	f_i
Rojo	8
Verde	
Azul	6
Amarillo	5
Naranja	4
Violeta	3

2. De la pregunta anterior, ¿cuál es el color preferido de los estudiantes del aula de Rosario?

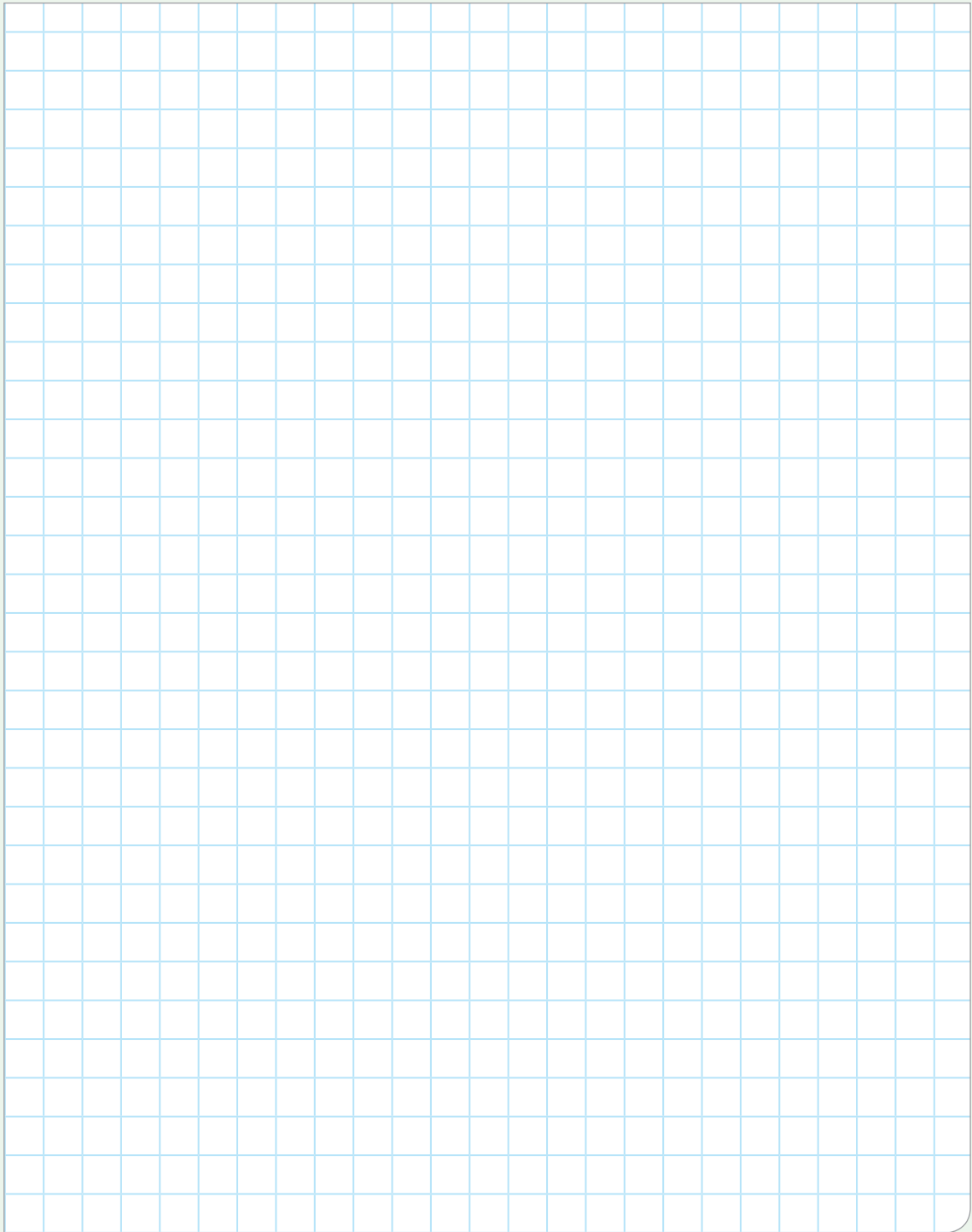
- a) Rojo
- b) Verde
- c) Azul
- d) Amarillo

3. De la pregunta 1, ¿cuál es el porcentaje de los estudiantes que prefieren el color azul?

- a) 10 %
- b) 16 %
- c) 20 %
- d) 30 %

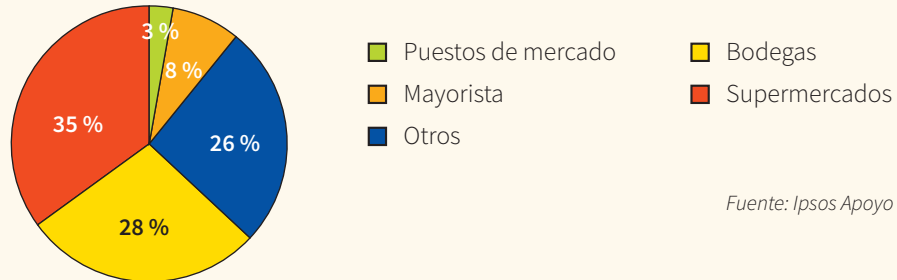


4. Con los datos de la pregunta 1, elabora el gráfico más conveniente para representar la información.



En una encuesta a personas residentes en Lima, se obtuvo la siguiente información sobre el lugar donde compran frecuentemente mermelada.

Lugar de compras más frecuente



Fuente: Ipsos Apoyo

De acuerdo con esta información, responde las preguntas 5, 6 y 7.

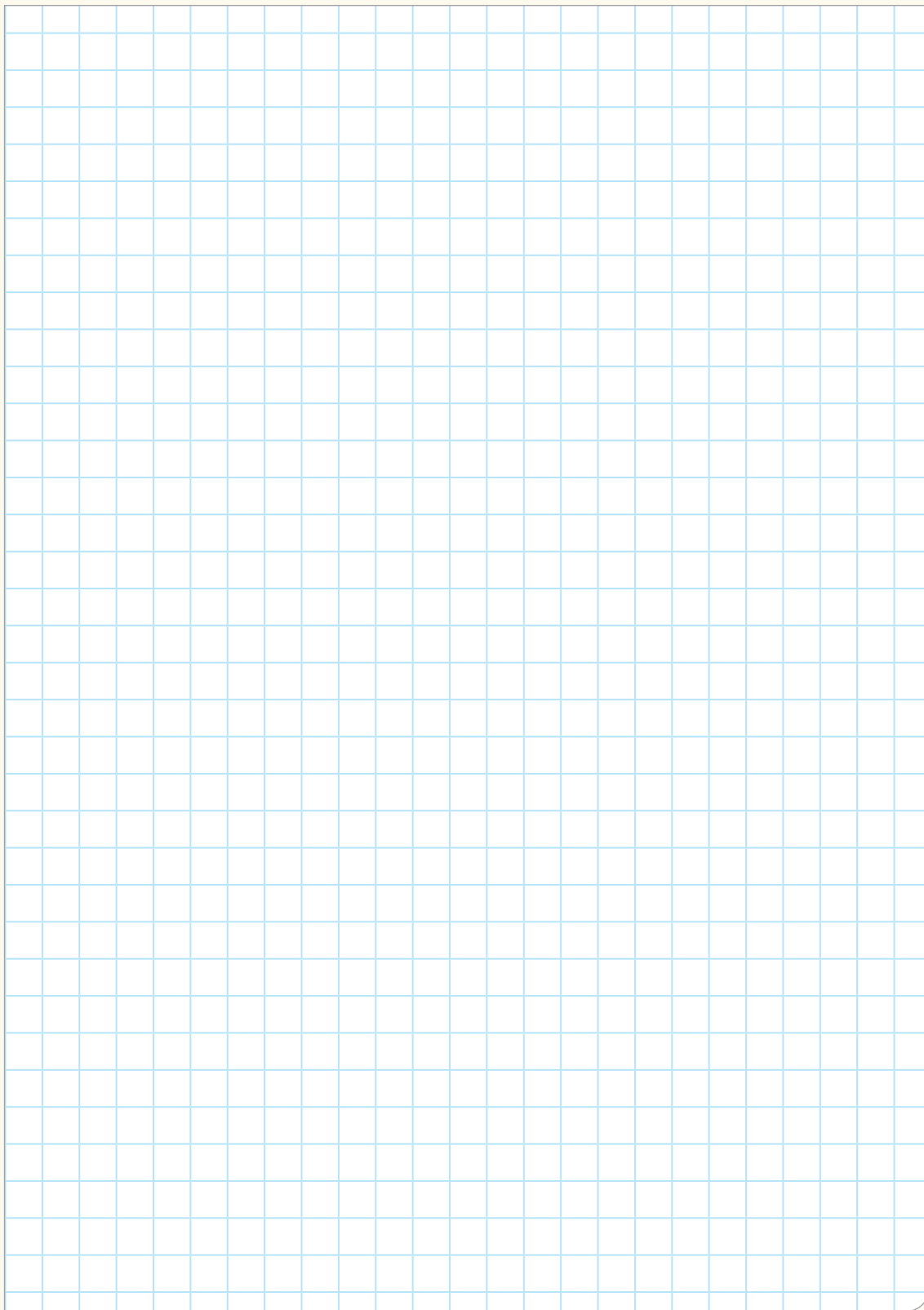
5. Si fueron 250 encuestados, ¿cuántos manifestaron que compran mermelada en las bodegas?

- a) 88 b) 70 c) 65 d) 35

6. ¿Qué ángulo central le corresponde al sector que representa a los encuestados que manifestaron comprar mermelada en supermercados?

- a) 126° b) 133° c) 140° d) 147°

7. Elabora el gráfico de barras que corresponde al gráfico circular.



El profesor de Matemática de primer grado A calcula las calificaciones finales de sus estudiantes y las registra en la siguiente tabla.

Sección	Calificación
A	12, 11, 15, 16, 11, 13, 09, 08, 12, 17, 19, 12, 10, 12, 15, 17, 11, 13, 16, 16

Utiliza esta información para responder las preguntas 8 y 9.

8. ¿Cuál de las siguientes tablas corresponde a los datos mostrados?

a)

Calificaciones	f_i
De 0 a 5	0
De 6 a 10	3
De 11 a 15	11
De 16 a 20	6

b)

Calificaciones	f_i
De 0 a 5	1
De 6 a 10	3
De 11 a 15	10
De 16 a 20	6

c)

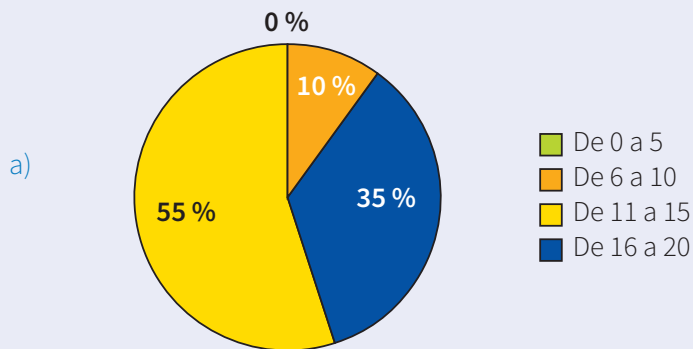
Calificaciones	f_i
De 0 a 5	0
De 6 a 10	3
De 11 a 15	10
De 16 a 20	7

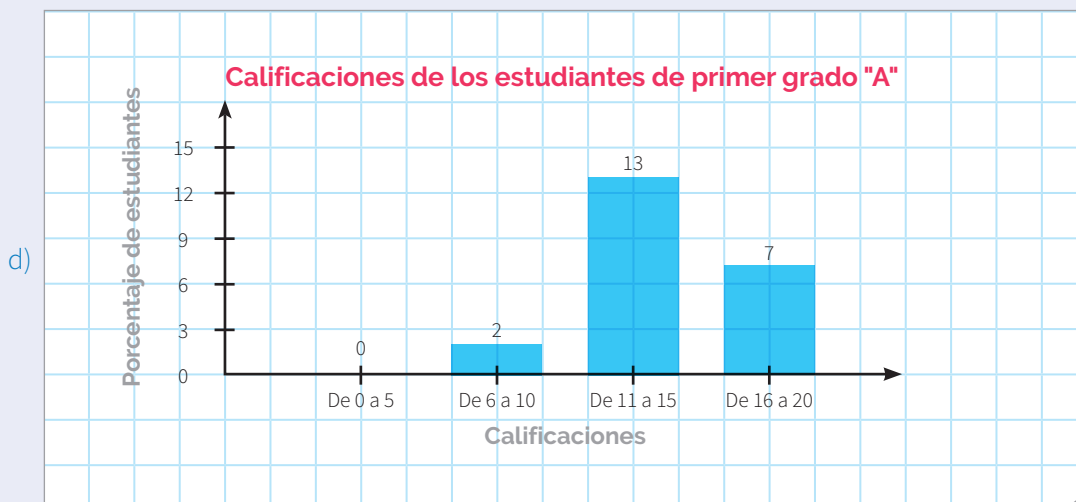
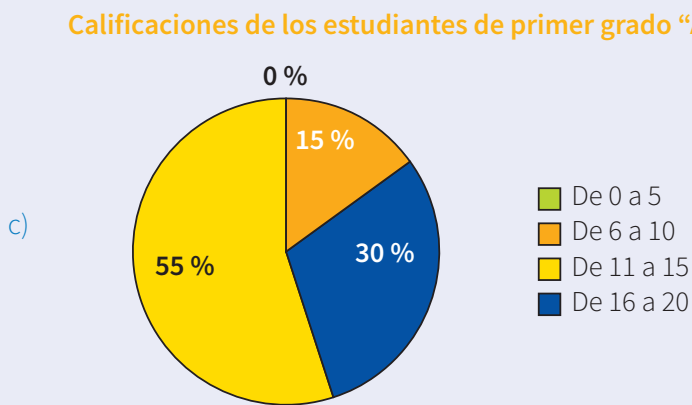
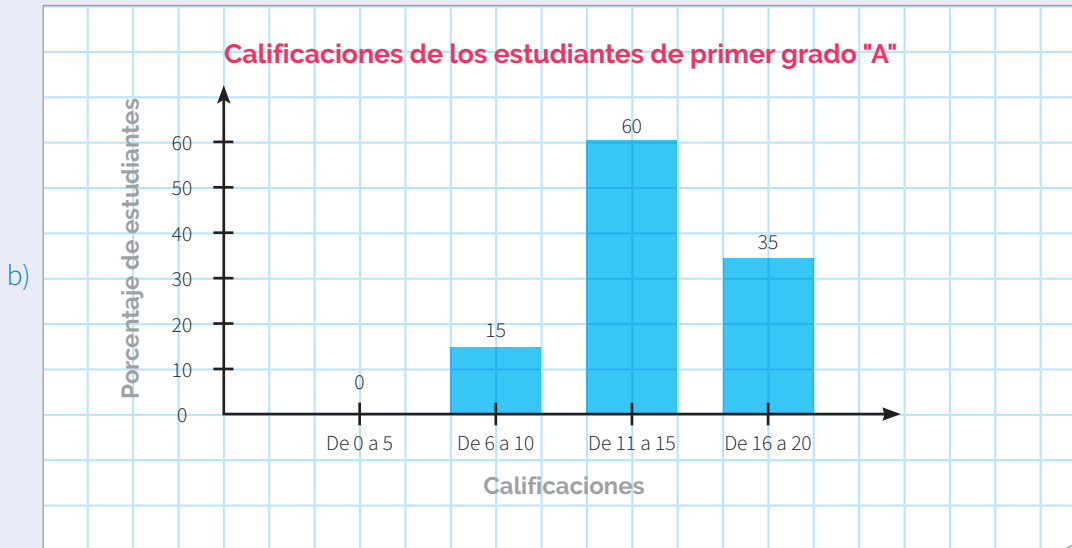
d)

Calificaciones	f_i
De 0 a 5	0
De 6 a 10	2
De 11 a 15	11
De 16 a 20	7

9. ¿Cuál es el gráfico que corresponde a la información presentada?

Calificaciones de los estudiantes de primer grado "A"





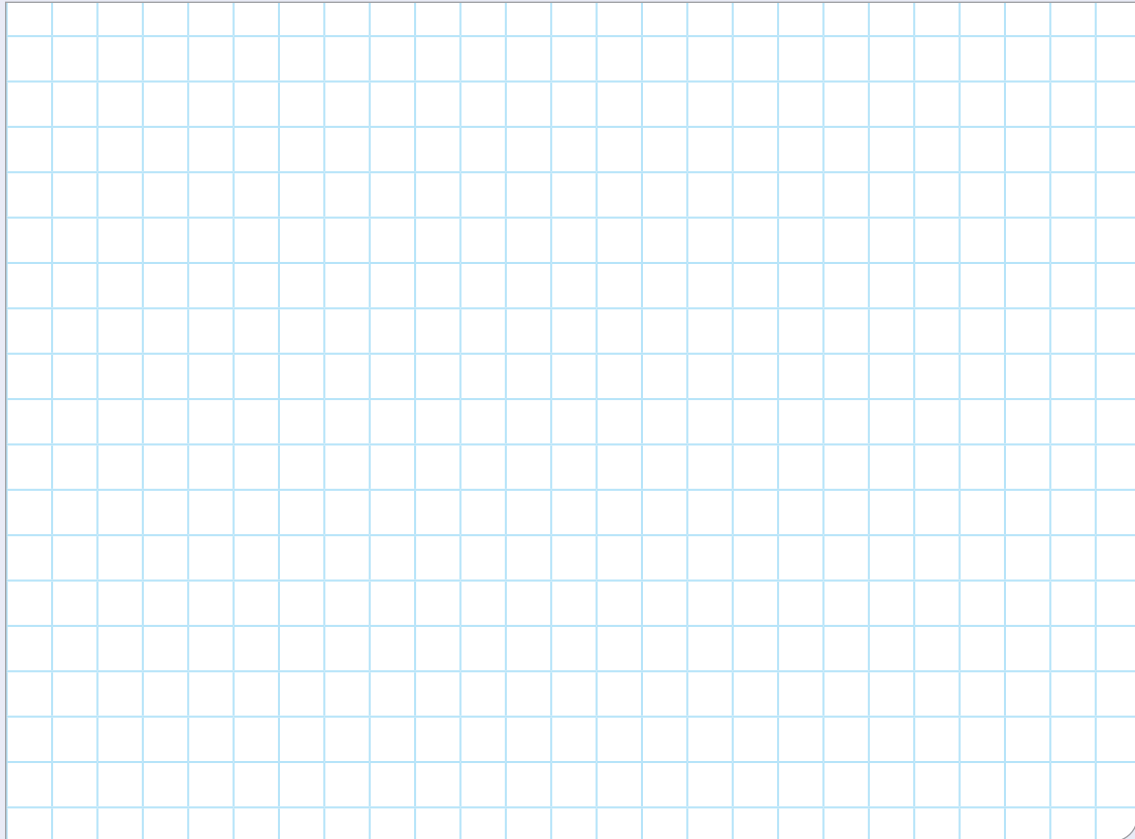
10. Se aplica un test de agilidad mental a un grupo de estudiantes de sociología. Estas son las puntuaciones obtenidas sobre un máximo de 80.

50	23	45	36	56	34	56	67	45	20
34	23	45	23	67	54	21	34	43	79
12	78	36	49	53	27	66	31	45	15
22	33	44	48	53	57	77	31	23	75
47	52	33	37	64	21	40	51	69	60

Los resultados se clasifican según la siguiente escala:

- De 0 a 20 : Bajo
- De 21 a 40: Regular
- De 41 a 60: Bueno
- De 61 a 80: Notable

¿Qué porcentaje de los estudiantes alcanzó el rango de notable?



Ficha 2

Seleccionamos la delegación de deportistas en la disciplina de natación

COMPETENCIA	CAPACIDADES	DESEMPEÑOS
Resuelve problemas de gestión de datos e incertidumbre	Comunica su comprensión de los conceptos estadísticos y probabilísticos.	Expresa con diversas representaciones y lenguaje matemático su comprensión sobre la media, la mediana y la moda para datos no agrupados.
	Usa estrategias y procedimientos para recopilar y procesar datos.	Selecciona y emplea procedimientos para determinar la mediana y la moda de datos discretos. Revisa sus procedimientos y resultados.



Aprendemos

La entrenadora de natación debe seleccionar a sus dos mejores deportistas, quienes representarán a la institución educativa en los Juegos Deportivos Escolares 2018, categoría damas. Para ello, registra el tiempo que realiza cada una de las cuatro deportistas que tiene a su cargo en 6 pruebas de 50 metros libres.



Fuente: <https://goo.gl/shjgVM>

Deportista	Tiempo en segundos					
Sandra	44	31	46	35	37	43
Gabriela	33	32	33	31	32	32
Sofía	32	37	32	35	32	32
Sheyla	32	33	32	32	32	33

La entrenadora, a partir de los resultados, elige a Gabriela como la mejor deportista, pero aún no se decide por la segunda mejor.

Responde:

- ¿Qué medida de tendencia central ayudaría a la entrenadora a elegir a la segunda mejor deportista? ¿por qué?



Comprendemos el problema

1. ¿Qué debes averiguar?

2. ¿Cuáles son las medidas de tendencia central y cómo se calculan?

Diseñamos o seleccionamos una estrategia o plan

1. Una tabla es una forma de organizar los datos para la situación. Explica por qué esto es así.

Ejecutamos la estrategia o plan

- Desarrolla la estrategia elegida siguiendo estas pautas:

Calcula la moda de los tiempos de las 3 candidatas:

Mo (Sandra) =
Mo (Sofía) =
Mo (Sheyla) =

Ordena de menor a mayor los tiempos de cada una:

Sandra:
Sofía:
Sheyla:

Calcula la mediana de las 3 candidatas:

Me (Sandra) =
Me (Sofía) =
Me (Sheyla) =

Calcula la media de los tiempos de cada una:

\bar{X} (Sandra) =
\bar{X} (Sofía) =
\bar{X} (Sheyla) =

- Anota en la tabla los resultados encontrados.

	Sandra	Sofía	Sheyla
Media			
Mediana			
Moda			

- Elige a la segunda mejor deportista.

--

- Fundamenta tu decisión.

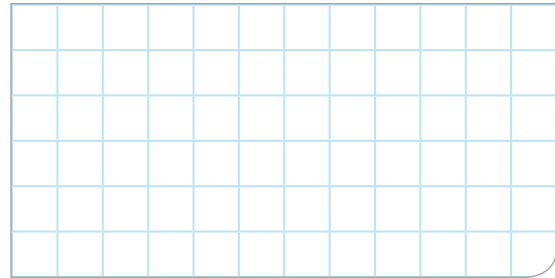
--

Reflexionamos sobre el desarrollo

1. ¿Tu elección de la segunda mejor deportista te parece razonable? ¿Hubieras hecho la misma elección a simple vista, sin hallar las medidas de tendencia central?



2. ¿La medida de tendencia central elegida es siempre la más conveniente? ¿En qué situación elegirías otra?

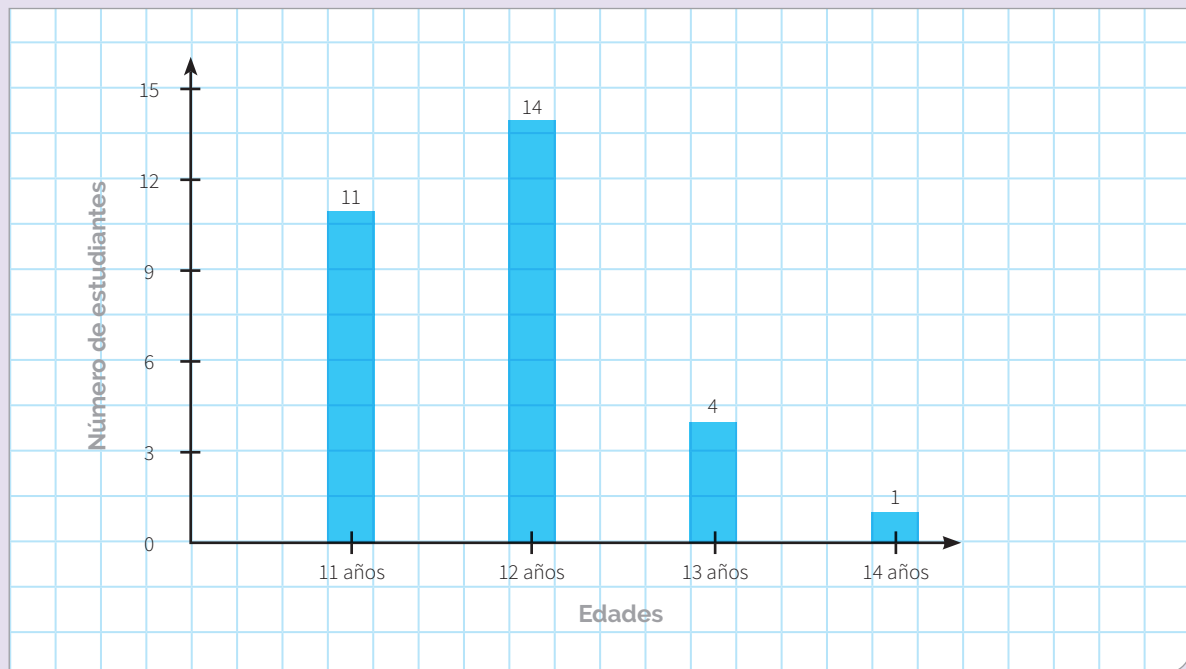


Analizamos

Situación A

Un docente desea averiguar la edad media de sus estudiantes de un aula de primer grado, para lo cual cuenta con un gráfico de barras.

Ayuda al docente a determinar dicha edad media.



Resolución

Por definición, la media de un conjunto de datos se calcula con la siguiente fórmula:

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n X_i}{n}$$

Del gráfico podemos observar que el número de estudiantes es: $n = 11 + 14 + 4 + 1 = 30$

Para sumar las edades, tenemos en cuenta, por ejemplo, que hay 11 niños de 11 años, así que su suma será 11 veces 11.

Luego, la suma de las edades de los 30 estudiantes es: $11 \times 11 + 14 \times 12 + 4 \times 13 + 1 \times 14 = 355$

Reemplazando en la fórmula:

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n X_i}{n} = \frac{355}{30} = 11,8333\dots$$

Respuesta:

La edad media de los estudiantes es 11,83 años.

1. ¿Qué estrategia se utilizó para resolver la situación? Descríbela.

2. En el aula solo hay 4 edades distintas: 11, 12, 13 y 14 años. ¿La media de estas 4 edades coincide con la media del salón? ¿Por qué?

Situación B

En una pequeña empresa, los sueldos de sus cinco empleados son: 1500, 1500, 1500, 1500 y 9000 soles.

¿Cuál es el sueldo representativo de los empleados de dicha empresa?



Fuente: <https://goo.gl/nwmSXU>

Resolución

Calculamos las medidas de tendencia central:

- La moda es el dato que más se repite: 1500 soles
- La mediana es el valor central, que para 5 datos se corresponde con el tercero: 1500 soles
- La media es el promedio simple:

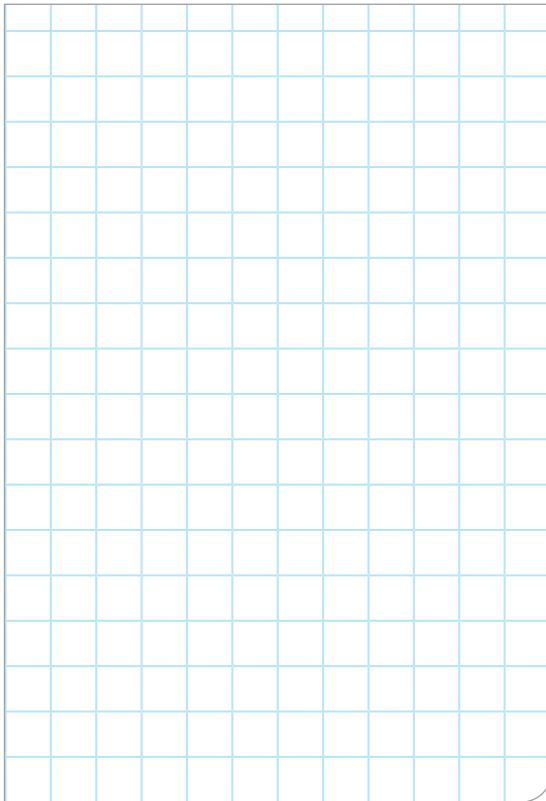
$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n X_i}{n} = \frac{1500 + 1500 + 1500 + 1500 + 9000}{5} = \frac{1500 \times 4 + 9000}{5} = 3000$$

La moda y la mediana arrojan el mismo resultado, mientras que la media resulta el doble del sueldo de la mayoría, por lo que no resulta muy representativa.

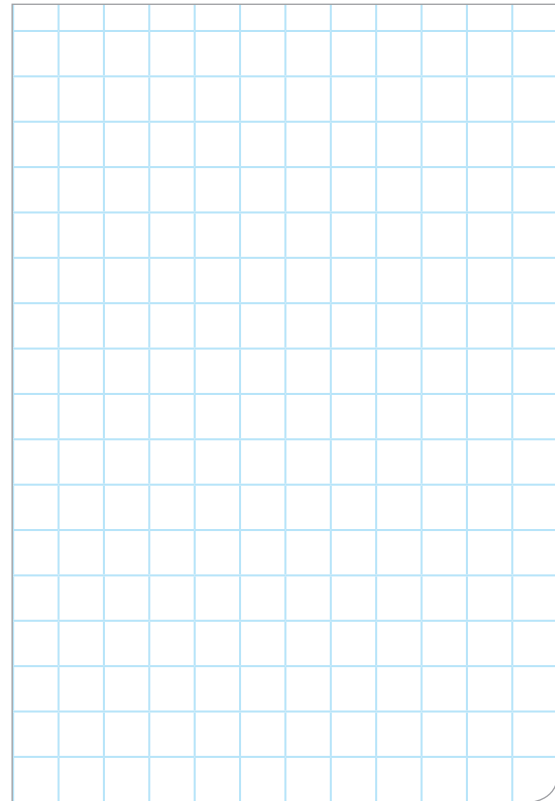
Respuesta:

El sueldo representativo de los empleados es 1500 soles.

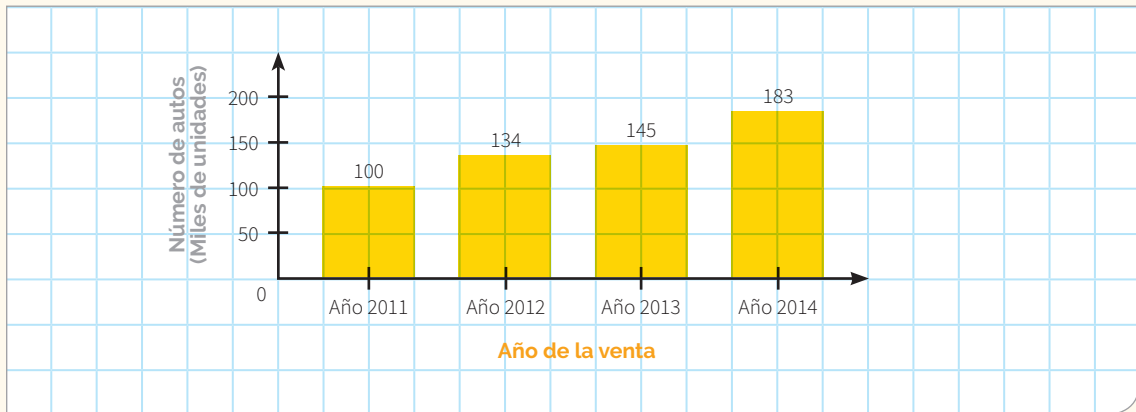
1. Describe la estrategia empleada para resolver el problema.



2. En general, ¿cuándo la media de un conjunto de datos no resulta muy representativa?



5. El siguiente gráfico muestra la venta de autos en el Perú de 2011 a 2014. ¿Cuál es la media de autos vendidos en dicho periodo?



- a) 140 000 b) 140 500 c) 183 000 d) 1 405 000

6. Las notas de Matemática de Carlos, en lo que va del bimestre, son: 07, 12, 15, 16, 14, 10 y 15. ¿Cuánto debe sacar en la octava y última nota del bimestre para que su promedio sea 13?

- a) 18 b) 17
c) 16 d) 15



Fuente: <https://goo.gl/1r35fG>

7. Un estudiante de primer grado tiene las siguientes calificaciones: 12, 15, 14, 10, 15, 14, 13, 12, 11, 15, 13. Relaciona las medidas de tendencia central con su valor correspondiente y responde cuál de estas medidas le conviene más al estudiante que se elija como su nota final, y por qué.

Me

13,09

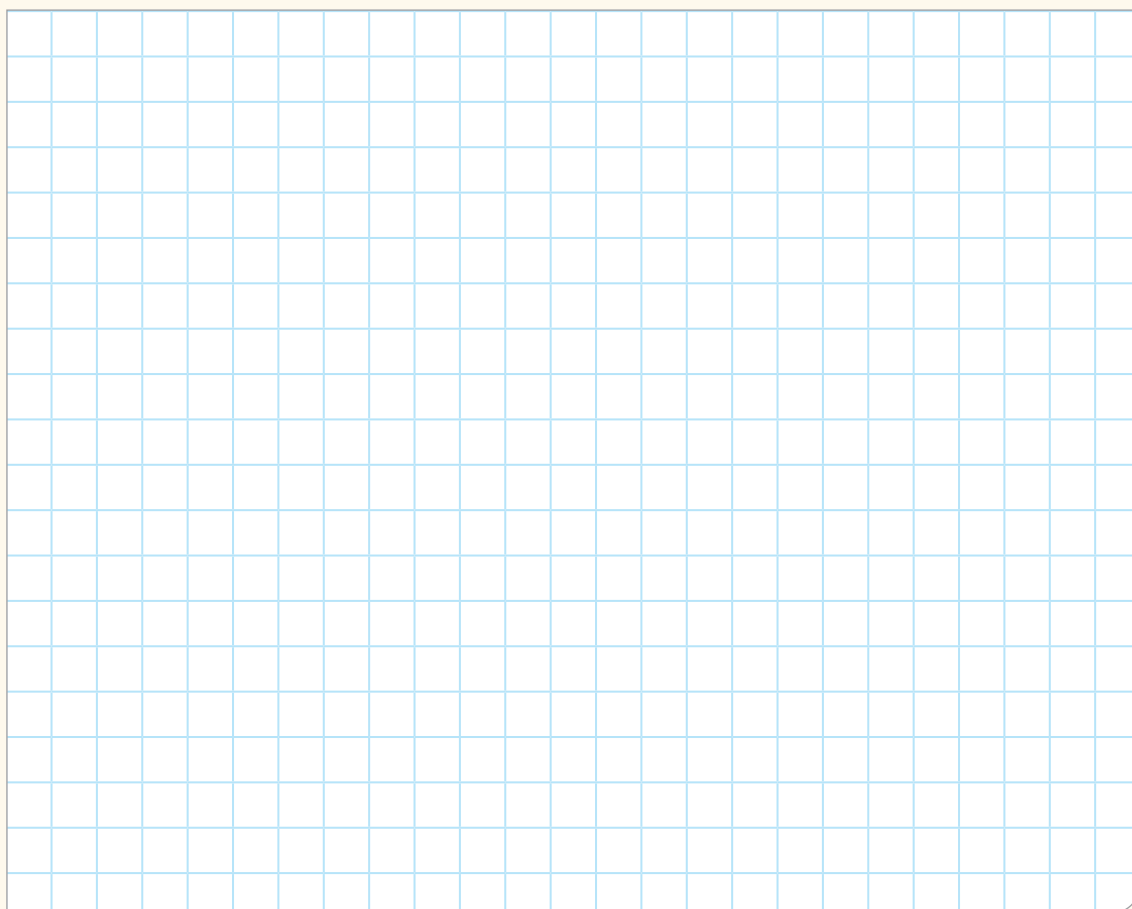
Mo

14

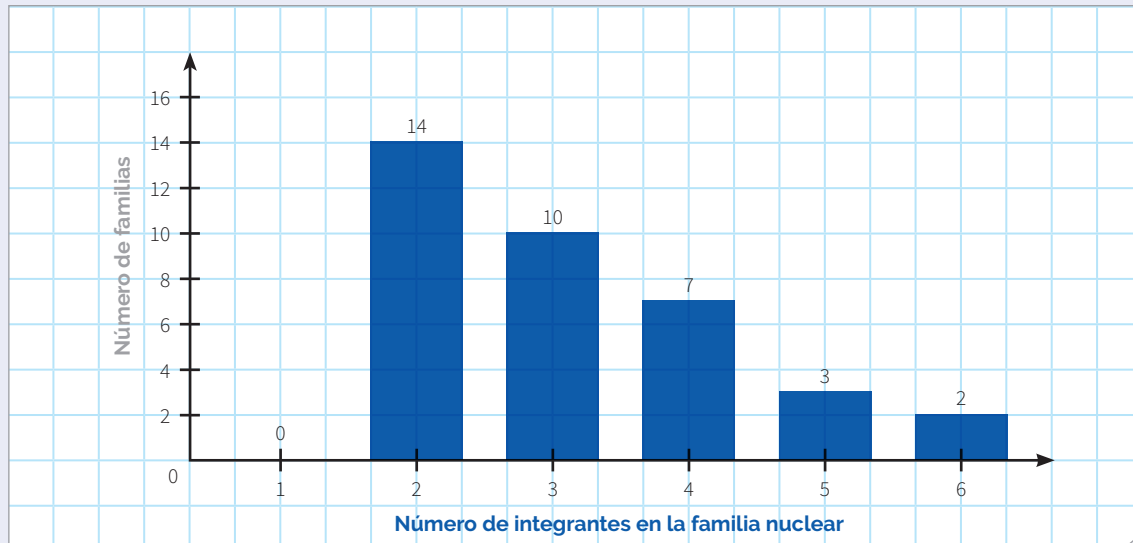
\bar{x}

13

15



8. A partir del siguiente gráfico, determina el número de integrantes promedio de la familia nuclear peruana.



- a) 2,86 b) 3,14 c) 3,42 d) 4,00

9. El gerente de una empresa de confecciones de ropa deportiva toma una muestra de 5 sueldos de sus trabajadores y afirma que la mediana es de S/1100, que la moda es de S/1800 y que la media es de S/1300. Si uno de dichos trabajadores gana S/1000, ¿cuál es el menor sueldo que recibe uno de ellos?

- a) S/800 b) S/850 c) S/900 d) S/950

10. El siguiente cuadro presenta a los países que más medallas de oro ganaron en las últimas cinco olimpiadas.

Países	Sidney 2000	Atenas 2004	Pekín 2008	Londres 2012	Río 2016
Estados Unidos	36	36	36	46	46
China	28	32	51	38	26
Reino Unido	11	9	19	29	27
Rusia	32	27	23	24	19

Completa el siguiente cuadro con las medidas de tendencia central y, a partir de este, pronostica cuál es el país favorito para ganar las próximas olimpiadas.

Medidas de tendencia central	Estados Unidos	China	Reino Unido	Rusia
Media				
Mediana				
Moda				

A large grid consisting of 20 columns and 20 rows, intended for students to perform calculations of central tendency measures and make predictions based on the data provided in the tables above.

Ficha 3

Proporcionalidad en el jardín

COMPETENCIA	CAPACIDADES	DESEMPEÑOS
Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio	Traduce datos y condiciones a expresiones algebraicas y gráficas.	Establece relaciones entre datos, valores desconocidos o relaciones de equivalencia o variación entre dos magnitudes, y transforma esas relaciones en ecuaciones lineales y proporcionalidad directa.
	Usa estrategias y procedimientos para encontrar equivalencias y reglas generales.	Selecciona y emplea estrategias heurísticas y procedimientos pertinentes a las condiciones del problema para solucionar ecuaciones y determinar valores que cumplen una relación de proporcionalidad directa.



Aprendemos

Doña Fiorella contrata a un jardinero para que le dé mantenimiento a su jardín, el cual tiene forma cuadrada y mide 3 metros de lado. Alberto, el jardinero, le va a cobrar S/120 por el trabajo. Una vez que Alberto termina su labor, doña Fiorella le pregunta si también puede atender el jardín de su madre, el cual tiene la misma forma pero del doble de lado. Alberto acepta y Fiorella le cancela lo de su jardín; adicionalmente, le da el doble por el jardín de su madre, pero Alberto le dice que ese pago no es suficiente.



Fuente: <https://goo.gl/xDHmbm>

Responde:

1. ¿Cuánto debería cobrar Alberto por el jardín de la madre de doña Fiorella?
2. Si otro jardín cuadrado tuviera el triple de lado, ¿cuál sería el monto a cobrar?



Comprendemos el problema

1. ¿Qué nos piden averiguar? ¿Cuáles son los datos?

2. ¿Por qué Alberto no estaría de acuerdo con el pago propuesto por doña Fiorella?

Diseñamos o seleccionamos una estrategia o plan

1. Un dibujo es una forma de organizar los datos para la situación. Explica por qué esto es así.

Ejecutamos la estrategia o plan

1. Desarrolla la estrategia propuesta:

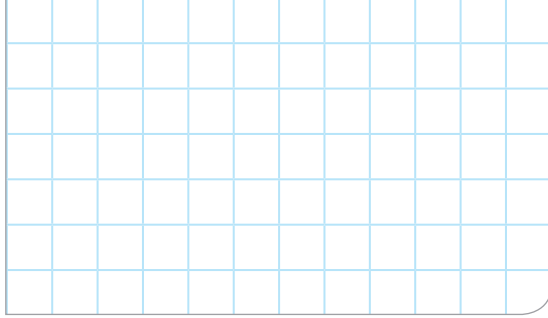
2. Responde la pregunta 1 de la situación inicial:

3. Desarrolla la estrategia para la pregunta 2 de la situación inicial:

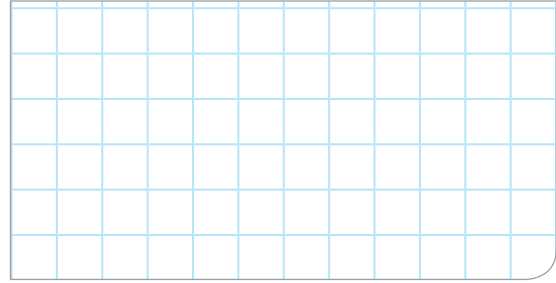
4. Responde la pregunta 2 de la situación inicial:

Reflexionamos sobre el desarrollo

1. ¿Podrías resolver la situación de otra manera?



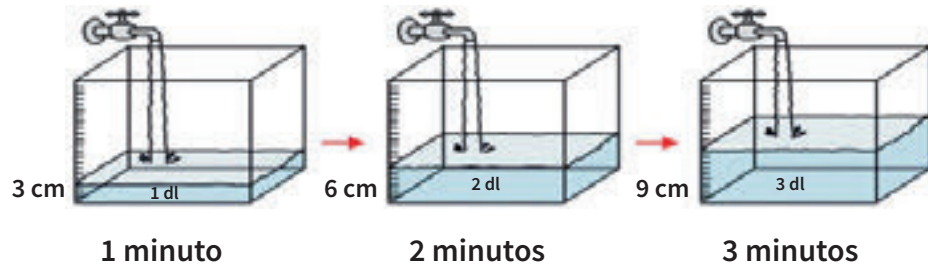
2. Generaliza una expresión para el precio que debe cobrar Alberto por un cuadrado de lado x .



Analizamos

Situación A

Los depósitos de agua que se muestran tienen una altura de 21 cm. ¿En cuánto tiempo, desde que el caño se abrió, el agua alcanzará su máximo nivel?



Resolución

Podemos apreciar que el nivel de agua parece subir a un ritmo constante. Para comprobarlo, calculamos el cociente de la altura alcanzada y el tiempo invertido:

$$\frac{\text{Altura (cm)}}{\text{Tiempo (min)}} = \frac{3}{1} = \frac{6}{2} = \frac{9}{3} = 3$$

Como todos los cocientes resultaron iguales, podemos deducir que la altura es directamente proporcional al tiempo. Si llamamos x al tiempo en que el agua alcanza los 21 cm, podemos plantear:

$$\frac{21}{x} = 3 \rightarrow x = \frac{21}{3}$$
$$\therefore x = 7$$

Respuesta:

El agua alcanzará su máximo nivel a los 7 minutos.

1. ¿Qué estrategia se utilizó para resolver la situación? Descríbela.

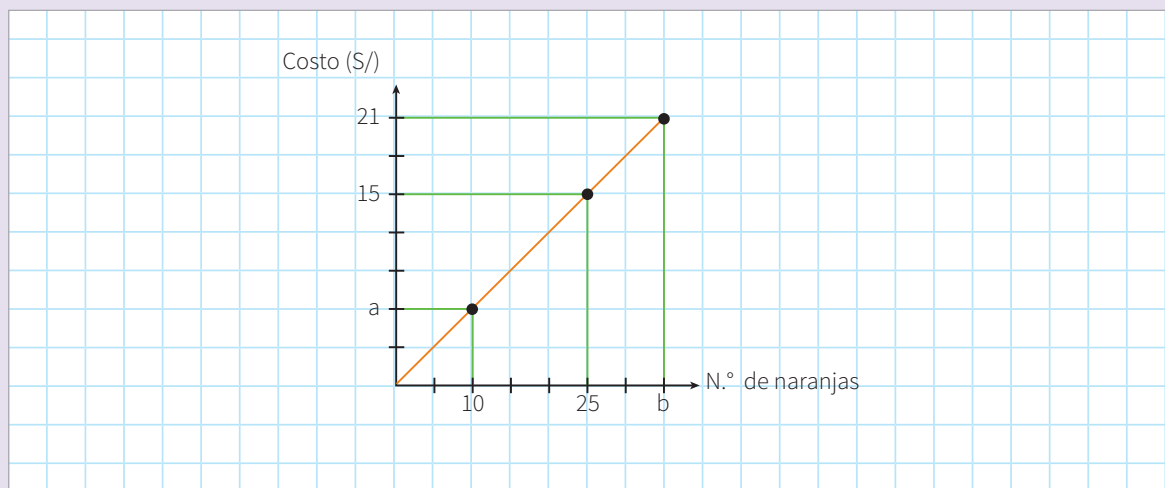
2. ¿Qué significado tiene la constante de proporcionalidad hallada?

Situación B

El gráfico muestra el costo de comprar cierto número de naranjas.

A partir de dicha información, calcula los valores correspondientes de a y b.

Además, averigua el precio de cada naranja.



Resolución

Ya que el gráfico es una línea recta que pasa por el origen de coordenadas, podemos identificar que las magnitudes costo y N.º de naranjas son directamente proporcionales.

Luego, el cociente de sus valores debe ser constante, por lo cual podemos plantear que:

$$\frac{\text{Costo (S/)}}{\text{N.º naranjas}} = \frac{a}{10} = \frac{15}{25} = \frac{21}{b} \rightarrow a = 6; b = 35$$

$$\frac{\text{Costo (S/)}}{\text{N.º naranjas}} = \frac{15}{25} = 0,6$$

Respuesta:

Los valores de a y b son 6 y 35, respectivamente.

Cada naranja vale S/0,60.

1. Describe la estrategia empleada para resolver el problema.

2. ¿Puedes verificar la respuesta?

Situación C

Aurora y Beatriz, dos alumnas de primero de secundaria, disputan la final de una competencia de atletismo. Tienen que correr 120 m planos y se repartirán un premio de S/99, proporcionalmente a la velocidad promedio que alcancen. Si Aurora llegó a la meta en 20 segundos y Beatriz llegó en 24 segundos, ¿cuánto del premio le corresponderá a cada una?

Resolución

(Encuentra el error)

Como el premio se reparte proporcionalmente, podemos plantear que:

$$\frac{\text{Premio de Aurora}}{\text{Premio de Beatriz}} = \frac{20}{24}; \text{ simplificando: } \frac{\text{Premio de Aurora}}{\text{Premio de Beatriz}} = \frac{5}{6}$$

$$\rightarrow \begin{cases} \text{Premio de Aurora} = 5x \\ \text{Premio de Beatriz} = 6x \end{cases}$$

Ya que el premio total es de S/99, planteamos que:

$$5x + 6x = 99 \rightarrow 11x = 99$$

$$x = 9$$

Reemplazando:

$$\begin{cases} \text{Premio de Aurora} = 5(9) = 45 \\ \text{Premio de Beatriz} = 6(9) = 54 \end{cases}$$

Respuesta:

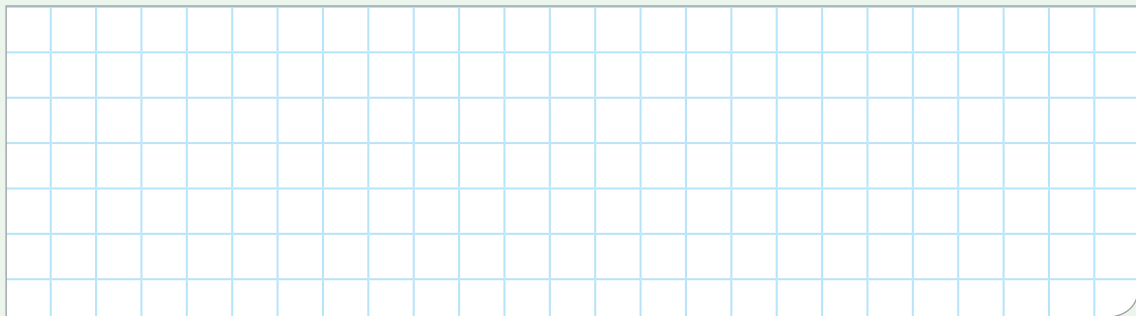
Aurora recibirá S/45 y Beatriz recibirá S/54.

1. ¿Puedes verificar el razonamiento?

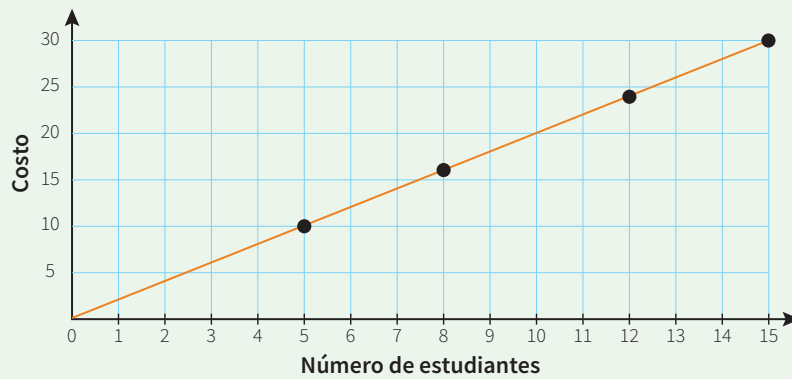
2. En caso de que el razonamiento sea errado, ¿cuál sería el resultado correcto?

3. Un poste produce una sombra de 4,5 metros en el piso. Si en el mismo instante una varilla vertical de 49 cm genera una sombra de 63 cm, ¿cuál es la altura del poste?

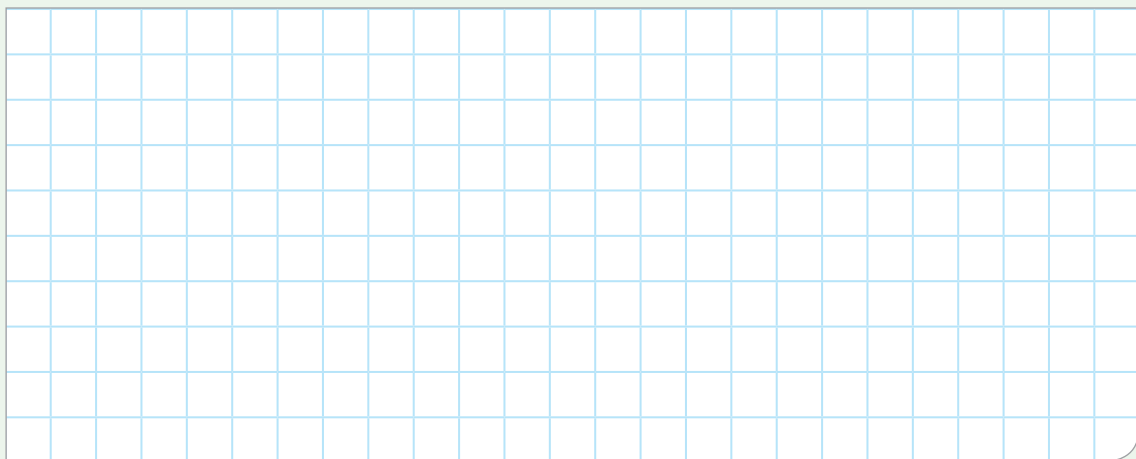
- a) 3,5 metros b) 3,6 metros c) 4,2 metros d) 4,9 metros



4. La gráfica muestra la cantidad de dinero que invierte el tutor de primer grado "A" al adquirir las entradas de sus estudiantes para la visita al Museo de Historia Natural. Traslada los valores y completa la tabla. ¿Cuál es el costo de una entrada al museo?



Número de niños	5	8	12	15
Costo de entradas (S/)				



5. ¿Cuál de las siguientes tablas no representa una relación de proporcionalidad?

a)

Número de cuadernos	2	3	6
Costo (S/)	5	7,5	15

b)

Número de baldes de pintura	2	4	8
Área de pared pintada (m ²)	25	50	100

c)

Lado de un cuadrado (m)	2	3	4
Área (m ²)	4	9	16

d)

Número de personas	1	5	8
Costo de pasajes (S/)	5	25	40

6. La familia de Daniel pagó S/135 por 3 días de estadía en un hotel con piscina durante su viaje a la capital. ¿Cuánto más tendrán que pagar si deciden quedarse toda la semana?

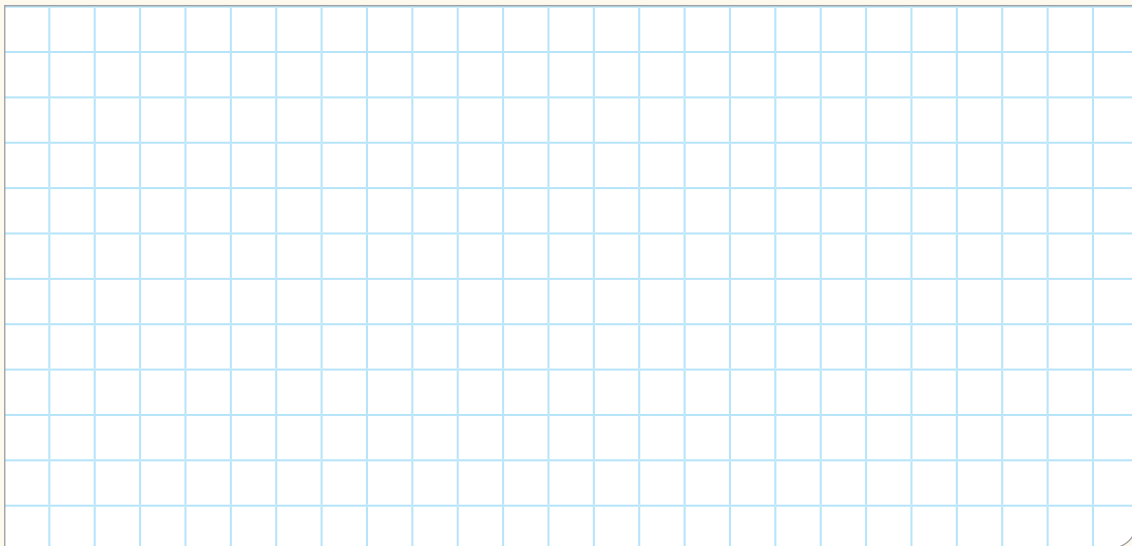


a) S/180

b) S/225

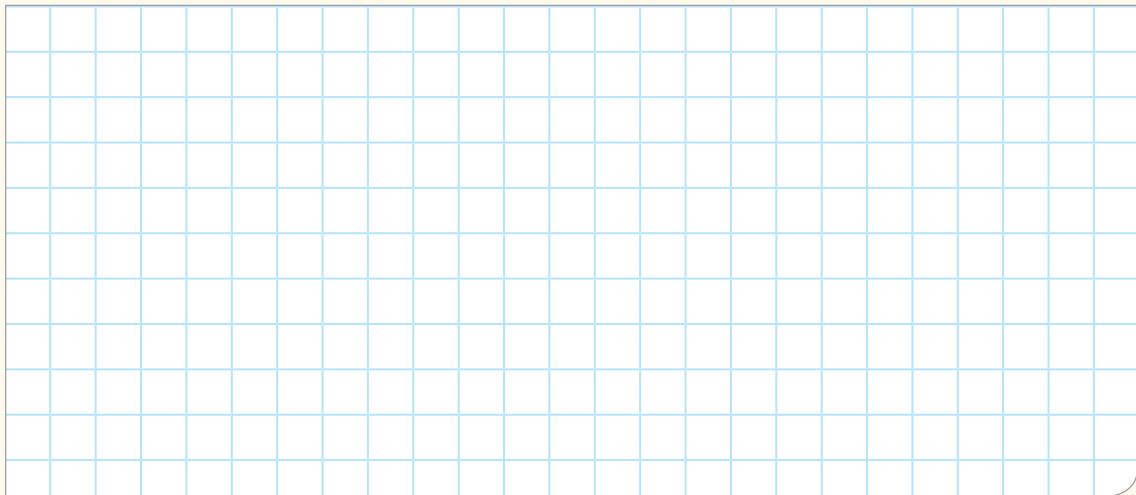
c) S/270

d) S/315



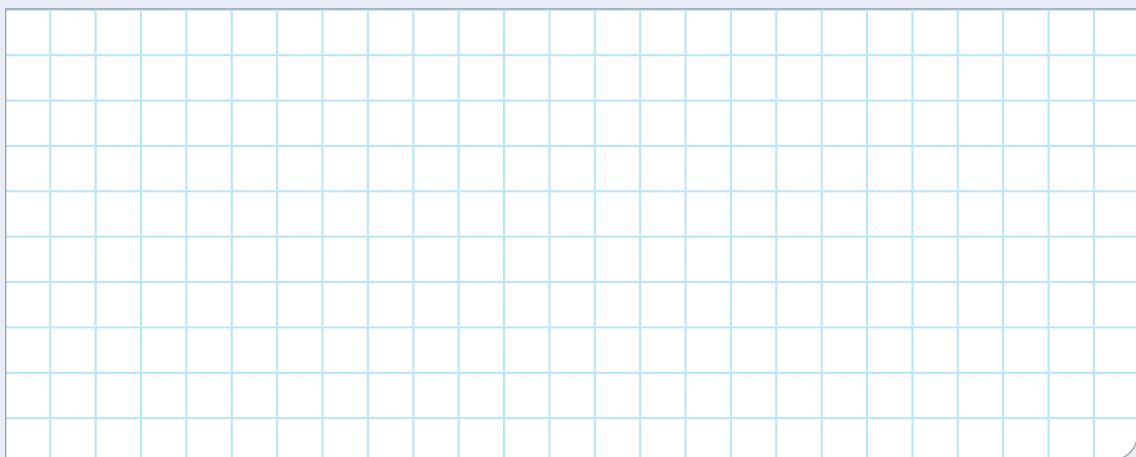
7. Completa la tabla. Considera que la primera fila indica la cantidad de ingredientes que se requiere para preparar un pie de limón para 8 personas.

Número de personas	Limón (g)	Azúcar (g)	Leche (ml)	Harina (g)
8	400	300	450	200
4				
		450		



8. Dos hermanos, Juan de 12 años y Rafael de 15, reciben como herencia de su padre un terreno de cultivo de 36 hectáreas. Si tienen que repartirlo en forma proporcional a sus edades, ¿cuántas hectáreas le tocará a cada uno?

- a) 12 al menor y 15 al mayor c) 12 al menor y 24 al mayor
b) 20 al menor y 16 al mayor d) 16 al menor y 20 al mayor



9. En una tienda de abarrotes, Sara observa la siguiente oferta para un mismo tipo de detergente. ¿Qué tamaño de bolsa le conviene comprar? ¿Por qué?



OFERTA DE "LA BODEGUITA" Detergente AXES	
120 g	→ S/ 1,10
250 g	→ S/ 2,00
520 g	→ S/ 3,80
900 g	→ S/ 6,80

- a) Le conviene la bolsa de 520 g, porque el costo del detergente por gramo es menor.
- b) Le conviene la bolsa de 250 g, porque el gramo de detergente cuesta menos.
- c) Le conviene la bolsa de 120 g, porque paga menos dinero.
- d) Le conviene la bolsa de 900 g, porque viene más detergente.
10. La razón entre dos números a y b es $\frac{3}{8}$. Relaciona con flechas las columnas para que los valores correspondientes de c y d formen una proporción con los de a y b .

Si: $c = 7,5$

$c = 15$

Si: $d = 40$

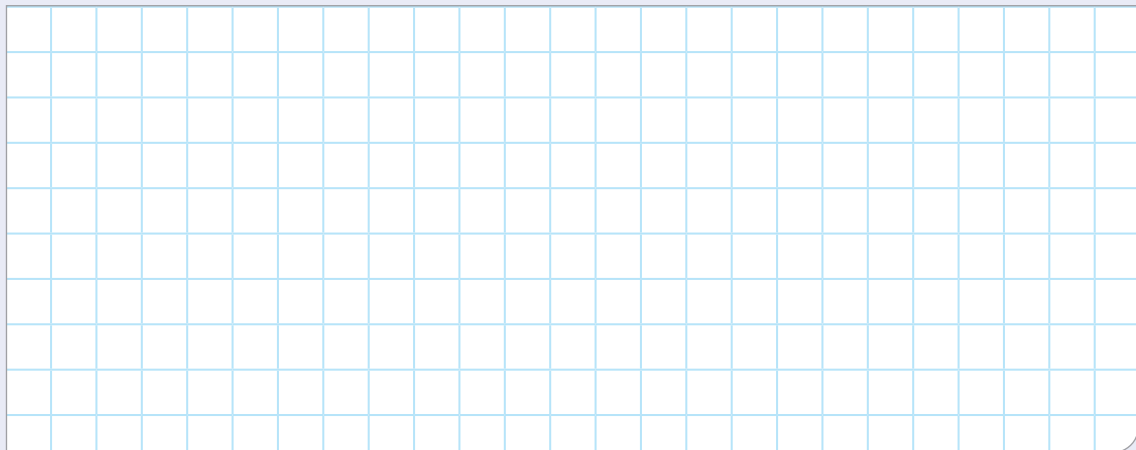
$c = 6$

Si: $c + d = 22$

$d = 24$

Si: $c = 9$

$d = 20$



Ficha 4

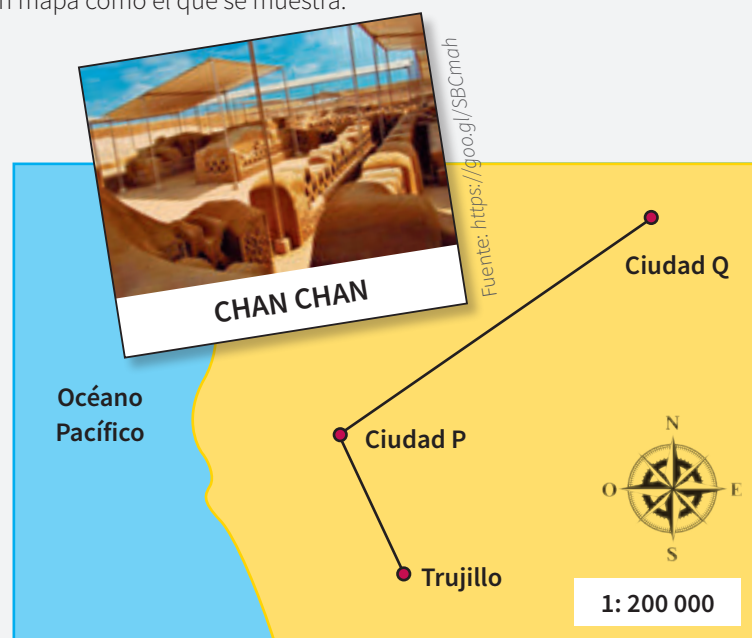
Turismo en La Libertad

COMPETENCIA	CAPACIDADES	DESEMPEÑOS
Resuelve problemas de forma, movimiento y localización	Comunica su comprensión sobre las formas y relaciones geométricas.	Lee textos o gráficos que describen características, elementos o propiedades de las formas geométricas bidimensionales y tridimensionales, así como de sus transformaciones, para extraer información. Lee planos a escala y los usa para ubicarse en el espacio y determinar rutas.
	Usa estrategias y procedimientos para orientarse en el espacio.	Selecciona y emplea estrategias heurísticas, recursos o procedimientos para determinar la longitud y el perímetro de figuras bidimensionales empleando unidades convencionales (metro, kilómetro, litro).



Aprendemos

En sus vacaciones de fin de año, la familia de Daniel viajó a la región La Libertad para conocer la famosa ciudadela de Chan Chan. Este centro arqueológico es la ciudad construida de barro más grande de Sudamérica. Daniel consiguió un mapa como el que se muestra.



Daniel mide en el mapa la distancia que hay de Trujillo a la ciudad P y la que existe de la ciudad P a la ciudad Q. El joven obtiene 2 cm y 5 cm, respectivamente.

Responde:

1. ¿Cuál es la medida real en km de la distancia entre Trujillo y la ciudad P?
2. ¿Y la distancia entre la ciudad P y la ciudad Q?



Comprendemos el problema

1. ¿Qué nos piden averiguar? ¿Cuáles son los datos?

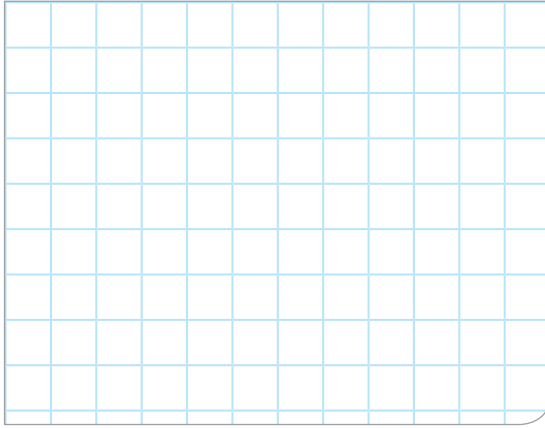
2. ¿Qué significa la expresión “1:200 000” en el mapa mostrado?

Diseñamos o seleccionamos una estrategia o plan

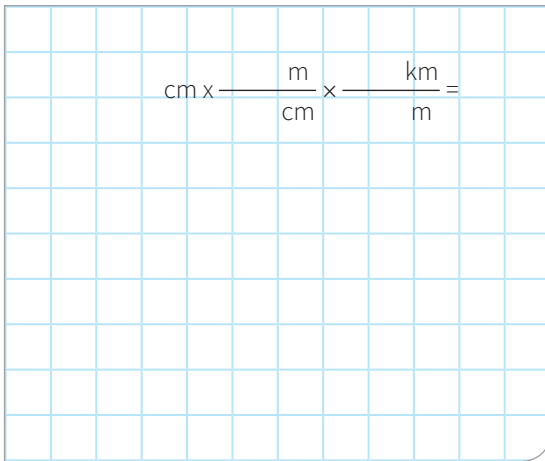
1. ¿Has resuelto un problema similar?, ¿cómo lo abordaste?

Ejecutamos la estrategia o plan

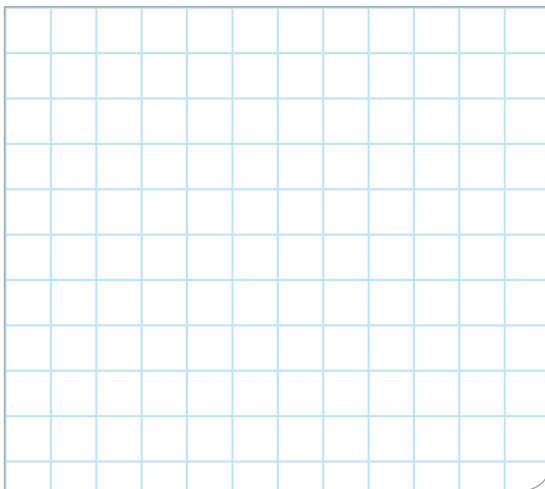
1. Desarrolla la estrategia elegida para la pregunta 1 de la situación inicial.




2. Convierte cm a km completando el siguiente esquema de factores de conversión:

$$\text{cm} \times \frac{\text{m}}{\text{cm}} \times \frac{\text{km}}{\text{m}} =$$


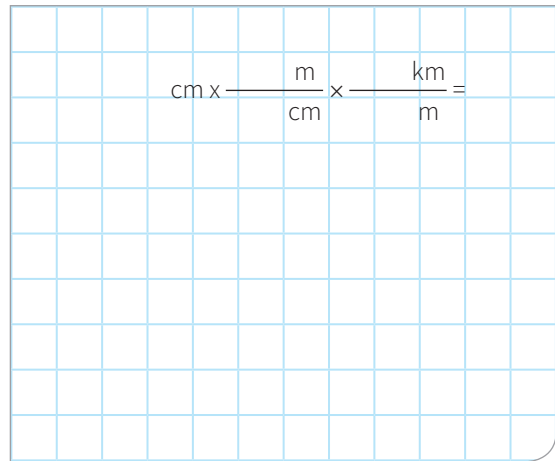
3. Responde la pregunta 1 de la situación inicial:



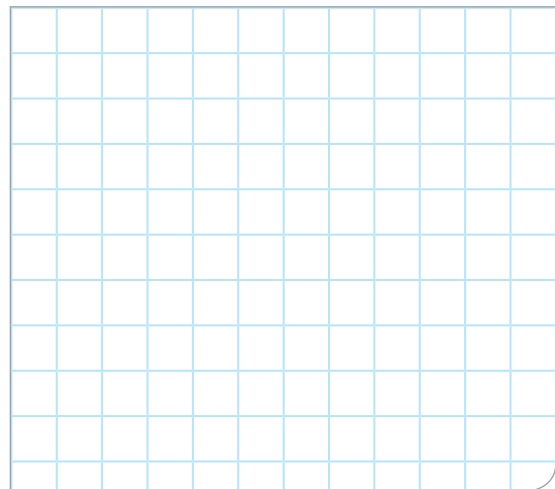
4. Desarrolla la estrategia elegida para la pregunta 2 de la situación inicial.



5. Convierte cm a km completando el siguiente esquema de factores de conversión:

$$\text{cm} \times \frac{\text{m}}{\text{cm}} \times \frac{\text{km}}{\text{m}} =$$


6. Responde la pregunta 2 de la situación inicial:



Reflexionamos sobre el desarrollo

1. ¿Podría realizarse la conversión de unidades utilizando otro método?

2. ¿Cuál te parece más conveniente?, ¿por qué?



Analizamos

Situación A

En un mapa del Perú, Cristina mide la distancia de Lima a Ica con una regla y obtiene 12 cm. Si la distancia real entre dichas ciudades es de 300 km, ¿cuál es la escala de la representación?

Resolución

De acuerdo a los datos, 12 cm equivalen a 300 km en la realidad.

Primero convertimos km a cm:

$$300 \text{ km} \times \frac{1000 \text{ m}}{1 \text{ km}} \times \frac{100 \text{ cm}}{1 \text{ m}} = 30\,000\,000 \text{ cm}$$

Luego aplicamos la definición de escala:

$$\text{Escala} = \frac{\text{medida en el mapa}}{\text{medida real}} = \frac{12}{30\,000\,000} = \frac{1}{2\,500\,000}$$

Respuesta:

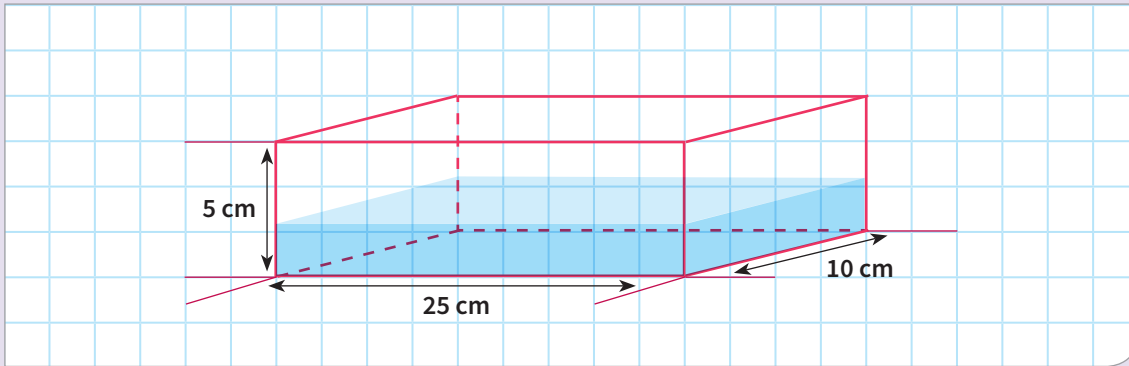
La escala del mapa es 1:2 500 000.

1. ¿Qué estrategia se utilizó para resolver la situación? Descríbela.

2. ¿Puedes generalizar una expresión para convertir directamente km a cm?

Situación B

Para medir la cantidad de litros de agua de lluvia que cae en su jardín, Cynthia utiliza un recipiente de base rectangular como el de la figura. Cynthia observa que el agua de lluvia recogida en el recipiente ha cubierto 2 cm de altura. Si su jardín tiene un área de 20 m², ¿cuántos litros de agua de lluvia cayeron sobre su jardín?



Resolución

Calculamos cuántos litros de agua de lluvia cayeron en el recipiente:

$$V = 25 \times 10 \times 2 = 500 \text{ cm}^3$$

Convirtiendo a litros se tiene:

$$V = 500 \text{ cm}^3 \times \frac{1 \text{ L}}{1000 \text{ cm}^3} = 0,5 \text{ L}$$

Si sobre la superficie de la base del recipiente, que mide $25 \times 10 = 250 \text{ cm}^2$, cayeron 0,5 litros de lluvia, para calcular cuánta lluvia cayó sobre los 20 m² del jardín, que equivalen a 200 000 m², planteamos una proporción:

$$\frac{250}{0,5 \text{ L}} = \frac{200\,000}{x} \rightarrow x = 200\,000 \times \frac{0,5 \text{ L}}{250}$$
$$\therefore x = 400 \text{ L}$$

Respuesta:

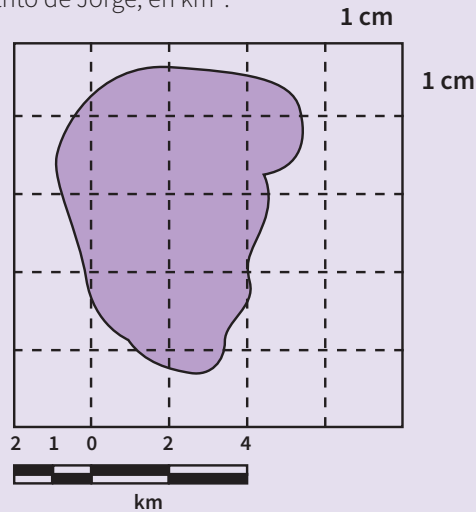
En el jardín de Cynthia cayeron 400 litros de lluvia.

1. Describe la estrategia empleada para resolver el problema.

2. ¿Puedes verificar la conversión de m² a cm²?

Situación C

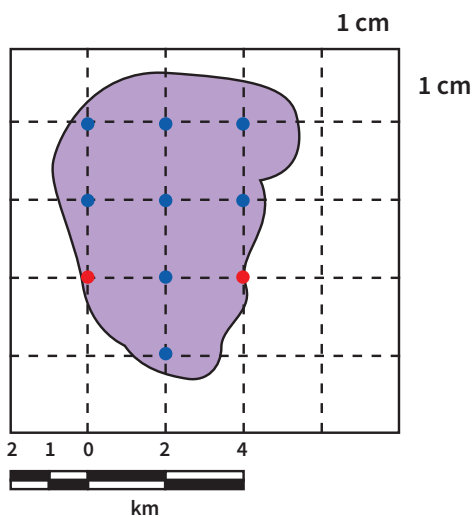
Jorge quiere calcular el área de su distrito. Para ello dispone del mapa de este, mostrado en la figura. Calcula aproximadamente el área del distrito de Jorge, en km^2 .



Resolución

(Encuentra el error)

Primero dibujamos y contamos los puntos interiores (I, en celeste) y los puntos que se ubican en el borde de la figura (B, en rojo).



Podemos ver que:

$$I = 8; B = 2$$

La fórmula para el área aproximada es:

$$A = I + \frac{B}{2}$$

Reemplazando:

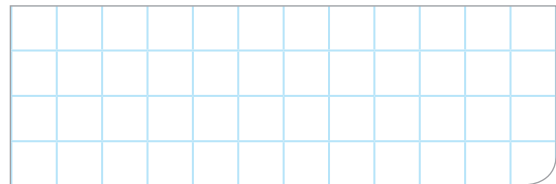
$$A = 8 + \frac{2}{2} = 9 \text{ cm}^2$$

Según la escala mostrada, 1 cm del dibujo equivale a 2 km en la realidad; luego, el área de la región sombreada será $9 \times 2 = 18 \text{ km}^2$.

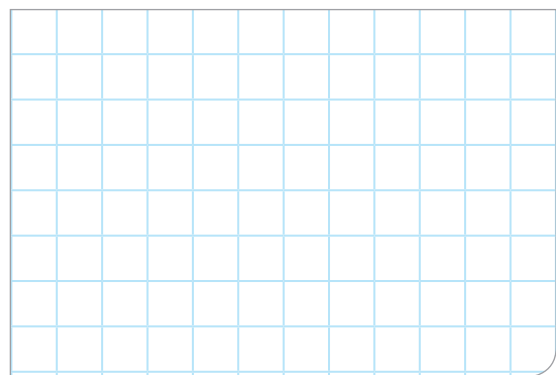
Respuesta:

El área del distrito de Jorge es de 18 km^2 .

1. ¿Puedes verificar el razonamiento?



2. En caso de que el razonamiento sea errado, ¿cuál sería el resultado correcto?

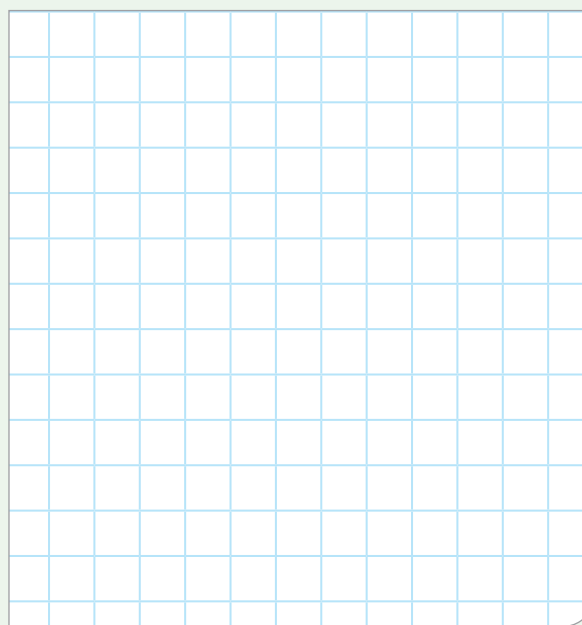




Practicamos

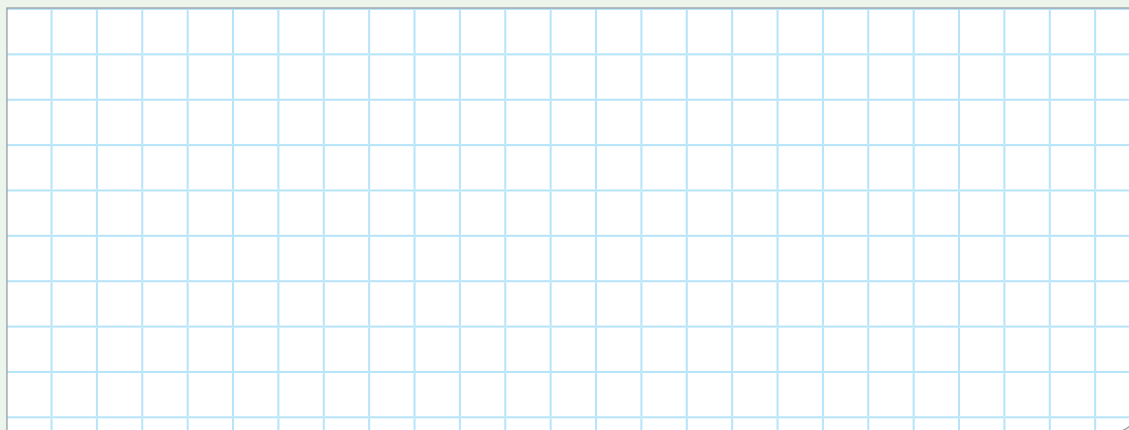
1. Diego mide la distancia entre dos ciudades en el mapa. Si esta medida es de 3 cm, ¿cuánto mide la distancia real entre estas dos ciudades?

- a) 1 km b) 3 km c) 10 km d) 30 km



2. Un periódico de circulación nacional ha lanzado una colección de modelos de automóviles a escala. Uno de estos automóviles de juguete mide 15 cm de largo, mientras que el largo del automóvil real es 360 cm. Si la altura de la puerta del automóvil de juguete mide 4 cm, ¿cuál es la altura de la puerta del auto real?

- a) 24 cm b) 60 cm c) 96 cm d) 192 cm



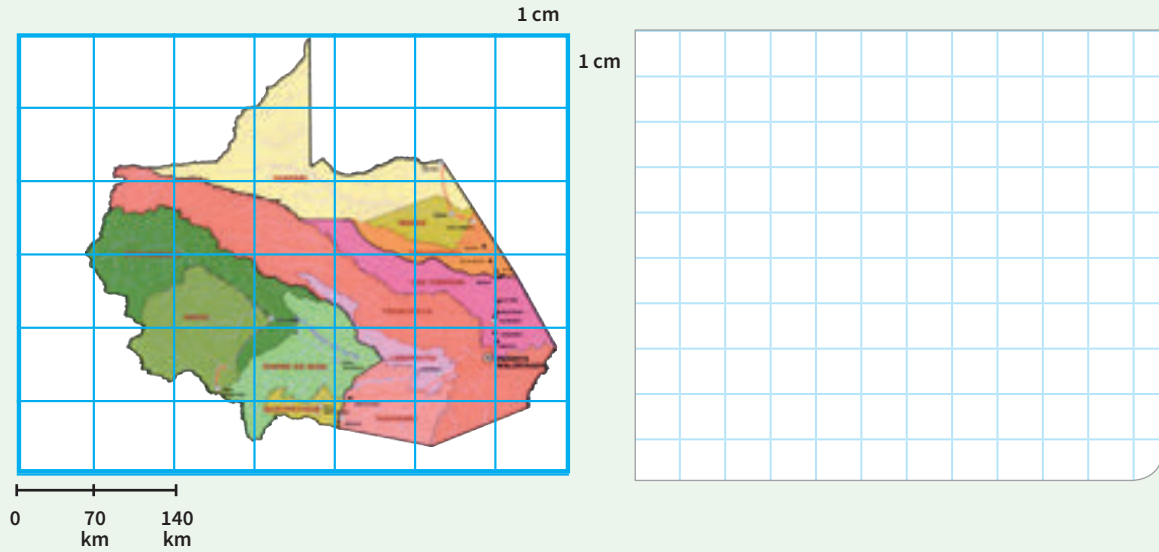
3. La figura muestra el mapa de la región Madre de Dios. ¿En qué escala está dibujado?

a) 1 : 70

b) 1 : 70 000

c) 1 : 700 000

d) 1 : 7 000 000



4. Se toma una medida de 10 cm en 4 mapas con escalas distintas. Relaciona las escalas con la distancia real que corresponde a esa medida.

1 : 50 000

2,5 km

1 : 100 000

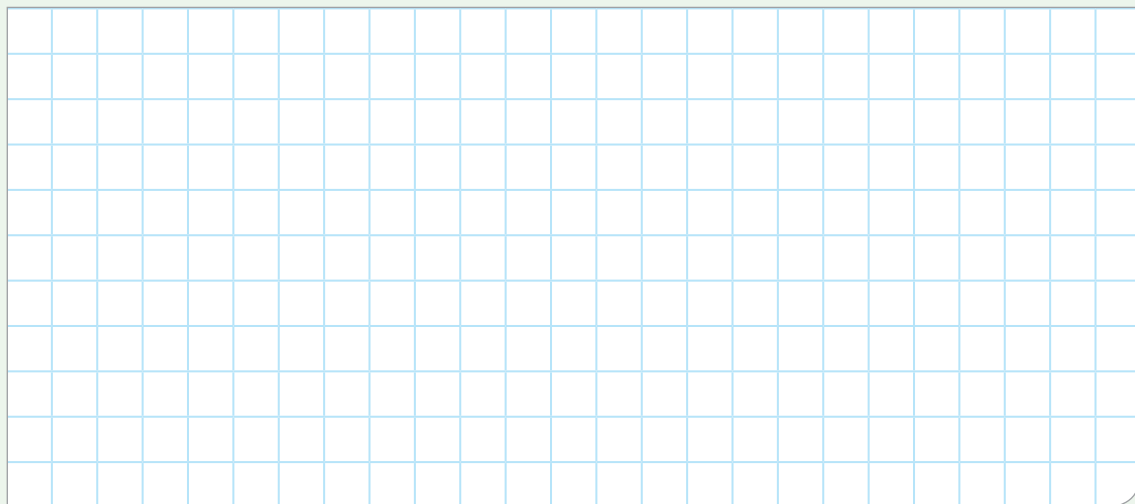
5 km

1 : 25 000

10 km

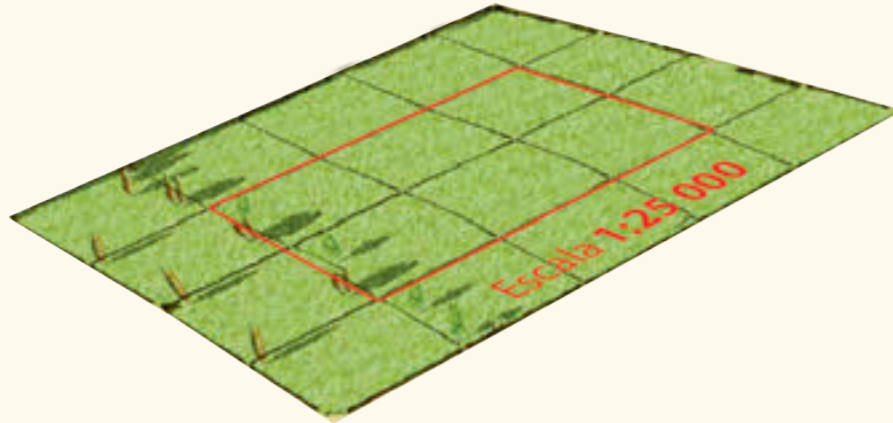
1 : 500 000

50 km



5. Elena heredó una chacra para sembrar melocotones. En el plano que se muestra a continuación, la chacra (marcada en rojo) tiene como dimensiones 6 cm de largo y 3 cm de ancho. ¿Cuál es el área (en m^2) de la chacra en la vida real?

a) 4500 b) 25 000 c) 1 125 000 d) 1 500 000

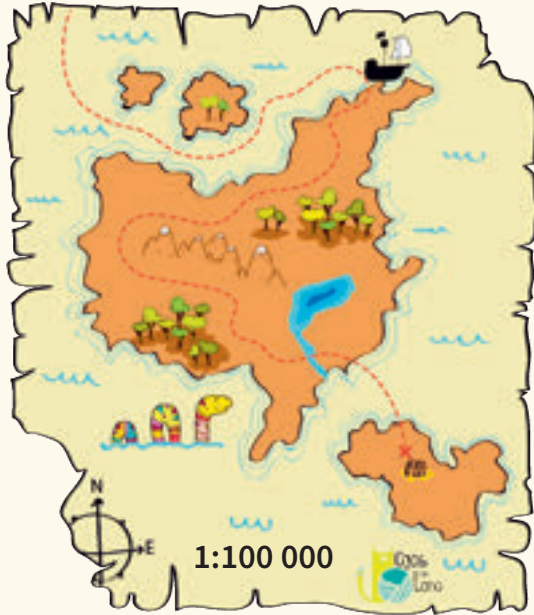


6. Una hectárea (ha) equivale a 10 000 m^2 . ¿Cuántas hectáreas representa cada cm^2 medido en el mapa de la chacra de Elena?

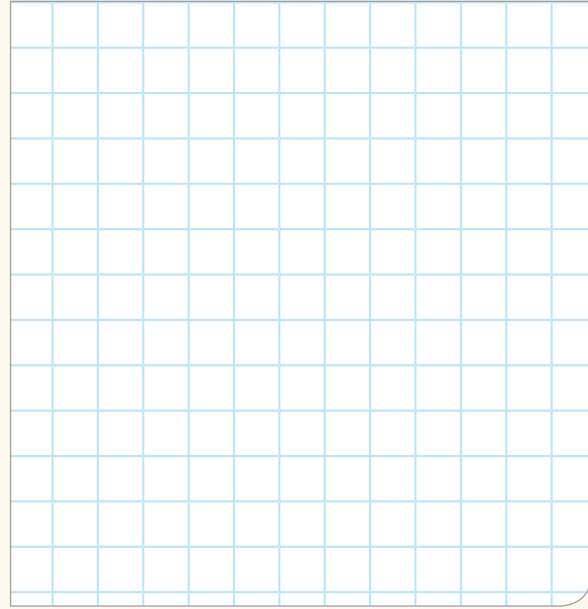
a) 6,25 b) 62,5 c) 6250 d) 62 500



7. El siguiente mapa corresponde a la región conocida como “La isla de los piratas”. Toma una regla. A continuación, mide la distancia que hay entre el barco y el tesoro, y determina en metros la distancia que corresponde a la realidad.



Fuente: <https://goo.gl/3SVqWc>

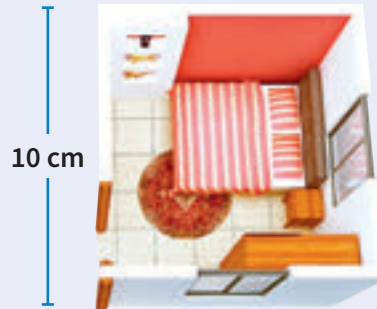


8. En un hotel de la ciudad del Cusco, las habitaciones tienen una superficie cuadrada de 25 m^2 , como muestra la figura.

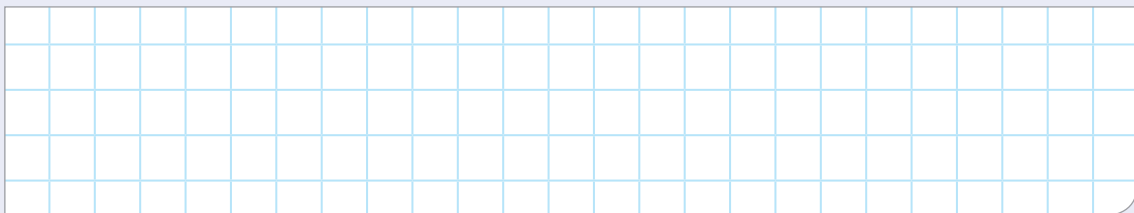


Fuente: <https://goo.gl/95c9hA>

Un plano de estas habitaciones fue elaborado de tal manera que cada lado mide 10 cm . ¿Cuál fue la escala utilizada para elaborar el plano?



- a) 1: 50 b) 1: 100 c) 1: 200 d) 1: 500



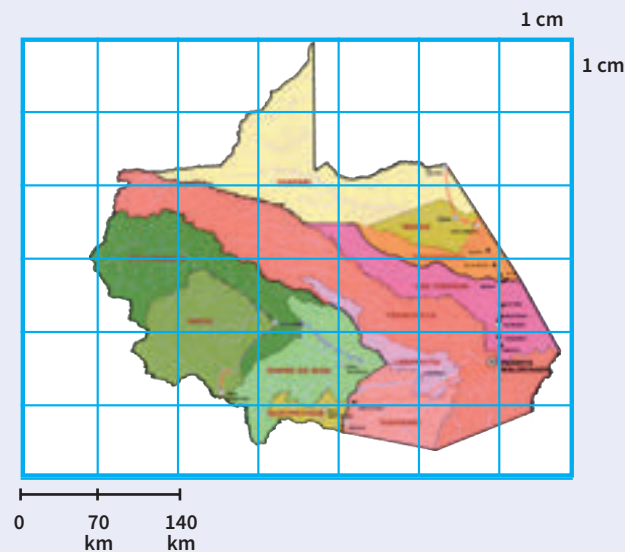
9. El siguiente plano corresponde a un campo de fútbol dibujado a escala 1:2000. Para darle mantenimiento, se desea recubrir el campo con planchas cuadradas de pasto artificial de 4 m^2 .

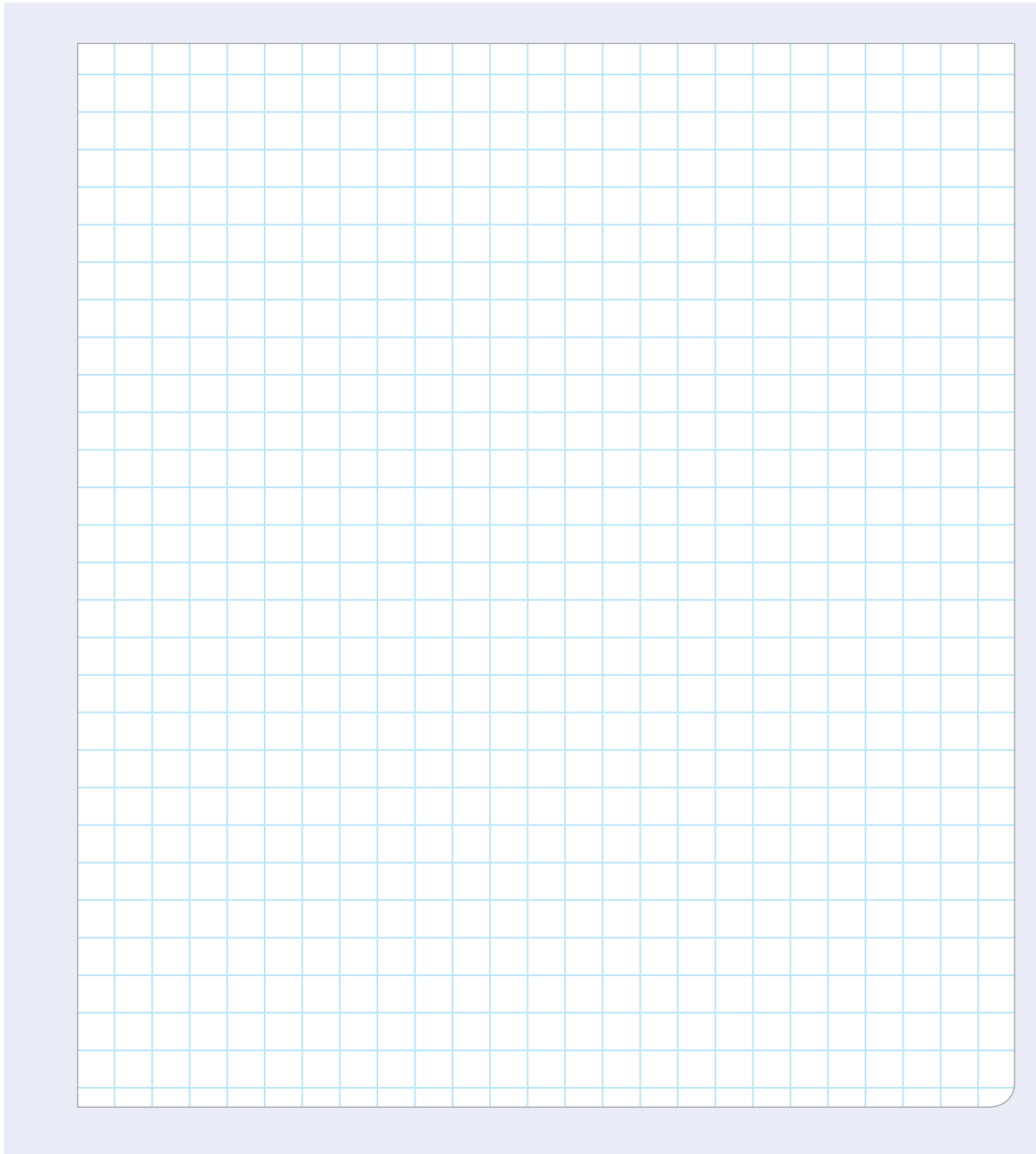
¿Cuántas planchas serán necesarias para cubrir todo el campo?

- a) 1360 planchas b) 1750 planchas c) 7000 planchas d) 28 000 planchas



10. Calcula el área aproximada de la superficie de la región Madre de Dios, a partir del mapa mostrado.





Ficha
5

Compartimos una pizza mientras investigamos los números racionales

COMPETENCIA	CAPACIDADES	DESEMPEÑOS
Resuelve problemas de cantidad	Comunica su comprensión sobre los números y las operaciones.	Expresa con diversas representaciones y lenguaje numérico su comprensión sobre las operaciones (adición, sustracción y multiplicación) con expresiones decimales y fraccionarias (como operador y como cociente).
	Usa estrategias y procedimientos de estimación y cálculo.	Selecciona y emplea estrategias de cálculo, estimación y procedimientos diversos para realizar operaciones con expresiones fraccionarias y decimales, y simplifica procesos usando propiedades de los números y las operaciones, de acuerdo con las condiciones de la situación planteada.



Aprendemos

Julio, José y Juan se reunieron en la casa del primero, luego del colegio, para realizar un trabajo de investigación que el docente les dejó acerca de los números racionales. Después de tres horas de arduo pero interesante trabajo, deciden pedir una pizza a domicilio, acordando que se repartirán la cuenta proporcionalmente a lo que cada uno consuma. José coge su parte y la pizza queda como muestra la figura.



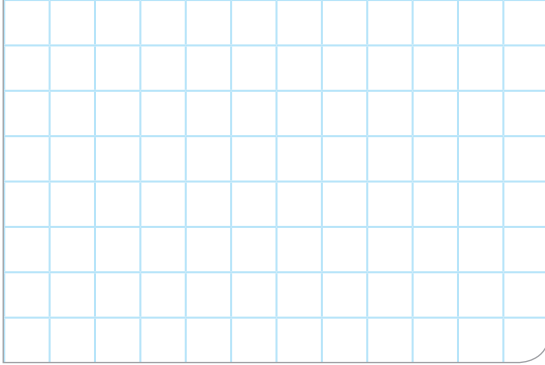
Juan toma las $\frac{2}{5}$ partes de lo que queda y Julio se come el resto. Al momento de sacar cuentas, a Julio le corresponde pagar S/9,30.

Responde:

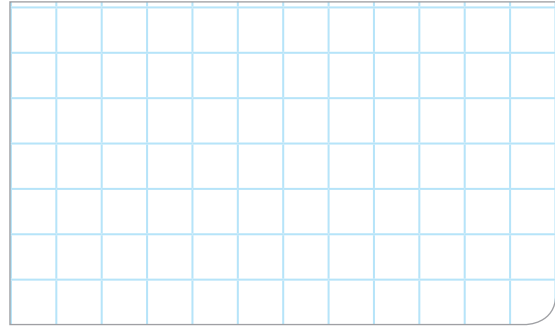
1. ¿Qué parte de la pizza entera se comió Juan?
2. ¿Cuánto costó la pizza?

Comprendemos el problema

1. ¿Qué te solicita el problema?

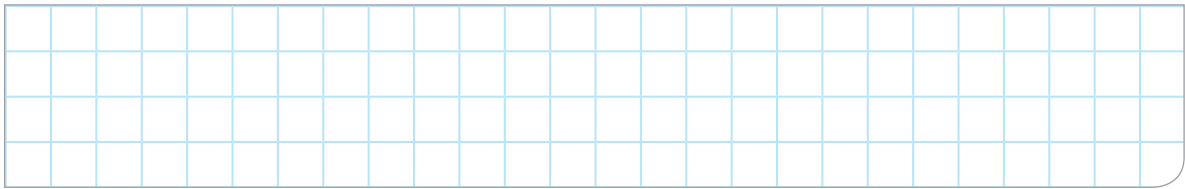


2. ¿Qué significa que se repartirán la cuenta proporcionalmente a su consumo?



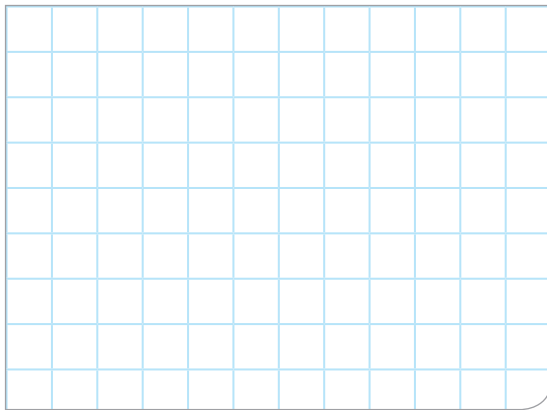
Diseñamos o seleccionamos una estrategia o plan

1. ¿Qué estrategia vas a desarrollar? Explica cómo.

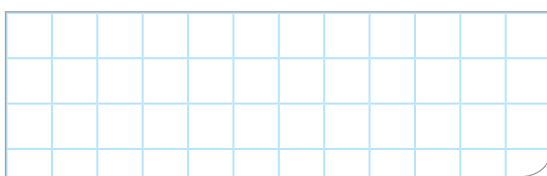


Ejecutamos la estrategia o plan

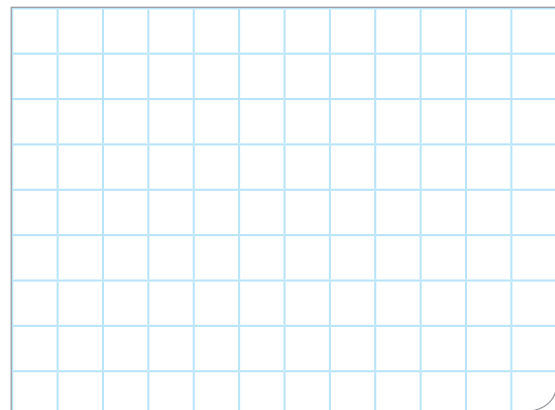
1. Desarrolla la estrategia elegida:



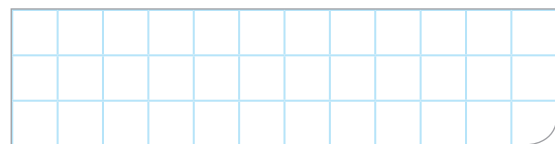
2. Responde la pregunta 1 de la situación inicial.



3. Organiza los datos para resolver la pregunta 2 de la situación inicial.

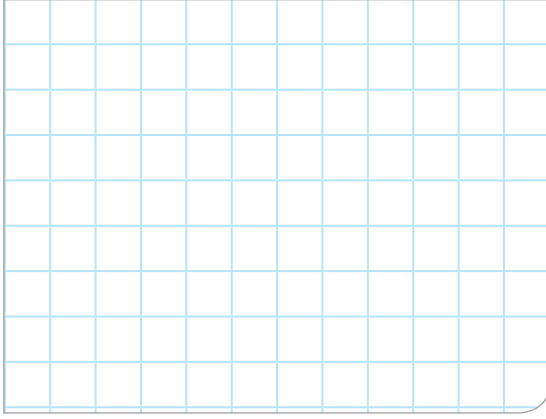


4. Responde la pregunta 2 de la situación inicial.



Reflexionamos sobre el desarrollo

1. ¿Podrías resolver de otra manera la pregunta 2 de la situación inicial?



2. ¿Puedes verificar el resultado de la pregunta 2 de la situación inicial?



Analizamos

Situación A

Para las elecciones municipales escolares 2018, los estudiantes gestionaron recursos por medio de algunas actividades. Un candidato de primero de secundaria contó con S/120 para su campaña. Él distribuyó su presupuesto de la siguiente manera:

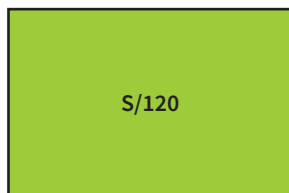
- La mitad del dinero se utilizó en publicidad.
- $\frac{1}{5}$ parte del dinero que quedó se utilizó para refrigerios.
- $\frac{2}{3}$ partes del dinero sobrante se emplearon para implementar sus proyectos.
- El resto del dinero se destinó para la atención de sus seguidores.
- ¿Qué cantidad de dinero se empleó para la atención de sus seguidores?



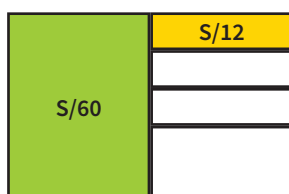
Fuente: <https://goo.gl/NXjh8z>

Resolución

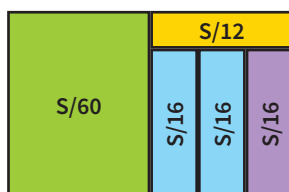
Hacemos un diagrama para visualizar los datos, de manera que el dinero total lo representamos como una unidad.



Como la mitad va para publicidad, dividimos el rectángulo en dos; luego $\frac{1}{5}$ de 60, es decir 12 soles, van para refrigerios.



Los $60 - 12 = 48$ soles restantes los dividimos en tres partes, cada una de $48 \div 3 = 16$ soles; dos de ellas serán para proyectos (celeste) y la parte de 16 soles restante (lila), para atención de sus seguidores.



Respuesta:

Para la atención de sus seguidores se utilizó S/16.

1. ¿Qué estrategia se utilizó para resolver la situación? Descríbela.

2. ¿Podrías haber resuelto el problema de otra manera? Explica cómo.

Situación B

Los estudiantes de primer grado de la I. E. Miguel Grau son 184. Si la relación entre los que usan anteojos y los que no usan es $\frac{3}{5}$, ¿cuántos estudiantes usan anteojos?

Resolución

En este caso la fracción está definida como una razón:

$$\frac{\text{Estudiantes que usan anteojos}}{\text{Estudiantes que no usan anteojos}} = \frac{3}{5}$$

Si por cada 3 estudiantes que sí usan anteojos hay 5 que no, entonces podemos formar con ellos grupos de $3 + 5 = 8$ estudiantes.

Luego, 3 de cada 8 estudiantes usan anteojos, es decir: $\frac{3}{8} \times 184 = 69$

Respuesta:

Hay 69 estudiantes con anteojos.

1. Describe la estrategia empleada para resolver el problema.

2. ¿Podrías haber resuelto el problema de otra manera? Explica cómo.

Situación C

El monumento del Cristo del Pacífico, ubicado en Chorrillos, está formado por una estatua y una base. Si la base mide 14,98 m de alto y es 7,22 m más baja que la estatua, ¿qué altura alcanza el monumento completo?



Fuente: <https://goo.gl/T46fzu>

Resolución

(Encuentra el error)

Como la base es más baja, para calcular la altura de la estatua tendremos que realizar una resta:

$$14,98 \text{ m} - 7,22 \text{ m} = 7,76 \text{ m}$$

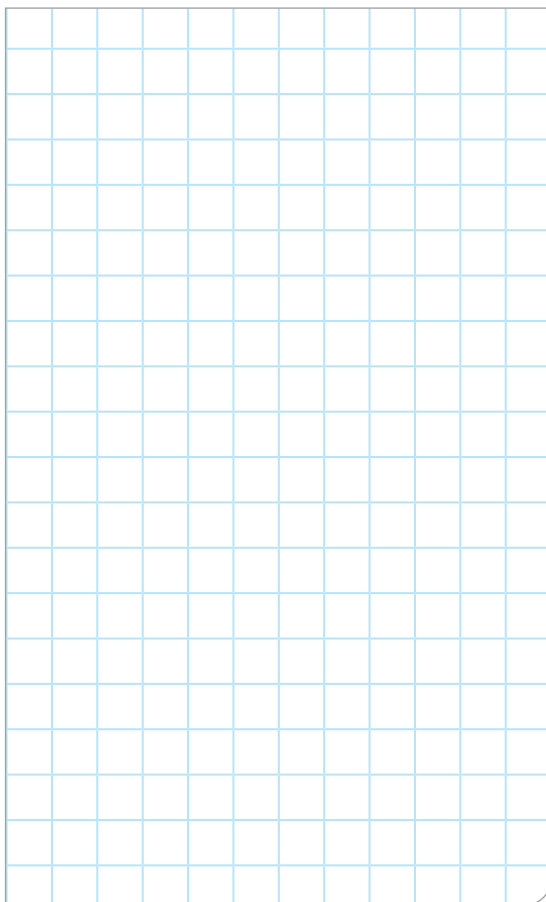
Luego, la altura del monumento será:

$$14,98 + 7,76 = 22,74 \text{ m}$$

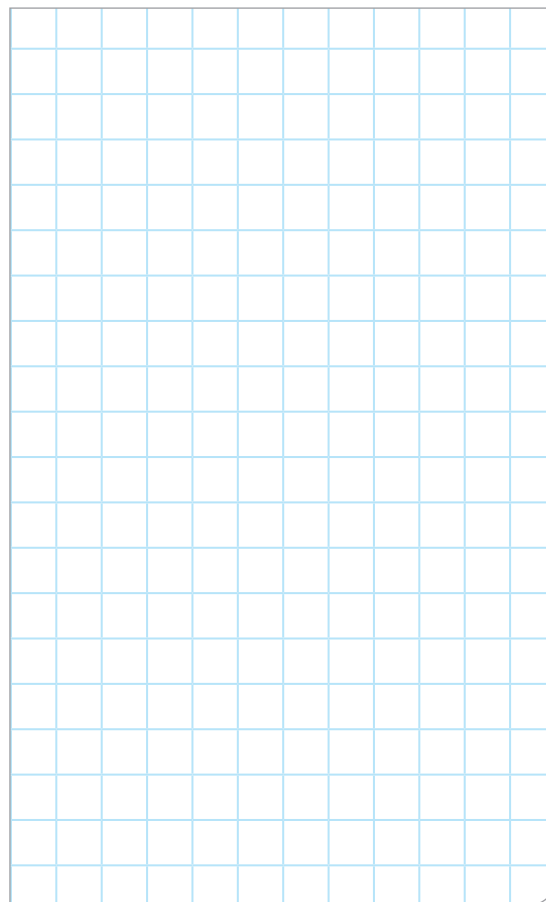
Respuesta:

El monumento del Cristo del Pacífico alcanza los 22,74 m de altura.

1. ¿Puedes verificar el razonamiento y corregirlo si estuviera errado?



2. ¿Qué estrategia parece más conveniente para la situación?



Doña Beatriz tiene una sastrería llamada “Viste Bien”. Para las confecciones semanales, ella compra tela al por mayor y de diferentes colores. Esta semana compró 25 m de gabardina para confeccionar pantalones, sacos y faldas, y 18 m de chalis para confeccionar blusas. Ella tiene un estimado de tela por cada prenda que produce:

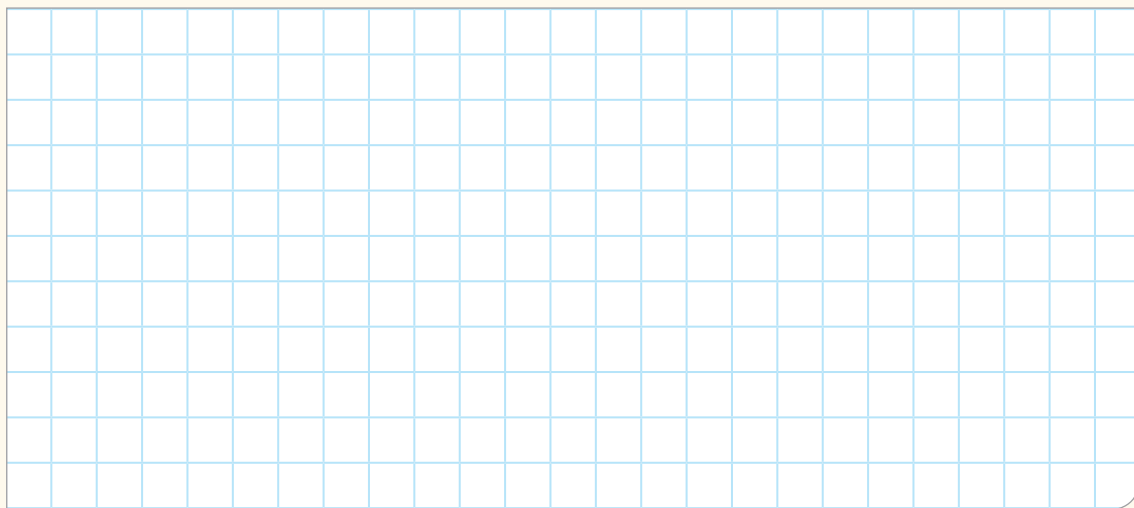
Prenda	Cantidad de tela
Pantalón	1,80 m
Blusa	1,20 m
Falda	0,70 m

Utiliza esta información para las preguntas 4 y 5.

4. Si con la tela comprada confeccionó 2 pantalones, una falda y 3 blusas, ¿cuántos metros de cada tipo de tela utilizó?



Fuente: <https://goo.gl/aN4NHe>



7. La siguiente tabla muestra las distancias entre el Sol y los planetas del sistema solar expresadas en unidades astronómicas (UA).

	Mercurio	Venus	Tierra	Marte	Júpiter	Saturno	Urano	Neptuno
Distancia al Sol (en UA)	0,39	0,72	1,0	1,52	5,2	9,54	19,18	30,1

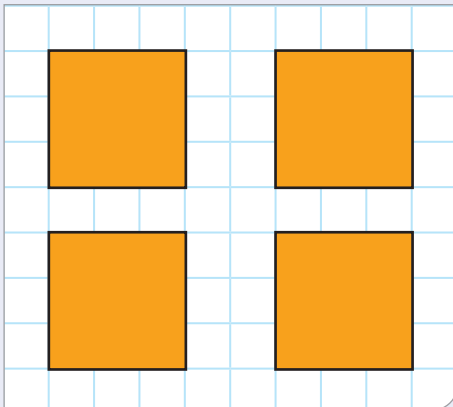
Se denomina unidad astronómica a la distancia entre la Tierra y el Sol: $1 \text{ UA} = 150\,000\,000 \text{ km}$

¿Qué planeta está más cerca de la Tierra y cuál es su distancia en km?

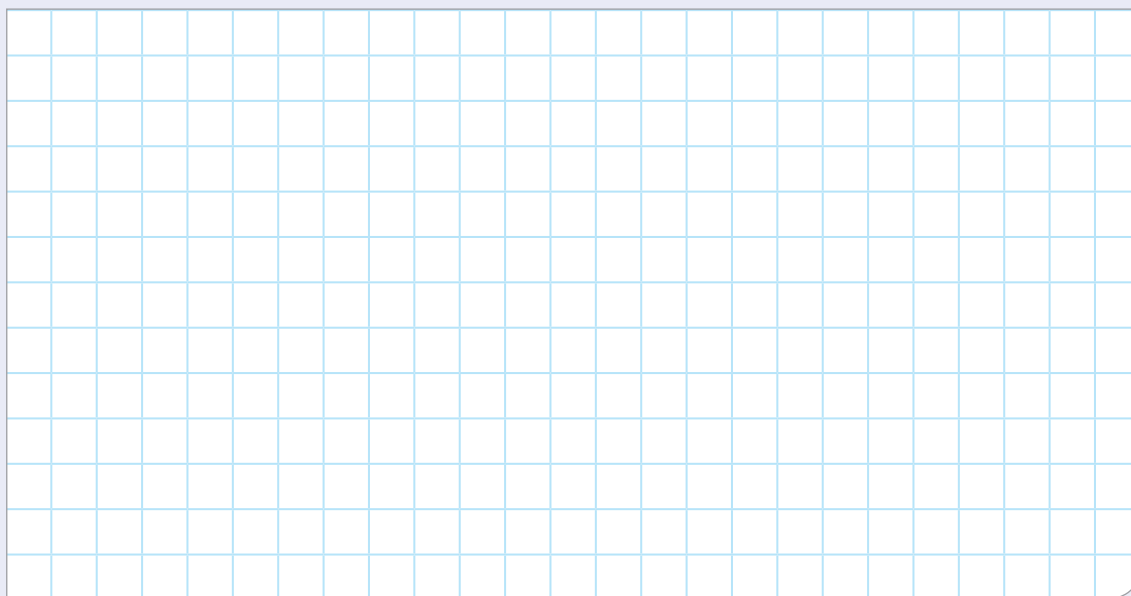
8. Un hombre que está próximo a morir dispone en su testamento que, de su fortuna, se entregue $\frac{2}{7}$ a su hermano mayor, $\frac{3}{5}$ de lo que queda a su hermano menor y los S/10 000 restantes a un asilo. ¿A cuánto ascendía la fortuna del hombre?

- a) S/25 000 b) S/35 000 c) S/42 000 d) S/49 000

9. Felipe colocó mosaicos en su patio. En el gráfico siguiente estos están representados por la parte sombreada. Sobre la base de esta información, ¿cuál de las siguientes afirmaciones es correcta?



- a) Los mosaicos colocados por Felipe cubren $\frac{9}{50}$ del patio.
b) Los mosaicos colocados por Felipe cubren $\frac{9}{25}$ del patio.
c) Los mosaicos colocados por Felipe cubren el 60 % del patio.
d) Los mosaicos colocados por Felipe cubren la cuarta parte del patio.
10. César y Juan compran una torta cuadrada para compartirla. César cortó la torta en tres partes iguales y repartió un pedazo para cada uno. Una vez que terminaron su parte, decidieron repartir lo que quedaba. César volvió a cortar el pedazo en tres partes iguales y repartió un pedazo para cada uno. Después, volvió a partir el pedazo que sobraba en tres partes y repartió un pedazo para cada uno. Juan indica que comió más de la mitad de la torta. ¿Es eso cierto? Fundamenta tu respuesta.



Ficha 6

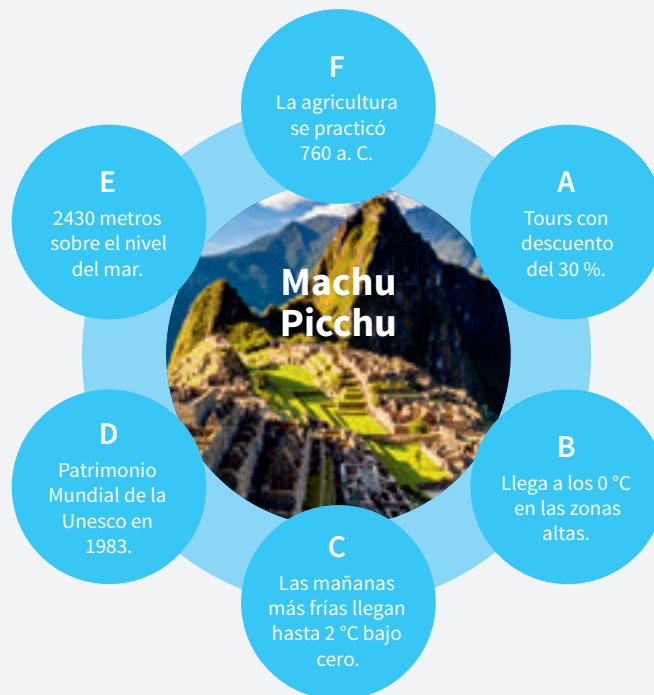
Conocemos una de las siete maravillas del mundo moderno

COMPETENCIA	CAPACIDADES	DESEMPEÑOS
Resuelve problemas de cantidad	Traduce cantidades a expresiones numéricas.	Establece relaciones entre datos y acciones de ganar, perder y comparar cantidades, o una combinación de acciones. Las transforma a expresiones numéricas que incluyen operaciones de adición y sustracción con números enteros.
	Comunica su comprensión sobre los números y las operaciones.	Expresa con diversas representaciones y lenguaje numérico su comprensión sobre las propiedades de las operaciones con enteros.
	Usa estrategias y procedimientos de estimación y cálculo.	Selecciona y emplea estrategias de cálculo y procedimientos diversos, para realizar operaciones con números enteros.



Aprendemos

Óscar es un buen estudiante. Sus padres han decidido llevarlo de vacaciones a Cusco para ver una de las siete maravillas del mundo moderno: las ruinas arqueológicas de Machu Picchu. Antes del viaje, Óscar decide informarse sobre algunas características de este patrimonio elaborando la siguiente infografía:

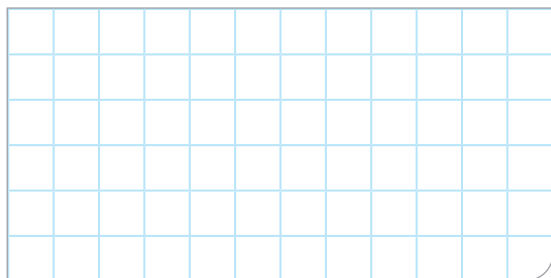


Responde:

1. Representa cada característica mencionada con un número entero.
2. ¿Cuántos años han transcurrido desde que se practicaba la agricultura hasta que fue declarada Patrimonio Mundial de la Unesco?

Comprendemos el problema

1. ¿Qué debes averiguar?

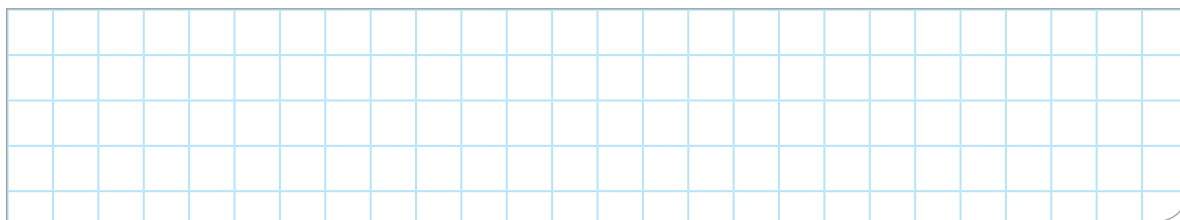


2. ¿Cómo reconoces un número negativo en la recta numérica?, ¿y uno positivo?

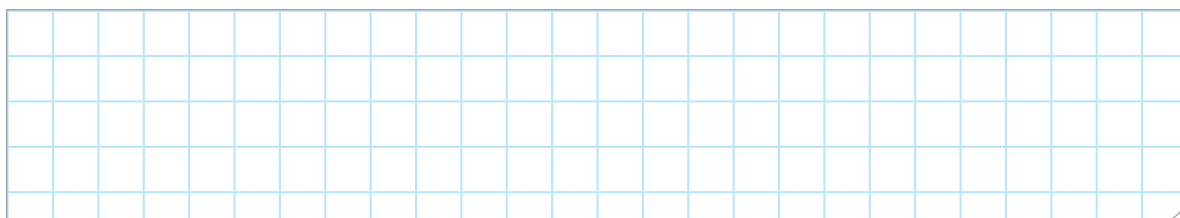


Diseñamos o seleccionamos una estrategia o plan

1. ¿Qué estrategia resulta conveniente aplicar para la pregunta 1 de la situación inicial?

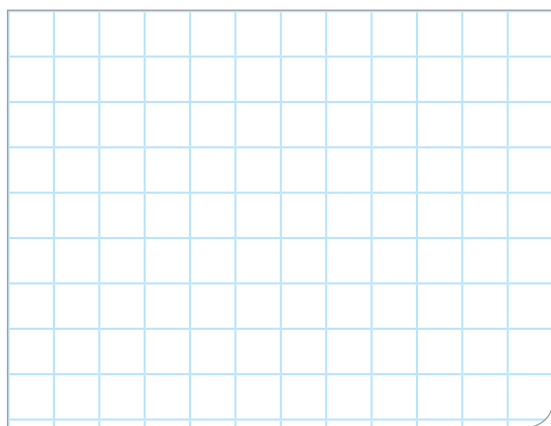


2. Un diagrama lineal es una forma de organizar los datos para la pregunta 2 de la situación inicial. Explica por qué.

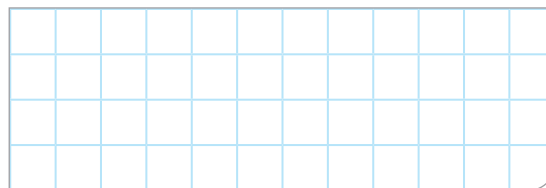


Ejecutamos la estrategia o plan

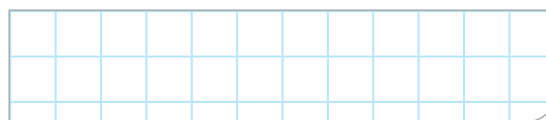
1. Desarrolla la estrategia para responder la pregunta 1 de la situación inicial.



2. Desarrolla la estrategia sugerida para responder la pregunta 2 de la situación inicial.



3. Realiza el cálculo para responder la pregunta 2 de la situación inicial.



Reflexionamos sobre el desarrollo

1. ¿Podrías haber resuelto de otra manera la pregunta 2 de la situación inicial?
2. ¿Puedes generalizar cómo calcular la distancia temporal entre un suceso ocurrido antes de Cristo y otro ocurrido después de Cristo?



Analizamos

Situación A

La tabla muestra años de referencia en que se desarrollaron algunas culturas peruanas.

CULTURAS	AÑOS
CHIMÚ	1200 d. C.
CHAVÍN	1000 a. C.
MOCHICA	150 d. C.
TIAHUANACO	600 d. C.
PARACAS	700 a. C.

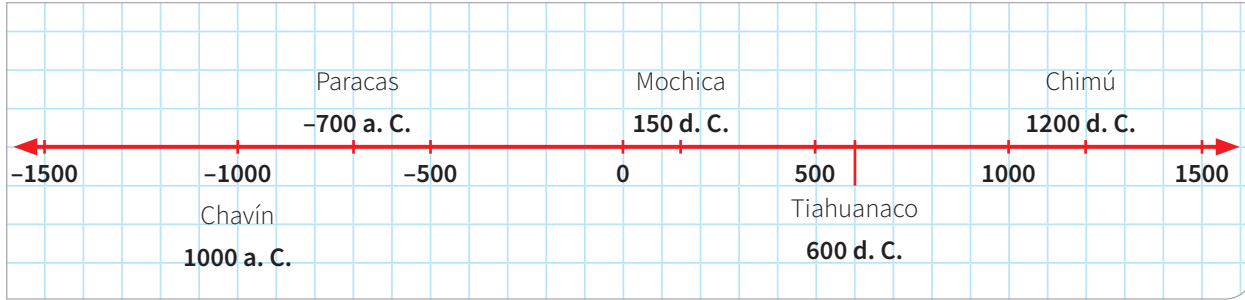
Elabora una línea de tiempo y ubica las culturas según las fechas.

Resolución

Representamos las fechas con números enteros y luego las ubicamos en la recta numérica, teniendo en cuenta que a. C. representa números negativos y d. C., números positivos.

CULTURAS	AÑOS	NÚMERO Z
CHIMÚ	1200 d. C.	+ 1200
CHAVÍN	1000 a. C.	-1000
MOCHICA	150 d. C.	+ 150
TIAHUANACO	600 d. C.	+ 600
PARACAS	700 a. C.	-700

Respuesta:



1. ¿Qué estrategia se utilizó para resolver la situación? Descríbela.

2. Plantea una situación que no involucre fechas, pero sí enteros negativos, en la cual puedas aplicar la misma estrategia.

Situación B

Las temperaturas en la región Arequipa de julio a noviembre fueron las que aparecen en el cuadro.

MES	TEMPERATURA (°C)	
	MÁXIMA	MÍNIMA
JULIO	13	-3
AGOSTO	12	-5
SETIEMBRE	13	-2
OCTUBRE	14	1
NOVIEMBRE	15	4



Fuente: <https://goo.gl/fkKwVj>

¿En qué mes se produjo la mayor variación de temperatura?

Resolución

Calculamos la variación de cada mes, obteniendo la diferencia de temperaturas:

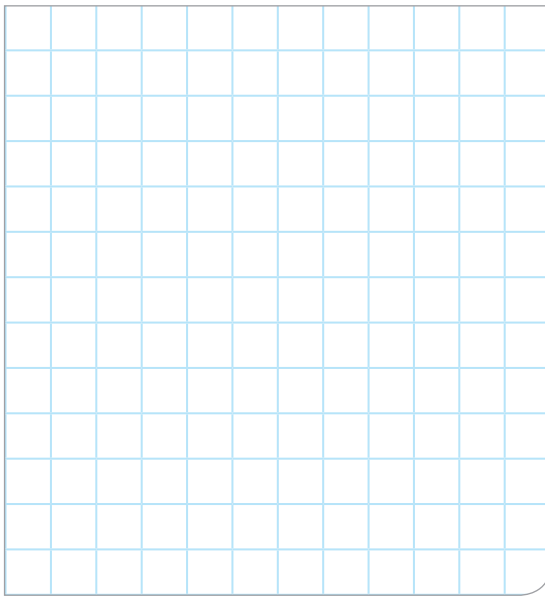
- Julio: $13 - (-3) = 16$
- Agosto: $12 - (-5) = 17$
- Setiembre: $13 - (-2) = 15$
- Octubre: $14 - (1) = 13$
- Noviembre: $15 - (4) = 11$

Podemos ver que la mayor diferencia es 17.

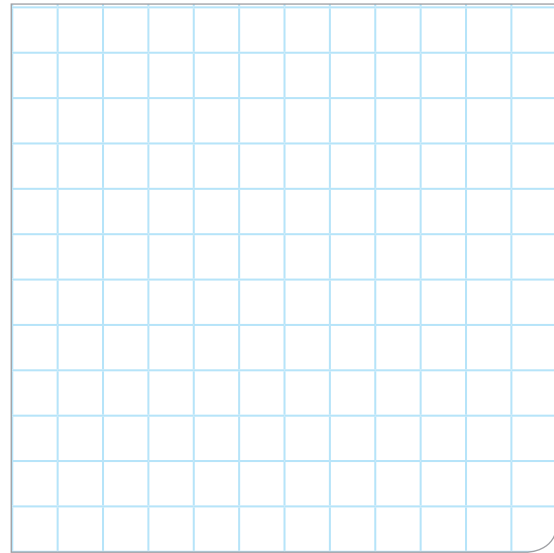
Respuesta:

En agosto se produjo la mayor variación de temperatura.

1. Describe la estrategia empleada para resolver el problema.



2. Plantea una situación que no involucre temperaturas, pero sí enteros negativos, en la cual puedas aplicar la misma estrategia.



Situación C

En Gamarra, un comerciante tiene depositados S/4640 en un banco aledaño. El día lunes por la mañana retira S/1320 y por la tarde realiza un depósito de S/960. El día martes retira por la mañana S/850 y por la tarde realiza una consulta de su saldo. ¿Cuánto dinero tiene aún en su cuenta del banco?



Fuente: <https://goo.gl/CfrRFP>

Resolución

(Encuentra el error)

Primero calculamos cuánto retiró en los dos días y luego lo restamos con el depósito que hizo el lunes:

$$\text{Retiro} = 1320 + 850 = 2170 \text{ soles}$$

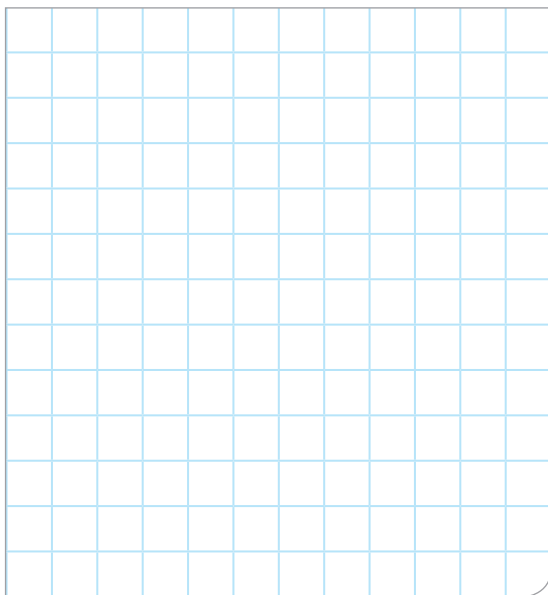
$$\text{Retiro} - \text{depósito} = 2170 - 960 = 1210 \text{ soles}$$

Como empezó la semana con 4640 soles, ahora tendrá: $4640 + 1210 = 5850$ soles.

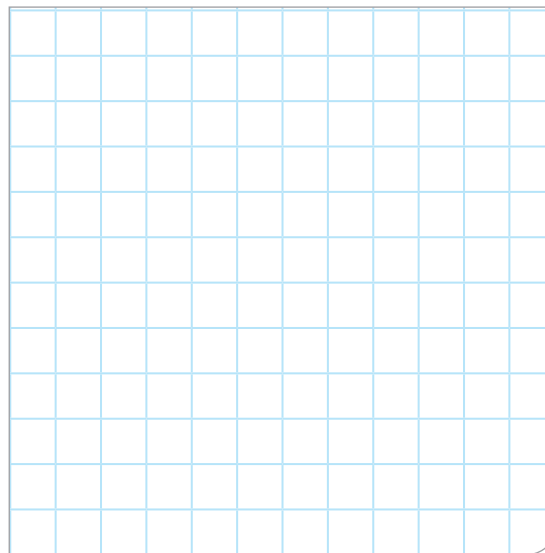
Respuesta:

Aún tiene en el banco 5850 soles.

1. ¿Puedes verificar el razonamiento?



2. En caso de que el razonamiento sea errado, ¿cuál sería el resultado correcto?





Practicamos

1. Un tour por las islas Ballestas en lancha tiene un costo de S/40 por persona. Un grupo de amigos desea realizar este tour. Cada uno tiene como presupuesto los siguientes montos:

PERSONA	PRESUPUESTO
ANTONIO	S/50
JUAN	S/30
GERMÁN	S/35
JORGE	S/40

¿Quiénes no podrán realizar dicho tour?

2. Los alimentos deben almacenarse a las siguientes temperaturas:

Carne de res y aves	Pescados y mariscos	Yogur y leche	Verduras y frutas	Otros alimentos congelados
0 °C	-5 °C	4 °C	7 °C	-20 °C

¿Qué alimentos son almacenados a mayor y menor temperatura, respectivamente?

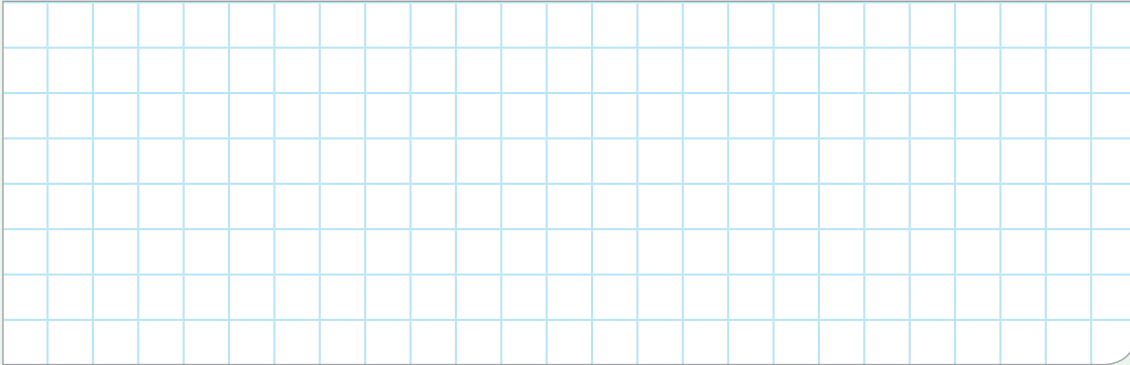
3. Germán y su familia deciden visitar una feria gastronómica. Ellos disponen de S/100 para comprar distintos potajes. Estos son los precios que encuentran en la feria.

POTAJE	COSTO
CAUSA RELLENA	S/20
CUY CHACTADO	S/35
CHANCHO AL PALO	S/45
POLLO AL CILINDRO	S/35

¿Cuánto dinero les falta para que puedan consumir los 4 potajes ofrecidos en la feria?

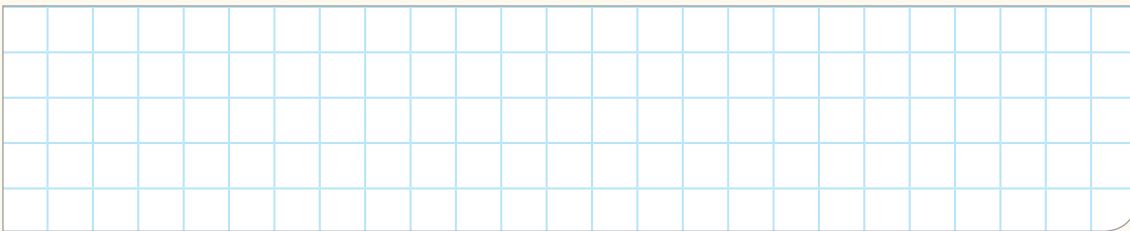
- a) S/25 b) S/30 c) S/35 d) S/45

4. La civilización Caral-Supe se desarrolló en el año 3000 a. C. y fue contemporánea de otras culturas primigenias como las de Egipto (3150 a. C.), India (3050 a. C.) y Mesopotamia (3500 a. C.). Elabora una línea de tiempo y ubica estas cuatro civilizaciones.



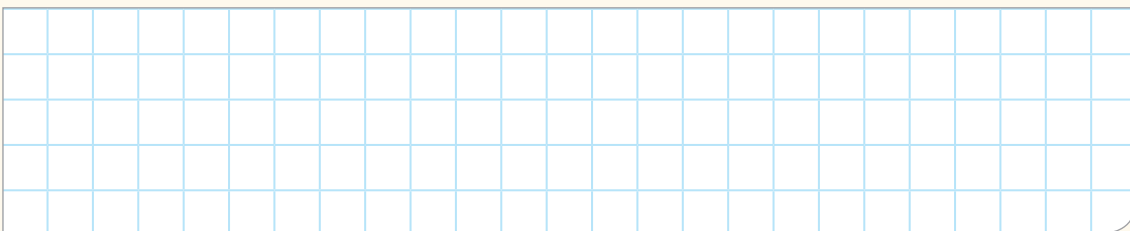
5. Una línea de aviación peruana realiza un viaje a la ciudad del Cusco. Cuando despegar se eleva a una altura de 800 m. Luego de 20 minutos se eleva 400 m más y transcurridos 30 minutos, debido a las turbulencias, desciende 100 m. Finalmente logra elevarse 600 m más hasta llegar a su destino y aterrizar. ¿Cuál fue la altura máxima que alcanzó este avión en su viaje al Cusco?

- a) 1500 m b) 1600 m c) 1650 m d) 1700 m



6. En las costas del litoral peruano, encontramos un submarino que busca un banco de peces a 180 m de profundidad. Al no poder encontrarlo, desciende 64 m, pero en esta ubicación tampoco lo halla. Si en este instante le informan que el banco de peces se encuentra a 135 m sobre él, ¿a cuántos metros por debajo del nivel del mar se encuentran dichos peces?

- a) 109 m b) 180 m c) 244 m d) 379 m



10. El Banco de Lima evalúa los movimientos económicos de cuatro clientes con el fin de premiar al que ahorra más con un tour a la ciudad del Cusco.

CLIENTES	ACTIVIDAD 1	ACTIVIDAD 2	ACTIVIDAD 3
ANTONIO	Depositó S/200	Depositó S/15 000	Depositó S/1000
RAQUEL	Depositó S/200	Depositó S/10 000	Retiró S/500
CLAUDIA	Retiró S/200	Depositó S/10 000	Depositó S/5000
JAIME	Depositó S/100	Depositó S/5000	Depositó S/1000

Completa la siguiente tabla y determina qué cliente fue el elegido.

CLIENTES	OPERACIÓN DE LAS ACTIVIDADES REALIZADAS
ANTONIO	
RAQUEL	
CLAUDIA	
JAIME	

Ficha 7

Temperaturas extremas en el Perú

COMPETENCIA	CAPACIDADES	DESEMPEÑOS
Resuelve problemas de cantidad	Traduce cantidades a expresiones numéricas.	Establece relaciones entre datos y acciones de ganar, perder y comparar cantidades, o una combinación de acciones. Las transforma a expresiones numéricas que incluyen operaciones de adición y sustracción, con números enteros. Expresa los datos en unidades de temperatura.
	Comunica su comprensión sobre los números y las operaciones.	Expresa con diversas representaciones y lenguaje numérico su comprensión sobre las propiedades de las operaciones con enteros.
	Usa estrategias y procedimientos de estimación y cálculo.	Selecciona y emplea estrategias de cálculo y procedimientos diversos, para realizar operaciones con números enteros de acuerdo con las condiciones de la situación empleada.



Aprendemos

La Organización Mundial de la Salud afirma que la temperatura del ambiente óptima para nuestro organismo es entre 18 °C y 24 °C.



Fuente: <https://goo.gl/wN2Rga>



Fuente: <https://goo.gl/AUBpmp>

En nuestro país, los climas son variados en las diferentes regiones, incluso en algunas de ellas tenemos climas muy fríos y en otras muy calurosos.

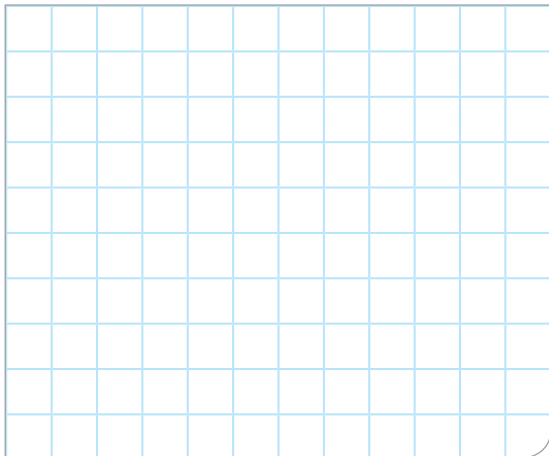
El Servicio Nacional de Meteorología e Hidrografía del Perú ha precisado que en este año la temperatura ambiente alcanzará niveles históricos. Así pues, en Puno habrá temperaturas de hasta 20 °C bajo cero, mientras que en Piura la temperatura alcanzará picos de 37 °C. La exposición al frío excesivo provoca congelación e hipotermia y, por su lado, el excesivo calor es causante del agotamiento corporal.

Responde:

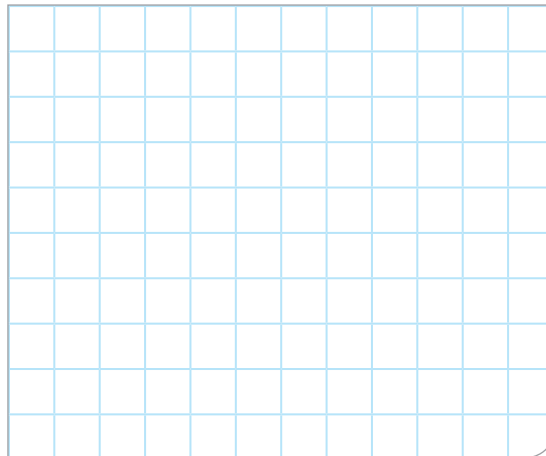
1. ¿Cómo representarías con números enteros las temperaturas citadas en este texto?
2. ¿Cuál sería la diferencia entre la máxima y la mínima temperatura en nuestro país?
3. ¿Qué tan lejos de la temperatura óptima para nuestro organismo estaría la temperatura en Piura?
4. ¿Qué tan lejos de la temperatura óptima para nuestro organismo estaría la temperatura en Puno?

Comprendemos el problema

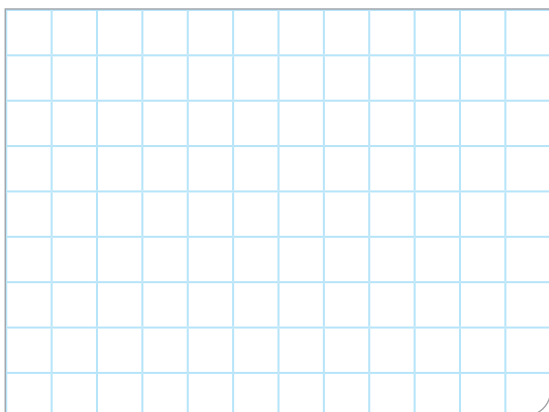
1. ¿Qué nos pide la situación planteada?



3. ¿Qué relación hay entre los datos y la incógnita?



2. ¿Cuáles son los datos?



4. ¿Es similar a algún otro problema que hayas resuelto antes?



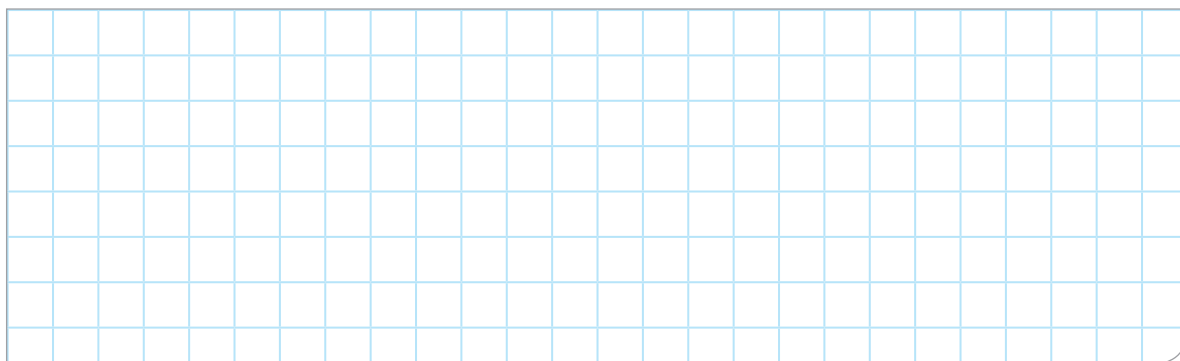
Diseñamos o seleccionamos una estrategia o plan

1. A partir de los datos identificados, ¿qué estrategia es la más adecuada para resolver el problema? Justifica tu respuesta.

a) Ensayo y error

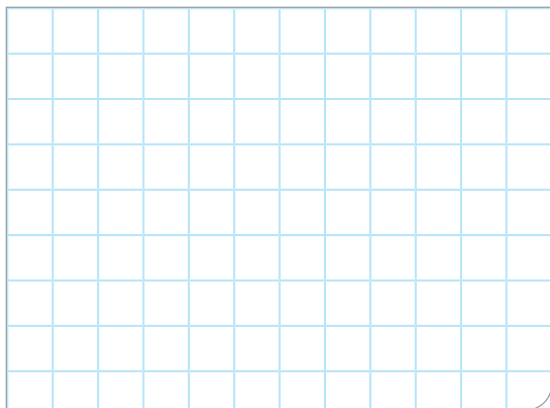
b) Buscar una fórmula

c) Hacer un dibujo

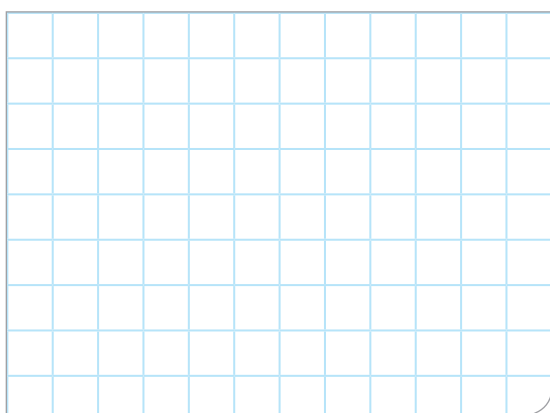


Ejecutamos la estrategia o plan

1. Expresa las temperaturas con números enteros.



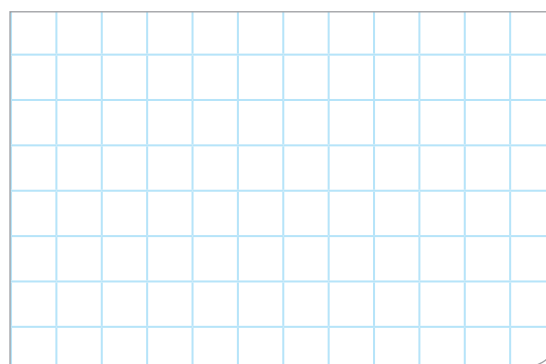
2. Representa las temperaturas en la recta numérica.



3. Señala en la recta las temperaturas de la pregunta 2 de la situación inicial y calcula lo pedido.

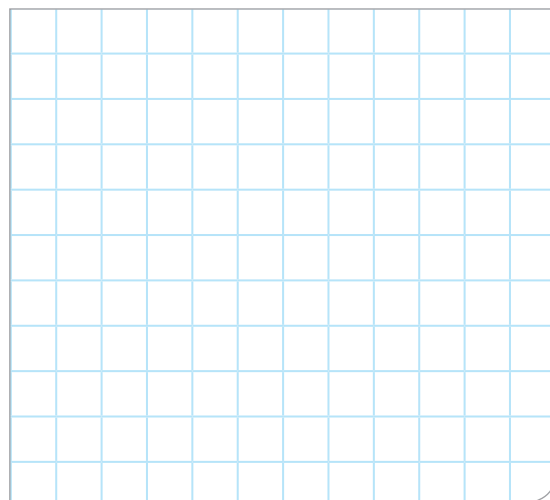


4. Procede de manera similar para resolver las preguntas 3 y 4 de la situación inicial.

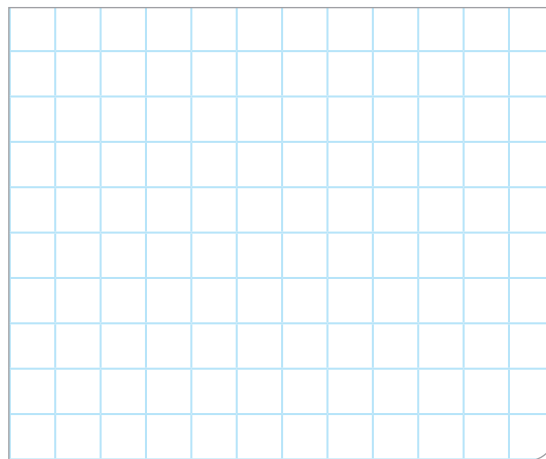


Reflexionamos sobre el desarrollo

1. ¿Podrías haber resuelto la situación de otra manera?



2. Plantea un problema similar que puedas resolver usando la misma estrategia.





Analizamos

Situación A

Luego de la cuarta fecha del Torneo Descentralizado de Fútbol Peruano, un equipo lleva, en la tabla de posiciones, 3 goles a favor y 4 en contra, por lo que su diferencia de goles es -1 . En la quinta fecha convirtió 2 goles, pero recibió 5 en contra. ¿Cuál será su nueva diferencia de goles?



Fuente: <https://goo.gl/ZRmQwy>

Resolución

Comprobamos que la diferencia de goles se obtiene restando los goles a favor y los goles en contra, aplicando las propiedades de las operaciones con números enteros:

$$3 - 4 = -1$$

Calculamos la nueva cantidad de goles a favor y goles en contra:

$$\text{Goles a favor} = 3 + 2 = 5$$

$$\text{Goles en contra} = 4 + 5 = 9$$

Calculamos la nueva diferencia de goles:

$$5 - 9 = -4$$

Respuesta:

La nueva diferencia de goles es -4 .

1. ¿Qué estrategia se utilizó para resolver la situación?

2. ¿Cómo podrías resolver el problema si no conocieras las cantidades iniciales de goles a favor y en contra, pero sí la diferencia de goles?

Situación C

En el Perú, el pico más alto es el Huascarán, que mide 6768 m s. n. m. Asimismo, la Depresión de Sechura es una zona de tierras bajas situada en la región Piura, y se ubica a 34 m bajo el nivel del mar. ¿Cuál es la diferencia en metros entre la cima del Huascarán y el punto más profundo de la Depresión de Sechura?



Fuente: <https://goo.gl/jzbNcz>

Resolución

(Encuentra el error)

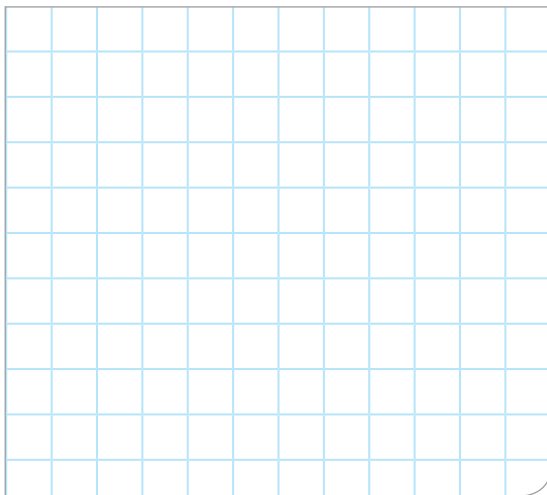
Como nos piden la diferencia de las alturas, calculamos:

$$6768 \text{ m} - 34 \text{ m} = 6734 \text{ m}$$

Respuesta:

La diferencia de alturas es de 6734 m.

1. ¿El procedimiento seguido es correcto?



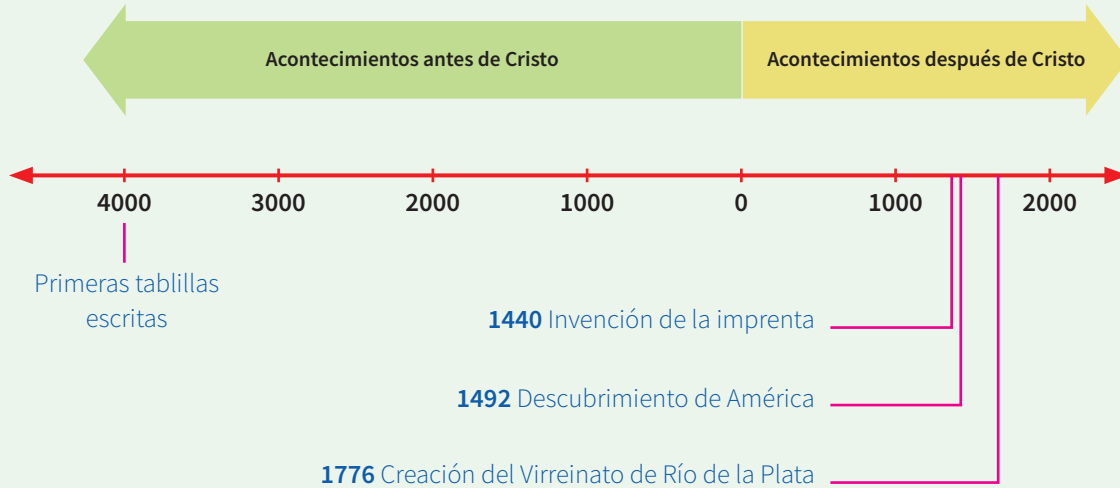
2. En caso de que hubiera un error, ¿cuál sería su corrección? De ser correcto, busca otra forma de resolver el problema.





Practicamos

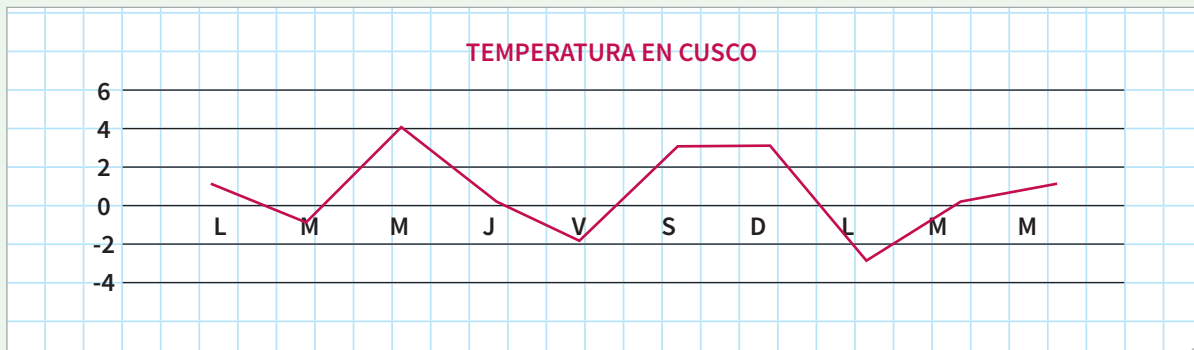
La siguiente línea de tiempo muestra algunos acontecimientos importantes de la Historia Universal.



Con la información dada, responde las preguntas 1 y 2.

1. ¿Cuántos años transcurrieron desde la invención de la imprenta hasta el descubrimiento de América?
a) 40 años
b) 52 años
c) 58 años
d) 92 años
2. ¿Cuántos años transcurrieron desde las primeras tablillas escritas hasta la creación del Virreinato de Río de la Plata?
a) 2230 años
b) 4770 años
c) 5492 años
d) 5776 años

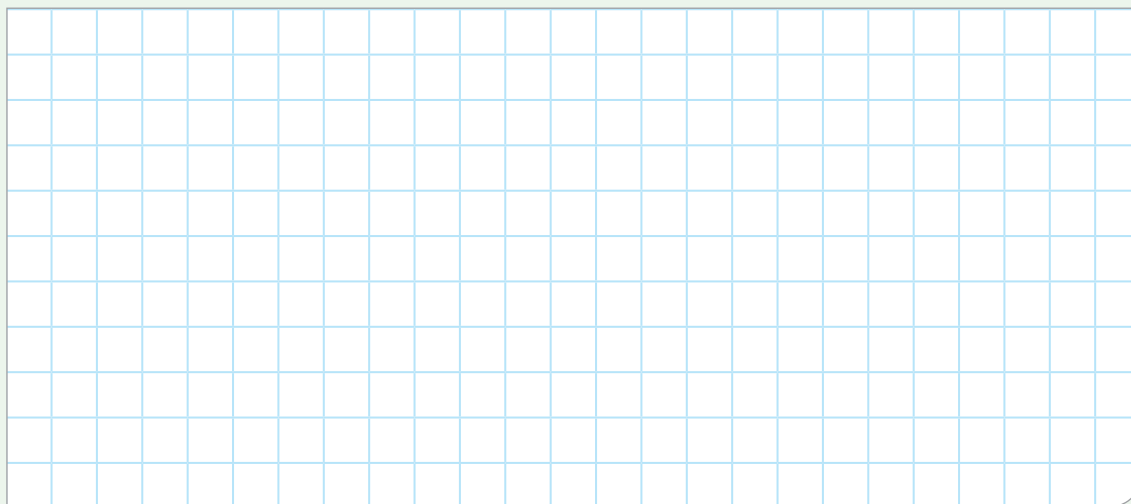
3. El Servicio Nacional de Meteorología e Hidrografía del Perú (SENAMHI) registró las temperaturas en la ciudad del Cusco durante 10 días, a las 2 a. m., como se muestra en el siguiente gráfico.



¿Cuánto menos es la temperatura registrada el viernes con respecto a la del miércoles de la primera semana?

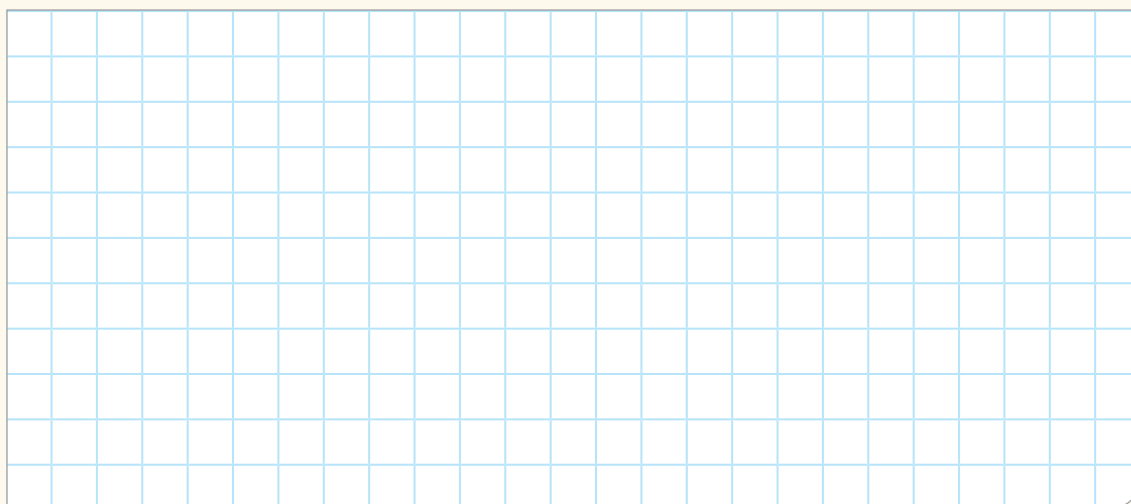
- a) 6 °C b) 4 °C c) 3 °C d) 2 °C

4. De acuerdo con un libro de historia, un personaje nació en el año 35 y murió en el año 15, a la edad de 50 años. ¿Es esto realmente posible?, ¿cómo?



5. En la galería "El rey de las telas", ubicada en un conocido emporio comercial, Viviana es propietaria de dos tiendas. Una de estas se encuentra en el sótano 3 y la otra se ubica a 7 pisos de la primera. ¿En qué piso se ubica la segunda tienda?

- a) Piso 3 b) Piso 4 c) Piso 7 d) Piso 10



6. En la ciudad de Puno la temperatura varía durante el día: a las 7 a. m. el termómetro marca -2°C , cinco horas después la temperatura sube 10°C y 10 horas después baja 7°C . ¿Qué temperatura marcaba el termómetro a las 10 p. m.?

- a) 1°C b) 3°C c) 8°C d) 10°C

7. La tabla de al lado corresponde a los goles a favor y en contra de 5 equipos que participan en el torneo descentralizado peruano. Completa la tabla si se sabe que GF son goles a favor y GC son goles en contra.

N.º	Equipo	GF	GC	Situación final	Operación matemática
1	Alianza Lima	18	6	12 GF	
2	Universitario	17	11		
3	Sporting Cristal	21		13 GF	
4	Melgar		9	1 GC	
5	Juan Aurich	8	14		

8. Un supermercado otorga a sus clientes 1 punto bono por cada 15 soles de compra. A Rosa, después de canjear el perfume y el reloj, le quedan 330 puntos bono. ¿Cuántos puntos bono tenía acumulados antes del canje?

- a) 345 puntos bono b) 520 puntos bono c) 1180 puntos bono d) 1430 puntos bono



250 puntos bono



850 puntos bono

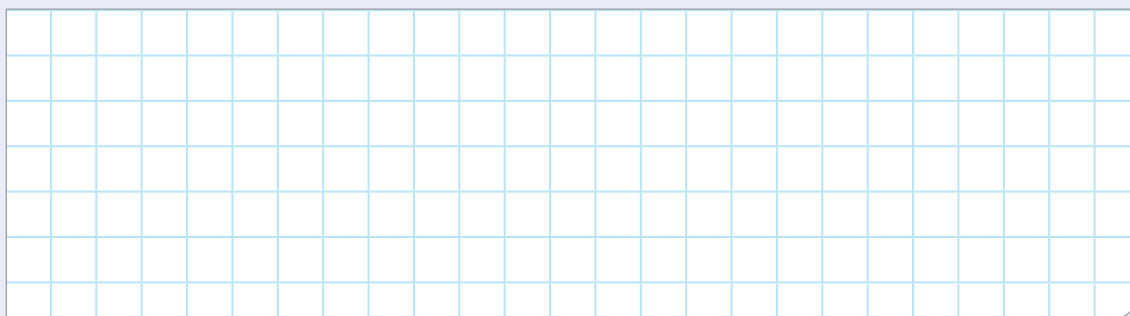


800 puntos bono

9. ¿En qué continentes se dan la mayor y la menor variación de temperatura?

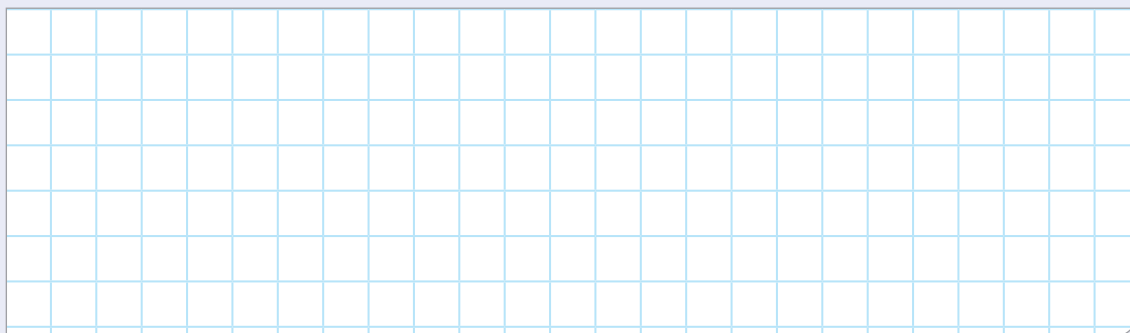
	América	Europa	Asia	Oceanía	África
Mínima	-17°	-1°	-17°	16°	17°
Máxima	23°	18°	28°	24°	27°

- a) Asia y África b) América y Oceanía c) Asia y Oceanía d) América y África



10. Si a es un número entero negativo y b es un número entero positivo, ¿qué signo tendrá el resultado de la operación: $a - b$?

¿Por qué?



COMPETENCIA	CAPACIDADES	DESEMPEÑOS
Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio	Traduce datos y condiciones a expresiones algebraicas y gráficas.	<p>Establece relaciones entre datos, valores desconocidos o variación entre dos magnitudes, y las transforma en ecuaciones lineales y proporcionalidad directa.</p> <p>Comprueba si la expresión algebraica o gráfica (modelo) que planteó le permitió solucionar el problema, y reconoce qué elementos de la expresión representan las condiciones del problema: datos, términos desconocidos, regularidades, relaciones de equivalencia o variación entre dos magnitudes.</p>
	Usa estrategias y procedimientos para encontrar equivalencias y reglas generales.	Selecciona y emplea recursos, estrategias heurísticas y procedimientos pertinentes a las condiciones del problema, como solucionar ecuaciones y determinar valores que cumplen una relación de proporcionalidad directa.



Aprendemos

La I.E. Simón Bolívar organizó un concurso de Matemática que consistía en la aplicación de una prueba de 20 preguntas que se calificó de la siguiente forma: + 5 puntos por respuesta correcta, - 2 puntos por respuesta incorrecta y 0 puntos por pregunta no contestada. La tabla muestra los resultados de los cuatro primeros puestos, aunque no necesariamente aparecen en orden de mérito.

Participantes	N.º de respuestas correctas	N.º de respuestas incorrectas	N.º de respuestas no contestadas
Liliana	16	4	0
Jairo	16	2	2
Fernando	15	3	2
Piero	14	0	6

Responde:

- ¿Quién ganó el concurso?
- Si Fernando hubiera dejado sin contestar las preguntas en las que se equivocó, ¿hubiera podido ganar el concurso?



Comprendemos el problema

1. ¿Cuáles son los datos del problema?

2. ¿Qué debes averiguar?

Diseñamos o seleccionamos una estrategia o plan

1. A partir de los datos identificados, ¿qué estrategia es la más adecuada para resolver el problema? Justifica tu respuesta.

- a) Usar un modelo. b) Establecer submetas. c) Hacer un dibujo.

Ejecutamos la estrategia o plan

1. Inicia el plan elegido.

2. Calcula el puntaje de cada uno.

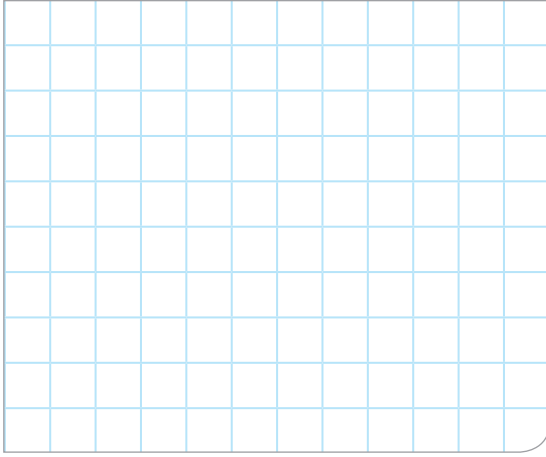
3. Ordénalos por orden de mérito y responde la pregunta 1 de la situación inicial.

4. Calcula el puntaje de Fernando con la condición de la pregunta 2 de la situación inicial.

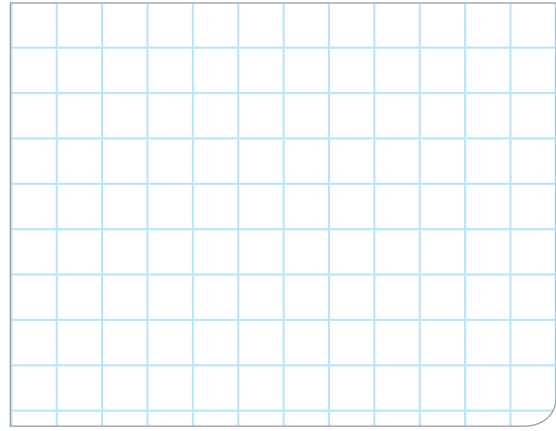
5. Responde la pregunta 2 de la situación inicial.

Reflexionamos sobre el desarrollo

1. Describe y explica la estrategia que seleccionaste.



2. ¿Cómo cambiaría el problema si las preguntas no contestadas valieran 1 punto?



Analizamos

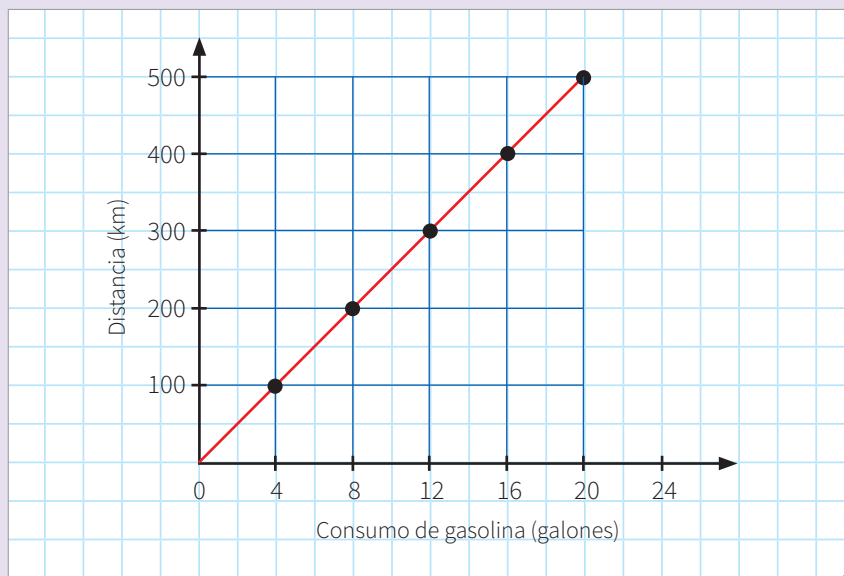
Situación A

Juan viaja en su camioneta por la Panamericana Sur a velocidad constante. La siguiente gráfica muestra cuánta gasolina consume de acuerdo con la distancia que va recorriendo.

¿Cuánta gasolina habrá consumido al recorrer 100 km?

¿Y al recorrer 400 km?, ¿y a los 50 km?

Si dispone de 30 galones, ¿qué distancia podrá recorrer?



Resolución

Con los datos del gráfico completamos la tabla y buscamos si hay un patrón entre sus términos:

Consumo de gasolina (galones)	4	8	12	16
Distancia recorrida (km)	100	200	300	400

The diagram shows arrows indicating multiplication factors between the values in the table:

- From 4 to 8: $\times 2$
- From 8 to 12: $\times 1.5$ (labeled as $\times 3$ in the image)
- From 12 to 16: $\times 1.33$ (labeled as $\times 4$ in the image)
- From 100 to 200: $\times 2$
- From 200 to 300: $\times 1.5$ (labeled as $\times 3$ in the image)
- From 300 to 400: $\times 1.33$ (labeled as $\times 4$ in the image)

Podemos ver que las magnitudes dadas son directamente proporcionales, por lo cual:

A los 100 km se habrán consumido 4 galones.

A los 400 km se habrán consumido 16 galones.

A los 50 km se habrán consumido 2 galones.

Para la última pregunta podemos plantear una proporción directa:

$$\frac{4}{100} = \frac{30}{d} \rightarrow 4 \times d = 100 \times 30$$

$$d = \frac{3000}{4} = 750 \text{ km}$$

1. ¿Qué estrategia se utilizó para resolver la situación?

2. ¿Podría haberse resuelto el problema de otra manera? Explica cómo.

Situación B

Para los juegos deportivos escolares nacionales, en la categoría de básquetbol se presentaron 17 equipos, los cuales estaban conformados por 5 jugadores titulares y 3 suplentes. ¿Cuántos estudiantes de dicha categoría participaron en esos juegos?



Resolución

Primero calculamos cuántos integrantes tiene cada equipo:

$$5 + 3 = 8$$

Si son 17 equipos de 8 integrantes cada uno, podemos calcular el total de participantes considerando la siguiente proporción:

$$\frac{1}{8} = \frac{17}{x} \rightarrow x = 17 \times 8$$

$$x = 136$$

Respuesta: Participaron 136 estudiantes.

- 1.** ¿Podrías haber resuelto el problema de otra manera? Explica cómo.

- 2.** ¿Esa otra manera es más o menos ventajosa?

Situación C

El siguiente cuadro muestra las temperaturas mínimas registradas en la ciudad de Puno durante junio, así como la cantidad de días que se registró cada temperatura.

Temperatura mínima (°C)	-11	-8	-6	-2	0	2
Días con esta temperatura	4	3	7	9	3	4

¿Cuál fue la temperatura mínima promedio de junio?

Resolución

(Encuentra el error)

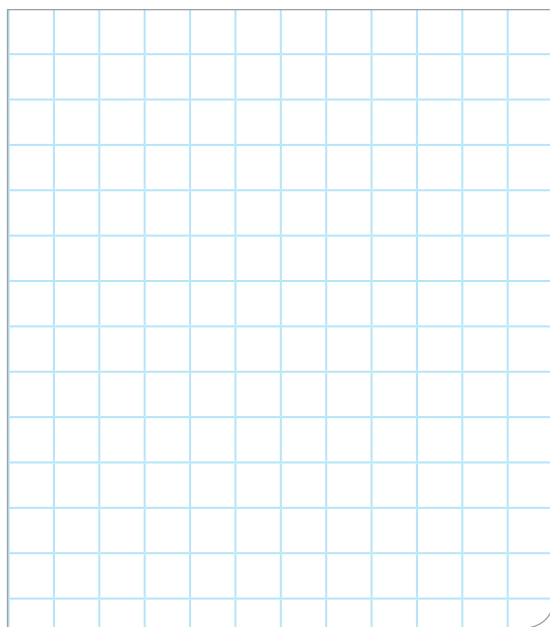
Recordamos que para calcular un promedio se deben sumar todos los datos y dividir esta suma entre el número de datos. En este habrá que sumar las 6 temperaturas dadas (teniendo en cuenta las propiedades para sumar y dividir enteros negativos y positivos) y luego dividir el resultado entre 6:

$$\text{Promedio} = \frac{(-11) + (-8) + (-6) + (-2) + 0 + 2}{6}$$
$$\text{Promedio} = \frac{-25}{6} = -4,17^\circ\text{C}$$

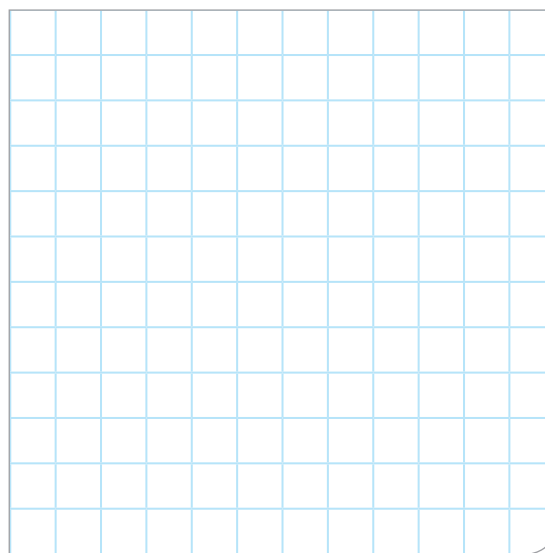
Respuesta:

La temperatura mínima promedio fue de $-4,17^\circ\text{C}$.

1. ¿El procedimiento seguido es correcto?



2. En el caso de que hubiera un error, ¿cuál sería su corrección? De ser correcto, busca otra forma de resolver el problema.





Practicamos

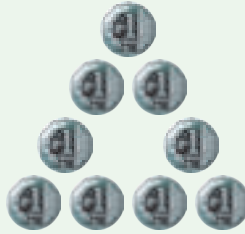
1. Enrique acomoda sus monedas de un sol como se muestra en la figura:



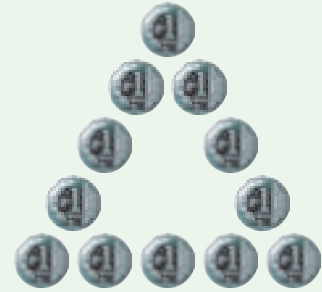
Arreglo 1



Arreglo 2



Arreglo 3



Arreglo 4

Completa la tabla:

N.º de arreglo	1	2	3	4	5
N.º de monedas					

Si Enrique quiere formar un triángulo con 15 monedas por lado, ¿cuántas necesitará?

- a) 30 monedas
- b) 42 monedas
- c) 45 monedas
- d) 48 monedas

2.

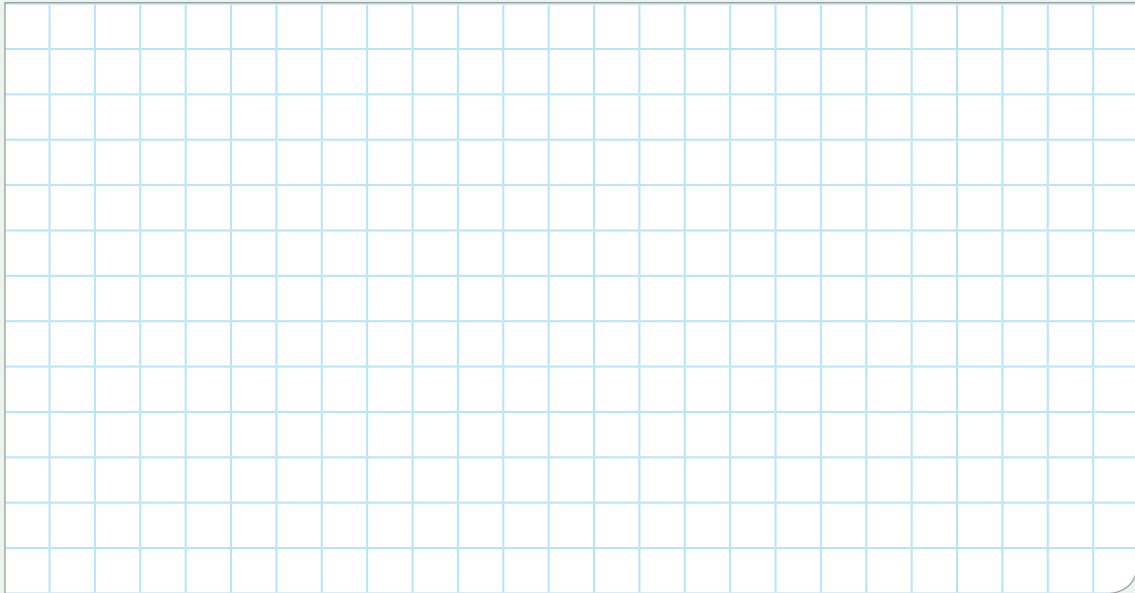


PETER PAN		
2D	Adultos	S/15,00
	Adulto mayor y niños hasta 10 años	S/10,00

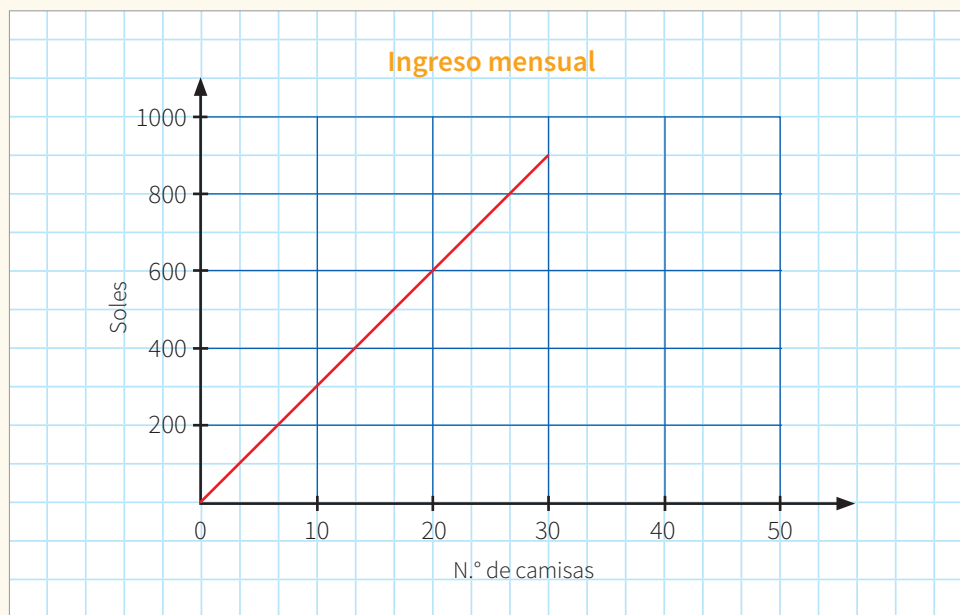
Si los esposos Chávez van al estreno de *Peter Pan* con sus 4 hijos pequeños y el abuelo, ¿cuánto gastarán en las entradas?

- a) S/105
- b) S/90
- c) S/85
- d) S/80

4. Construye una tabla con la información brindada y explica el significado de la constante de proporcionalidad resultante.



5. La dueña de Confecciones Wendy elaboró el siguiente gráfico para representar el ingreso mensual de las camisas que produce:



¿Cuál es su ingreso mensual si vendió 50 camisas?

- a) S/1000 b) S/1200 c) S/1400 d) S/1500

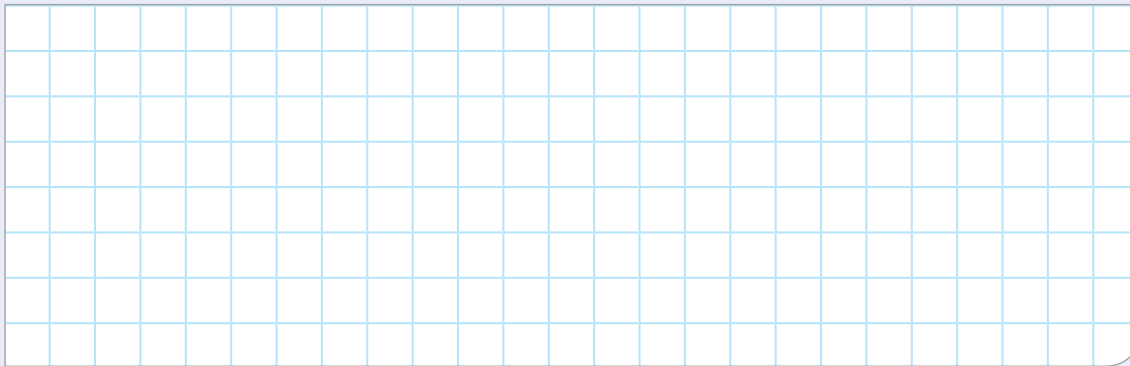
8. En la última fecha del campeonato deportivo se enfrentaron 4 colegios, y se obtuvieron los siguientes resultados:

Colegio	Partidos ganados	Partidos perdidos	Partidos empatados
I. E. Santa Rosa	4	2	2
I. E. Carmelitas	2	3	3
I. E. San Roque	4	0	4
I. E. San Juan	3	3	2

Por partido ganado, cada equipo obtiene 3 puntos; por partido empatado, 1 punto; y por partido perdido, 0 puntos.

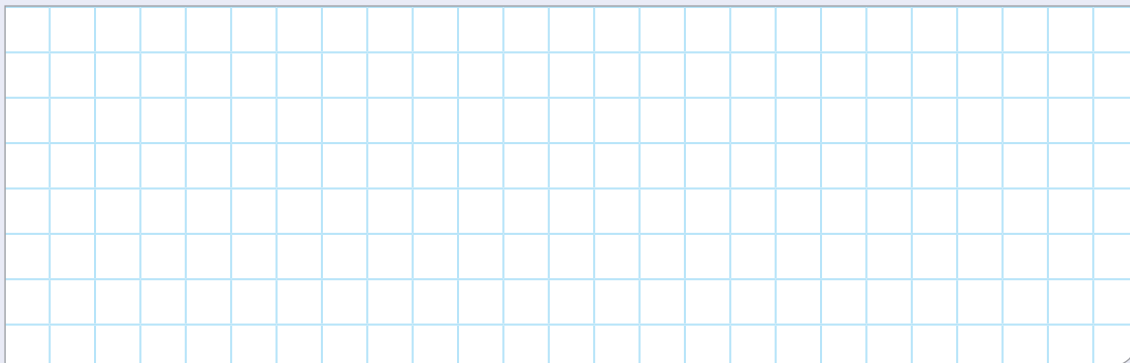
¿Qué puntaje obtuvo la I. E. Carmelitas?

- a) 9 puntos b) 8 puntos c) 7 puntos d) 5 puntos



9. De la pregunta anterior, ¿qué institución educativa ganó el campeonato?

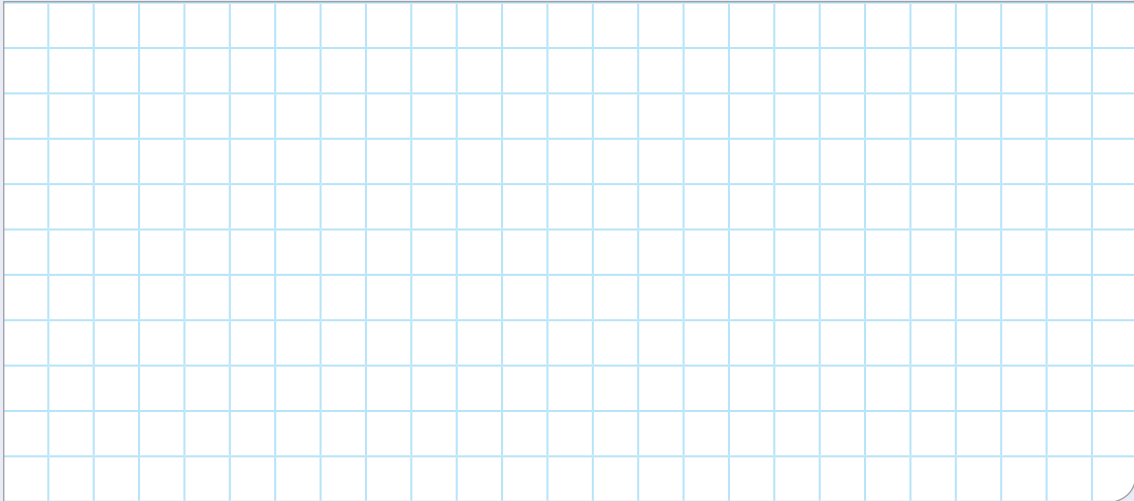
- a) I. E. Santa Rosa b) I. E. Carmelitas c) I. E. San Roque d) I. E. San Juan



10. Una fuente de soda tiene un dispensador de refresco con dos depósitos de 15 litros de capacidad cada uno. Marlene vende refresco de maracuyá y chicha morada en envases de 1 litro y de medio litro.

Lista de precios		
Refresco	1 litro	$\frac{1}{2}$ litro
Maracuyá	S/2	S/1
Chicha morada	S/4	S/2

Marlene, un día de verano, olvidó enchufar el dispensador y perdió todo su refresco. Expresa la pérdida de ese día con operaciones en números enteros.



Ficha 9

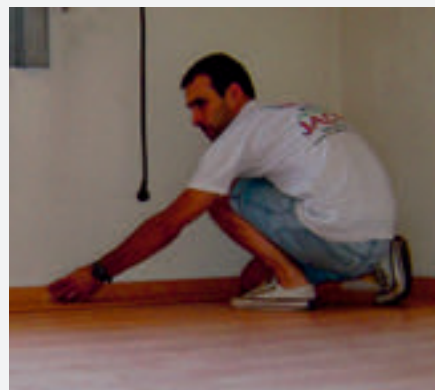
Trabajamos con la geometría

COMPETENCIA	CAPACIDADES	DESEMPEÑOS
Resuelve problemas de forma, movimiento y localización	Comunica su comprensión sobre las formas y relaciones geométricas.	Expresa con dibujos y con lenguaje geométrico su comprensión sobre las propiedades de las rectas paralelas, perpendiculares y secantes, y de los cuadriláteros y triángulos.
	Usa estrategias y procedimientos para medir y orientarse en el espacio.	Selecciona y emplea estrategias heurísticas, recursos o procedimientos para determinar la longitud, el perímetro, el área de cuadriláteros y triángulos, así como de áreas bidimensionales compuestas.
	Argumenta afirmaciones sobre relaciones geométricas.	Plantea afirmaciones sobre las relaciones y propiedades que descubre entre los objetos, entre las formas geométricas y entre objetos y formas geométricas.



Aprendemos

José es maestro albañil y está trabajando en la construcción de una casa. La sala principal tiene forma rectangular y sus medidas son 9 m de largo por 3 m de ancho. El dueño de casa quiere revestir el piso de la sala con cerámicos de forma cuadrada de 60 cm por lado. El dueño de la casa compró 10 cajas de cerámicos. Cada caja contiene 8 cerámicos. Además, desea colocar un zócalo de madera en todo el borde de la sala.



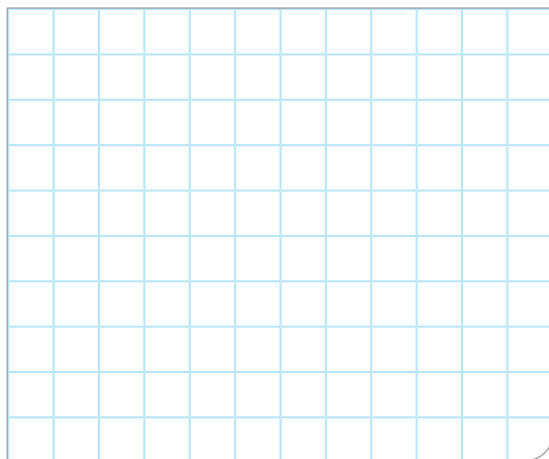
Fuente: <https://goo.gl/GMJ7Fe>

Responde:

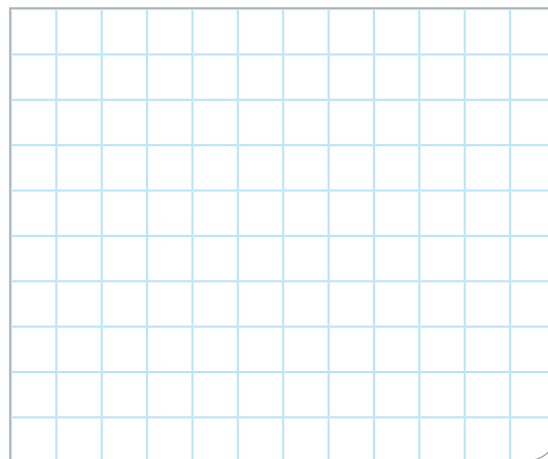
1. ¿La cantidad comprada de cerámicos es suficiente para recubrir todo el piso?
2. El metro lineal de zócalo de madera cuesta 12 soles. ¿Cuánto debe gastar el dueño en la compra de este material?

Comprendemos el problema

1. Describe en qué consiste el problema.



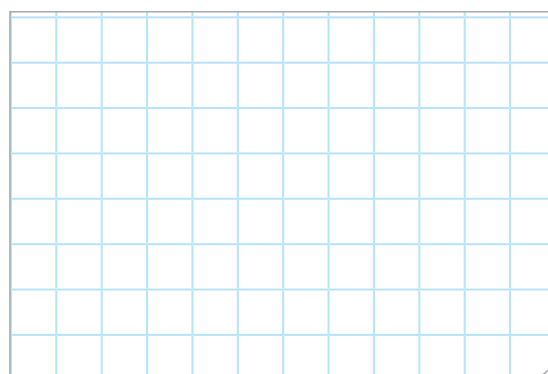
3. ¿Qué te solicita la situación planteada?



2. ¿Cuáles son los datos?



4. ¿Es similar a algún otro problema que hayas resuelto antes?



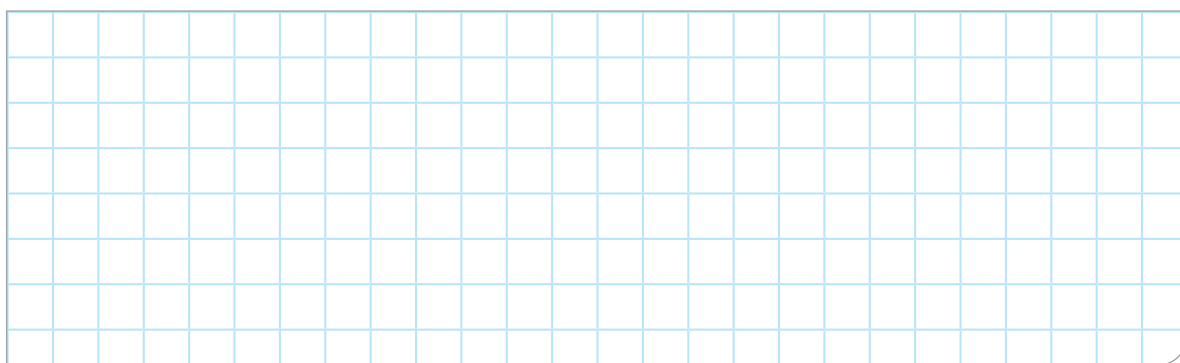
Diseñamos o seleccionamos una estrategia o plan

1. A partir de los datos identificados, ¿qué estrategia es la más adecuada para resolver el problema? Justifica tu respuesta.

a) Hacer un dibujo.

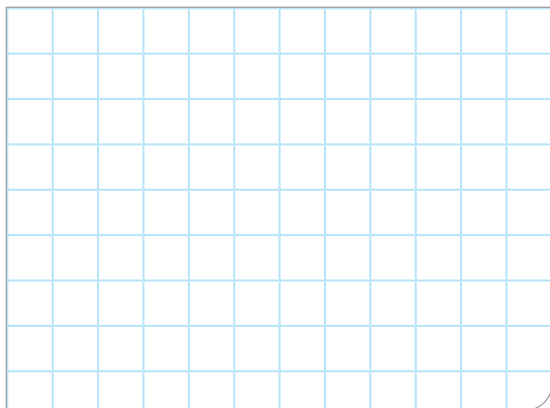
b) Buscar una fórmula.

c) Establecer submetas.

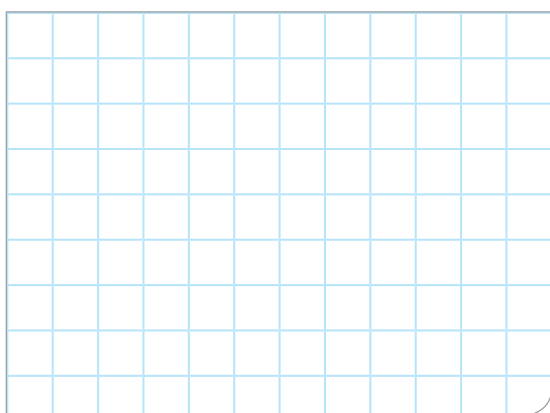


Ejecutamos la estrategia o plan

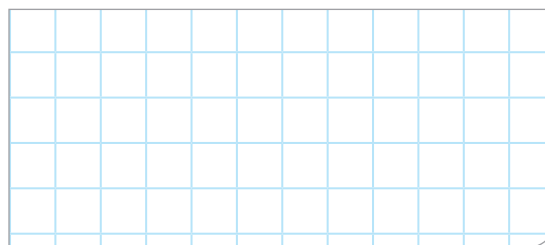
1. Empieza el plan elegido.



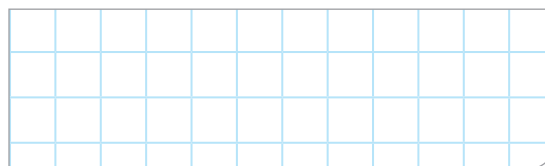
2. Calcula el área de la sala y de cada cerámico.



3. Calcula cuántos cerámicos se necesitan y responde si hay o no suficientes.



4. Calcula el perímetro de la sala.

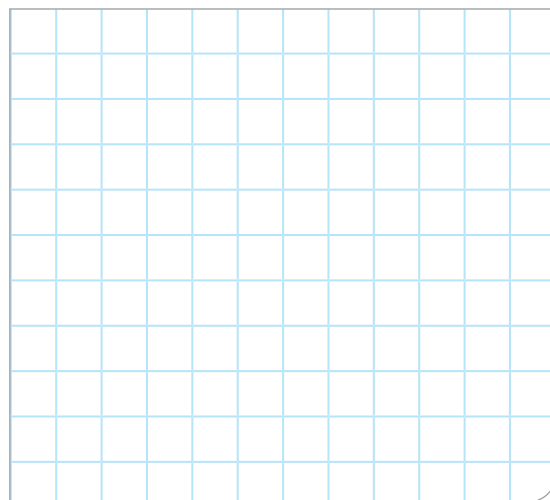


5. Calcula el costo del zócalo.

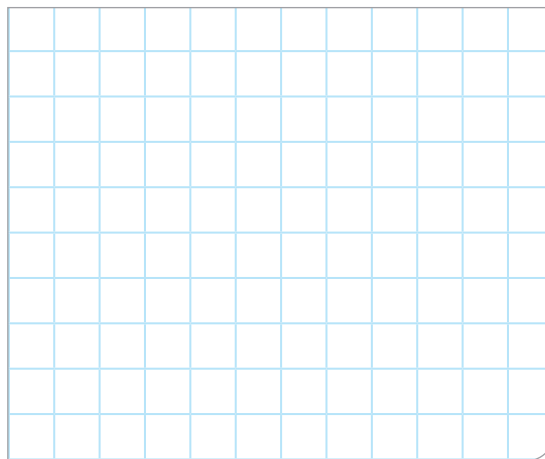


Reflexionamos sobre el desarrollo

1. ¿Utilizaste una sola estrategia o varias?



2. ¿Podrías resolver el problema sin calcular el área de la sala y de cada cerámico?





Analizamos

Situación A

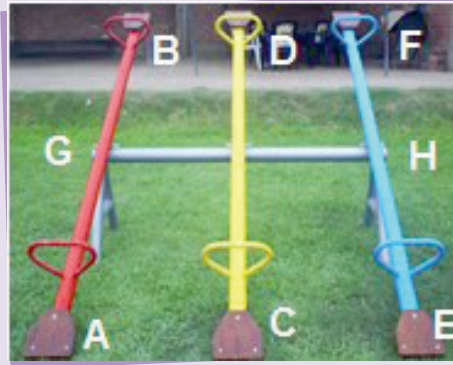
Los subibajas de colores de la figura mostrada son paralelos entre sí y son perpendiculares a la barra gris que sirve de soporte. Escribe el símbolo de paralelo ($//$) o perpendicular (\perp) según corresponda, en el espacio en blanco que hay entre los siguientes segmentos:

\overline{EF} \overline{GH}

\overline{CD} \overline{FH}

\overline{AG} \overline{HE}

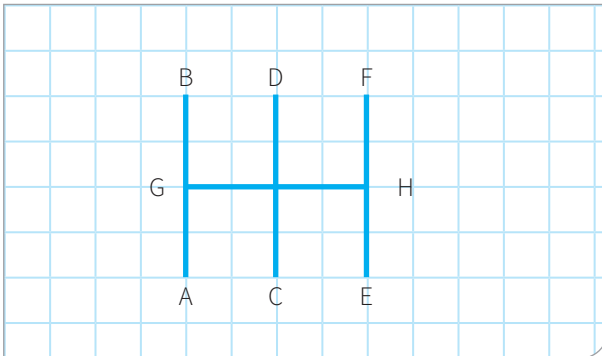
\overline{BG} \overline{CH}



Fuente: <https://goo.gl/PLzbs>

Resolución

Hacemos un dibujo geométrico que represente la estructura de los subibajas:



Podemos visualizar que:

$\overline{EF} \perp \overline{GH}$

$\overline{CD} // \overline{FH}$

$\overline{AG} // \overline{HE}$

$\overline{BG} \perp \overline{GH}$

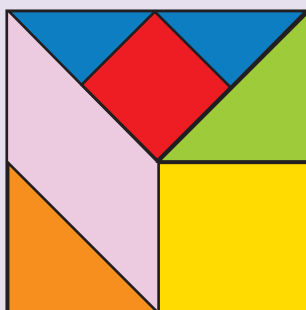
1. ¿Qué estrategia se utilizó para resolver la situación?

2. ¿Era necesario hacer un dibujo o podrías resolverlo a golpe de vista?

3. ¿Puedes extender tu solución a un caso general?

Situación B

Diego tiene un tangram de forma cuadrada cuyos lados miden 12 cm y lo compra por S/8. Él quiere saber cuál es el área del tangram y de cada una de las siete piezas que lo componen, pero no tiene una regla a la mano para medir las dimensiones de cada pieza. Ayuda a Diego a calcular dichas áreas.



Resolución

El área total del tangram es $(12 \text{ cm})^2 = 144 \text{ cm}^2$

El cuadrado amarillo es la cuarta parte del tangram; su área es: $144 \div 4 = 36 \text{ cm}^2$

El triángulo verde es la mitad del cuadrado amarillo; su área es: $36 \div 2 = 18 \text{ cm}^2$

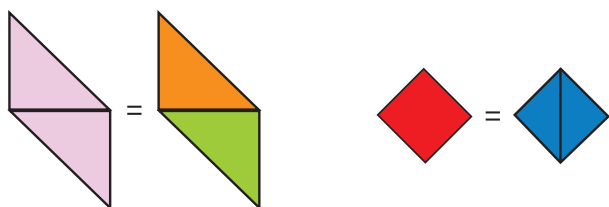
El triángulo naranja es del mismo tamaño y forma que el verde; su área es: 18 cm^2

El paralelogramo rosado se puede descomponer en dos triángulos iguales al verde y al naranja; su área es:

$$18 \times 2 = 36 \text{ cm}^2$$

Cada triángulo azul es la mitad del triángulo verde; su área es: $18 \div 2 = 9 \text{ cm}^2$

El cuadrado rojo se puede descomponer en dos triángulos azules; su área es: $18 \times 2 = 36 \text{ cm}^2$

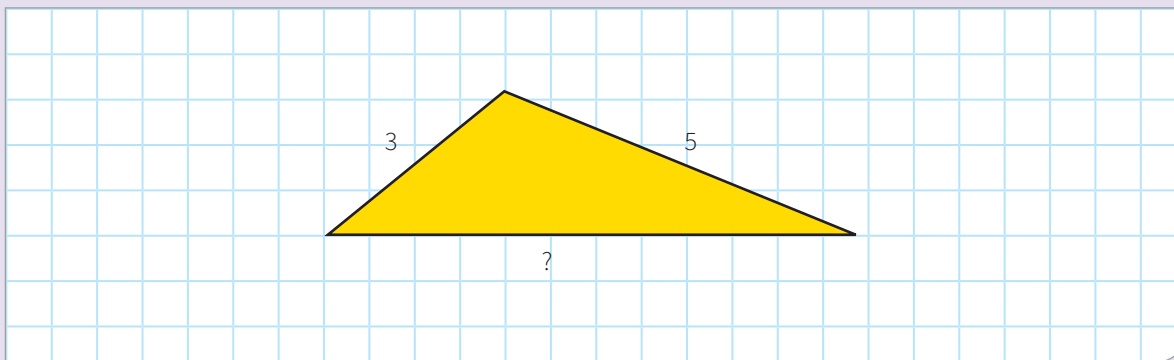


1. Describe el procedimiento realizado en la resolución del problema.

2. ¿Cómo hubieras resuelto el problema utilizando las medidas de las figuras?

Situación C

Dos lados de un triángulo miden 3 cm y 5 cm. ¿Cuántos valores enteros, en centímetros, puede tomar el tercer lado?



Resolución

(Encuentra el error)

Recordamos una propiedad fundamental de los triángulos: cada lado debe ser menor que la suma de los otros dos.

Llamamos x al lado desconocido y planteamos una desigualdad:

$$x < 5 + 3 \rightarrow x < 8$$

Por lo tanto, el tercer lado puede tomar los siguientes valores: $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$

Respuesta:

El tercer lado puede tomar 7 valores enteros.

1. ¿El procedimiento seguido es correcto?

A small grid for writing the answer to question 1, consisting of 10 columns and 4 rows.

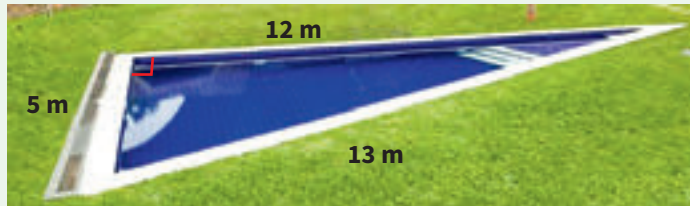
2. En caso de que hubiera un error, ¿cuál sería su corrección? De ser correcto, busca otra forma de resolver el problema.

A large grid for writing the answer to question 2, consisting of 10 columns and 10 rows.



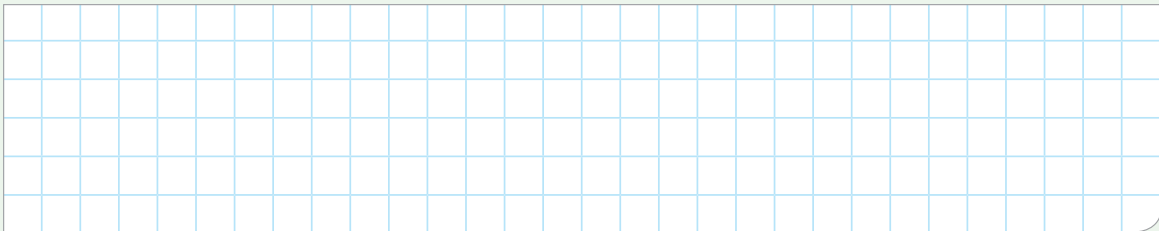
Practicamos

1. En una piscina en forma de triángulo rectángulo con las medidas mostradas, se coloca una cinta de separación de 6,5 m desde el vértice del ángulo recto al punto medio del lado opuesto, formando así dos divisiones triangulares.



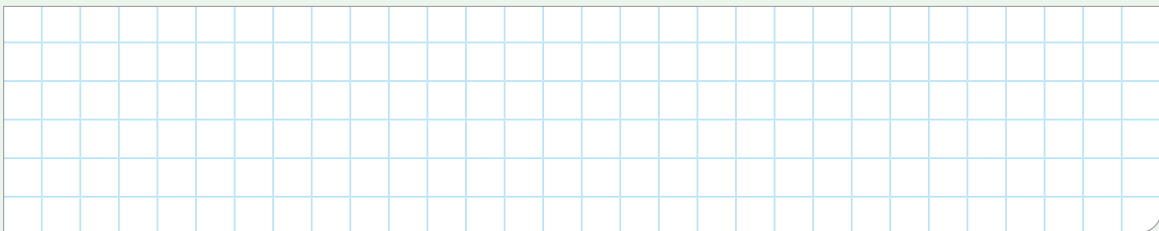
¿Cuánto mide el perímetro de cada una de las dos regiones triangulares formadas?

- a) 11 m y 18 m b) 15 m y 15 m c) 17 m y 24 m d) 18 m y 25 m



2. ¿Qué alternativa no puede representar las medidas de los tres lados de un triángulo?

- a) 2 cm, 3 cm y 4 cm b) 3 cm, 4 cm y 5 cm c) 1 cm, 1 cm y 1 cm d) 1 cm, 2 cm y 3 cm

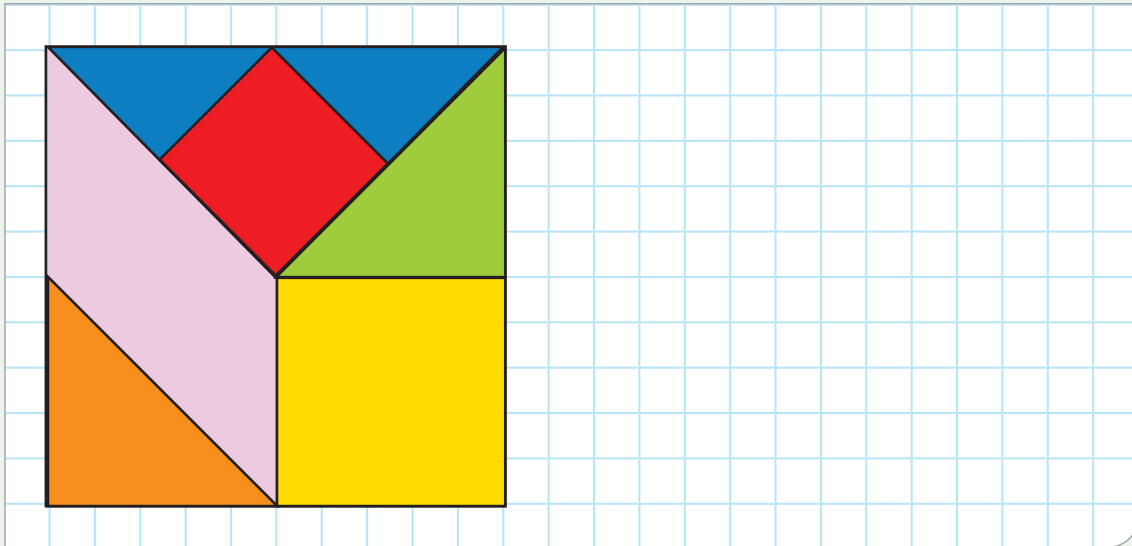


3. ¿Cuántas de las calles nombradas, mostradas en la figura, son paralelas a la avenida Cultura?

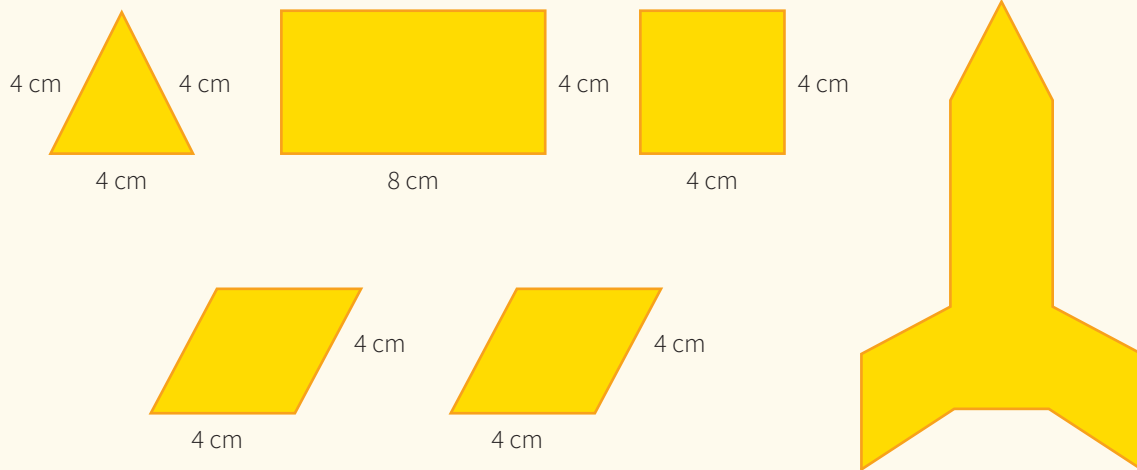
- a) 1 b) 2 c) 3 d) 4



4. Utiliza la regla para medir, aproximadamente, los lados de las piezas del tangram mostrado. ¿Cuál pieza es la que tiene el mayor perímetro?



5. Para formar un cohete espacial de cartulina de la misma forma como se muestra al costado derecho, se utilizan las siguientes piezas:



Calcula el perímetro de dicho cohete.

- a) 48 cm b) 52 cm c) 84 cm d) 104 cm

6. El museo de Louvre en Francia es uno de los más famosos del mundo. Sus paredes están conformadas por rombos y triángulos de cristal, 603 rombos de 3 m de alto y 1,80 m de ancho, y 70 triángulos que son la mitad de cada rombo. ¿Cuántos metros cuadrados de cristal contienen las paredes de este museo?



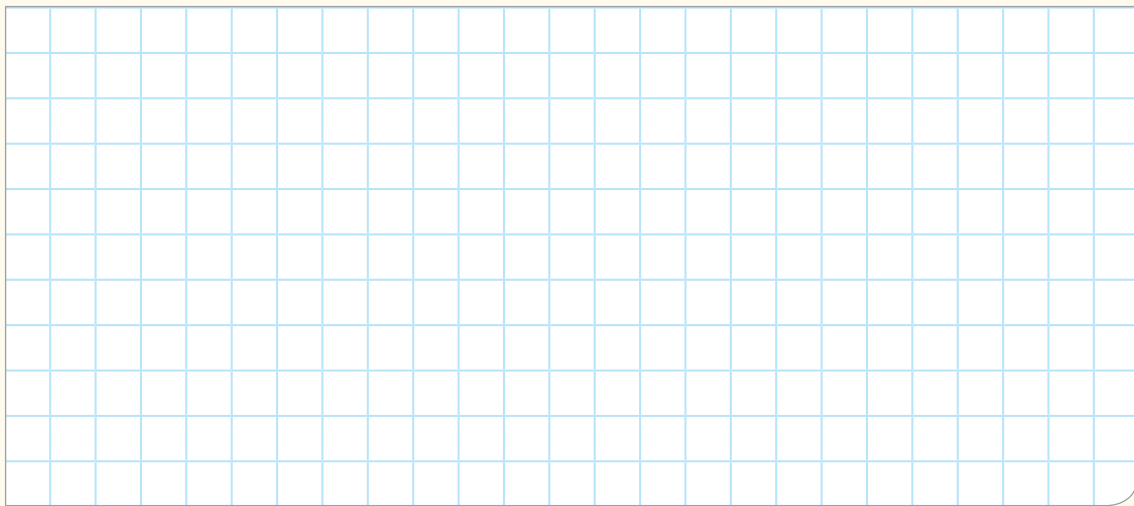
Fuente: <https://goo.gl/ewdFhs>

a) $1722,6 \text{ m}^2$

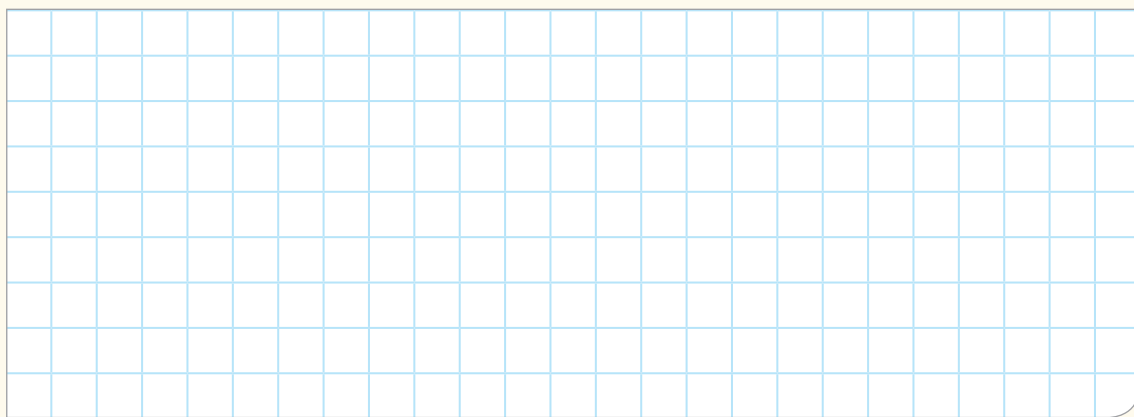
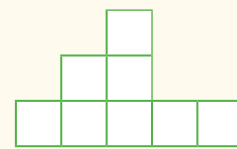
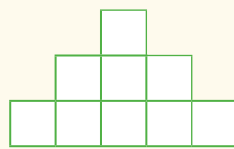
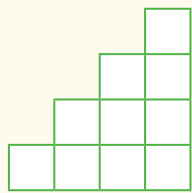
b) $1817,1 \text{ m}^2$

c) $3445,2 \text{ m}^2$

d) $3634,2 \text{ m}^2$



7. Cada una de las tres figuras mostradas abajo ha sido dividida en cuadraditos, todos iguales. ¿Qué características comunes tienen estas tres piezas?

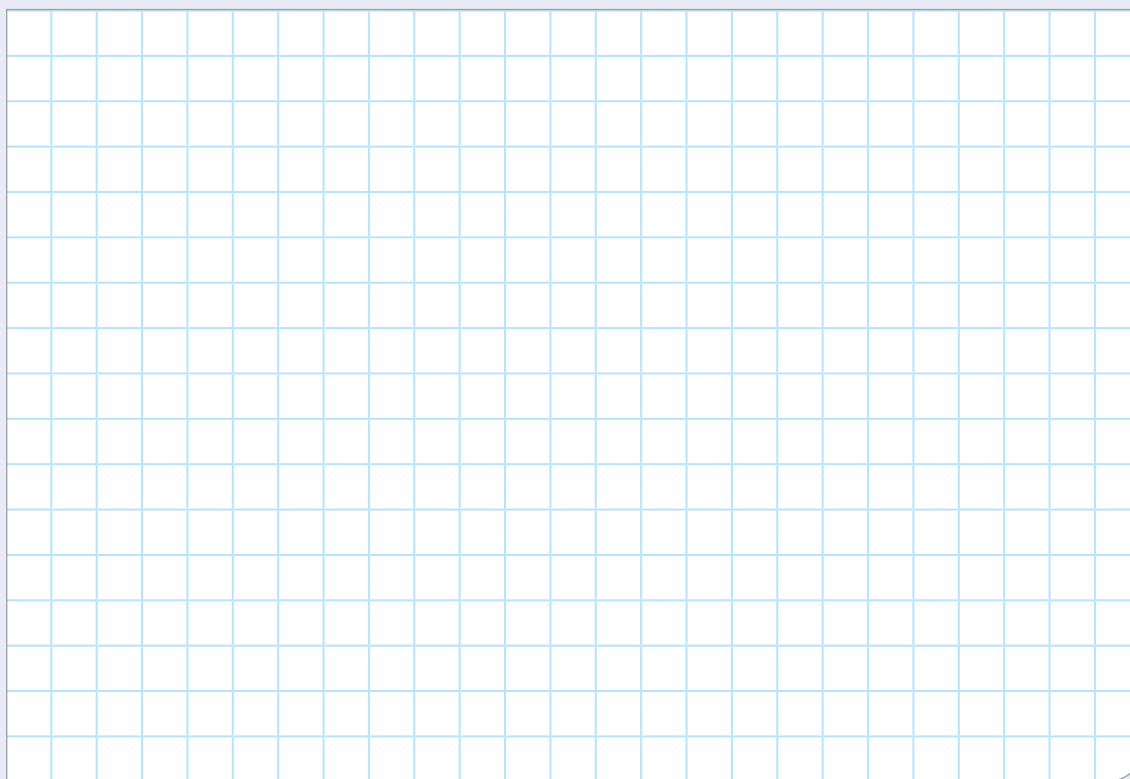


8. Se sabe que un jardín de forma rectangular se puede acordonar con una soga de 26 m. Si uno de los lados del jardín mide 3 m más que el otro, ¿cuál es el área del jardín?

- a) 25 m²
- b) 26 m²
- c) 40 m²
- d) 64 m²



Fuente: <https://goo.gl/C3Jc1q>

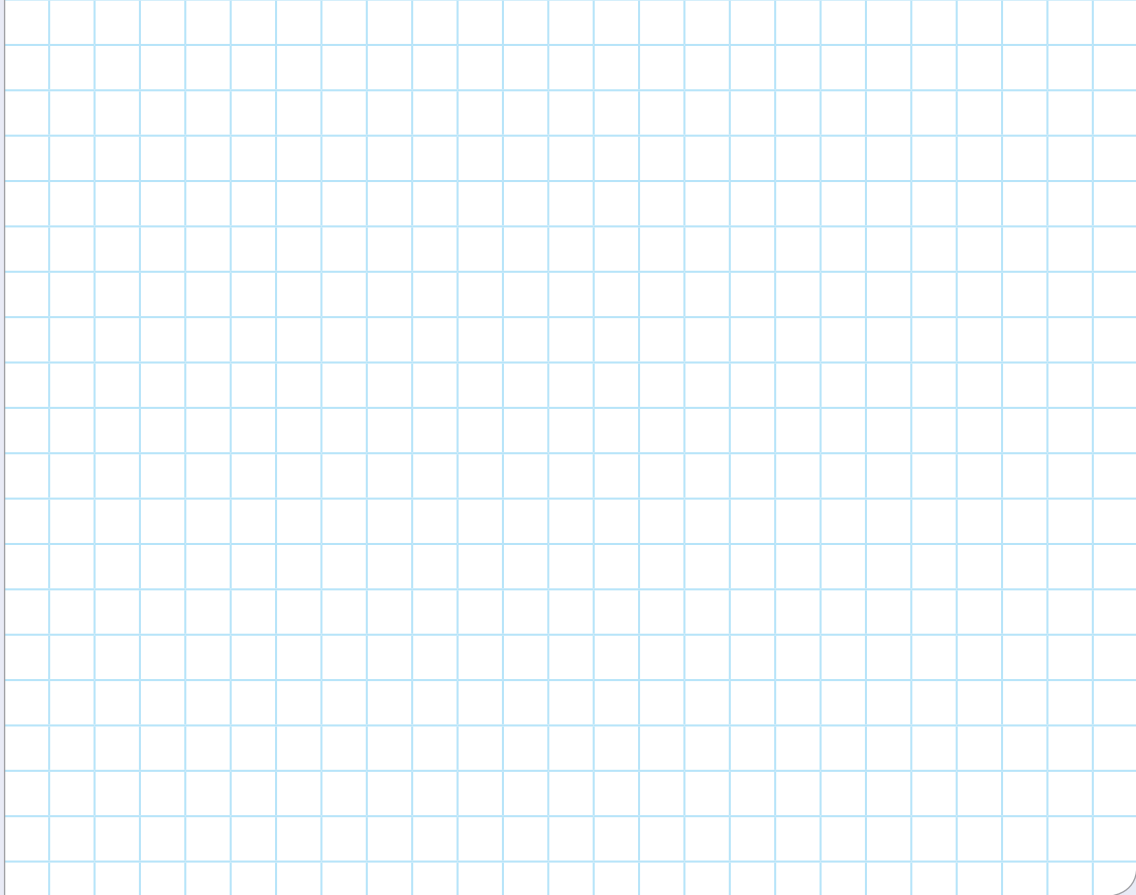


9. Se muestran las medidas de una casa que se vende a 79 000 dólares. ¿Cuánto costaría una casa similar, pero de 60 m²?

- a) 30 000 dólares
- b) 45 000 dólares
- c) 60 000 dólares
- d) 120 000 dólares

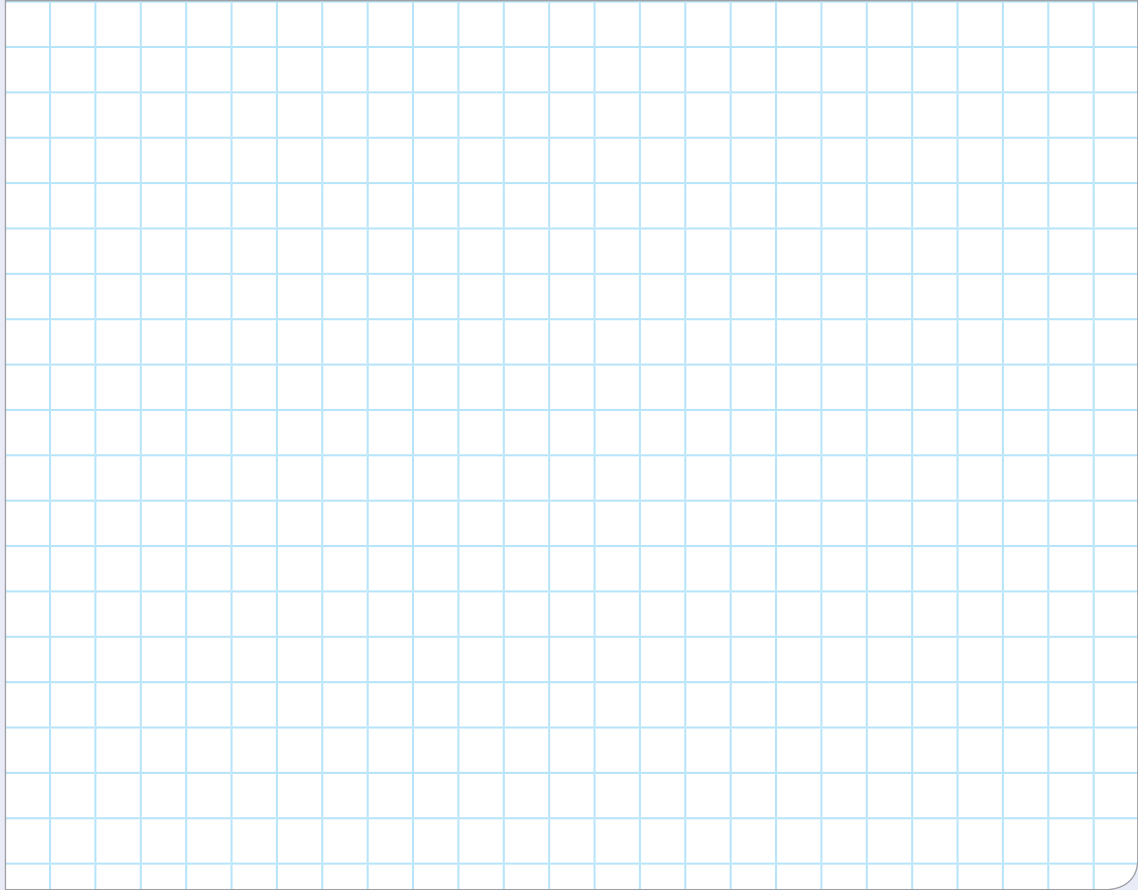


Fuente: <https://goo.gl/5p5PIZ>





- 10 Si los lados de un cuadrado se duplican, ¿qué ocurre con su perímetro y con su área? Justifica tu respuesta.



Identificamos formas poligonales en nuestro entorno

COMPETENCIA	CAPACIDADES	DESEMPEÑOS
Resuelve problemas de forma, movimiento y localización	Comunica su comprensión sobre las formas y relaciones geométricas.	Expresa con dibujos, construcciones con regla y compás, y con lenguaje geométrico su comprensión sobre las propiedades de los cuadriláteros, triángulos y círculos. Los expresa aun cuando estos cambien de posición, para interpretar un problema según su contexto y estableciendo relaciones entre representaciones.
	Usa estrategias y procedimientos para medir y orientarse en el espacio.	Selecciona y emplea estrategias heurísticas, recursos o procedimientos para determinar la longitud, el perímetro, el área de cuadriláteros y triángulos, así como de áreas bidimensionales compuestas.



Aprendemos

Desde nuestros antepasados hasta la actualidad, las formas geométricas siempre han estado presentes en nuestra vida cotidiana formando parte de diversos diseños arquitectónicos y como parte de la naturaleza que nos rodea (hojas, frutos, verduras, accidentes geográficos, etc.).

Nuestro país posee un gran bagaje histórico, que es resultado de todas las culturas que se desarrollaron a lo largo del territorio. El complejo arqueológico de Tarawasi, ubicado en la provincia de Anta, cerca del Cusco, es una muestra de ello. Tarawasi es famoso por las formas poligonales que adornan sus muros, ya que con las piedras que los conforman se ha conseguido elaborar diseños que asemejan flores. Además, la unión de esas rocas ha sido capaz de dar forma a una sólida estructura de gran belleza arquitectónica.



Fuente: <https://goo.gl/u9z6Q7>



Fuente: <https://goo.gl/odz7g8>

Responde:

1. ¿Cuál es la menor suma de ángulos externos que puedes encontrar en las formas poligonales de las piedras mostradas?
2. ¿Cuál es la mayor suma de ángulos internos que puedes encontrar en las formas poligonales de las piedras mostradas?

Comprendemos el problema

1. ¿Qué polígonos puedes identificar en las piedras?

2. ¿Qué te solicita el problema?

Diseñamos o seleccionamos una estrategia o plan

1. Buscar una fórmula es una estrategia adecuada para esta situación. ¿Qué fórmulas te permiten calcular la suma de los ángulos internos y externos de un polígono?

2. ¿Qué estrategia puedes utilizar para averiguar la mayor y menor suma solicitadas?

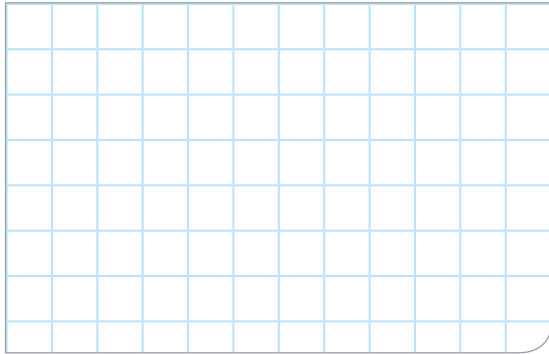
Ejecutamos la estrategia o plan

1. Desarrolla la estrategia elegida para la pregunta 1 de la situación inicial.

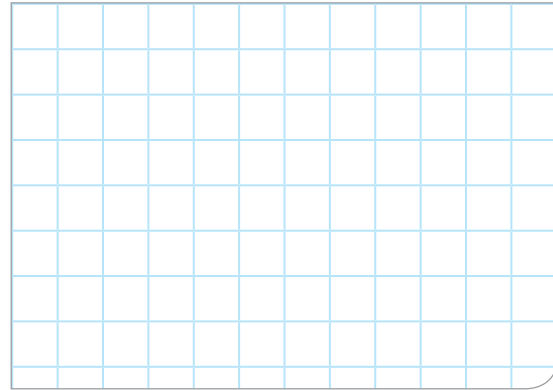
2. Responde la pregunta 1 de la situación inicial.



3. Desarrolla la estrategia elegida para la pregunta 2 de la situación inicial.

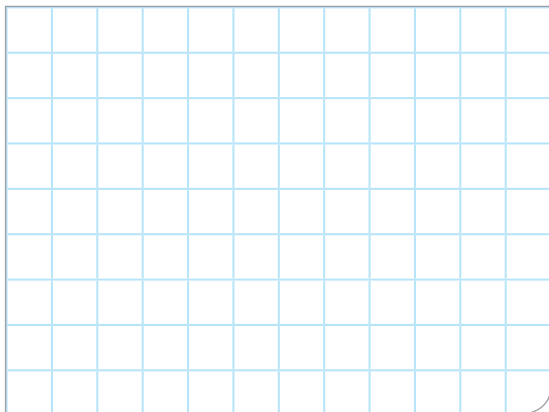


4. Responde la pregunta 2 de la situación inicial.

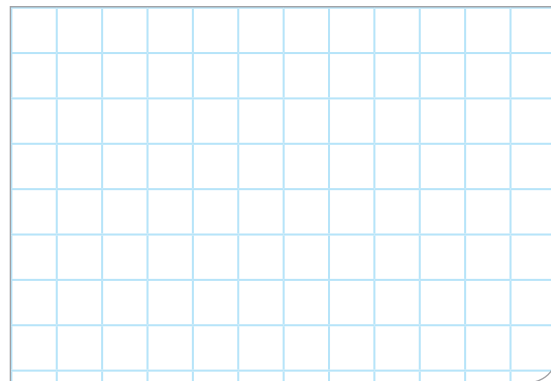


Reflexionamos sobre el desarrollo

1. ¿Puedes generalizar el resultado obtenido en la pregunta 2 de la situación inicial?



2. ¿En algún polígono se puede cumplir que la suma de los ángulos internos es igual a la suma de los ángulos externos?





Analizamos

Situación A

El perímetro de una mesita de centro, que tiene la forma de un hexágono regular, es de 144 cm.

Calcula el área de la pieza de vidrio que se debe colocar sobre dicha mesita para cubrir y proteger su superficie.

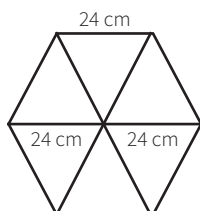
(Considera $\sqrt{3} = 1,73$ y redondea el resultado final al entero más próximo).



Resolución

Como se trata de un hexágono regular, cada uno de sus seis lados debe tener la misma longitud:

$$l = \frac{144}{6} \rightarrow l = 24 \text{ cm}$$



Como podemos apreciar en la figura, un hexágono regular se puede dividir en 6 triángulos equiláteros:

Luego, para calcular su área, bastará con hallar la de uno de sus triángulos y multiplicarla por 6. Recordamos la fórmula del área de un triángulo equilátero:

$$A_{\text{triángulo}} = \frac{l^2 \times \sqrt{3}}{4}$$

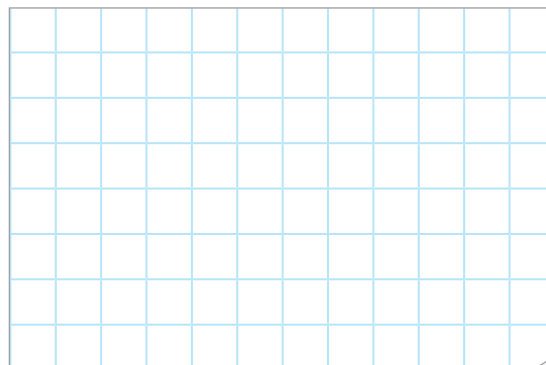
$$\text{Reemplazando: } A_{\text{triángulo}} = \frac{24^2 \times \sqrt{3}}{4} = 144\sqrt{3} \text{ cm}^2$$

$$A_{\text{hexágono}} = 6(144 \times 1,73) = 1494,72 \text{ cm}^2$$

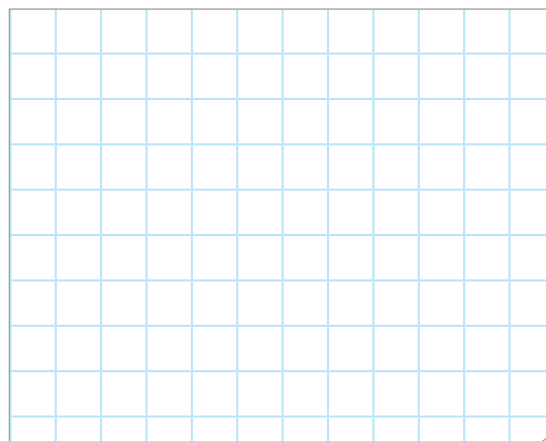
Respuesta:

El área del vidrio es 1495 cm².

1. ¿Qué estrategias se utilizaron para resolver la situación? Descríbelas.

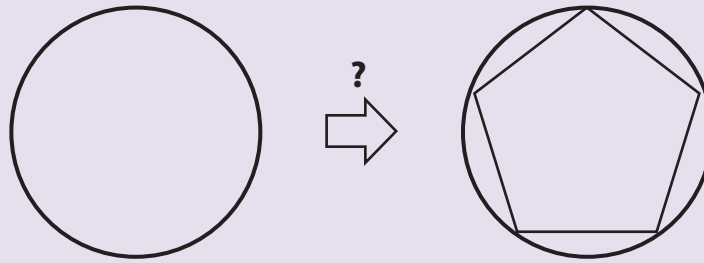


2. ¿Puedes generalizar una fórmula para calcular el área de un hexágono regular conociendo la longitud l de uno de sus lados?



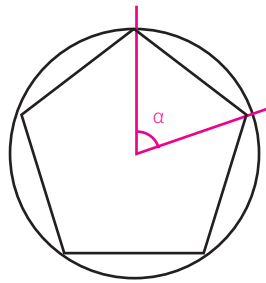
Situación B

Explica cómo a partir de una circunferencia, con el empleo de regla, compás y transportador, se puede graficar un pentágono regular inscrito en ella.



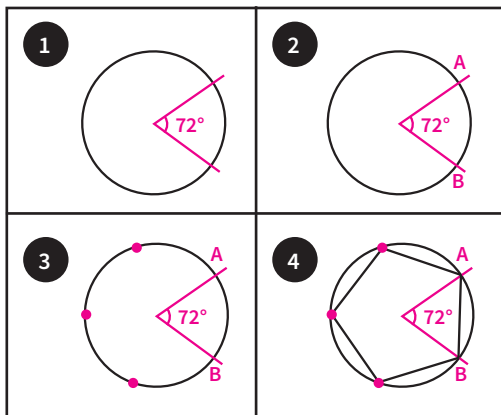
Resolución

Suponemos que ya tenemos dibujado el pentágono, y buscamos una característica que podamos medir, por ejemplo, su ángulo central:



$$\alpha = \frac{360^\circ}{5} = 72^\circ$$

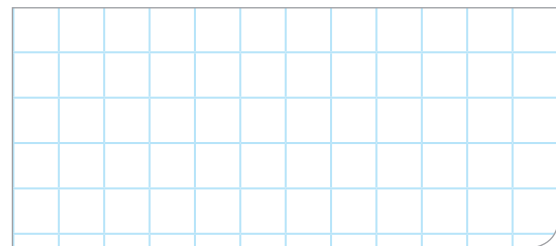
Ahora seguimos la siguiente secuencia de pasos:



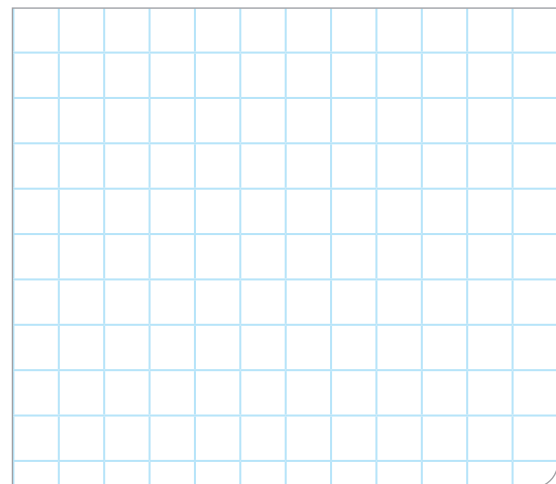
- Se dibuja el ángulo central tomando la medida con el transportador.
- Se marcan los puntos A y B sobre la circunferencia y se toma la medida de la cuerda AB con el compás.

- Se traslada la medida del compás a partir de A sobre la circunferencia, dejando marcas a lápiz.
- Se unen las marcas dejadas en la circunferencia.

1. Describe la estrategia empleada para resolver el problema.



2. ¿Se podía dibujar el pentágono regular sin ayuda del compás? Explica cómo.



Situación C

Una mesita rodante tiene una superficie con la forma de un polígono regular de seis lados. Si el perímetro de su superficie es de 336 cm, ¿podrá deslizarse dicha mesita por un pasillo de 100 cm de ancho?



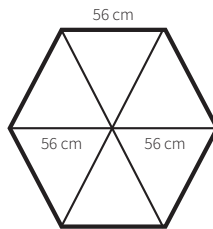
Resolución

(Encuentra el error)

¿Hemos resuelto un problema similar?

Sí, lo hicimos en la situación A. Siguiendo la misma estrategia, tenemos que el lado del hexágono mide:

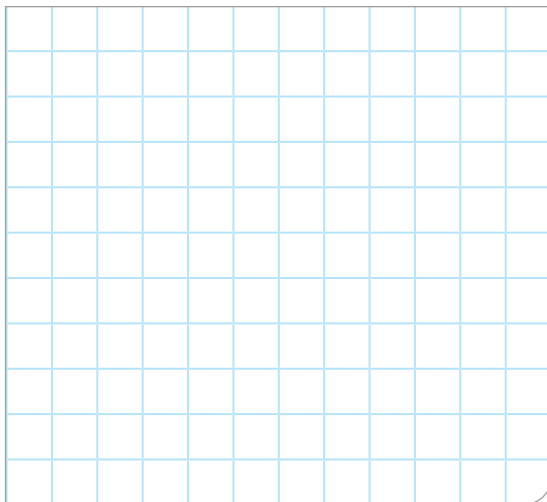
$$l = \frac{336}{6} \rightarrow l = 56 \text{ cm}$$



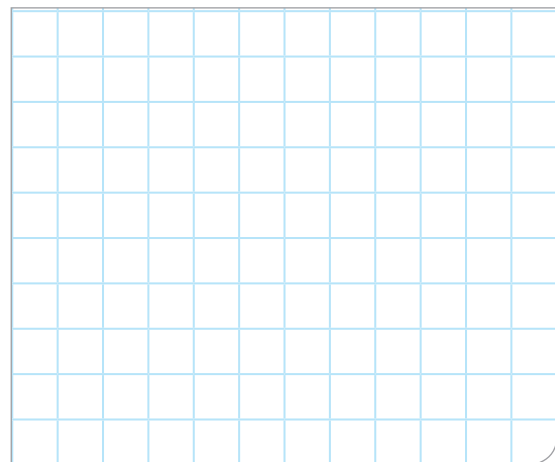
Luego, las diagonales mayores del hexágono miden:

$56 \times 2 = 112 \text{ cm}$, por lo cual no podrá pasar por un pasillo de 100 cm de ancho.

1. ¿Puedes verificar el razonamiento?



2. En caso de que el razonamiento sea errado, ¿cuál sería el resultado correcto?





Practicamos

1. ¿Qué formas poligonales podemos observar en un panal de abejas?

- a) Triángulos
- b) Cuadrados
- c) Pentágonos
- d) Hexágonos



Fuente: <https://goo.gl/TUWBgA>

2. Los agricultores japoneses han creado naranjas que no ruedan en la mesa. ¿Qué podemos decir acerca de la forma de las naranjas cortadas?

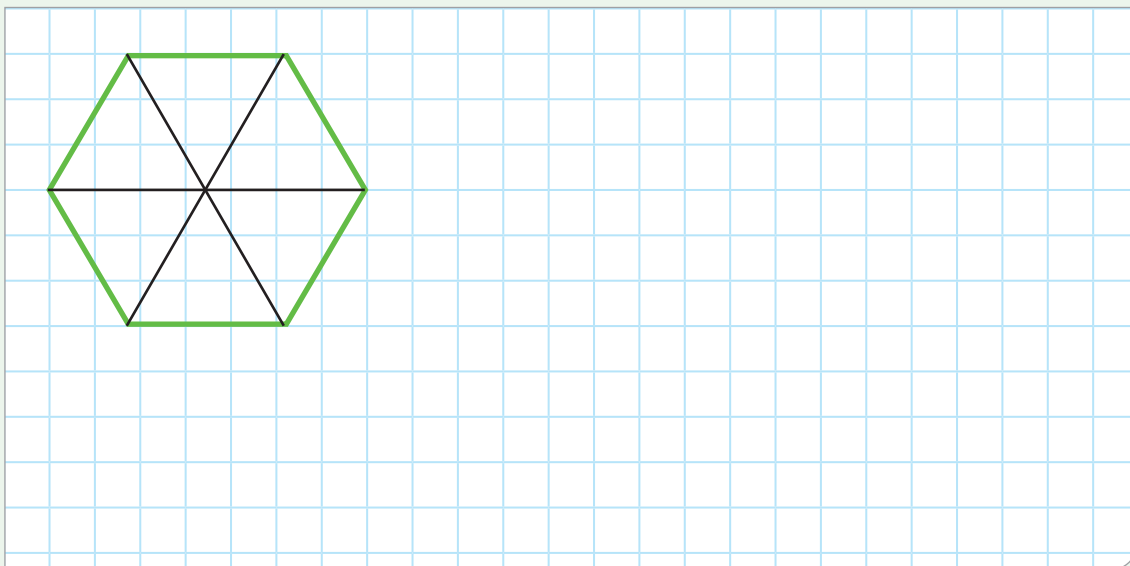
- a) Son hexágonos regulares.
- b) Son pentágonos irregulares.
- c) Son pentágonos regulares.
- d) Son pentágonos cóncavos.



Fuente: <https://goo.gl/QCGTw9>

3. Una ventana tiene la forma de un hexágono regular (figura adjunta). Si se emplearon 240 cm de varilla de aluminio para su marco, ¿cuántos cm de tubo de aluminio se tendrán que comprar para colocar los travesaños?

- a) 120 cm
- b) 240 cm
- c) 360 cm
- d) 480 cm



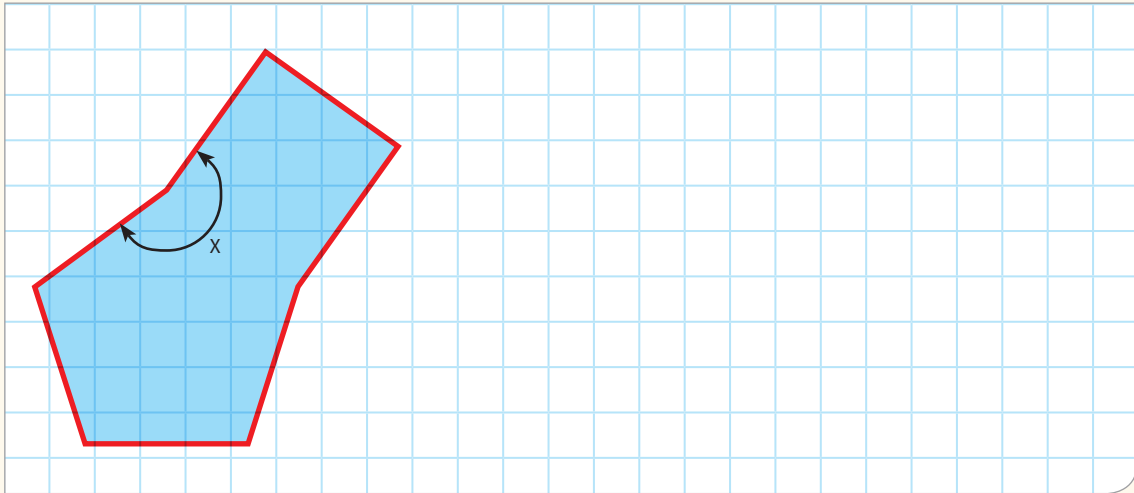
5. La figura adjunta es el diseño de una piscina, cuyo contorno está formado por parte de dos polígonos regulares. Si todos los lados de la piscina son congruentes, ¿cuál será el valor del ángulo x ?

a) 162°

b) 198°

c) 210°

d) 216°



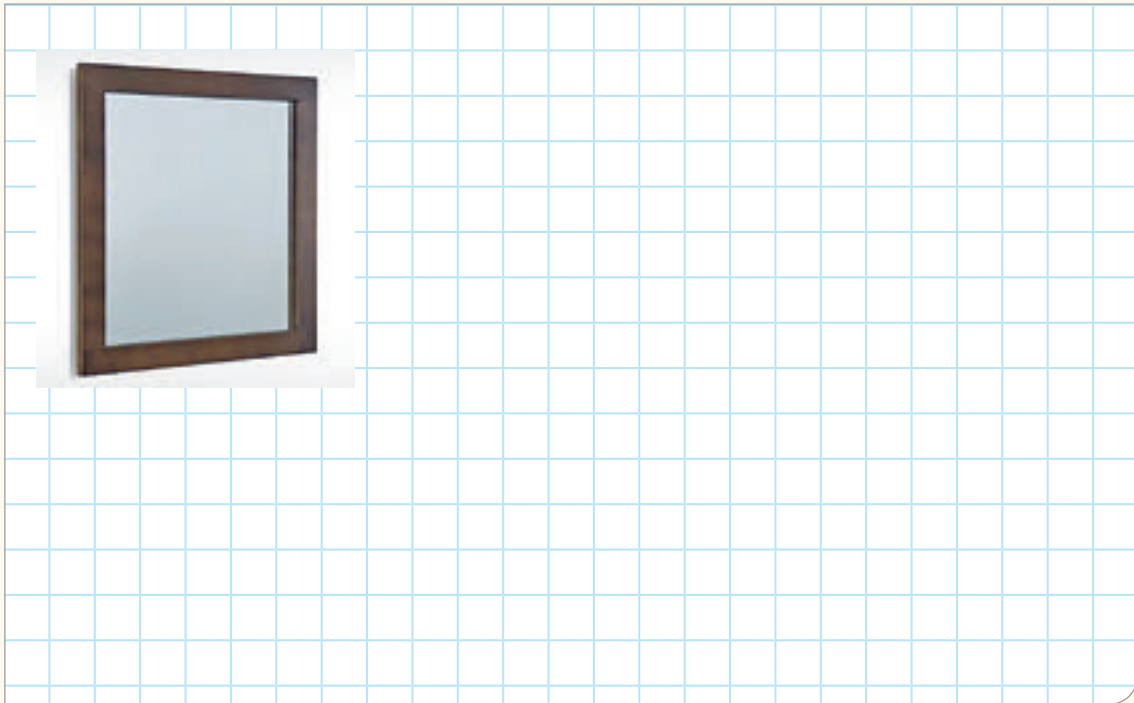
6. El borde externo del marco de madera de un espejo cuadrangular tiene 96 cm de perímetro y la parte interna de dicho marco tiene un perímetro de 72 cm. ¿Cuál es el área del marco de madera?

a) 152 cm^2

b) 252 cm^2

c) 324 cm^2

d) 576 cm^2



7. Relaciona mediante flechas los valores correspondientes de la primera columna con los polígonos de la segunda columna.

Suma de los ángulos internos = 540°

Ángulo interior = 120°

Tiene 20 diagonales

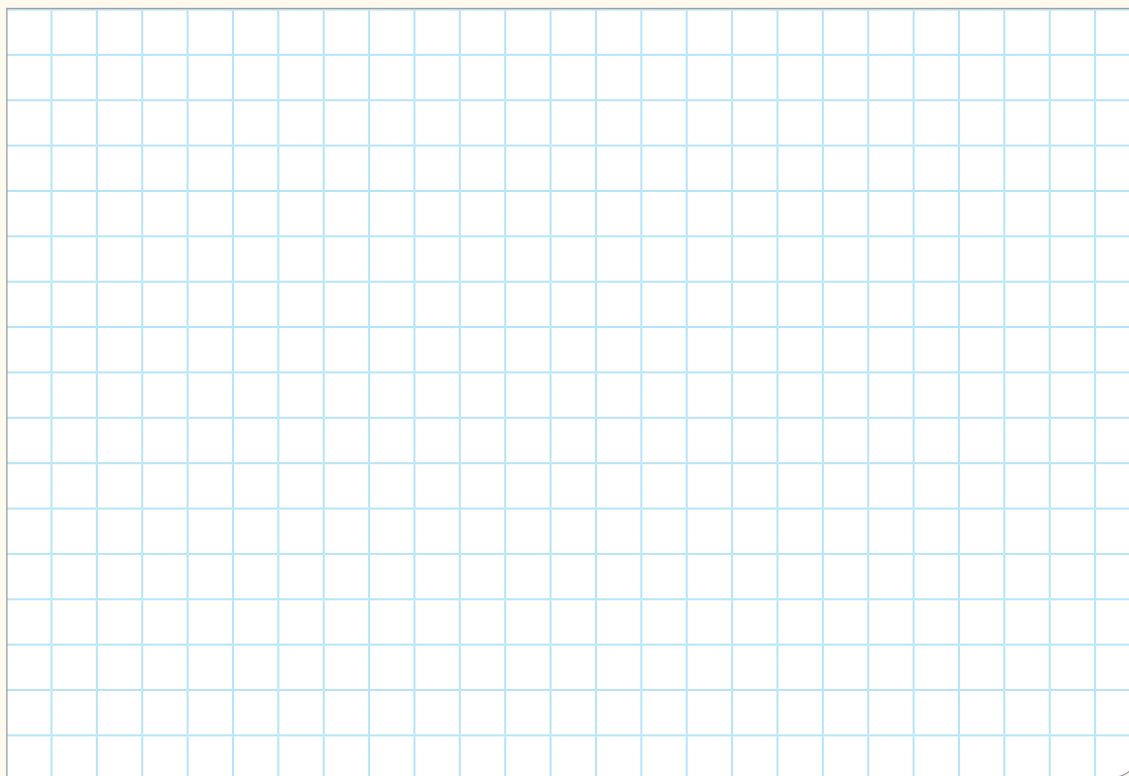
Ángulo exterior = 36°

Hexágono

Octógono

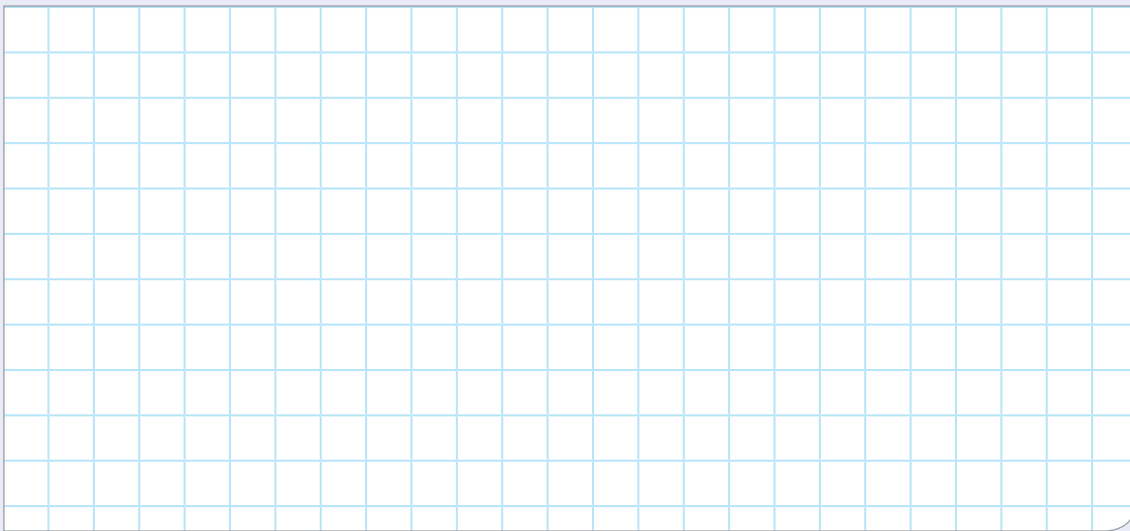
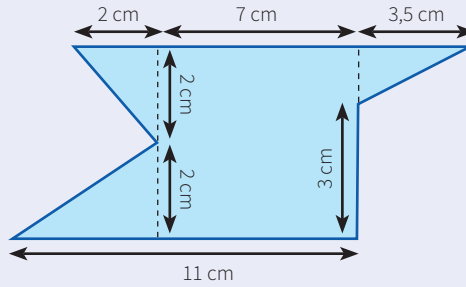
Decágono

Pentágono



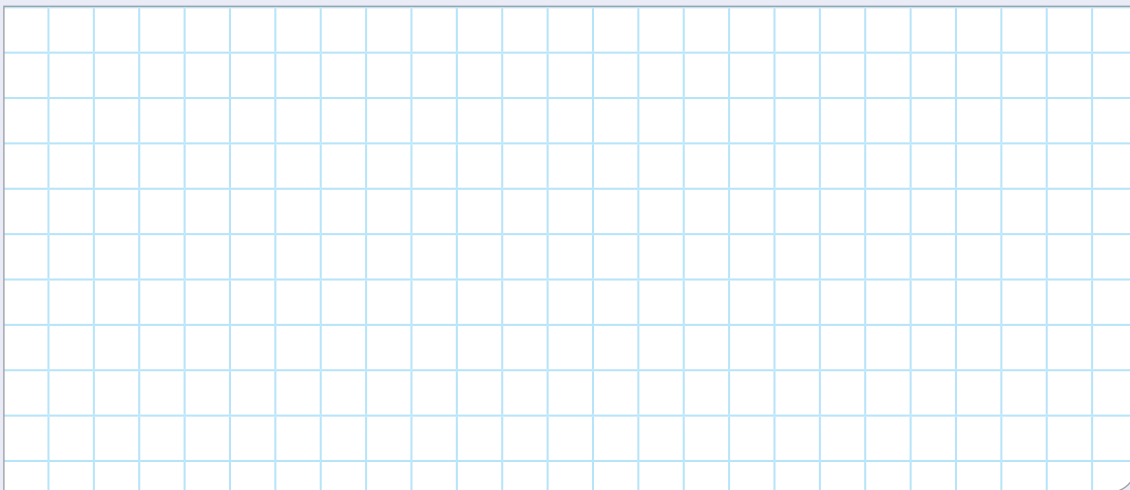
8. Calcula el área del siguiente polígono irregular:

- a) $43,5 \text{ cm}^2$
- b) $35,75 \text{ cm}^2$
- c) $37,5 \text{ cm}^2$
- d) $53,75 \text{ cm}^2$



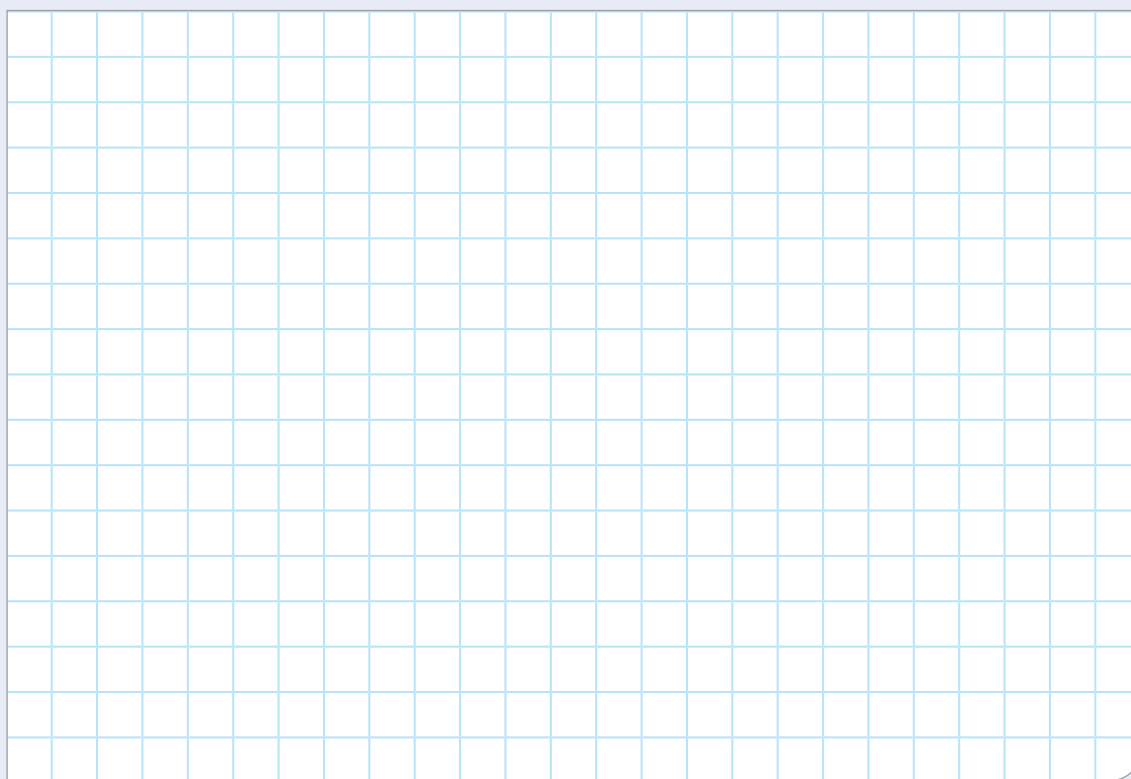
9. Teresa, al planchar un mantel circular de 2 m de diámetro, ha quemado uno de sus bordes. Para aprovechar la tela, ella confeccionará un mantel triangular de lados iguales y lo más grande posible. ¿Cuál será la medida de cada lado del mantel triangular?

- a) 1,73 m
- b) 1,50 m
- c) 1,41 m
- d) 1,00 m



10. Completa la siguiente tabla y compara el área de los polígonos regulares. ¿Cuál de ellos tiene mayor área? Generaliza el resultado.

Polígono regular	Perímetro (cm)	Lado (cm)	Área (cm ²)
Triángulo	72		
Cuadrado	72		
Hexágono	72		



Ficha 11

Promociones por inauguración de tienda

COMPETENCIA	CAPACIDADES	DESEMPEÑOS
Resuelve problemas de gestión de datos e incertidumbre	Comunica su comprensión de los conceptos estadísticos y probabilísticos.	Expresa con diversas representaciones y lenguaje matemático su comprensión sobre el valor de la probabilidad para caracterizar como más o menos probable la ocurrencia de sucesos de una situación aleatoria.
	Usa estrategias y procedimientos para recopilar y procesar datos.	Selecciona y emplea procedimientos para determinar la probabilidad de sucesos simples de una situación aleatoria mediante la regla de Laplace.
	Sustenta conclusiones o decisiones con base en la información obtenida.	Plantea afirmaciones o conclusiones sobre la probabilidad de ocurrencia de sucesos. Las justifica usando la información obtenida y sus conocimientos estadísticos. Reconoce errores en sus justificaciones y los corrige.



Aprendemos

Por su inauguración, una tienda de ropa para toda la familia ofrece a los clientes que han realizado compras mayores a 100 soles la posibilidad de girar la “Ruleta regalona” y obtener un beneficio. Si la flecha de la rueda cae en una sección con el cartel “Premio”, el cliente puede elegir un producto de igual o menor precio al monto de su compra completamente gratis. Si la flecha cae en una sección con un caracol, el cliente se hace acreedor a un descuento del 10 % del monto de su compra. Finalmente, si la flecha cae en una sección con una estrella, se le agradece por su visita. Eva hizo una compra de S/120 y giró la ruleta.



Fuente: <https://goo.gl/vrk5bl>

Ruleta regalona

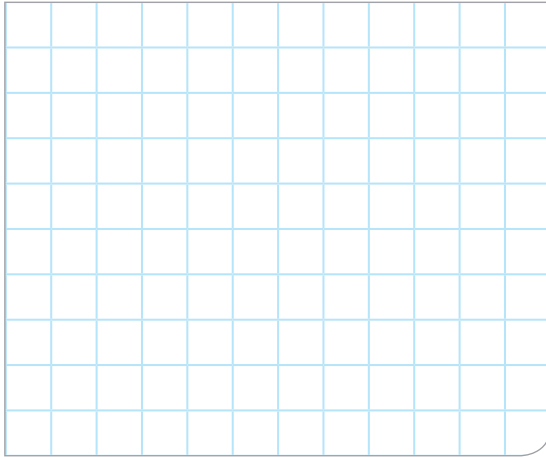


Responde:

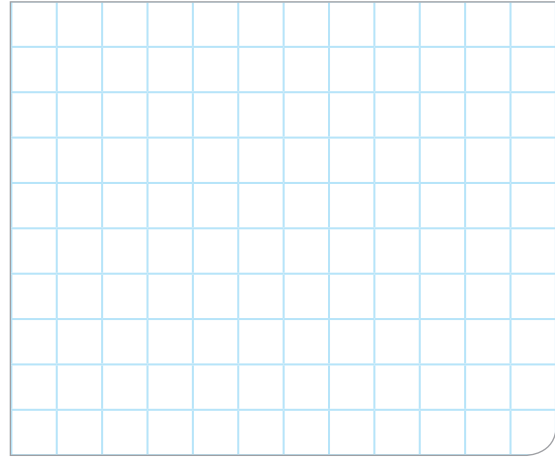
1. ¿Qué es más probable que reciba Eva: premio, descuento o las gracias?
2. ¿Cuál es la probabilidad de que Eva reciba algún beneficio económico?

Comprendemos el problema

1. ¿Qué te solicita el problema?

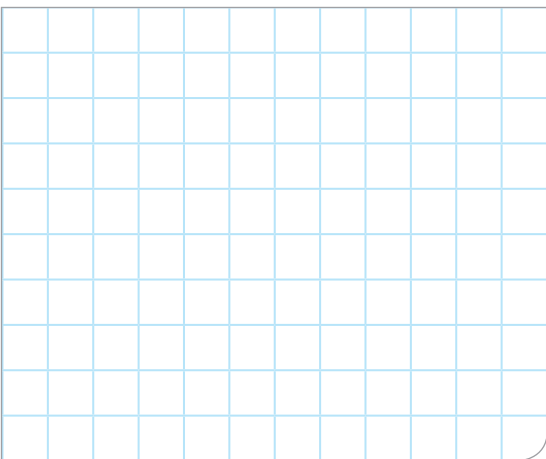


2. ¿Cuáles son los datos del problema?

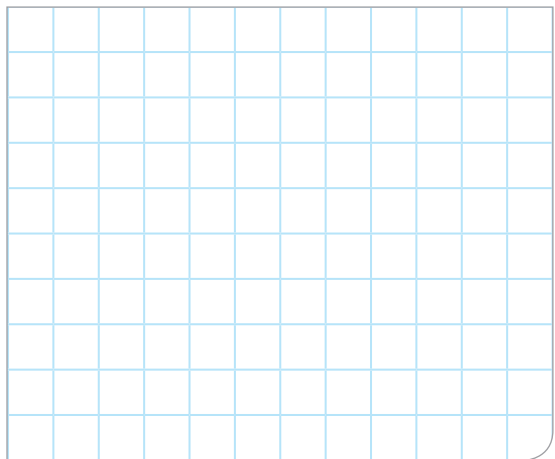


Diseñamos o seleccionamos una estrategia o plan

1. ¿Has resuelto un problema similar?, ¿cuál?




2. ¿Podrías emplear el mismo método?, ¿cómo?

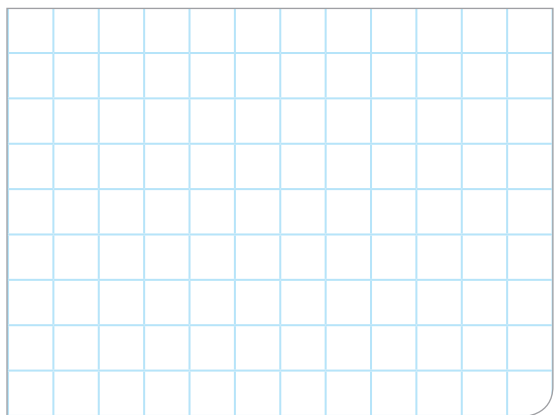


Ejecutamos la estrategia o plan

1. Inicia el plan elegido.



2. Calcula la probabilidad de cada resultado.





3. Ordénalas de forma creciente y responde la pregunta 1 de la situación inicial.

4. Calcula la probabilidad solicitada en la pregunta 2 de la situación inicial.

Reflexionamos sobre el desarrollo

1. ¿Cómo resolverías la pregunta 1 de la situación inicial, sin calcular cada probabilidad?

2. ¿Es posible obtener la solución de la pregunta 2 de la situación inicial por otro método? Explícalo.



Analizamos

Situación A

Se lanza un dado. Determina si cada uno de los siguientes sucesos resulta seguro, imposible o probable:

- Que salga un número par.
- Que salga un número compuesto mayor que 4.
- Que salga un número primo mayor que 5.
- Que salga un número menor que 10.



Resolución

Primero determinamos el espacio muestral:

$$\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

Luego hacemos una lista de las posibilidades de cada suceso:

$$A = \{2, 4, 6\}$$

$$B = \{6\}$$

$$C = \{ \}$$

$$D = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

Finalmente, identificamos cada suceso:

- Probable, porque puede ocurrir (tiene 3 posibilidades).
- Probable, porque puede ocurrir (tiene 1 posibilidad).
- Imposible, pues el menor primo mayor que 5 es 7 y no aparece en el dado.
- Seguro, porque todos los resultados del dado son menores que 10.

- ¿Qué estrategias se utilizaron para resolver la situación? Describe cómo se usó cada una.

- Idea, en la misma situación, tres sucesos distintos, de manera que el primero sea probable, el segundo sea imposible y el tercero sea seguro.













Situación B

Se lanzan simultáneamente dos dados; ¿cuántos elementos tiene el respectivo espacio muestral?; ¿qué suma de los números de ambos dados es más probable que ocurra?; ¿cuánto vale la probabilidad de dicha suma?















Resolución

Dibujamos un cuadro de doble entrada y anotamos todas las posibilidades:

						
	(1,1)	(1,2)	(1,3)	(1,4)	(1,5)	(1,6)
	(2,1)	(2,2)	(2,3)	(2,4)	(2,5)	(2,6)
	(3,1)	(3,2)	(3,3)	(3,4)	(3,5)	(3,6)
	(4,1)	(4,2)	(4,3)	(4,4)	(4,5)	(4,6)
	(5,1)	(5,2)	(5,3)	(5,4)	(5,5)	(5,6)
	(6,1)	(6,2)	(6,3)	(6,4)	(6,5)	(6,6)

Como resultan 6 filas y 6 columnas, nuestro espacio muestral tendrá: $6 \times 6 = 36$ elementos.

Para la segunda pregunta necesitamos conocer cada posible suma de los números de ambos dados, así que las anotamos en nuestro cuadro de doble entrada:

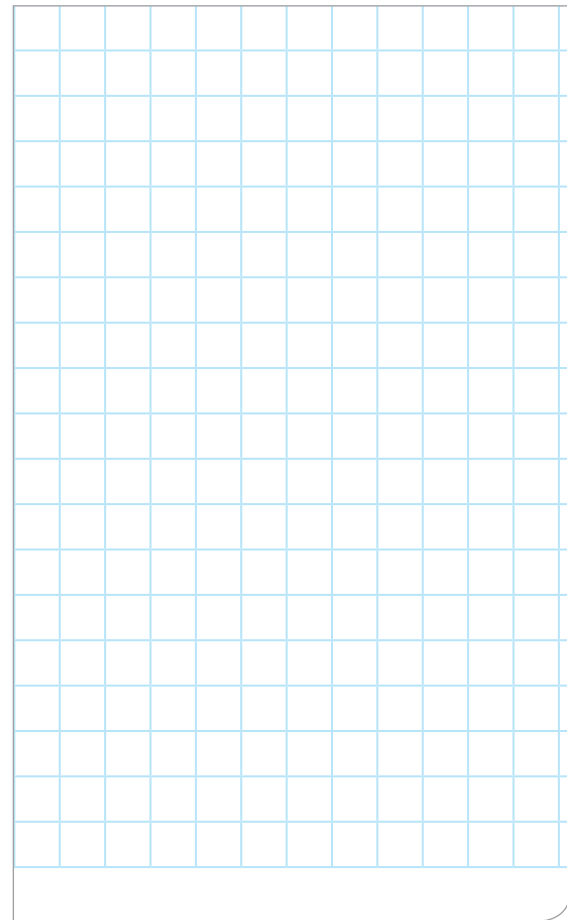
						
	2	3	4	5	6	7
	3	4	5	6	7	8
	4	5	6	7	8	9
	5	6	7	8	9	10
	6	7	8	9	10	11
	7	8	9	10	11	12

Podemos detectar un patrón: las sumas iguales se encuentran en una misma diagonal; por tanto, la suma más probable será la que se encuentre en la diagonal mayor: 7.

Finalmente, la probabilidad de que dicha suma sea 7, la cual aparece 6 veces, es:

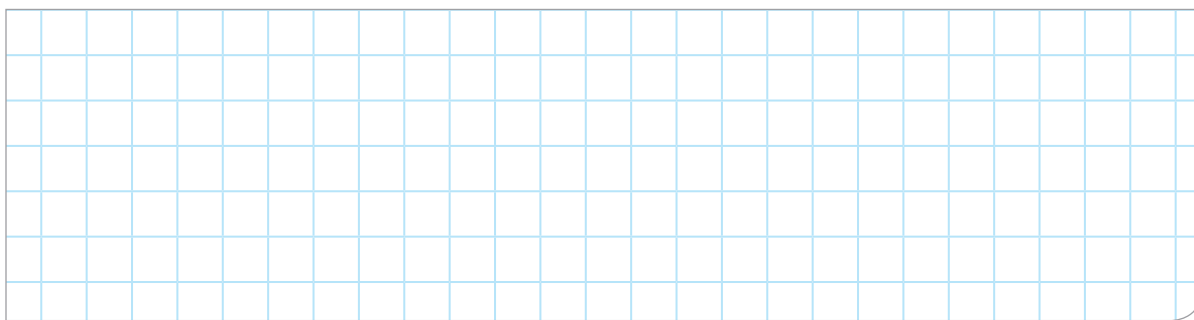
$$P(\text{suma} = 7) = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$$

1. ¿Qué estrategias se utilizaron para resolver la situación? Describe cómo se utilizó cada una.





2. María resolvió el problema de una manera diferente: Al lanzar dos dados solo hay 11 posibles sumas: {2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12}; luego, cada una de dichas sumas tiene la misma probabilidad de salir, la cual es igual a: $P = \frac{1}{11}$. ¿Puedes detectar el error en su razonamiento?



Situación C

Una señora embarazada se acaba de enterar de que va a tener mellizos. ¿Cuál es la probabilidad de que sean de distinto sexo?

Resolución

(Encuentra el error)

Solo hay tres posibilidades:

La señora tendrá 2 varones.

La señora tendrá 2 mujeres.

La señora tendrá un varón y una mujer.

Por lo tanto, hay una posibilidad entre tres de que sus mellizos sean de distinto sexo.

Respuesta:

$$P = \frac{1}{3} = 33,3 \%$$

1. ¿El procedimiento es correcto?; ¿es acorde con los principios de probabilidad; ¿por qué?
2. En caso de que hubiera un error, ¿cuál sería su corrección? De ser correcto, busca otra forma de resolver el problema.

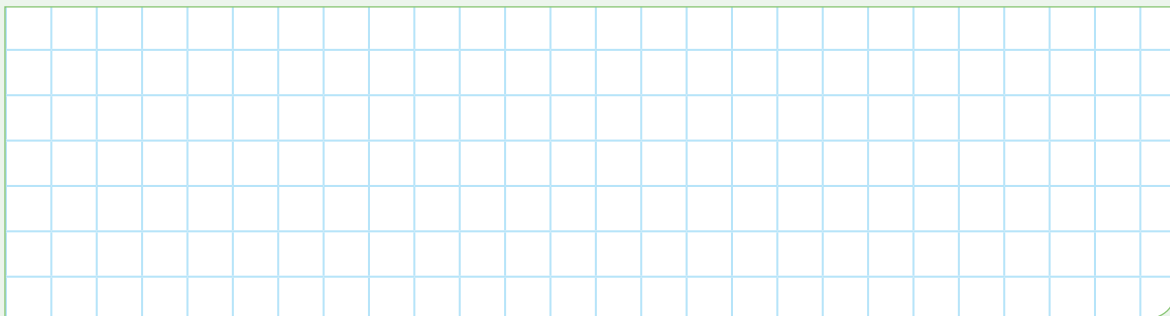




Practicamos

1. A partir del lanzamiento de un dado podemos afirmar que:
 - a) Es posible que salga un número mayor que 6.
 - b) Es seguro que salga un divisor de 6.
 - c) Es imposible que salga un múltiplo de 6.
 - d) Es probable obtener un número primo.

2. En una caja hay 10 bolas, de las cuales 9 son azules y 1 es roja. Se extrae una bola al azar. ¿Es posible que resulte roja?, ¿por qué?
 - a) No, porque es seguro que saldrá azul.
 - b) No, porque hay más azules que rojas.
 - c) Sí, porque al menos hay una roja.
 - d) Sí, porque es seguro que saldrá roja.



Una baraja contiene 52 cartas, repartidas por igual en 4 figuras: corazones rojos, diamantes rojos, tréboles negros y espadas negras. Se considera que el “As” vale 1, la “J” vale 11, la “Q” vale 12 y la “K” vale 13; las demás valen el número que muestran.

En la imagen de al lado, se muestran, por ejemplo, todas las cartas de corazones.

De la baraja se extrae una carta al azar.

Utiliza esta información para contestar las preguntas 3 y 4.



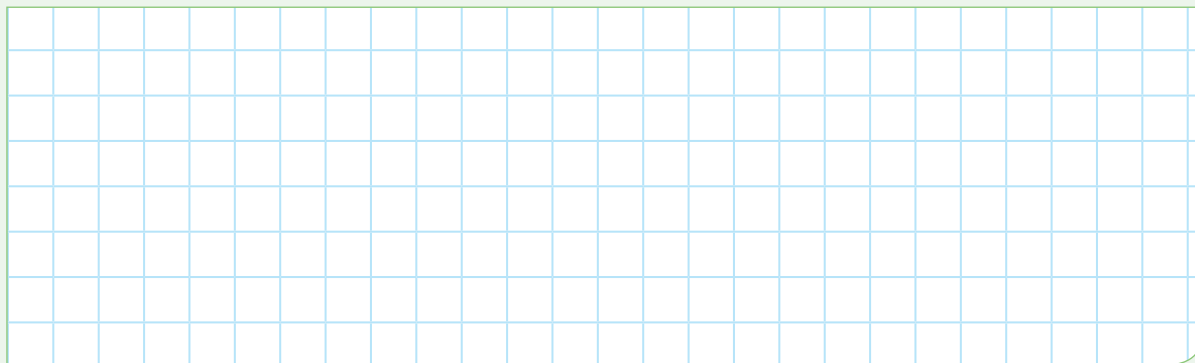
3. ¿Cuál es la probabilidad de extraer un "As"?

a) $\frac{1}{52}$

b) $\frac{1}{26}$

c) $\frac{1}{13}$

d) $\frac{1}{4}$



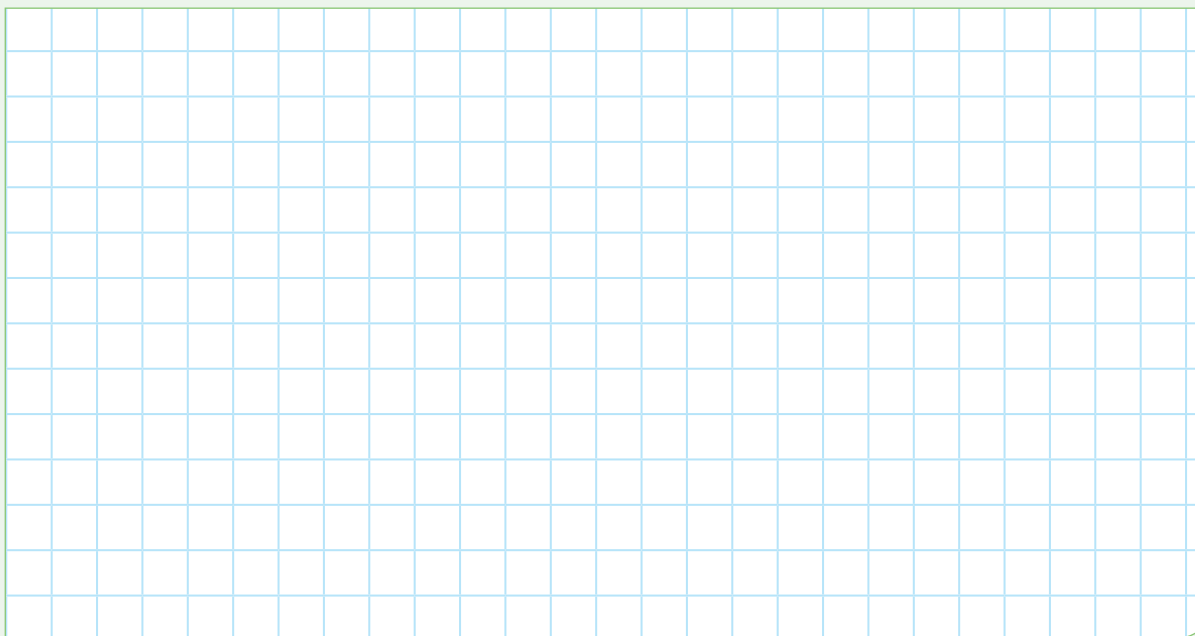
4. ¿Cuál de los siguientes resultados es el más probable?

a) Obtener una carta de valor par.

b) Obtener una carta de valor impar.

c) Obtener una carta de figura roja.

Justifica tu respuesta calculando la probabilidad de cada caso.



5. Al lanzar un dado, ¿cuál es la probabilidad de obtener un número par menor que 5?

a) $\frac{1}{2}$

b) $\frac{1}{3}$

c) $\frac{2}{3}$

d) $\frac{1}{6}$

6. Una escuela, con la finalidad de recaudar fondos para la implementación de su biblioteca, realizará una rifa. Para ello manda a imprimir 500 boletos, de los cuales 10 están premiados. ¿Cuál es la probabilidad de comprar un boleto que no resulte premiado?

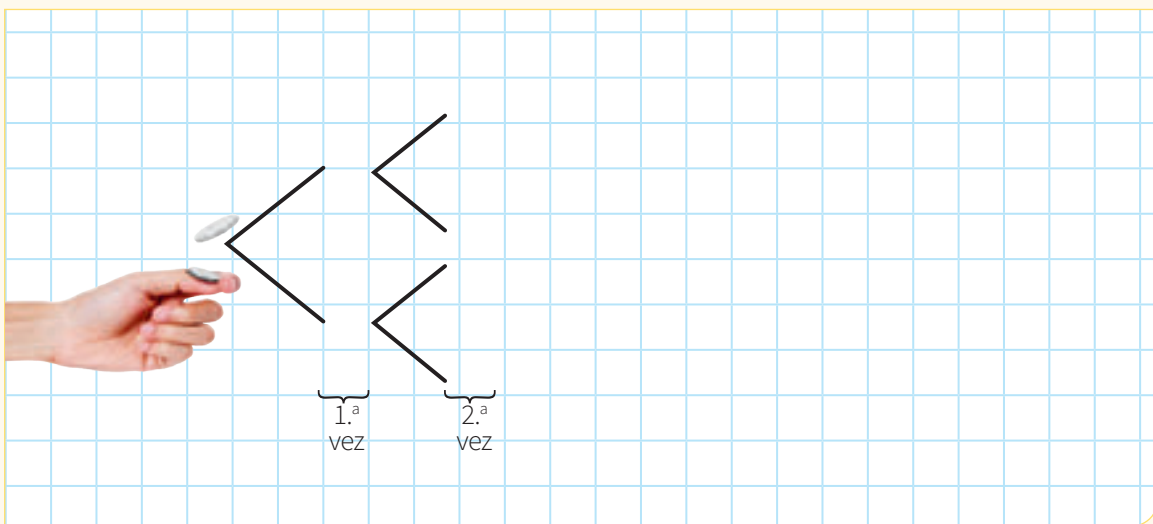
a) 98 %

b) 90 %

c) 10 %

d) 2 %

7. Determina el espacio muestral producido al lanzar una moneda dos veces, completando el siguiente diagrama de árbol:



8. Se lanza una moneda tres veces. ¿Cuál es la probabilidad de obtener exactamente dos caras?

a) $\frac{1}{2}$

b) $\frac{1}{4}$

c) $\frac{3}{4}$

d) $\frac{3}{8}$

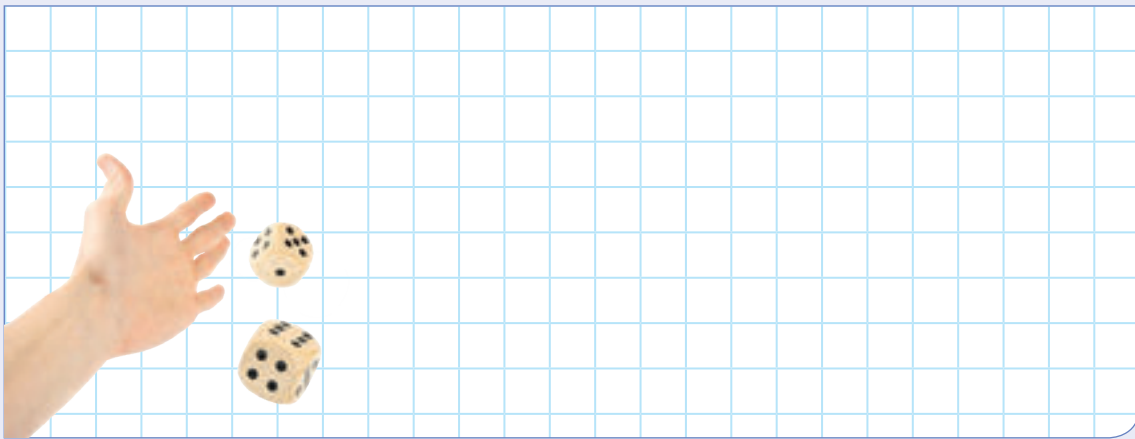
9. ¿Cuál es la probabilidad de obtener dos números primos al lanzar simultáneamente dos dados?

a) $\frac{1}{4}$

b) $\frac{1}{2}$

c) $\frac{1}{12}$

d) $\frac{1}{18}$



10. En el lanzamiento de un penal, ¿la probabilidad de marcar gol es $\frac{1}{2}$? Fundamenta tu respuesta.



Fuente: <https://goo.gl/jj6D7E>

COMPETENCIA	CAPACIDADES	DESEMPEÑOS
Resuelve problemas de cantidad	Traduce cantidades a expresiones numéricas.	Establece relaciones entre datos y acciones de ganar, perder, comparar e igualar cantidades, o una combinación de acciones. Las transforma a expresiones numéricas (modelos) que incluyen operaciones de potenciación con números enteros y sus propiedades.
	Usa estrategias y procedimientos de estimación y cálculo.	Selecciona y emplea estrategias de cálculo para realizar operaciones con números enteros, y simplificar procesos usando propiedades de los números y las operaciones, de acuerdo con las condiciones de la situación planteada.

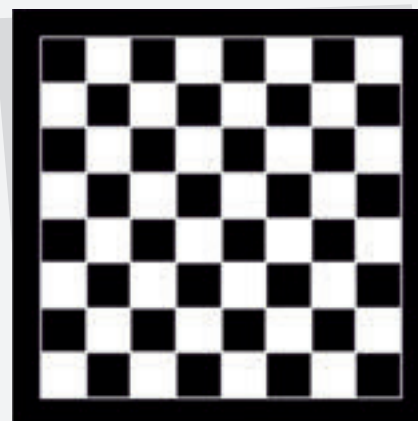


Aprendemos

Cuenta una leyenda que el brahmán Lahur Sessa, famoso en tierras árabes por ser un notable inventor, escuchó que el rey Iadava estaba triste por la muerte de su hijo y fue a ofrecerle el juego del ajedrez como entretenimiento para olvidar sus penas. El rey quedó tan satisfecho con el juego que quiso agradecer al joven ofreciéndole lo que quisiera, sin importar su valor. Pero el joven no aceptó y lo único que pidió fue trigo. El joven inventor le pidió al rey que le diera un grano de trigo por la primera casilla del tablero de ajedrez, 2 granos por la segunda, 4 granos por la tercera y así sucesivamente. Es decir, duplicar la cantidad de granos hasta llegar la casilla 64 del tablero de ajedrez. A pesar de ser muy rico, el rey no pudo cumplir su ofrecimiento.



Fuente: <https://goo.gl/K2TyQK>



Responde:

1. ¿Cuántos granos de trigo le debían entregar, exactamente, por la casilla 8? Considerando que 2^{10} tiene un valor cercano a 1000, tenemos la siguiente aproximación: $2^{10} = 10^3$. Usa esta información para responder las preguntas 2 y 3.
2. ¿Cuántos granos de trigo, aproximadamente, le debían entregar por la casilla 21?
3. ¿Y por la última casilla del tablero?



3. Busca un patrón entre el número de la casilla y la cantidad de trigo correspondiente, para poder obtener un término más adelantado de la tabla.

4. Expresa en forma exponencial la cantidad exacta de granos de trigo de la pregunta 2 de la situación inicial.

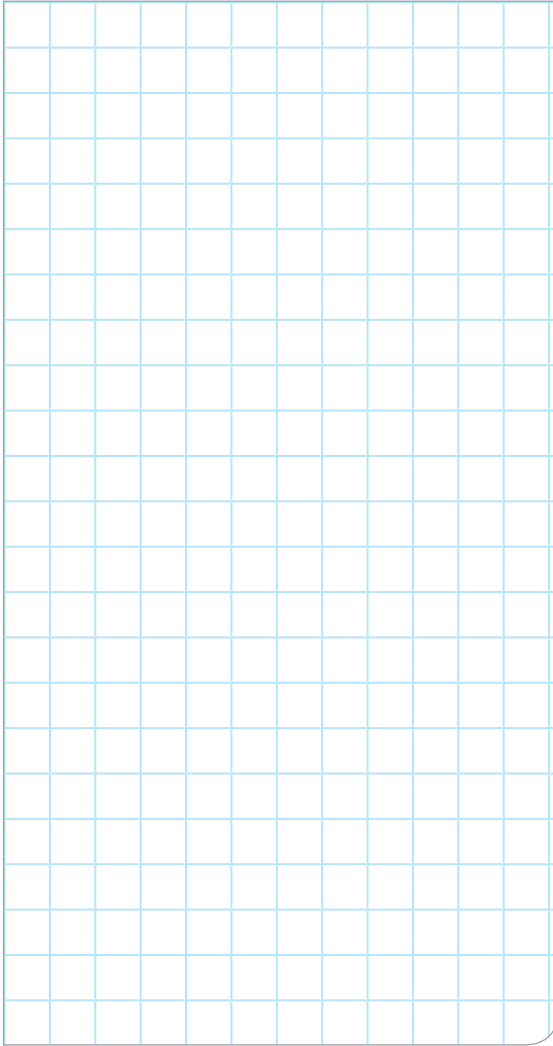
6. Expresa en forma exponencial la cantidad exacta de granos de trigo de la pregunta 3 de la situación inicial.

5. Utiliza el dato aproximado para responder la pregunta 2 de la situación inicial.

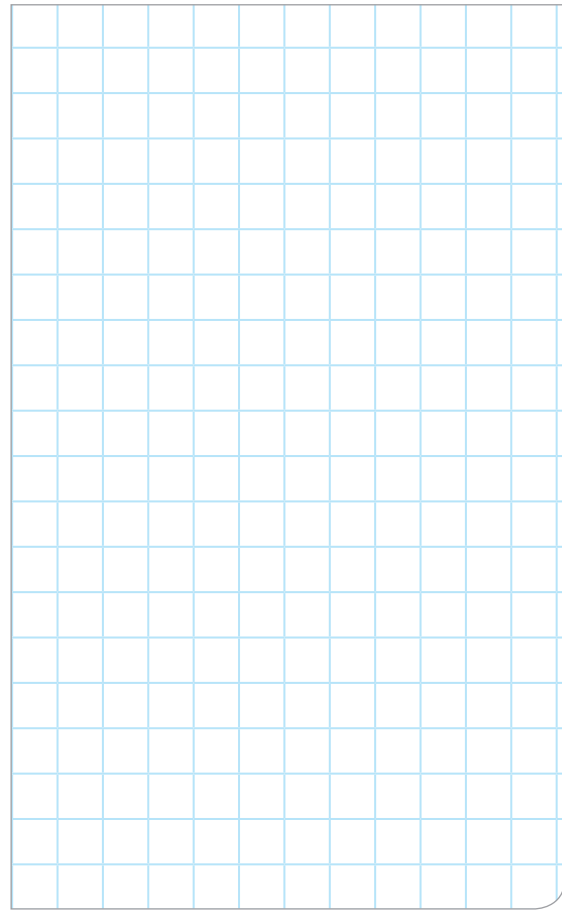
7. Utiliza el dato aproximado para responder la pregunta 3 de la situación inicial.

Reflexionamos sobre el desarrollo

1. Describe las estrategias empleadas para resolver el problema.



2. ¿Puedes ver cómo extender tu solución a un caso general? Por ejemplo, si el tablero tuviera n casillas y en vez de duplicar a partir de la segunda casilla, la cantidad se multiplicara sucesivamente por m , ¿cuántos granos de trigo le corresponderían a la última casilla?



¿? Analizamos

Situación A

Si $2^{20} + 2^{20} = 2^x$, ¿cuál es el valor de x ?



Resolución

Como no tenemos una propiedad para sumar potencias de bases iguales y los exponentes son muy altos, probaremos con situaciones similares pero con exponentes más pequeños, intentando encontrar un patrón:

$$\begin{aligned}2^1 + 2^1 &= 2 + 2 = 4 = 2^2 \\2^2 + 2^2 &= 4 + 4 = 8 = 2^3 \\2^3 + 2^3 &= 8 + 8 = 16 = 2^4\end{aligned}$$

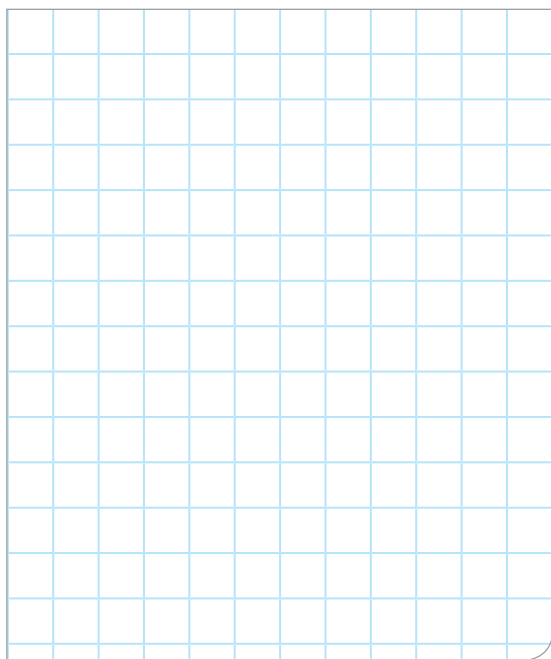
Podemos ver que el resultado es una potencia de 2 con un exponente que tiene una unidad mayor a los exponentes iguales que aparecen en la suma.

Por lo tanto:

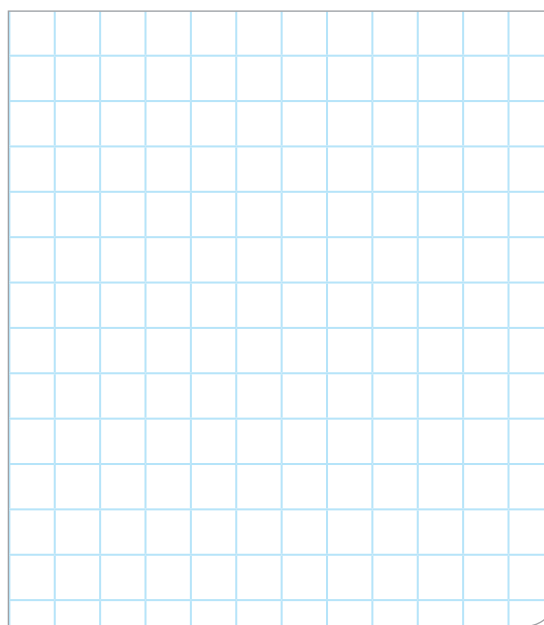
$$2^{20} + 2^{20} = 2^{21}$$

Respuesta: $x = 21$

1. ¿Qué estrategia se utilizó para resolver la situación?

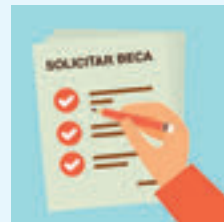


2. ¿Podría haberse resuelto el problema de otra manera? Explica cómo.



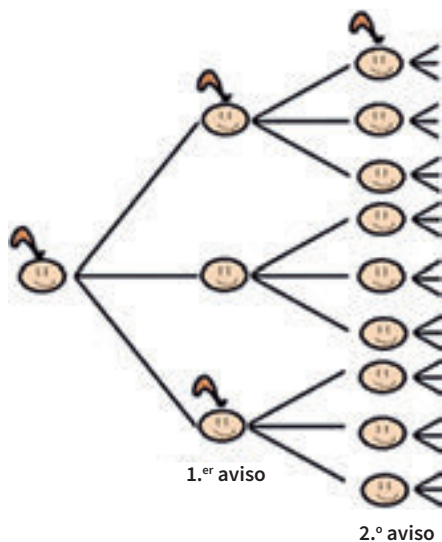
Situación B

Dana avisó a 3 amigos sobre una beca de estudios que ofrece un instituto de gastronomía. Estos acordaron avisar a 3 amigos cada uno, con la firme convicción de que estos 3 amigos ahora avisen a 3 amigos cada uno y así continuar con la cadena. Si la última vez avisaron a 243 personas, ¿cuántas veces se realizó este procedimiento?



Resolución

Hacemos un diagrama de árbol para ver cuántas personas son avisadas cada vez:



Podemos ver que la 1.^a vez Dana avisó a 3 personas; la 2.^a vez se avisó a $3 \times 3 = 9$ personas; para la 3.^a vez se avisó a $9 \times 3 = 27$ personas.

Buscamos un patrón entre el número de personas avisadas cada vez:

1.^a vez: $3 = 3^1$ personas avisadas

2.^a vez: $3 = 3^2$ personas avisadas

3.^a vez: $3 = 3^3$ personas avisadas

Finalmente, como $243 = 3^5$, esto quiere decir que el procedimiento se realizó 5 veces.

1. Describe las estrategias empleadas para resolver el problema.

2. ¿Puedes ver cómo extender tu solución a un caso general? Por ejemplo, si cada vez una persona avisara a n personas, ¿cuántas personas serían avisadas la n ésima vez?

Situación C

Si a es un entero positivo mayor que 2, ¿qué resulta mayor: 2^a o a^2 ?

Resolución

(Encuentra el error)

Probemos con algunos valores:

$$2^5 = 32; 5^2 = 25; \rightarrow 2^5 > 5^2$$

$$2^6 = 64; 6^2 = 36; \rightarrow 2^6 > 6^2$$

$$2^7 = 128; 7^2 = 49; \rightarrow 2^7 > 7^2$$

Podemos observar que, conforme aumenta el valor de a , la diferencia entre 2^a y a^2 se hace mayor; por lo tanto:

$$2^a > a^2$$

Respuesta:

Resulta mayor 2^a .

1. ¿El procedimiento seguido es correcto?

2. En caso de que hubiera un error, ¿cuál sería su corrección? De ser correcto, busca otra forma de resolver el problema.



6. Una camioneta transporta 1000 cajas. Cada caja tiene 10 bolsas, y en cada bolsa hay 10 sobres. ¿Cuántos sobres transporta la camioneta?

a) 10^5 sobres

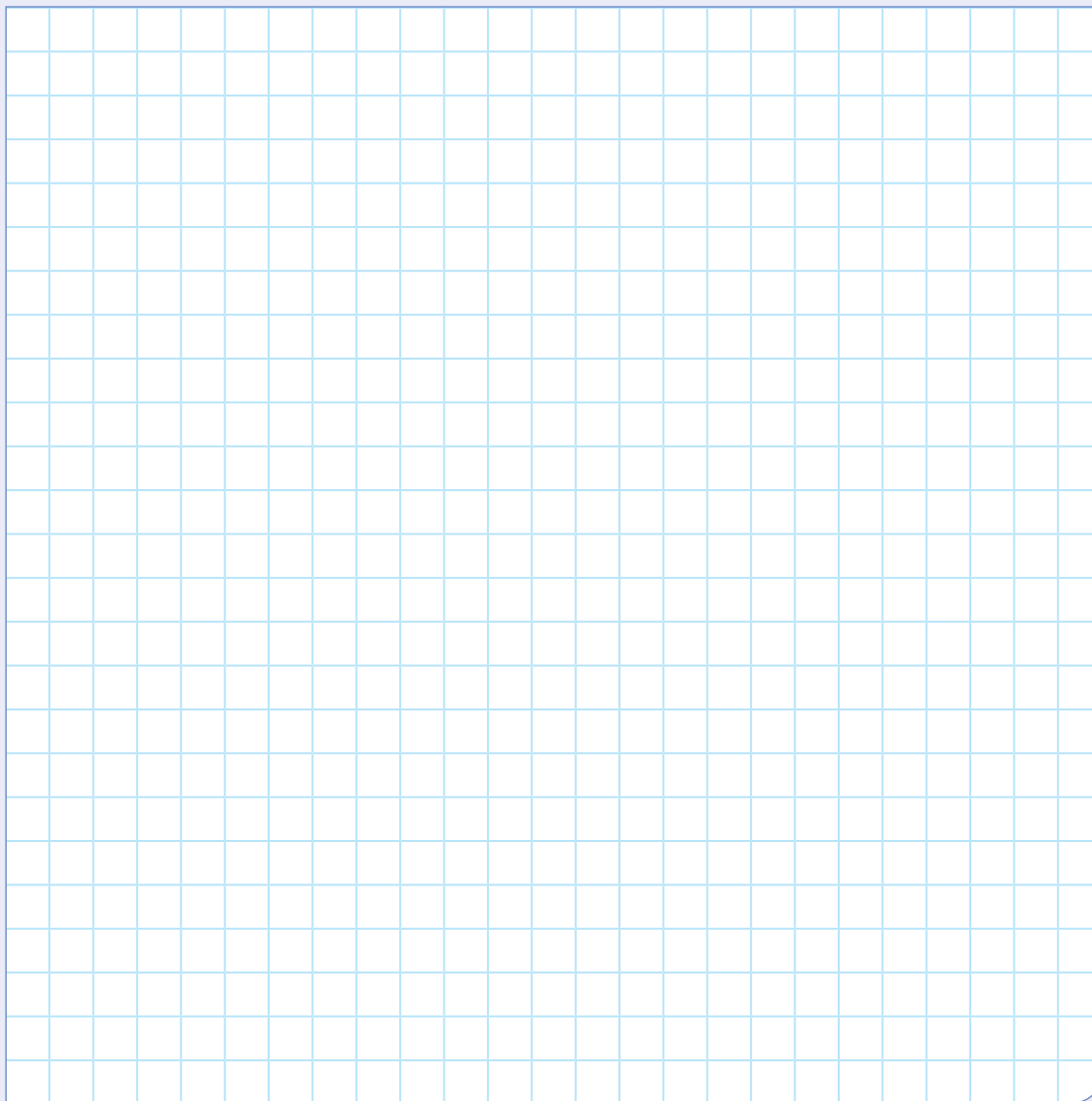
b) 10^4 sobres

c) 10^3 sobres

d) 10^2 sobres

7. Felipe y Juan inician una campaña de solidaridad que consiste en donar cada uno de ellos una lata de leche. Luego buscan dos amigos más cada uno y los comprometen a realizar la misma donación para el segundo día. Les piden que continúen esta dinámica para los días sucesivos y así no se rompa la cadena. Esta campaña pretende ayudar a los estudiantes de escuelas con bajos recursos. Elabora una tabla que muestre las latas de leche donadas cada día durante una semana. ¿Cuántas latas de leche podrán reunir en total?

- 10** Elizabeth decide realizar una campaña en contra del abuso infantil. Para la recolección de firmas pide la ayuda de 10 amigos. Cada uno de ellos consigue el apoyo de otros 10 amigos. Si para llevar a cabo la campaña necesitan 90 000 firmas, ¿basta con realizar 5 veces este procedimiento? ¿Por qué?



Ficha 13

Descuentos y más descuentos

COMPETENCIA	CAPACIDADES	DESEMPEÑOS
Resuelve problemas de cantidad	Traduce cantidades a expresiones numéricas.	Establece relaciones entre datos y acciones de ganar, perder, comparar e igualar cantidades, o una combinación de acciones. Las transforma a expresiones numéricas (modelos) que incluyen aumentos o descuentos porcentuales.
	Usa estrategias y procedimientos de estimación y cálculo.	Selecciona y emplea estrategias de cálculo, estimación y procedimientos diversos para realizar operaciones con números enteros, expresiones fraccionarias, decimales y porcentuales, así como para calcular aumentos y descuentos porcentuales.



Aprendemos

Las tiendas ofrecen muchos descuentos para captar el interés de los consumidores. Estos descuentos generalmente se presentan en porcentajes. En la imagen se observa una tienda de venta de ropa deportiva, la cual por liquidación ofrece los siguientes descuentos.



Responde:

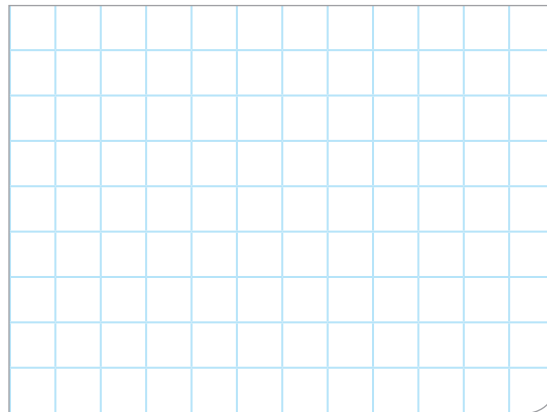
1. Si Edson no tiene la tarjeta de la tienda, ¿cuánto pagará por una pelota de S/40?
2. Ana tiene la tarjeta de la tienda. ¿Cuánto pagará por unas zapatillas de S/250?
3. ¿Qué descuento porcentual total recibiría Ana por dicha compra?; ¿por qué no resulta igual a $20\% + 30\% = 50\%$?

Comprendemos el problema

1. ¿Qué te solicita el problema?

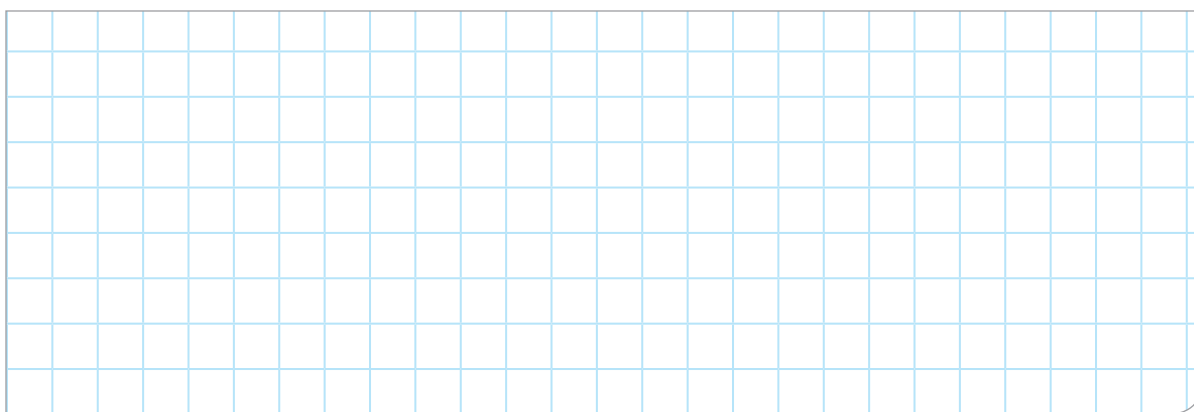


2. ¿Qué datos te dan?



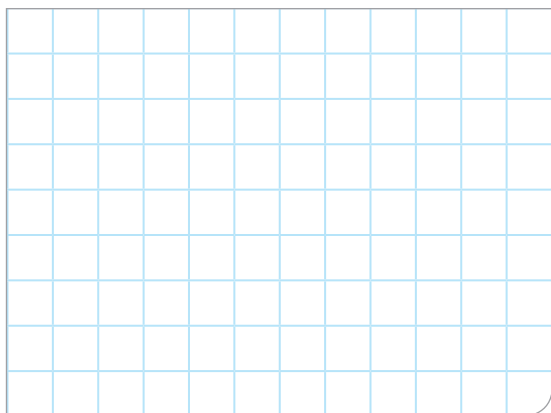
Diseñamos o seleccionamos una estrategia o plan

1. ¿Qué estrategia vas a desarrollar? Describe cómo la aplicarás.

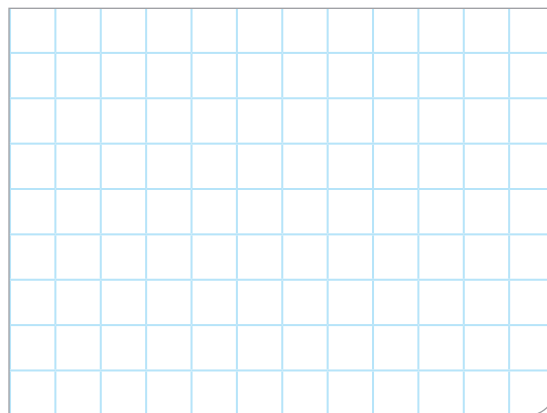


Ejecutamos la estrategia o plan

1. Realiza el cálculo que te permite dar solución a la pregunta 1 de la situación inicial.



2. Realiza los cálculos que te permiten dar solución a la pregunta 2 de la situación inicial.





3. Relaciona los datos con la respuesta anterior y calcula el porcentaje pedido en la primera parte de la pregunta 3 de la situación inicial.

4. Explica a qué se debe la diferencia obtenida con el valor propuesto en la segunda parte de la pregunta 3 de la situación inicial.

Reflexionamos sobre el desarrollo

1. ¿Puedes verificar si es correcto el porcentaje total de descuento de la pregunta 3 de la situación inicial?

2. ¿Puedes generalizar tu respuesta a la pregunta final?



3. ¿Podrías haber resuelto la situación de una manera diferente? Explica cómo.



Analizamos

Situación A

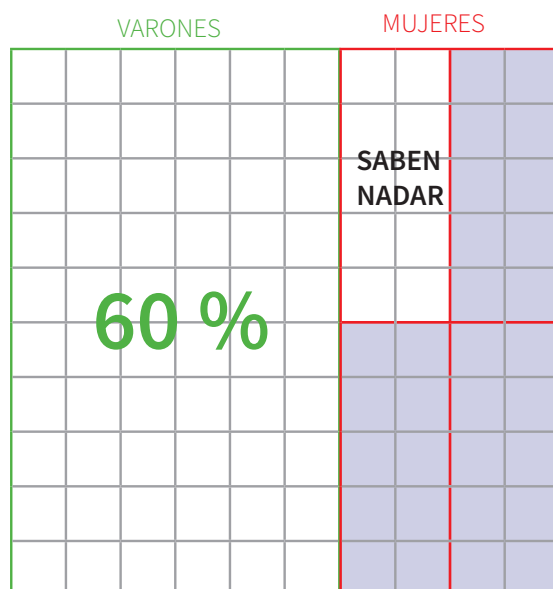
En un salón de clase, el 60 % de los estudiantes son varones y el 25 % de las estudiantes mujeres sabe nadar. Si 9 estudiantes mujeres no saben nadar, ¿cuántos estudiantes tiene dicho salón de clase?



Fuente: <https://goo.gl/UnXZUk>

Resolución

Hacemos un diagrama para visualizar los datos, utilizando una cuadrícula de $10 \times 10 = 100$ cuadraditos, donde cada uno representa el 1 %, recordando que 25 % equivale a una cuarta parte:



Podemos ver que la región sombreada corresponde a las estudiantes mujeres que **no** saben nadar y equivale a 30 cuadraditos, es decir, el 30 %.

Por lo tanto, si al 30 % le corresponden 9 estudiantes, al 100 %, que es el total, le corresponderán x estudiantes:

$$\begin{array}{c} \text{---} \downarrow 30 \% \longleftrightarrow 9 \text{ estudiantes} \downarrow \text{---} \\ \text{+} \downarrow 100 \% \longleftrightarrow x \downarrow \text{+} \end{array}$$

$$x = \frac{100 \% \times 9 \text{ estudiantes}}{30 \%} = 30 \text{ estudiantes}$$

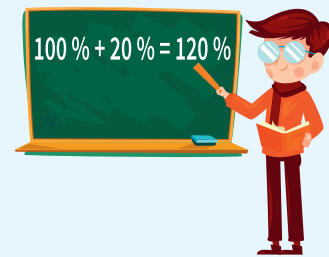
Respuesta: El salón tiene 30 estudiantes.

1. ¿Qué estrategia se utilizó para resolver la situación? Descríbela.

2. ¿Podría haberse resuelto el problema de otra manera? Explica cómo.

Situación B

Un profesor de Matemática ingresó a trabajar en un colegio en marzo de 2017 con un sueldo básico de S/3000. Si a medio año recibe un incremento del 20 % y a final de año recibe otro incremento del 25 %, ¿cuál será su sueldo básico al final del año?



Resolución

Luego del primer incremento del 20 %, el profesor pasará a recibir:

$100 \% + 20 \% = 120 \%$ de su sueldo original, es decir:

$$\frac{120}{100} \times 3000 = 3600 \text{ soles}$$

Luego del segundo incremento, del 25 %, el profesor pasará a recibir:

$100 \% + 25 \% = 125 \%$ de su nuevo sueldo, es decir:

$$\frac{125}{100} \times 3600 = 4500 \text{ soles}$$

Respuesta:

Su sueldo básico a fin de año será de 4500 soles.

1. Describe la estrategia empleada para resolver el problema.

2. ¿Qué hubiera sucedido si primero le hacían un aumento del 25 % y luego del 20 %? ¿Puedes generalizar una conclusión de esto?

Situación C

El precio de una laptop, incluido el 18 % de IGV, es de 2360 soles. ¿Cuál es el precio de la laptop sin incluir el impuesto?



Resolución

(Encuentra el error)

Primero calculamos el impuesto:

$$\frac{18}{100} \times 2360 = 424,80 \text{ soles}$$

Por lo tanto, el precio sin el impuesto será:

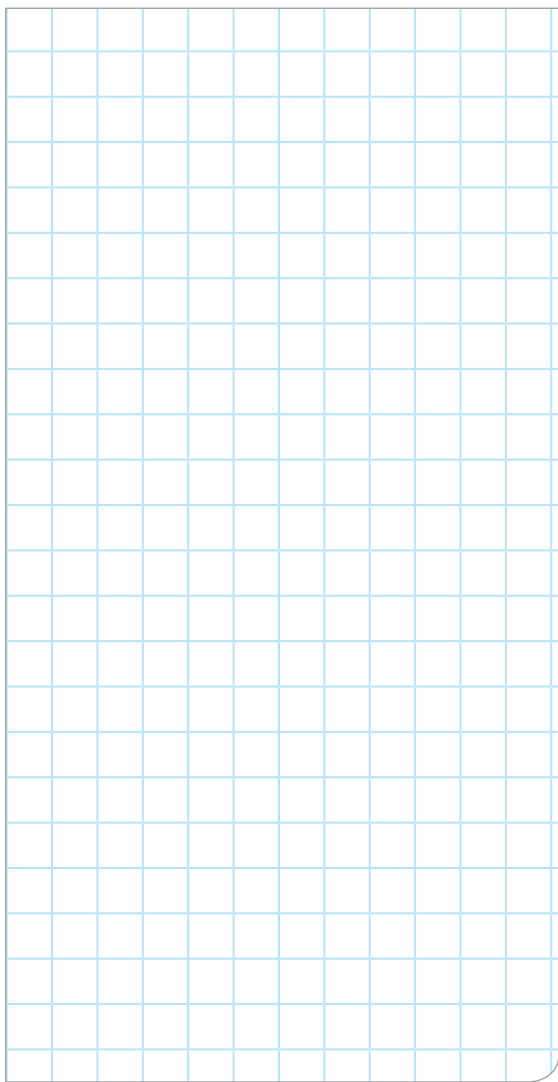
$$2360 - 424,80 = 1935,20 \text{ soles}$$

Respuesta:

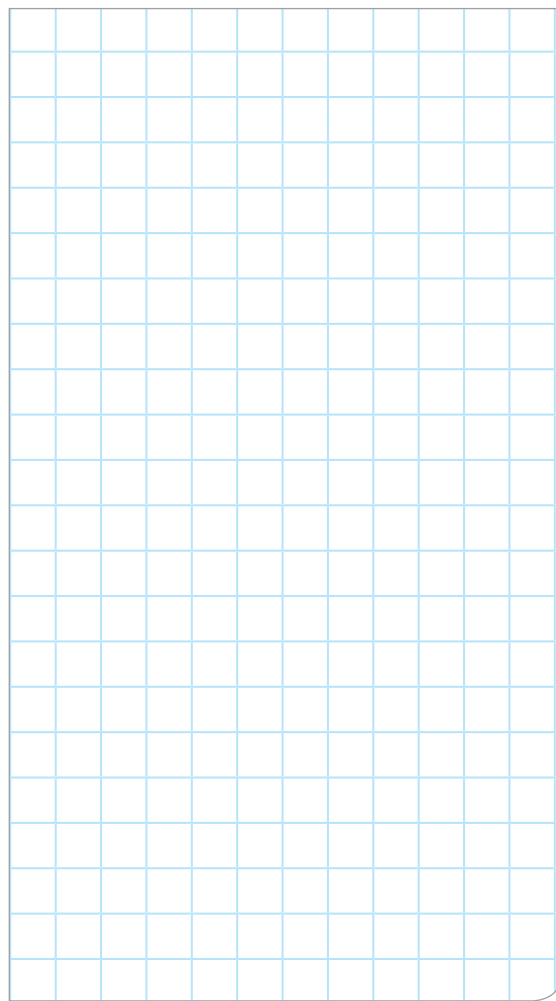
La laptop, sin el impuesto, vale S/1935,20.



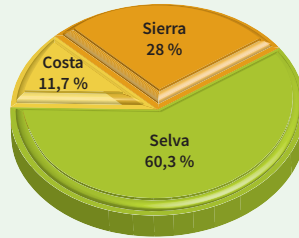
1. ¿Puedes verificar el resultado?



2. En caso de que no coincida el resultado, ¿cuál sería el error en el razonamiento?, ¿cuál sería el resultado correcto?

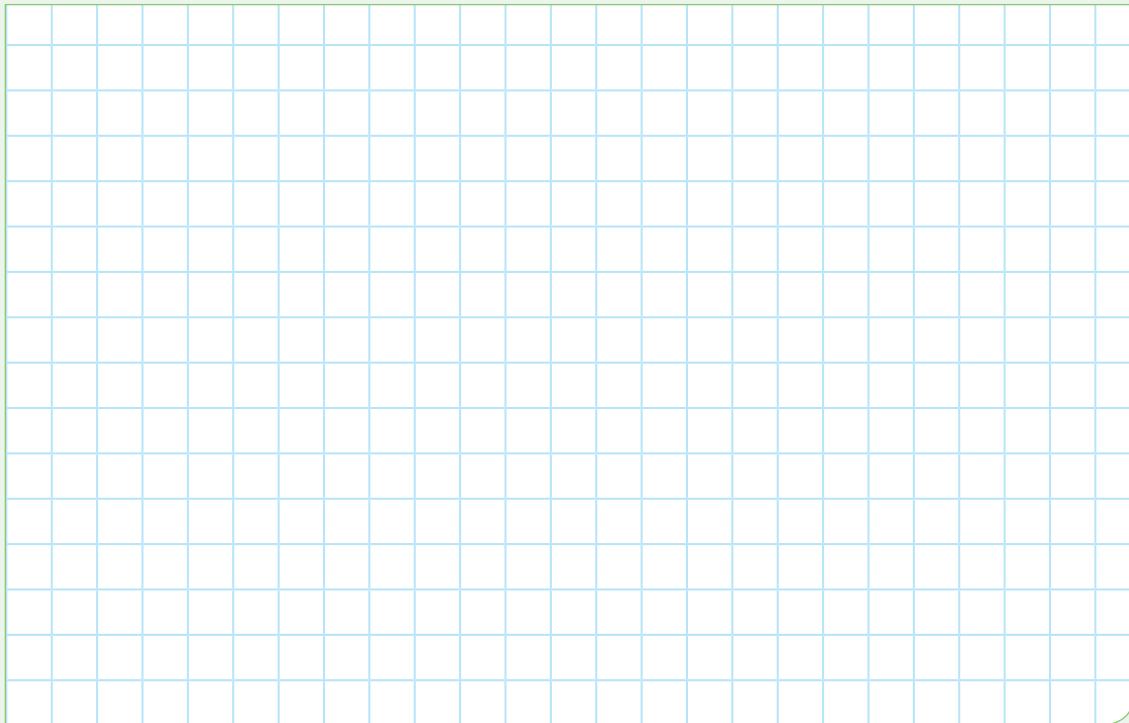


Sabemos que la superficie de nuestro territorio nacional es 1 285 215,6 km². La distribución de nuestro territorio, de acuerdo con el INEI, se muestra en el siguiente diagrama circular:



Fuente: Instituto Nacional de Estadística e Informática

4. ¿Cuántos kilómetros cuadrados más tiene la Selva frente a la Costa y a la Sierra juntas?



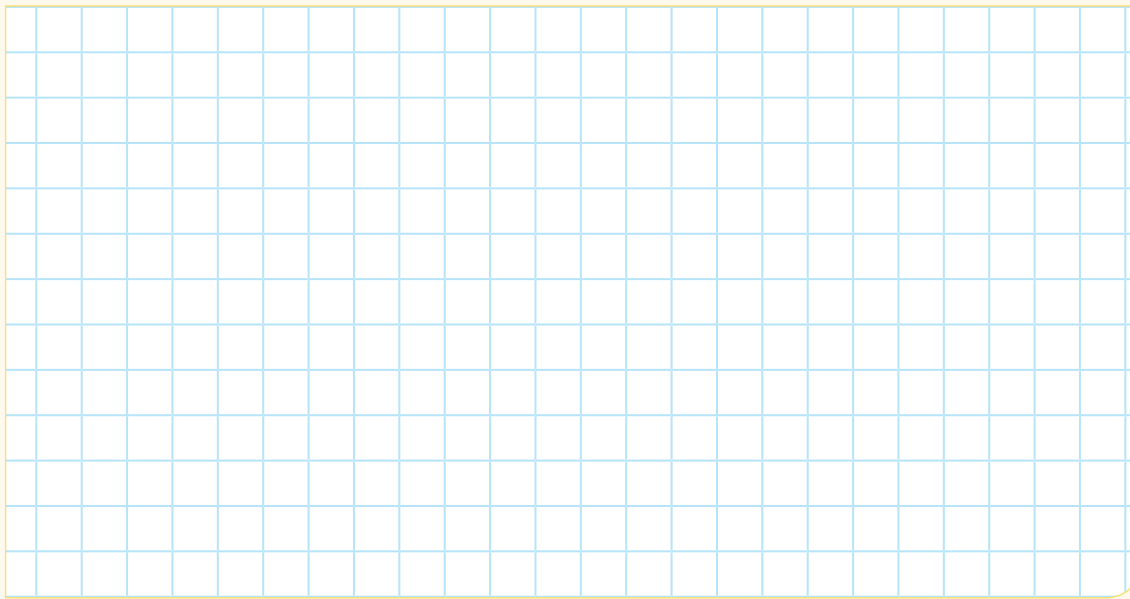
5. El impuesto general a las ventas (IGV) en el Perú es 18 %. Este porcentaje se aumenta al precio de cualquier artículo en venta para realizar una factura. Si en una factura figura el precio de una cocina a S/590, ¿cuál es el precio de la cocina antes de que fuera afectado por el IGV?

a) S/500

b) S/518

c) S/600

d) S/608



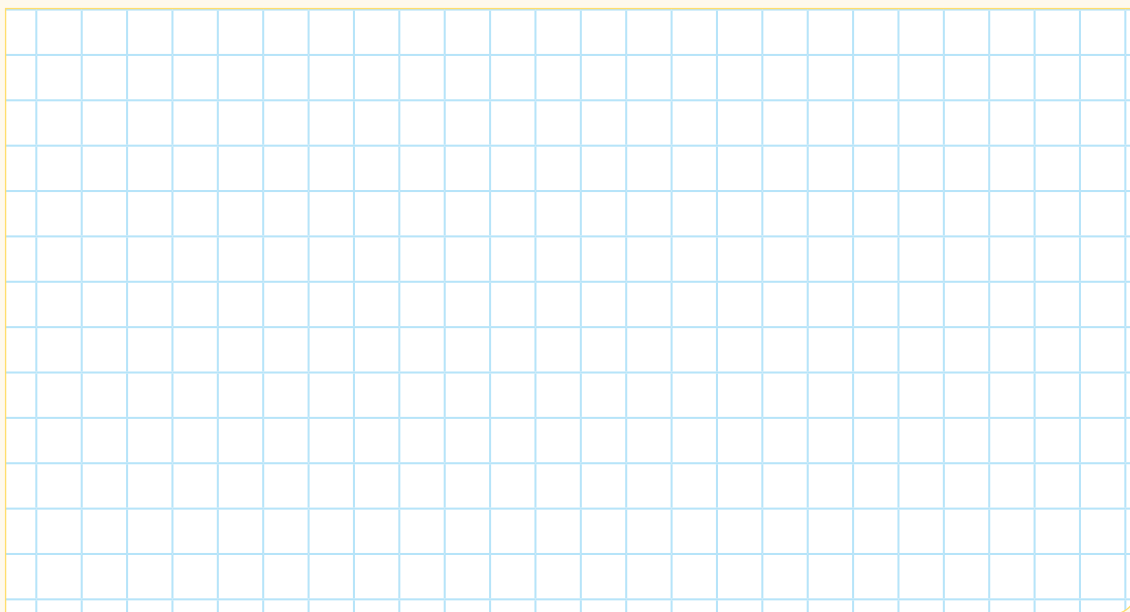
6. Una persona recibe un premio de 1,8 millones de soles al ganar una lotería. El premio ofrecido era un poco mayor, pero por concepto de impuestos se retiene un 10 %. ¿A cuánto ascendía el premio ofrecido?

a) 1,90 millones de soles

b) 1,98 millones de soles

c) 2,00 millones de soles

d) 2,08 millones de soles



7. ¿Cuánto recibirá Francisco si se le descontará el dinero de la retención?

PAREDES GARCÍA FRANCISCO ADRIANO

AV. SANTA ROSA MZA. W LOTE 25 A.H. VILLA HERMOSA
PROVINCIA CONSTITUCIONAL DEL
CALLAO - VENTANILLA

TELÉFONO: 505 0505

R.U.C. 10425252523

**RECIBO POR HONORARIOS
ELECTRÓNICO**

Nro: E001-11

Recibí de PROGRAMA TRABAJANDO JUNTOS

Identificado con RUC Número 20909090907

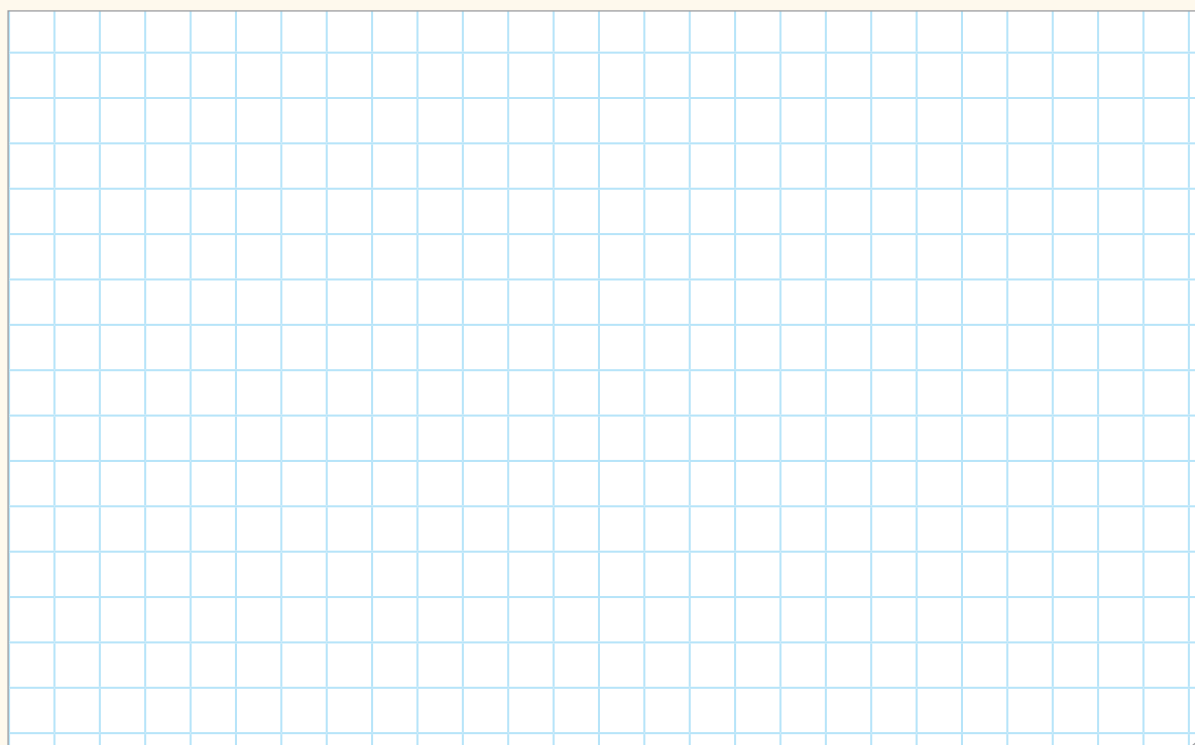
La suma de Y 00/100 SOLES

Por concepto de SERVICIOS DE REMODELACIÓN DE INTERIORES

Observación -

Fecha de emisión 22 de Octubre del 2015

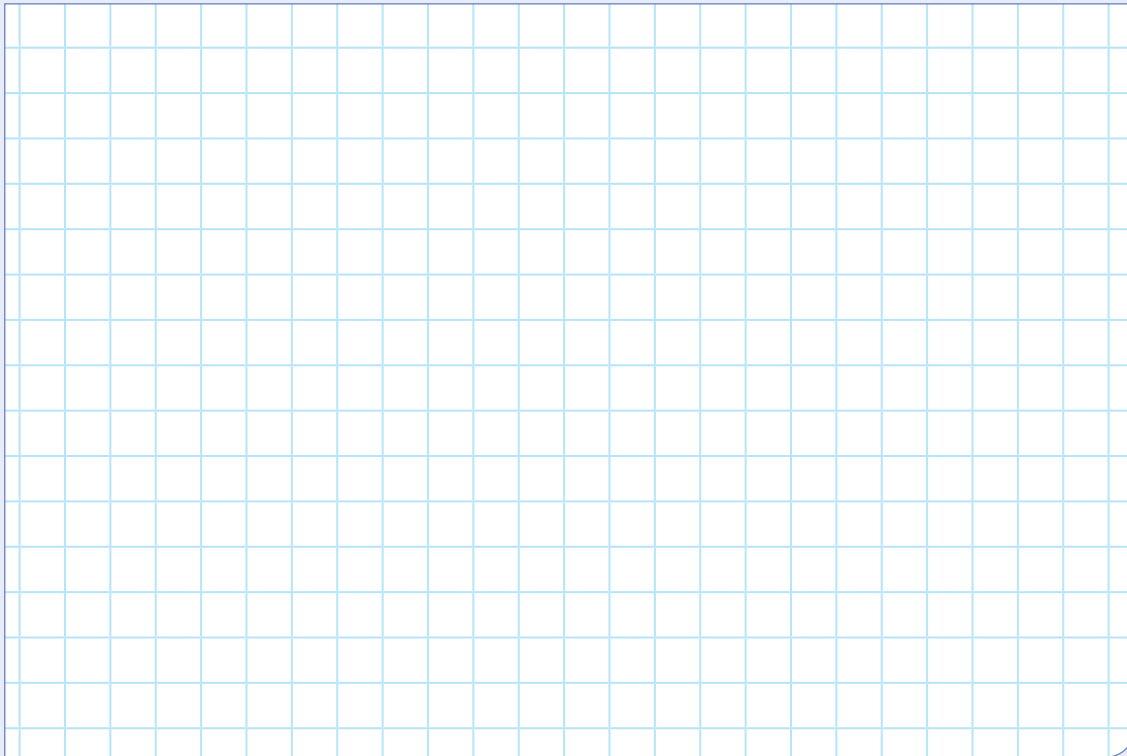
Total por Honorarios	:	
Retención (8 %) IR	:	(304.00)
Total Neto Recibido	:	SOLES



10. El precio de la entrada a un cine se rebaja en 20 %; esto hace que la asistencia del público se incremente en 40 %. ¿Cuál fue el efecto de esta rebaja en los ingresos diarios?



Fuente: <https://googl/rBP86m>



Ficha
14

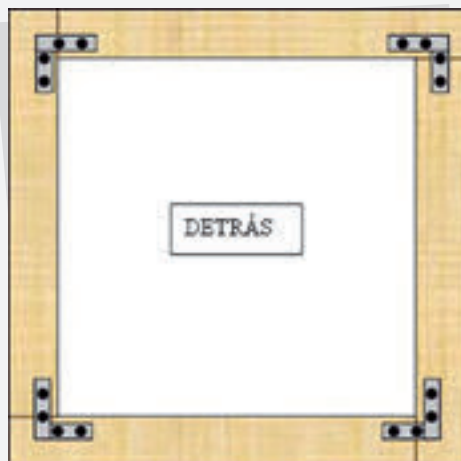
La divisibilidad en la elaboración de marcos para cuadros

COMPETENCIA	CAPACIDADES	DESEMPEÑOS
Resuelve problemas de cantidad	Comunica su comprensión sobre los números y las operaciones.	Expresa con diversas representaciones y lenguaje numérico su comprensión sobre las propiedades de los números y las operaciones con enteros (múltiplos y divisores, primos y compuestos) así como la relación inversa.
	Usa estrategias y procedimientos de estimación y cálculo.	Selecciona y emplea estrategias de cálculo, estimación y procedimientos diversos para realizar operaciones con números enteros y simplificar procesos usando propiedades de los números y las operaciones, de acuerdo con las condiciones de la situación planteada.



Aprendemos

Una carpintería elabora marcos de madera cuadrados. Para producirlos requiere, principalmente, listones de madera de 240 y 300 cm de longitud, los cuales deberá cortar en barras rectangulares de la misma longitud, sin desperdiciar madera, dependiendo del tamaño del marco deseado. Cada marco será elaborado con 4 barras rectangulares como muestra la figura.




Responde:

1. ¿Qué posibles longitudes deben tener las barras rectangulares que se pueden obtener al cortar un listón de madera de 240 cm? Menciona al menos 5 opciones.
2. ¿Qué posibles longitudes deben tener las barras rectangulares que se pueden obtener al cortar un listón de madera de 300 cm? Menciona al menos 5 opciones.
3. Si se quiere construir el mayor marco posible, ¿qué longitud deben tener las barras rectangulares de madera que se van a cortar?

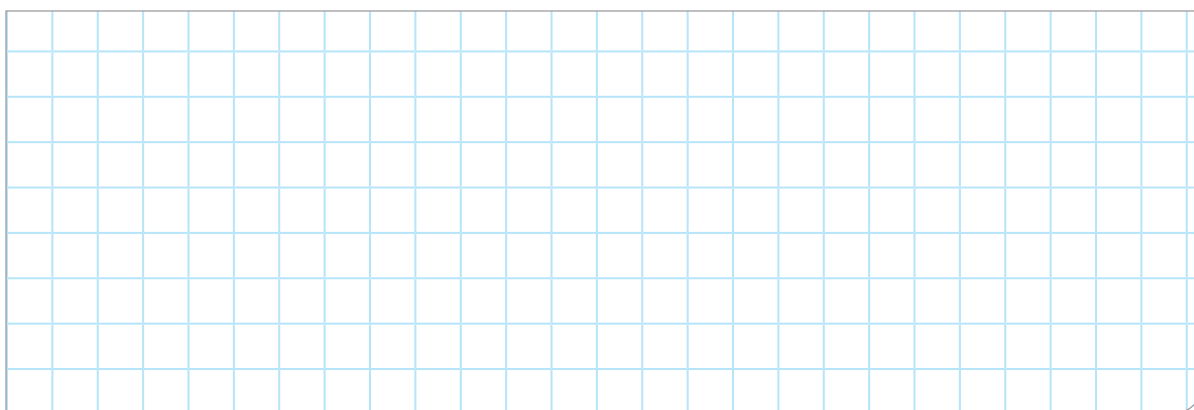
Comprendemos el problema

1. ¿Qué te dicen acerca de las barras rectangulares en que se debe cortar cada listón?
2. ¿Qué debes averiguar en la pregunta 3 de la situación inicial?



Diseñamos o seleccionamos una estrategia o plan

1. ¿Has resuelto un problema similar?; ¿qué estrategia usaste para resolverlo? Explica.



Ejecutamos la estrategia o plan

1. Completa la tabla para responder la pregunta 1 de la situación inicial.

Longitud del listón: $L_1 = 240$ cm

Longitud de cada barra					
N.º de barras obtenidas					

2. Completa la tabla para responder la pregunta 2 de la situación inicial.
Longitud del listón: $L_2 = 300$ cm

Longitud de cada barra					
N.º de barras obtenidas					

3. A partir de las tablas, generaliza la relación entre la longitud de cada barra y la longitud total de su respectivo listón.

4. Utiliza el procedimiento adecuado para calcular la respuesta de la pregunta 3 de la situación inicial.



Reflexionamos sobre el desarrollo

1. ¿Las barras rectangulares podrían medir 30 cm? ¿podrían medir 40 cm? Justifica tus respuestas.
2. A partir de tu respuesta anterior, generaliza una respuesta para la pregunta 3 de la situación inicial.

¿? Analizamos

Situación A

Al finalizar el año escolar, un profesor decide pasar sus vacaciones de la siguiente manera: irá al gimnasio cada dos días, irá a la playa cada tres días y asistirá al cine cada cinco días. Si el primer día realizó las tres actividades, ¿dentro de cuántos días como mínimo volverán a coincidir estas?



Fuente: <https://goo.gl/q6rZmg>

Resolución

Hacemos un listado de los días que realiza cada actividad, empezando por el día cero:

Gimnasio: 0, 2, 4, 6, 8, ...

Playa: 0, 3, 6, 9, 12, ...

Cine: 0, 5, 10, 15, ...

Podemos identificar que los días que va al gimnasio son múltiplos de 2, los que va a la playa son múltiplos de 3 y los que va al cine, múltiplos de 5.

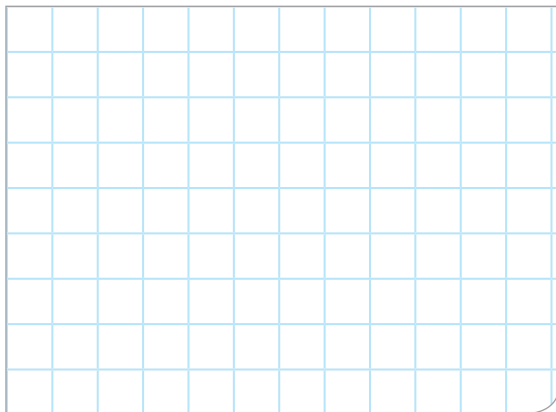
Debemos encontrar el menor número que cumple con las tres condiciones anteriores, lo cual coincide con el mínimo común múltiplo de 2, 3 y 5:

$$\text{m. c. m. } (2, 3, 5) = 30$$

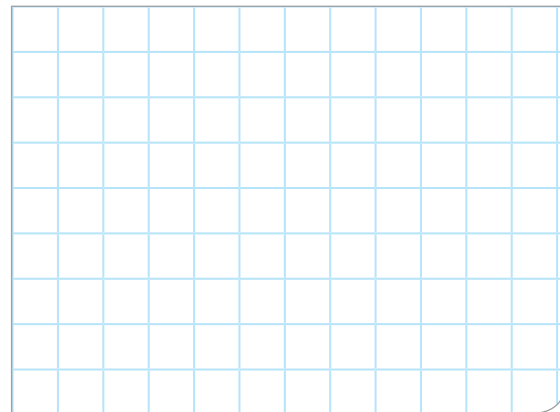
Respuesta:

Las tres actividades volverán a coincidir dentro de 30 días.

- 1.** ¿Qué estrategia se utilizó para resolver la situación? Descríbela.



- 2.** ¿Dentro de cuántos días coincidirán las actividades por tercera vez? ¿y por cuarta vez? ¿Podrías generalizar estos resultados?



Situación B

Al cumplir 12 años, Joaquín recibe de su padre 100 soles de propina, con la condición de que solo podrá comprar objetos del mismo valor y que cuesten un número entero de soles. ¿De cuántas opciones de compra, en cuanto al precio, dispone Joaquín si piensa gastar toda la propina?



Fuente: <https://goo.gl/6nyW9c>

Resolución

Ensayemos algunas posibles compras:

De 5 soles: $100 \div 5 = 20$ objetos

De 8 soles: $100 \div 8 = 12$, sobrando 4 soles

De 15 soles: $100 \div 15 = 6$, sobrando 10 soles

De 20 soles: $100 \div 20 = 5$ objetos

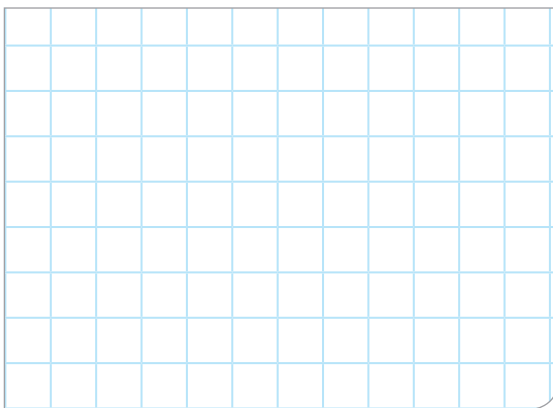
Como debe gastarse toda la propina, podemos identificar que la compra solo resulta posible cuando el precio de los objetos es un divisor de 100. Hacemos una lista con los divisores de 100:

$\{1, 2, 4, 5, 10, 20, 25, 50, 100\} \rightarrow 9$ divisores

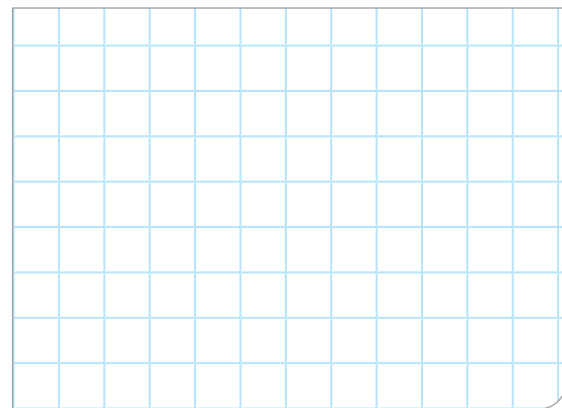
Respuesta:

Joaquín tiene 9 opciones de precios para comprar.

1. Describe la estrategia empleada para resolver el problema.



2. Si Joaquín hubiera recibido más propina, ¿hubiera tenido más opciones de compra? ¿Puedes explicar por qué?



Situación C

Un alumno le pregunta su edad al profesor de Matemática y este responde: “45 años, que es a la vez divisible por 9 y por 5; en cambio, la edad de mi esposa es divisible a la vez por 4 y por 6”.

¿Cuántos años puede tener la esposa si es mayor de edad, pero menor que el profesor?



Fuente: <https://goo.gl/FuHbHP>

Resolución

(Encuentra el error)

Identificamos que la edad del profesor, al ser múltiplo de 9 y de 5, es múltiplo de $9 \times 5 = 45$.

Por analogía, la edad de la esposa será múltiplo de $4 \times 6 = 24$, y como tiene que ser menor de 45, solo puede tener 24 años.

Respuesta:

La esposa del profesor tiene 24 años.

1. ¿Puedes verificar el razonamiento?

A large empty grid with 10 columns and 10 rows, intended for the student to write their verification of the reasoning.

2. En el caso de que el razonamiento sea errado, ¿cuál sería el resultado correcto?

A large empty grid with 10 columns and 10 rows, intended for the student to write the correct result if the reasoning is wrong.

3. Del 1 al 20, ¿cuántas parejas de números primos gemelos hay?

a) 7

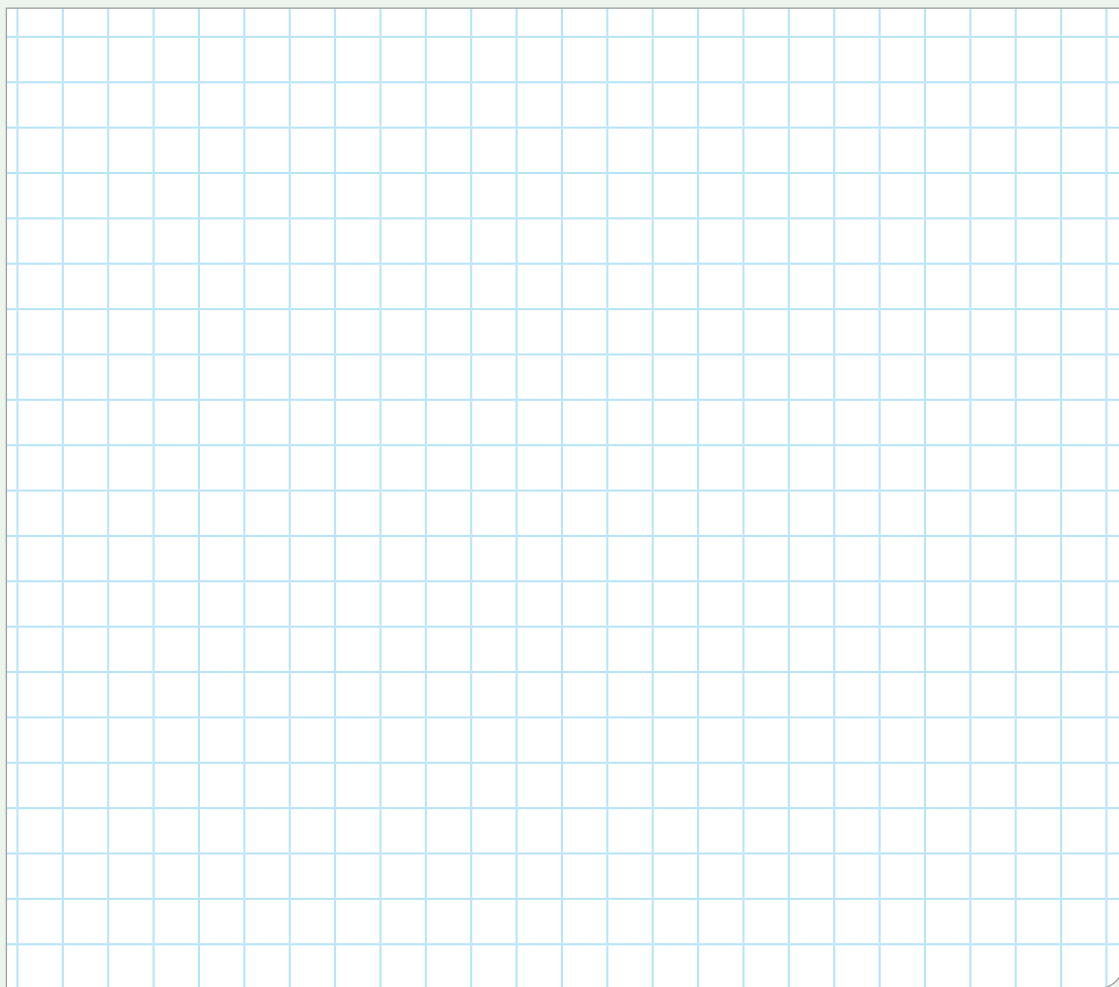
b) 6

c) 5

d) 4



4. Isabel está recolectando tapas de botellas de plástico para una campaña de reciclaje. Ella ha juntado 24 tapas y quiere disponerlas sobre la mesa, de manera que formen un rectángulo. Dibuja todos los rectángulos de diferentes tamaños que podrá obtener.



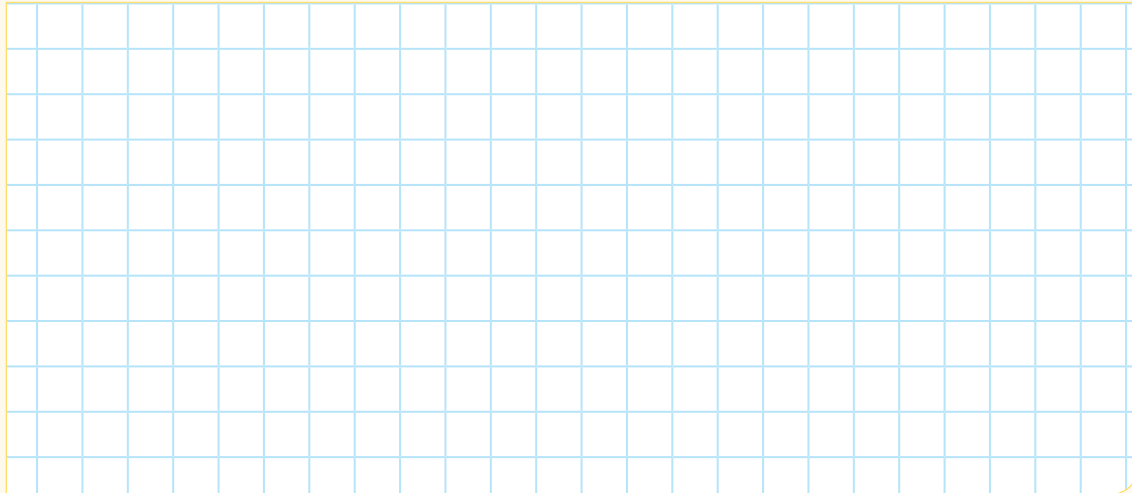
5. Un carpintero quiere cortar una plancha de triplay de 1 m de largo y 60 cm de ancho, en cuadrados lo más grandes posibles. El carpintero debe utilizar toda la plancha de triplay y no desperdiciar ningún pedazo. ¿Cuál debe ser la longitud del lado de cada cuadrado?

a) 10

b) 20

c) 30

d) 50



6. La alarma de un reloj A suena cada 9 minutos y la del reloj B, cada 21 minutos. Si acaban de coincidir los dos dando la señal, ¿cuánto tiempo pasará para que ambos relojes vuelvan a coincidir?

a) 30

b) 36

c) 42

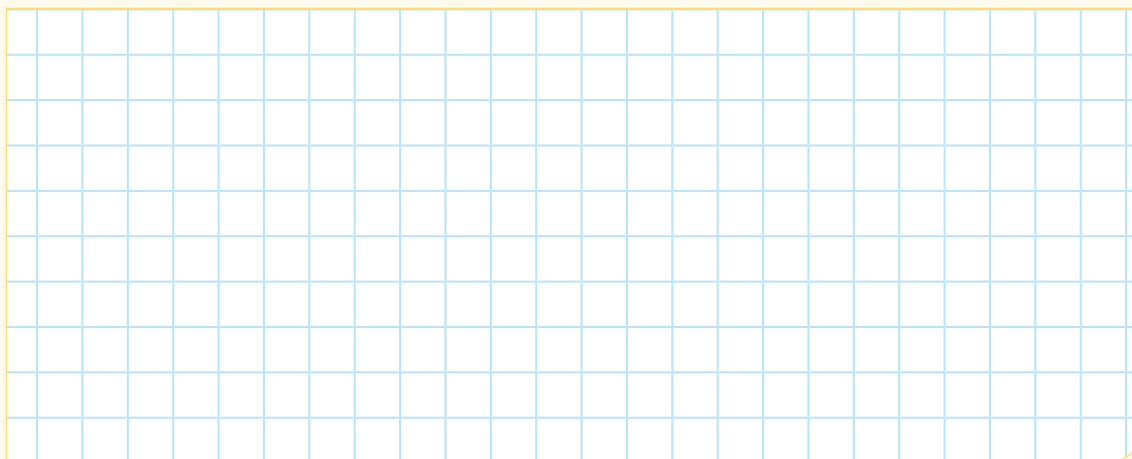
d) 63



Reloj A

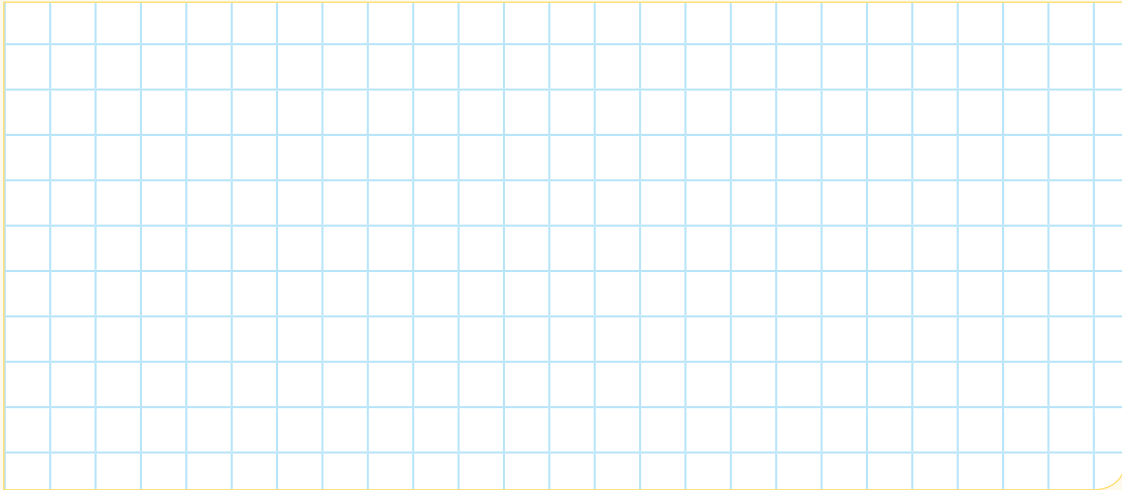


Reloj B



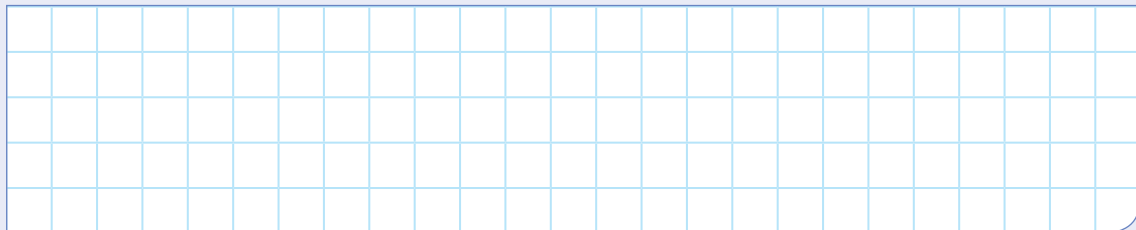
7. ¿Qué propiedad común deben tener dos números para que su mínimo común múltiplo tenga el mismo valor que su producto? Escribe tres ejemplos.

$$\text{¿m. c. m. (a, b) = a} \times \text{b?}$$



8. Tres amigas, Carolina, Ana y Juanita hacen labor de voluntariado en un hospital para niños. Cada una de ellas tiene un régimen de asistencia diferente. Carolina asiste cada 2 días; Anita, cada 3 días; Juanita, cada 4. Si el 11 de noviembre se encontraron las tres amigas en el hospital, ¿en qué fecha volverán a encontrarse?

- a) 20 de noviembre b) 23 de noviembre c) 2 de diciembre d) 11 de diciembre



9. Miguel desea colocar cerámicos de forma cuadrada en una habitación de 3,6 m de ancho y 4,2 m de largo. Él no quiere desperdiciar cerámicos y le pide al albañil que utilice los de mayor dimensión posible para que cubran exactamente el piso de esa habitación. ¿Cuántas cajas de cerámicos debe comprar Miguel, si vienen en cajas de 6?

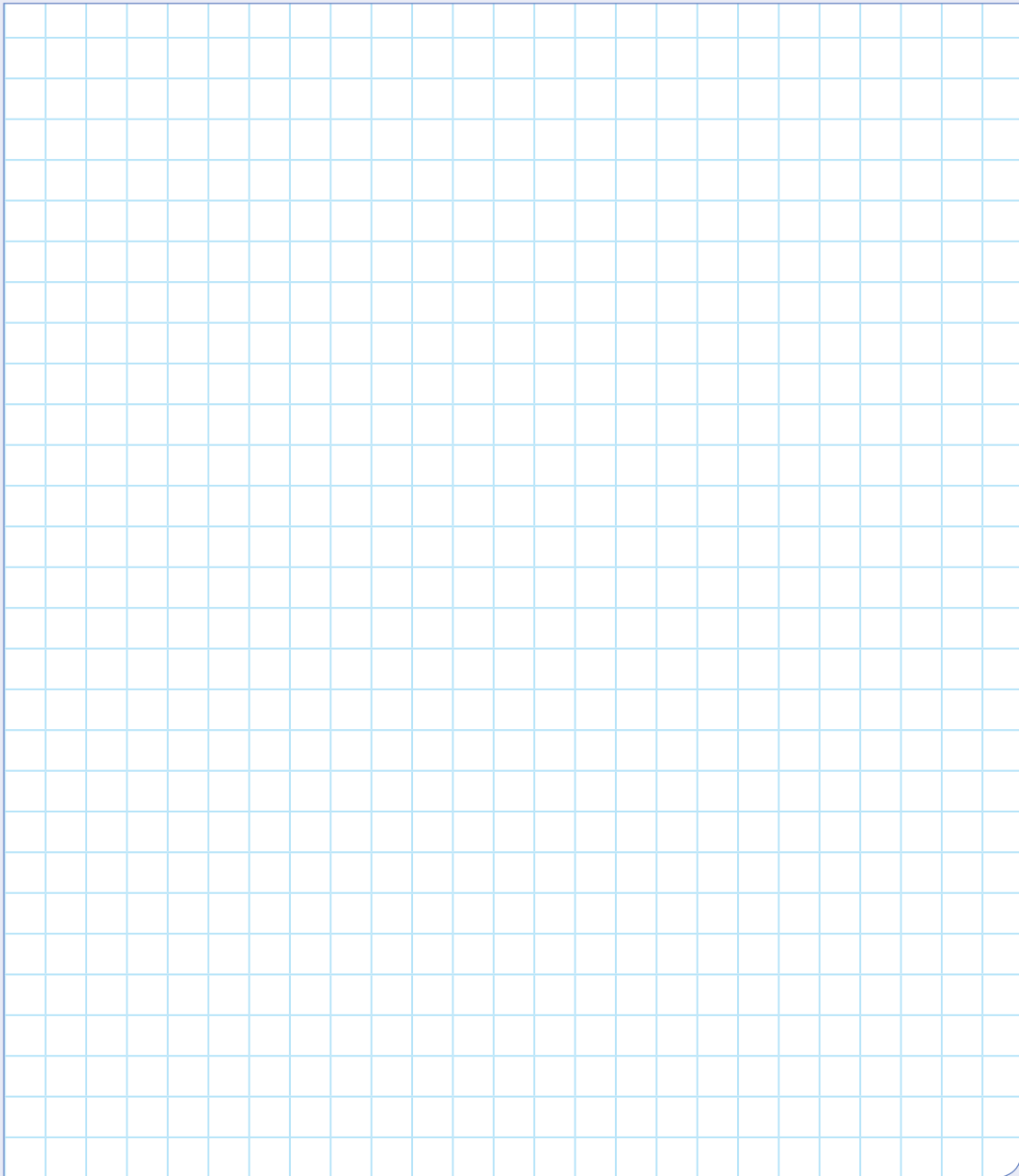
- a) 7 cajas b) 8 cajas c) 9 cajas d) 10 cajas



10 Divide la figura mostrada en rectángulos, de manera que se cumplan las siguientes condiciones:

- Cada número indica la cantidad de cuadraditos del rectángulo que lo contiene.
- Cada rectángulo contiene un solo número.
- Cada cuadradito pertenece a un único rectángulo.

		3		4	
			3		
	4				6
5					
			6		
		2		3	

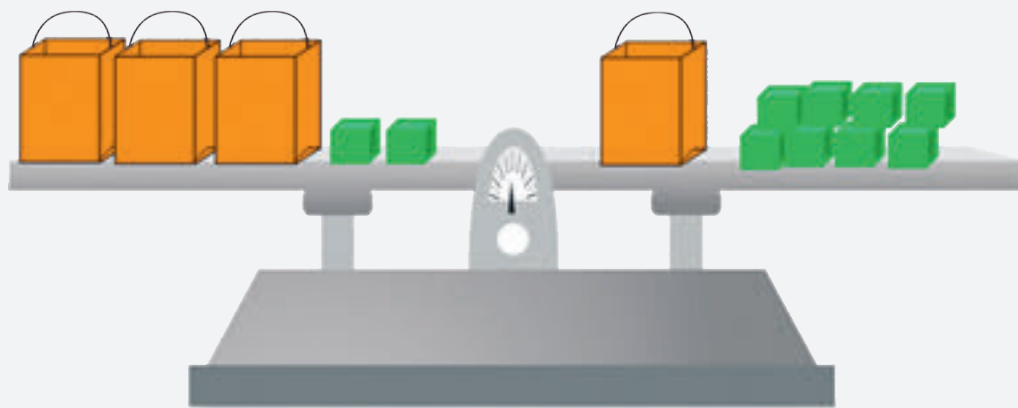


COMPETENCIA	CAPACIDADES	DESEMPEÑOS
Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio	Traduce datos y condiciones a expresiones algebraicas y gráficas.	Establece relaciones entre datos y valores desconocidos de una equivalencia y transforma esas relaciones a expresiones algebraicas que incluyen números enteros y ecuaciones lineales.
	Usa estrategias y procedimientos para encontrar equivalencias y reglas generales.	Selecciona y emplea estrategias heurísticas y procedimientos pertinentes a las condiciones del problema, como solucionar ecuaciones usando propiedades de la igualdad (uniformidad y cancelativa).



Aprendemos

El profesor Ramírez presenta a sus estudiantes cubos y bolsas en una balanza equilibrada. Al verlos interesados en el tema, les da la siguiente indicación: “Todos los cubos tienen el mismo peso, las bolsas tienen un peso insignificante y cada una contiene la misma cantidad de cubos”. Finalmente, el docente los reta a calcular la cantidad de cubos que contiene cada bolsa.



Responde:


1. ¿Cuántos cubos hay en cada bolsa?
2. Cada bolsa se cambia por una caja vacía de triplay de 15 gramos de peso y, sorprendentemente, la balanza se mantiene en equilibrio. ¿Cuánto pesa cada cubo?

Comprendemos el problema

1. ¿Cuál es la incógnita en la pregunta 1 de la situación inicial?; ¿cuáles son los datos?

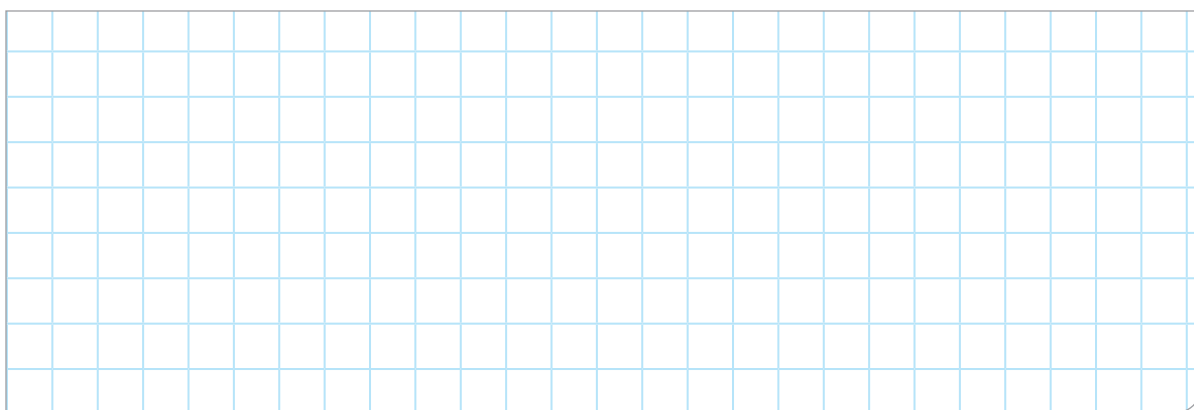


2. ¿Cuál es la incógnita en la pregunta 2 de la situación inicial?; ¿cuáles son los datos?



Diseñamos o seleccionamos una estrategia o plan

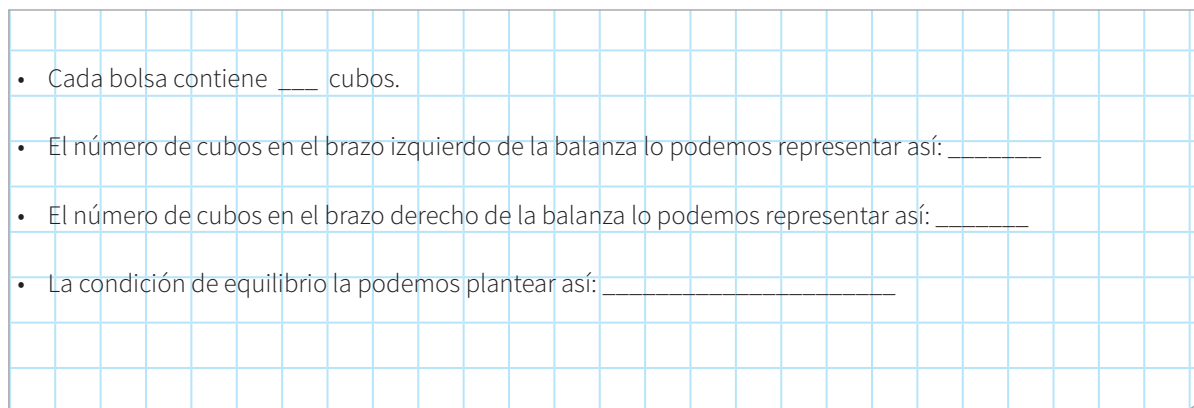
1. ¿Qué estrategia vas a desarrollar? Explícala.



Ejecutamos la estrategia o plan

1. Desarrolla la estrategia elegida siguiendo estas pautas:

- Cada bolsa contiene ____ cubos.
- El número de cubos en el brazo izquierdo de la balanza lo podemos representar así: _____
- El número de cubos en el brazo derecho de la balanza lo podemos representar así: _____
- La condición de equilibrio la podemos plantear así: _____





2. Resuelve la condición planteada y responde la pregunta 1 de la situación inicial.

3. Escribe el procedimiento que te permita responder la pregunta 2 de la situación inicial.

4. Responde la pregunta 2 de la situación inicial.

Reflexionamos sobre el desarrollo

1. ¿Puedes verificar el resultado de la pregunta 1 de la situación inicial?

2. ¿Puedes verificar el resultado de la pregunta 2 de la situación inicial?

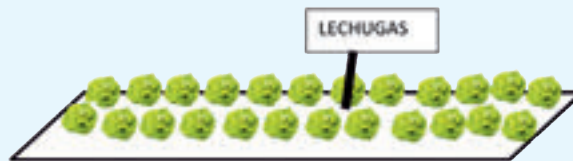


Analizamos

Situación A

El miércoles pasado, el encargado del almacén del mercado “Todo Barato” surtió el exhibidor con 90 lechugas. Al final de ese día, ya habían sido vendidas algunas.

El jueves por la mañana, el encargado del almacén decidió reponer tantas lechugas como las que habían quedado el día anterior. Al final del día jueves, se había vendido el mismo número de lechugas que el día miércoles. Si quedaron 30, ¿cuántas lechugas se vendieron el día miércoles?



Resolución

La incógnita es el número de lechugas vendidas el miércoles, así que llamaremos x a dicho número.

El miércoles, de las 90 lechugas se vendieron x ; luego, quedaron $(90 - x)$ lechugas.

El jueves el encargado repuso $(90 - x)$ lechugas, así que por la mañana había $2(90 - x)$ lechugas, de las que se vendió la misma cantidad que el día anterior, es decir, x . Como al final quedaron 30 lechugas, podemos plantear la siguiente ecuación:

$$2(90 - x) - x = 30; \text{ resolviendo:}$$

$$180 - 2x - x = 30$$

$$180 - 3x = 30 \rightarrow 150 = 3x$$

$$x = 50$$

Respuesta:

El miércoles se vendieron 50 lechugas.

- 1.** ¿Qué estrategia se utilizó para resolver la situación? Descríbela.

- 2.** ¿Puedes verificar el resultado?

Situación B

El día de la inauguración de la feria del libro acudieron 20 000 personas entre estudiantes y público en general, y se llegó a recaudar, por concepto de entradas, un monto de S/110 000. Si el precio de la entrada era de S/3 para los estudiantes y de S/7 para el público en general, ¿cuántos estudiantes acudieron ese día?



Resolución

Si asistieran, por ejemplo, 10 estudiantes y otras 20 personas, la recaudación por la venta de entradas sería:

$$3 \times 10 + 7 \times 20 = 170 \text{ soles}$$

Luego, podemos calcular la recaudación total con el siguiente modelo:

$$3 \times N.^{\circ} \text{ de estudiantes} + 7 \times N.^{\circ} \text{ de personas} = 110\,000 \text{ soles}$$

Nuestra incógnita es el número de estudiantes, al cual llamaremos x ; como en total asistieron 20 000, el número de personas restantes será $(20\,000 - x)$.

De acuerdo a nuestro modelo, podemos plantear la siguiente ecuación:

$$3x + 7(20\,000 - x) = 110\,000$$

Resolviendo:

$$3x + 140\,000 - 7x = 110\,000 \rightarrow 30\,000 = 4x$$

$$x = \frac{30\,000}{4} \rightarrow x = 7500$$

Respuesta:

Ese día acudieron 7500 estudiantes a la feria.

1. Describe la estrategia empleada para resolver el problema.

2. Si Joaquín hubiera recibido más propina, ¿hubiera tenido más opciones de compra? ¿Puedes explicar por qué?

Situación C

Daniel tiene 12 años de edad y su papá tiene 42. ¿Dentro de cuántos años el papá tendrá el cuádruple de la edad que tenga Daniel?



Resolución

(Encuentra el error)

Organizamos la información en un cuadro que indique las edades actuales y futuras:

	Actualmente	Dentro de x años
Papá	42	$42 + x$
Daniel	12	$12 + x$

Como la edad del papá será el doble de la del hijo, planteamos la siguiente ecuación:

$$42 + x = 4(12 + x)$$

Resolviendo:

$$42 + x = 48 + 4x \rightarrow x - 4x = 48 - 42 \rightarrow -3x = 6$$

$$x = \frac{6}{-3} \rightarrow x = -2$$

Respuesta:

Dentro de 2 años.

1. ¿Puedes verificar el resultado?

2. ¿Puedes detectar el error en el procedimiento?



3. ¿Cuál sería la respuesta correcta?

4. ¿Cómo cambiarías la pregunta para que tenga pleno sentido?



Practicamos

1. Héctor le dijo a Laura: “Piensa en un número, triplícalo, súmale 5 y multiplica el resultado por 10”. Laura dijo que obtuvo 320. ¿Qué ecuación tendría que plantear Héctor para hallar el número que pensó Laura?

a) $x \cdot x \cdot x + 5(10) = 320$

b) $3x + 5(10) = 320$

c) $(3x + 5)10 = 320$

d) $(x \cdot x \cdot x + 5)10 = 320$

2. Marcos tenía algunas galletas y decidió repartirlas entre sus amigos. Le dio la mitad a Fernando y luego les dio cuatro galletas a cada uno de sus tres hermanos. ¿Cuántas galletas tenía Marcos antes de repartirlas?

a) 6 galletas

b) 12 galletas

c) 18 galletas

d) 24 galletas

3. La señora Luisa planea construir un arenero rectangular para que jueguen sus hijos. Cuenta con 38 pies de madera para construir los lados. Si el largo del arenero es de 11 pies, ¿cuál es su ancho?

a) 8 pies

b) 16 pies

c) 19 pies

d) 27 pies

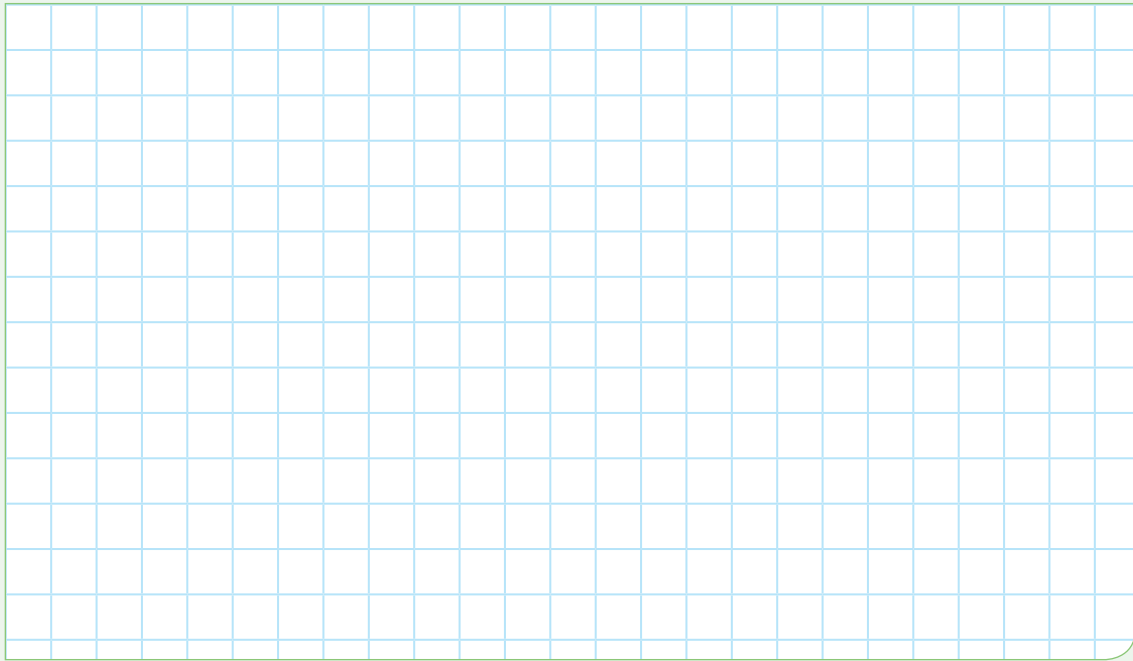


4. ¿Cuál de las siguientes ecuaciones no tiene solución? ¿cuál tiene infinitas soluciones?
Justifica tus respuestas.

I) $6x - 4 - x = 3x + 6$

II) $7x - 6 - 5x = -4x + 4 + 6x$

III) $-2x - (x + 6) = 7x - 6 - 10x$



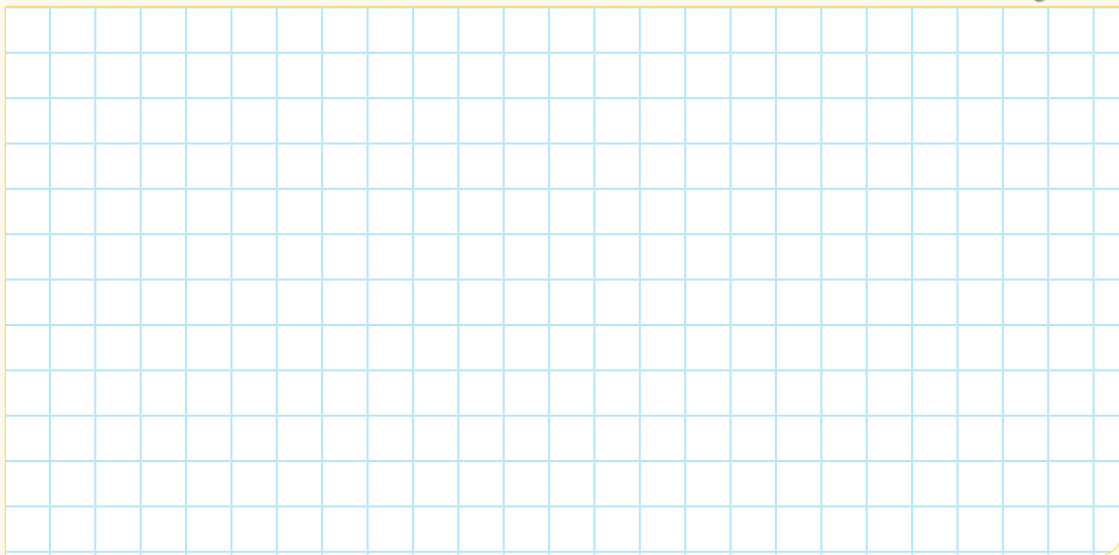
5. Juan tiene un perro. Actualmente, su mascota tiene 12 años menos que él. Dentro de 4 años, Juan tendrá el triple de la edad que su perro. ¿Cuál es la edad de Juan y la de su mascota?

a) Juan tiene 19 años y su perro, 7.

b) Juan tiene 14 años y su perro, 2.

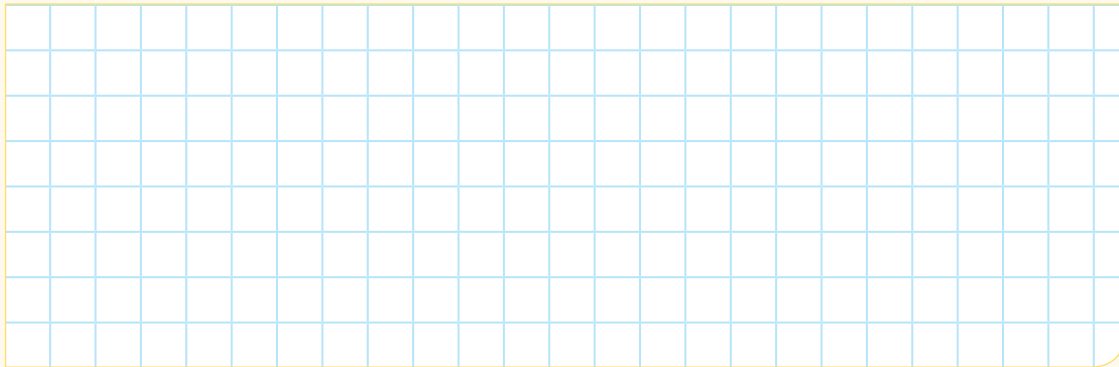
c) Juan tiene 22 años y su perro, 10.

d) Juan tiene 26 años y su perro, 14.



6. Un proyecto de carpintería requiere de tres piezas de madera. La pieza más larga debe tener el doble de la longitud que la pieza mediana y la pieza más corta, 10 pulgadas menos que la pieza mediana. Si las tres piezas se van a cortar de una tabla de 90 pulgadas de largo, ¿qué longitud debe tener cada una de ellas?

a) 50, 25 y 15 pulgadas b) 40, 20 y 10 pulgadas. c) 50, 25 y 10 pulgadas d) 30, 15 y 5 pulgadas

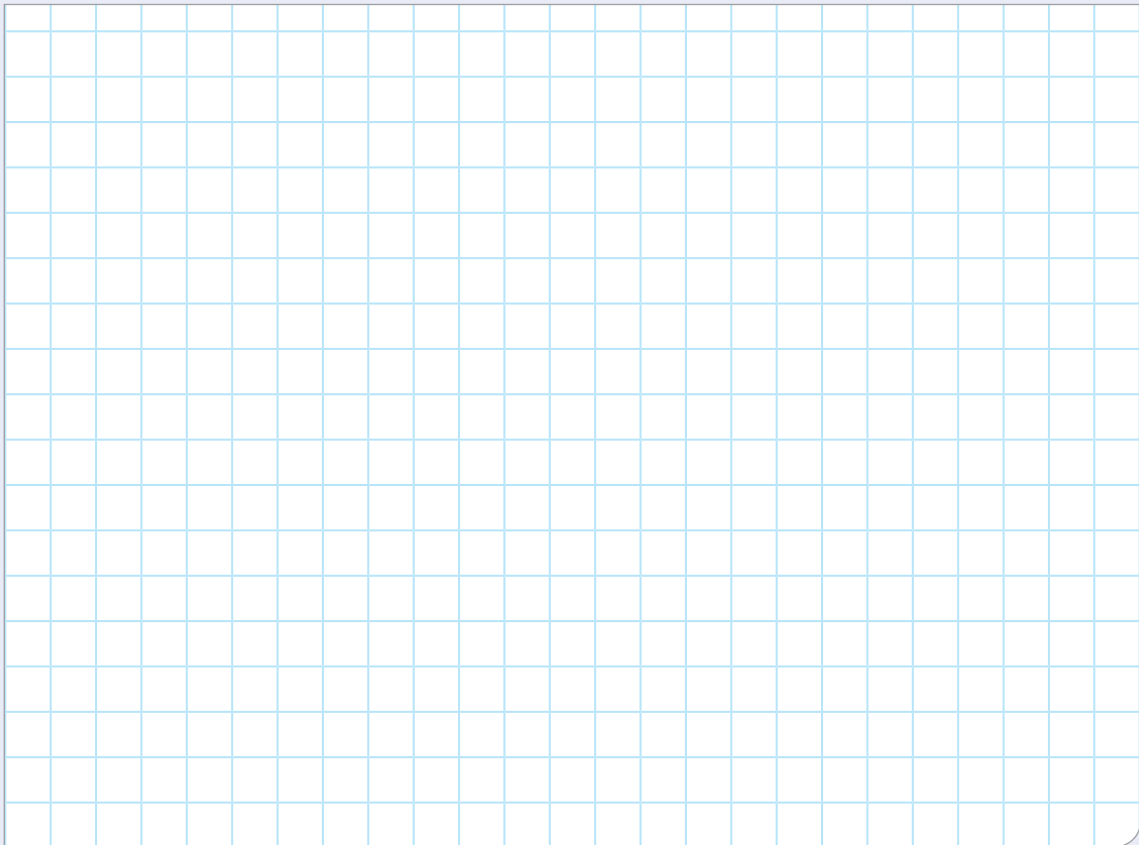


7. La siguiente figura es un cuadrado mágico, donde la suma de las tres cantidades de cada fila, columna y diagonal es la misma. Plantea una ecuación, halla el valor de x y determina el cuadrado mágico con sus respectivos valores numéricos.

$2x + 2$	x	$x + 1$
$x - 2$	$x + 2$	$5x - 6$
$3x - 3$	$2x + 1$	$x - 1$



10. Un fabricante de mesas y de sillas rústicas hizo el envío de sus productos en un camión por carretera desde Huaral hasta Lima. El fabricante anotó que la carga pesaba 8800 kilogramos. También anotó que había enviado un total de 615 unidades entre mesas y sillas. Además, sabemos que cada mesa pesa 35 kilogramos y cada silla, 10 kilogramos. Si el pedido fue de una centena de mesas y medio millar de sillas, ¿el fabricante logró satisfacer el pedido que se le había encomendado? Justifica tu respuesta.



Ficha 16

Promovemos la práctica del deporte

COMPETENCIA	CAPACIDADES	DESEMPEÑOS
Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio	Comunica su comprensión sobre las relaciones algebraicas.	Interrelaciona representaciones gráficas, tabulares y algebraicas para expresar el comportamiento de la función lineal y sus elementos: intercepto con los ejes, pendiente, dominio y rango, para interpretar y resolver un problema según su contexto.
	Argumenta afirmaciones sobre relaciones de cambio y equivalencia.	Plantea afirmaciones sobre las características y propiedades de las funciones lineales. Las justifica con ejemplos y sus conocimientos matemáticos. Reconoce errores en sus justificaciones o en las de otros y los corrige.



Aprendemos

Observa las promociones que presentan estas dos academias de fútbol.

Con la finalidad de fomentar en sus hijos la práctica del deporte, las señoras Nancy y Silvia desean inscribirlos en una de estas dos academias deportivas.



TALLERES DE FÚTBOL

Para niños, niñas y jóvenes

Matrícula:
20 soles (único pago)

Mensualidad:
15 soles





Para niños, niñas y jóvenes

Exonérate del pago de matrícula

Mensualidad: 20 soles

INSCRÍBETE YA



Responde:

- Si, desde el punto de vista del precio, a Nancy le conviene matricular a su hijo en la academia “Cracks”, mientras que a Silvia le conviene hacerlo en “Escuela de Campeones”, ¿qué podemos decir acerca del tiempo que piensan matricularlos?
- A un papá le resulta económicamente igual inscribir a su hijo en cualquiera de las dos academias. ¿Cuánto tiempo piensa matricularlo?

Comprendemos el problema

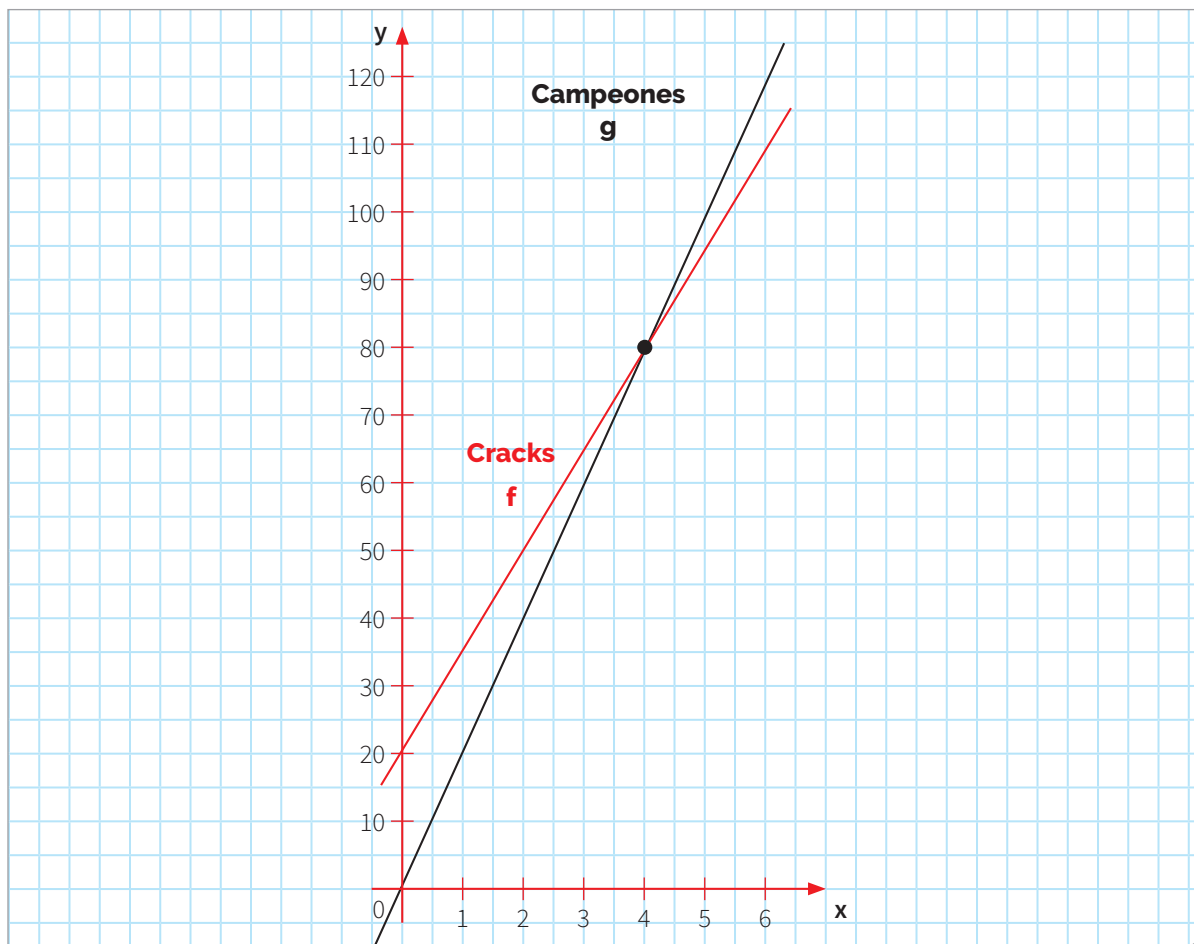
1. ¿Cuánto cuesta matricularse 2 meses en cada academia? ¿Y cuánto, 6 meses?
2. ¿Qué debes averiguar?

Diseñamos o seleccionamos una estrategia o plan

1. Una gráfica es una forma de organizar los datos para la situación. Explica por qué esto es así.

Ejecutamos la estrategia o plan

1. Haz la gráfica propuesta para resolver la situación.





2. Escribe la expresión algebraica que representa el costo de matricular a un niño en cada academia en función del tiempo que permanecerá inscrito.

3. Determina el punto de intersección de dichas funciones, algebraicamente.

4. Responde ambas preguntas de la situación inicial.

Reflexionamos sobre el desarrollo

1. ¿Qué ventajas y desventajas presenta el método gráfico para resolver la situación?

2. ¿Qué ventajas y desventajas presenta el método algebraico para resolver la situación?



Analizamos

Situación A

La siguiente función representa la temperatura (en °C) de un refrigerador nuevo a los x minutos de haberlo encendido:

$$f(x) = 20 - 2x$$

Grafica dicha función y responde:

- ¿Qué clase de función es?
- ¿La función es creciente o decreciente? ¿Por qué?
- ¿Qué representa el 20 y qué significado tiene?
- ¿Qué representa el -2 y qué significado tiene?

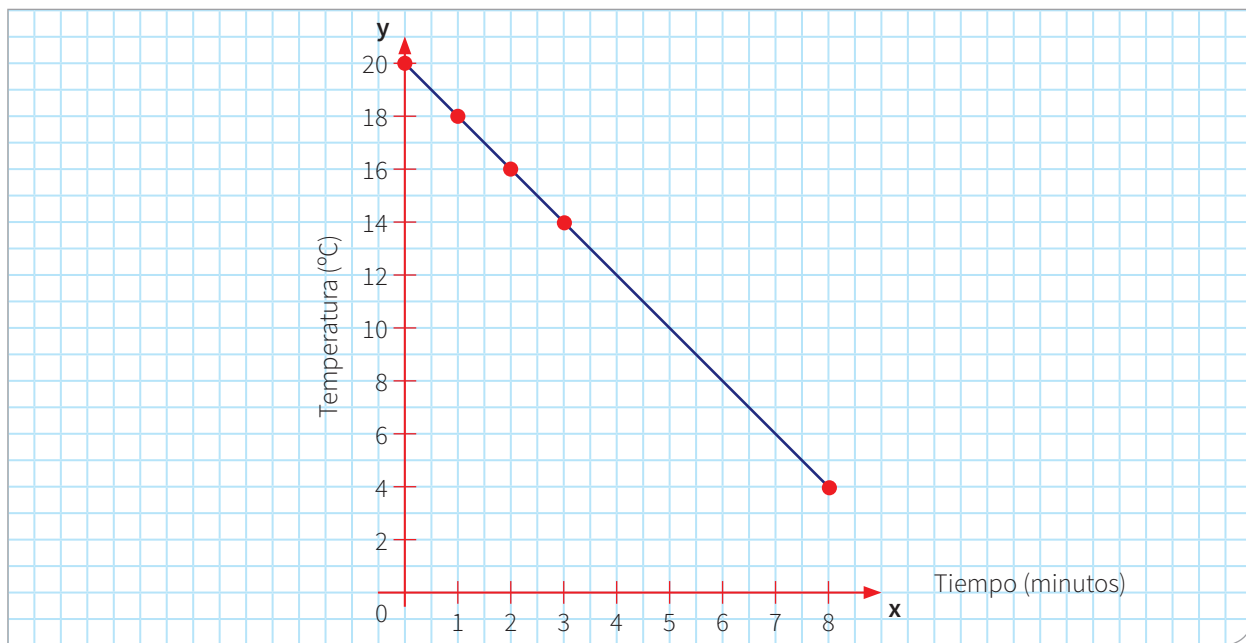


Resolución

Hallamos algunos puntos de la función completando la siguiente tabla:

x	0	1	2	3	...	8
f(x)	20	18	16	14	...	4

Anotamos estos valores en la gráfica y los unimos con una línea recta:



Respuesta:

La gráfica corresponde a una función afín.

Dicha función es decreciente porque conforme aumentan los minutos, la temperatura disminuye, además porque su pendiente es negativa.

Identificando sus términos podemos ver que 20 es el intercepto con el eje y , y significa que la temperatura inicial era de 20 °C; mientras que -2 representa la pendiente de la recta y significa que, por cada minuto que pasa, la temperatura del refrigerador disminuye en 2 °C, como se puede apreciar viendo la variación entre los cuatro primeros términos de la tabla.



1. ¿Qué estrategia se utilizó para resolver la situación A? Descríbela.

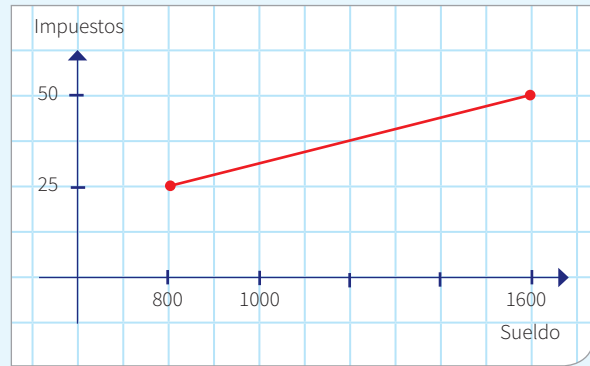
2. Idea una situación en la cual la temperatura en función del tiempo resulte: $T(x) = 20 + 2x$

3. La gráfica de la función de la pregunta anterior, ¿es creciente o decreciente? ¿Por qué?

4. ¿Puedes generalizar una conclusión acerca de las gráficas de la situación A y de la pregunta 2?

Situación B

Los vecinos de un distrito, cuyos ingresos mensuales fluctúan entre 800 y 1600 soles, deben abonar un impuesto al municipio en función de su sueldo, como se muestra en el siguiente gráfico. ¿Cuánto pagaría un vecino cuyo ingreso es de 1000 soles mensuales?



Resolución

Calcularemos la pendiente con los datos extremos del gráfico (triángulo celeste) y luego con el dato que contiene a la incógnita (triángulo verde).

Como se trata de la misma función lineal, dichas pendientes deben ser iguales:

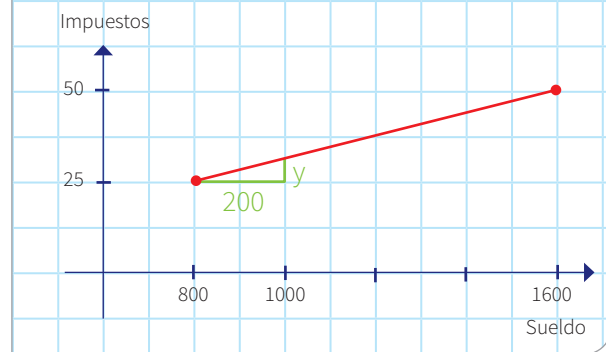
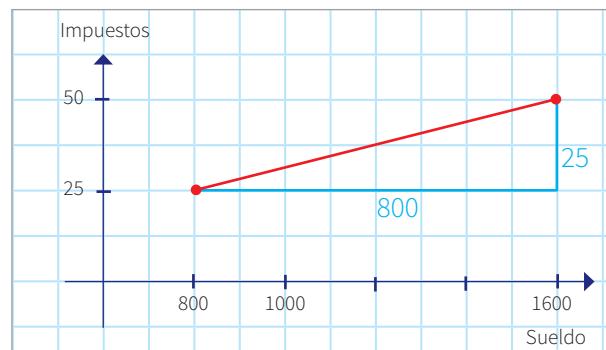
$$\frac{25}{800} = \frac{y}{200} \rightarrow y = 200 \times \frac{25}{800}$$

$$y = 6,25$$

Del segundo gráfico observamos que la persona cuyo sueldo es 1000 debe pagar $25 + y = 31,25$ soles.

Respuesta:

El vecino pagaría S/31,25 de impuesto.



1. Describe la estrategia empleada para resolver el problema.

2. ¿Puedes resolver la situación de otra manera?

Situación C

Una librería ofrece el servicio de fotocopias. Los precios, según el número de fotocopias requerido, están publicados en la tabla que se muestra.

Una mañana ingresan tres clientes. El primero solicita 15 fotocopias y el segundo, 30 fotocopias. Si por los tres la librería recaudó 5 soles, ¿cuántas copias pudo haber solicitado el tercer cliente?



Fuente: <https://goo.gl/Daqlb5>

Número de copias	Precio unitario (céntimos)
De 1 a 20	10
De 21 a más	5

Resolución

(Encuentra el error)

Ya que el precio es proporcional al número de fotocopias, representaremos este como una función lineal:

$$f(x) = \begin{cases} 0,10x; & \text{si: } 1 \leq x \leq 20 \\ 0,05x; & \text{si: } x \geq 20 \end{cases}$$

El primer cliente pagará:

$$1 \leq 15 \leq 20 \rightarrow f(15) = 0,10 \times 15 = 1,50 \text{ soles}$$

El segundo cliente pagará:

$$30 \geq 20 \rightarrow f(30) = 0,05 \times 30 = 1,50 \text{ soles}$$

El tercer cliente debió pagar la diferencia:

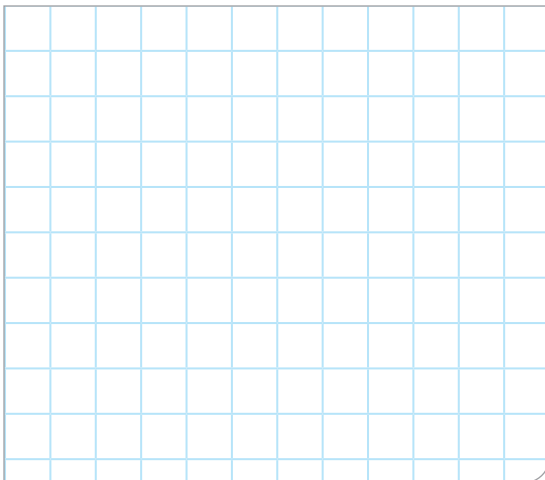
$$5 - (1,50 + 1,50) = 2 \text{ soles}$$

Considerando el primer tramo de la función, podemos plantear: $0,10x = 2 \rightarrow x = \frac{2}{0,10} \rightarrow x = 20$, lo cual está dentro de los límites de la condición: $1 \leq 20 \leq 20$

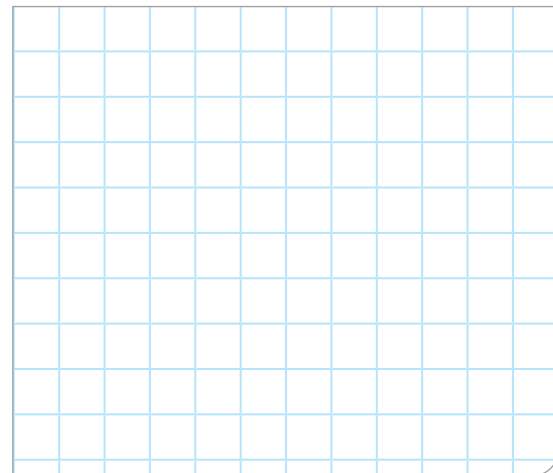
Respuesta:

El tercer cliente solicitó 20 fotocopias.

1. ¿Puedes verificar el razonamiento?



2. En caso de que el razonamiento sea errado, ¿cuál sería el resultado correcto?





Practicamos

1. La tabla muestra el pago que realizan algunas familias por el servicio de Internet, en función del número de meses consumidos. ¿Cuál es el modelo matemático que representa la situación planteada?

- a) $f(x) = 60 + x$ b) $f(x) = 60x$ c) $f(x) = 70x - 30$ d) $f(x) = 50x + 80$

	Familia Chávez	Familia Trelles	Familia Rojas	Familia Quispe
Número de meses	8	3	15	9
Costo (S/)	480	180	900	540



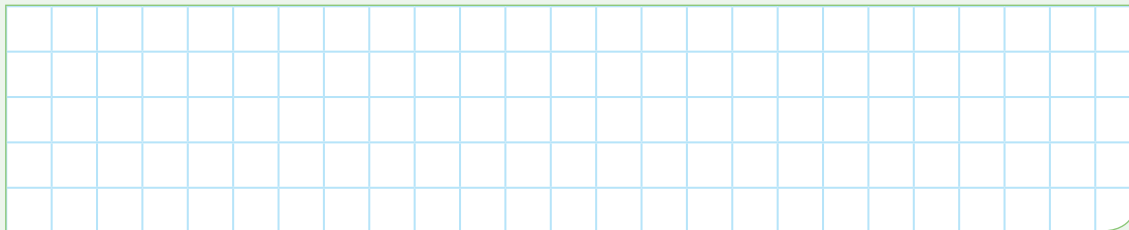
2. La familia García lleva utilizando el mismo servicio de internet desde hace un año y medio. ¿Cuánto habrá pagado hasta ahora por este servicio?

- a) S/90 b) S/720 c) S/1080 d) S/1440



3. Daniel es un profesor de Primaria. Para la fiesta de despedida del año decidió comprar como regalo un cubo mágico para cada uno de sus estudiantes. Si cada cubo cuesta S/3, ¿en qué conjunto numérico está definida la función que representa la correspondencia entre la cantidad de regalos y el dinero que va a gastar?

- a) Naturales b) Enteros c) Racionales d) Reales



6. La siguiente función representa el costo de alquilar un auto, en soles, en función del número x de días que se requiera: $f(x) = 50 + 80x$. ¿Cuánto vale su pendiente y qué significa?

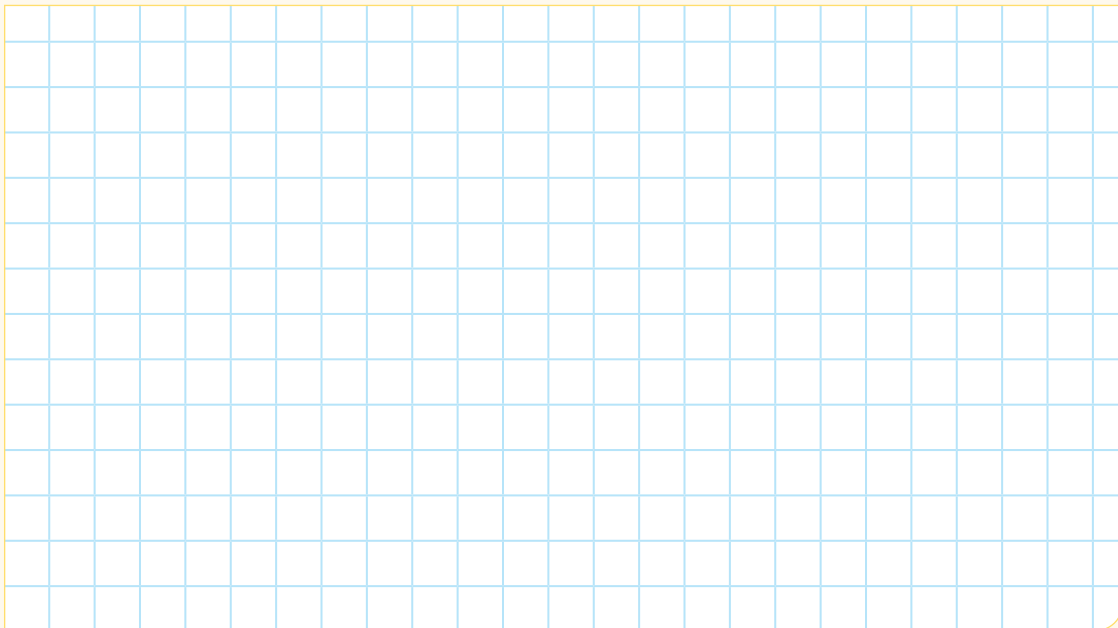
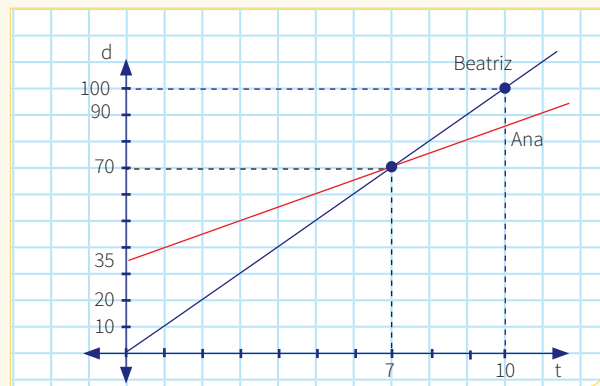
- a) 130 y es el costo de alquilar el auto por 1 día. b) 80 y es el costo de alquilar el auto por 1 día.
c) 50 y es el costo de alquilar el auto por 1 día. d) 30 y es el costo de alquilar el auto por 1 día.



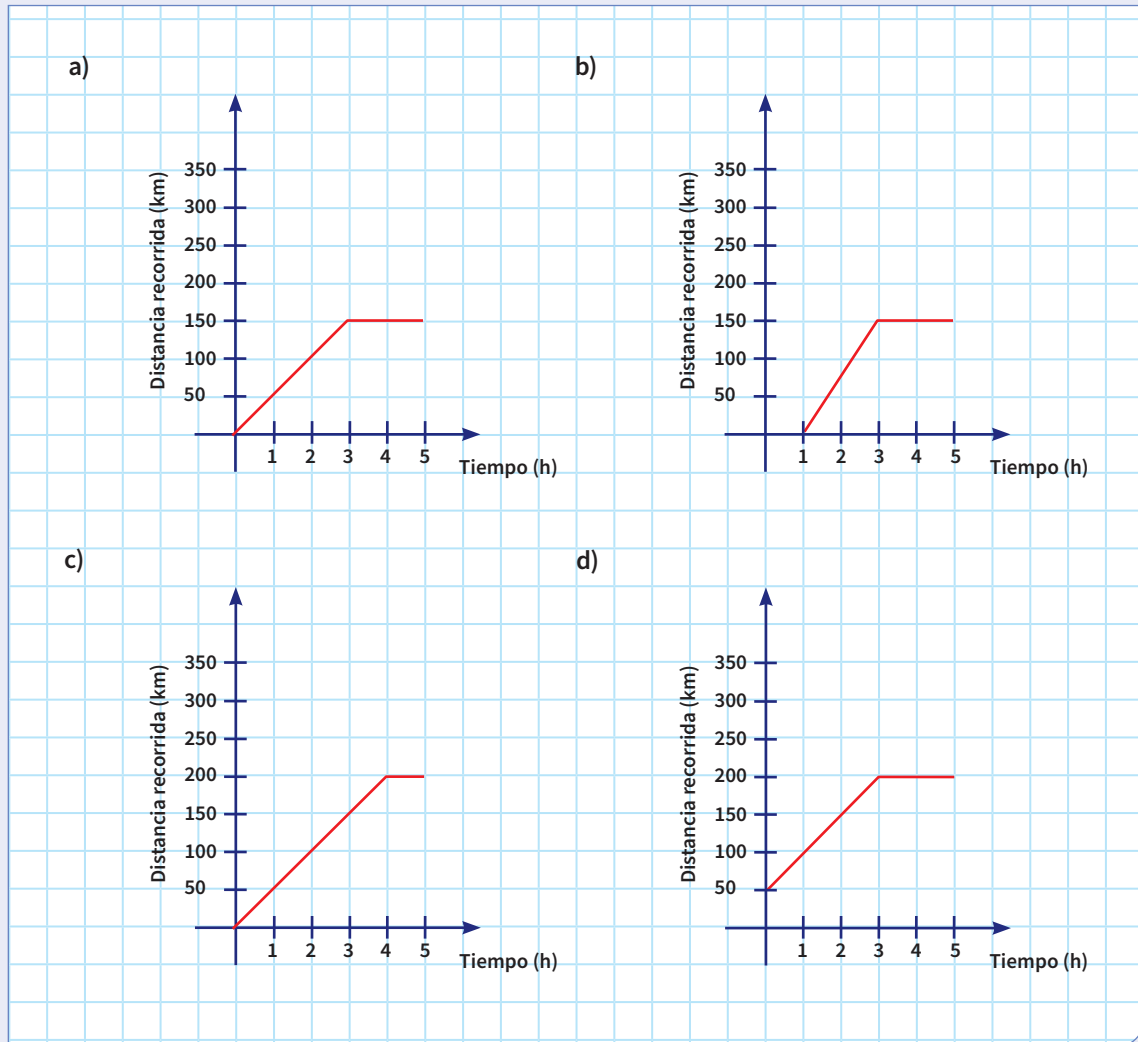
7. Las rectas de la siguiente gráfica representan las funciones que relacionan las distancias (en metros) que Ana y Beatriz recorren en una carrera y el tiempo que han empleado (en segundos). La carrera fue de 100 metros. ¿Quién ganó?; ¿por qué? Además, explica el significado de la intersección en el eje vertical de la función que describe la posición de Ana.



Fuente: <https://goo.gl/TJ6nPV>



8. La distancia recorrida por un auto que viaja x horas se representa mediante la siguiente expresión: $f(x) = 50x$. Si, luego de 3 horas de iniciado el recorrido, el auto se detiene por 2 horas, ¿cuál es el gráfico que representa esta situación?

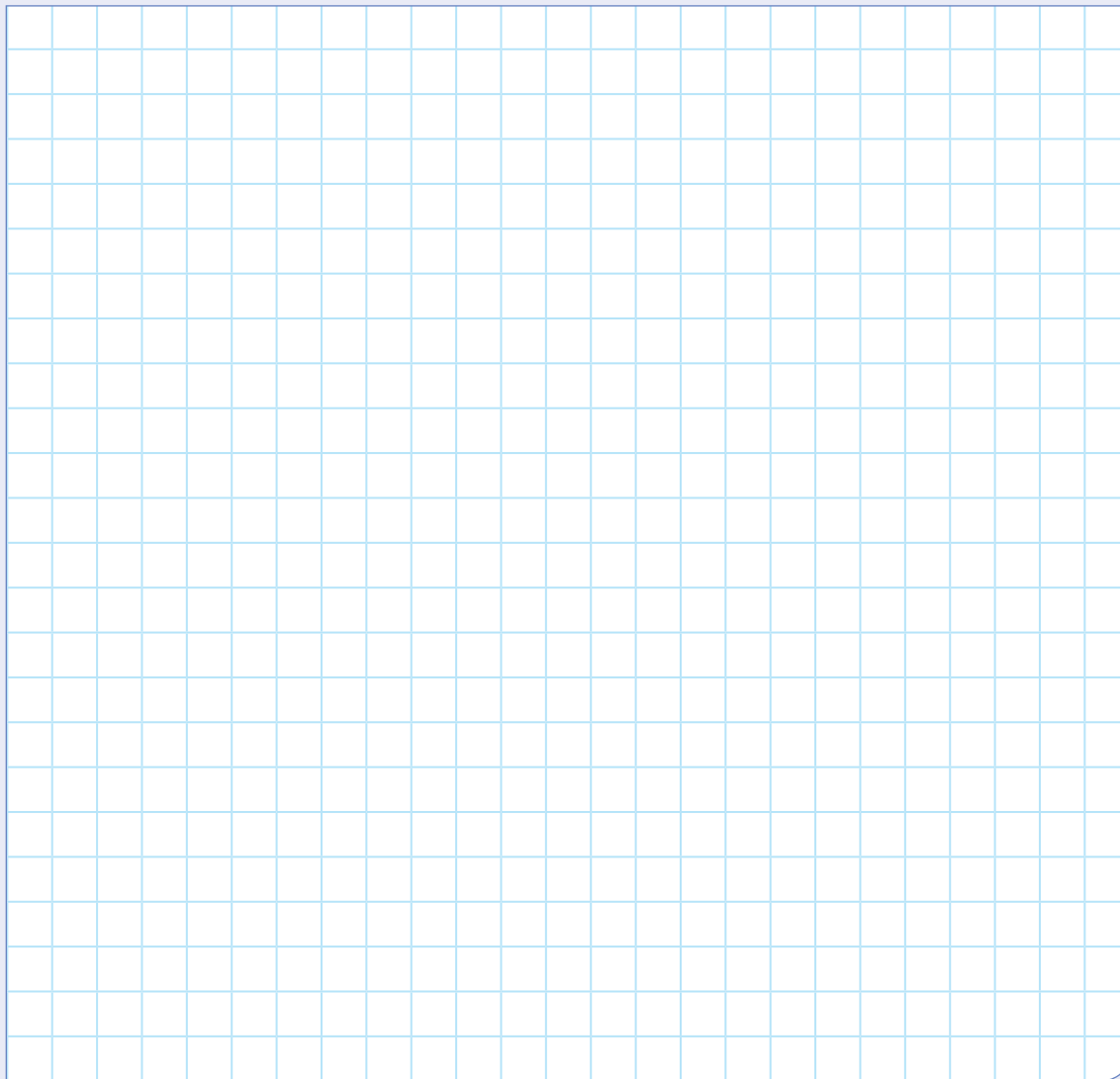


9. Dos compañías A y B ofrecen servicio de taxi. La tarifa de la compañía A es de $S/5$ por servicio más $S/2$ por cada kilómetro recorrido; la compañía B cobra únicamente $S/3$ por cada kilómetro recorrido. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es correcta?

- a) A partir de 4 km conviene contratar el taxi A.
- b) A partir de 5 km conviene contratar el taxi A.
- c) A partir de 5 km conviene contratar el taxi B.
- d) A partir de 6 km conviene contratar el taxi B.

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

- 10.** A partir de la gráfica de la pregunta 7, determina las reglas de correspondencia que representan la distancia recorrida por Ana y Beatriz en función del tiempo empleado.



Las playas de estacionamiento en la capital

COMPETENCIA	CAPACIDADES	DESEMPEÑOS
Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio	Comunica su comprensión sobre las relaciones algebraicas.	Expresa con diversas representaciones y con lenguaje algebraico su comprensión sobre la formación de un patrón (término general) o una progresión aritmética.
	Usa estrategias y procedimientos para encontrar equivalencias y reglas generales.	Selecciona y emplea recursos, estrategias heurísticas y procedimientos pertinentes a las condiciones del problema, como determinar términos desconocidos en un patrón gráfico o progresión aritmética.



Aprendemos

En Lima, los espacios para estacionarse son escasos, aunque la demanda es cada vez más alta. Las zonas de parqueo suelen ser espacios delineados al lado de las aceras, que pueden ser usados a un costo razonable. Los inspectores municipales son los encargados de cobrar el monto respectivo por usar estas zonas demarcadas. En el Centro Histórico no es posible estacionarse en la calle y no existen estos estacionamientos públicos al aire libre.

Las playas de estacionamiento privadas suelen ser terrenos acondicionados o, en algunos casos, edificios de varios pisos o con sótanos de distintos niveles. Los costos varían de acuerdo con la demanda. Los más caros se ubican en distritos de intensa actividad económica, como San Isidro, Surco, Barranco y Miraflores. Sin embargo, estos precios son accesibles si se los compara con los de las grandes capitales del mundo.



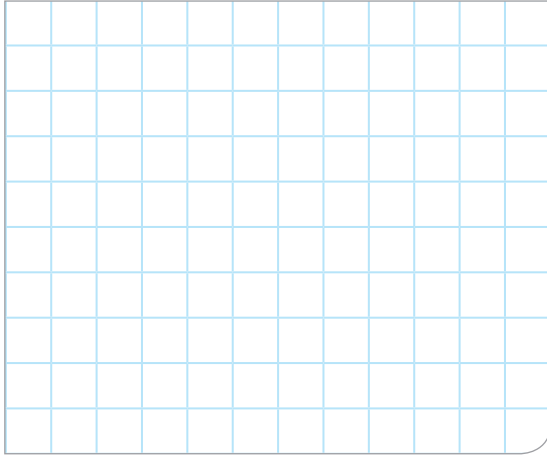
Manuel va al Centro Histórico de Lima para realizar un trámite y necesita parquear su automóvil. Ingresó a las 8:05 a. m. a una playa de estacionamiento cuya tarifa es S/3 por hora y S/0,50 por cada 10 minutos adicionales o fracción. Manuel recoge su automóvil a las 9:55 a. m.

Responde:

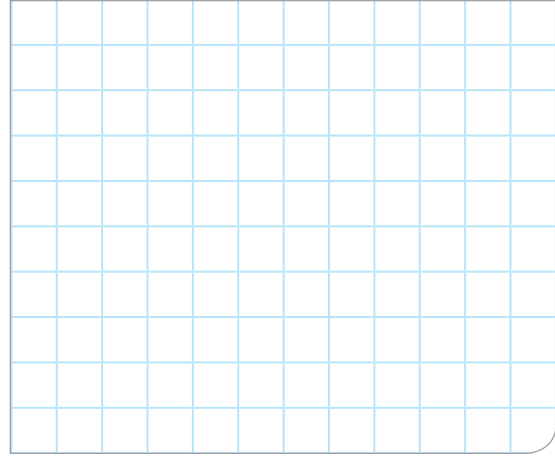
1. ¿Cuánto pagó Manuel?
2. ¿Qué tipo de patrón forman los precios que cobra esta playa de estacionamiento?

Comprendemos el problema

1. ¿Cuál es la incógnita?

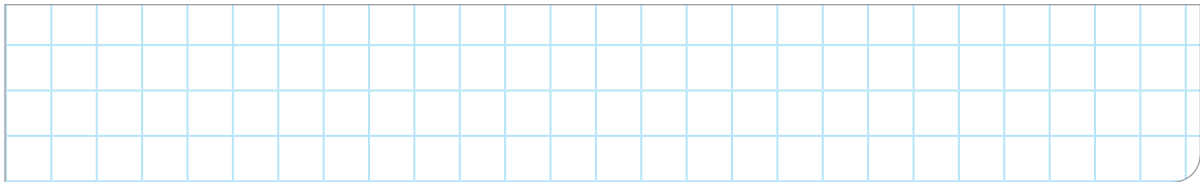


2. ¿Cuáles son los datos?



Diseñamos o seleccionamos una estrategia o plan

1. Una tabla es una forma de organizar los datos para la situación. Explica por qué esto es así.

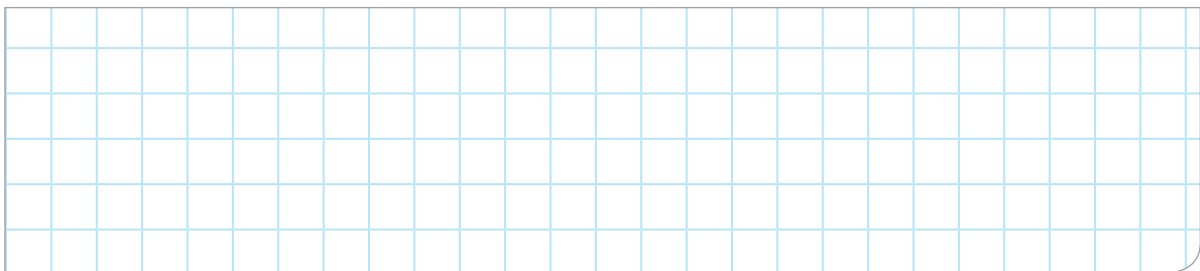


Ejecutamos la estrategia o plan

1. Desarrolla la estrategia elegida completando la siguiente tabla:

Tiempo	1 hora a_1	1 h 10 min a_2	1 h 20 min a_3	1 h 30 min a_4	1 h 40 min a_5	1 h 50 min a_6
Costo (S/)						

2. Haz el cálculo para identificar la respuesta a la pregunta 1 de la situación inicial.





- 3. Escribe el procedimiento que te permite resolver la pregunta 2 de la situación inicial.

- 4. Responde la pregunta 2 de la situación inicial.

Reflexionamos sobre el desarrollo

- 1. ¿Podrías resolver de otra manera la pregunta 1 de la situación inicial?

- 2. ¿Qué ventajas o desventajas presenta dicha solución?



Analizamos

Situación A

La secuencia de figuras mostrada abajo ha sido elaborada con palitos de dientes.

¿Cuántos palitos habrá en la figura 4?, ¿y en la figura 20?

¿Cuál es la regla de formación que permite calcular el número de palitos de cualquier figura?

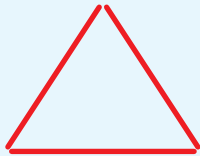


Fig. 1

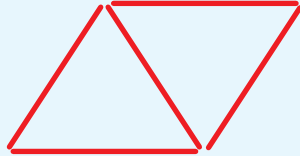


Fig. 2

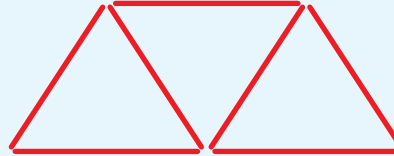


Fig. 3



Fig. 4

Resolución

Observamos que, de cada figura a la siguiente, el número de palitos aumenta en 2, por lo cual podemos formar una progresión aritmética:

$$a_1 = 3; a_2 = 5; a_3 = 7; \dots \rightarrow \text{razón} = 2$$

Luego, la figura 4 tendrá: $a_4 = 7 + 2 = 9$ palitos.

Para hallar un término más adelantado de la progresión, aplicamos la fórmula del término general:

$$a_n = a_1 + (n-1) \times r$$

Reemplazando:

$$a_n = 3 + (n-1) \times 2 \rightarrow a_n = 3 + 2n - 2 \rightarrow a_n = 2n + 1$$

La figura 20 tendrá:

$$a_{20} = 2 \times 20 + 1 = 41 \text{ palitos}$$

Respuestas:

La figura 4 tiene 9 palitos, la 20 tiene 41 y la regla de formación para calcular el número de palitos de la figura n es $2n+1$.

1. ¿Qué estrategia se utilizó para resolver la situación? Descríbela.

2. ¿Podrías deducir la regla de formación de otra manera? Explícala.

Situación B

En una progresión aritmética, el primer término es 61 y la razón es -5 . Si uno de sus términos es 11, ¿qué lugar ocupa dicho término en la progresión?

Resolución

Identificamos los datos de la progresión aritmética:

$$a_1 = 61; r = -5; a_n = 11$$

La incógnita es la posición que ocupa el término desconocido, es decir, n .

Para relacionar los datos con la incógnita, aplicamos la fórmula del término general:

$$a_n = a_1 + (n-1) \times r$$

Reemplazando:

$$11 = 61 + (n-1) \times (-5) \rightarrow 11 = 61 - 5n + 5$$

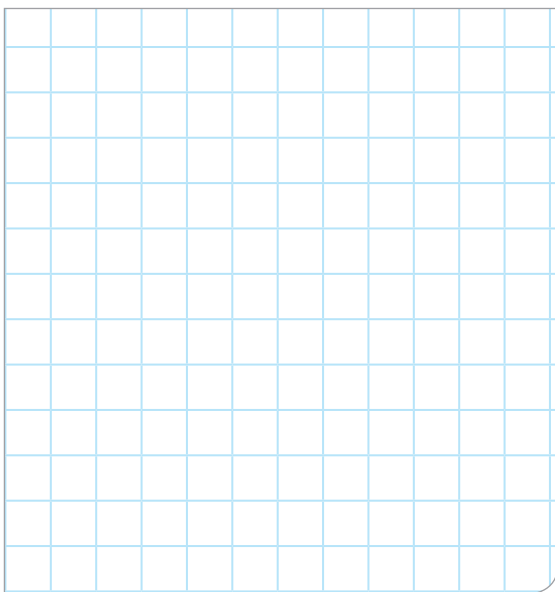
$$11 = 66 - 5n \rightarrow 5n = 55$$

$$n = 11$$

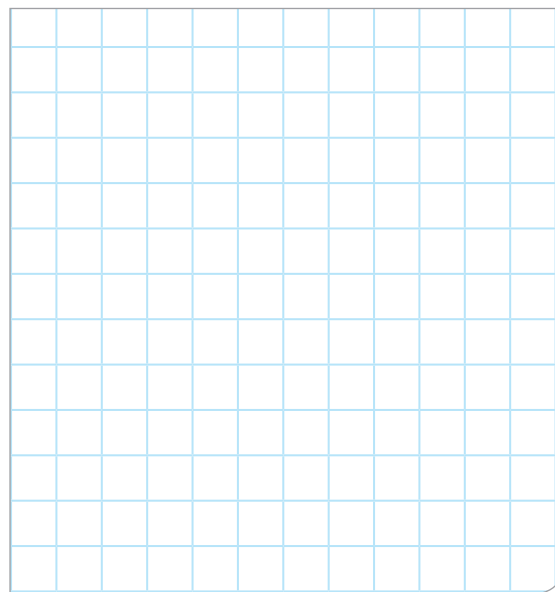
Respuesta:

11 ocupa el decimoprimer lugar en la progresión.

1. Describe la estrategia empleada para resolver el problema.



2. ¿Puedes generalizar una fórmula que proporcione directamente la posición de un término desconocido de una progresión aritmética, de la cual se conocen el primer término y su razón?



Situación C

Un atleta comienza su entrenamiento corriendo 1400 m en el primer día. El segundo día corre 1450 m. El tercero corre 1500 m y así sucesivamente. ¿Cuántos metros habrá recorrido el último día en que finaliza su primera semana de entrenamiento?



Fuente: <https://goo.gl/s1tK0Q>

Resolución

(Encuentra el error)

Se observa que cada día corre 50 m más que el día anterior.

Ya que entrena durante 7 días, habrá aumentado su recorrido diario en:

$$7 \times 50 = 350 \text{ m}$$

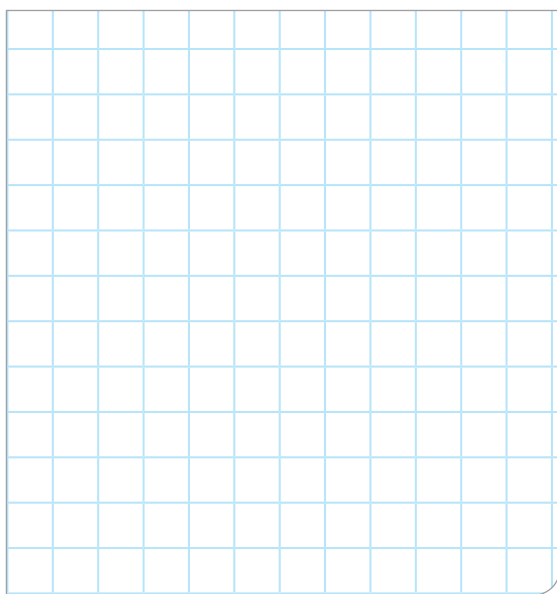
El séptimo día correrá:

$$1400 + 350 = 1750 \text{ m}$$

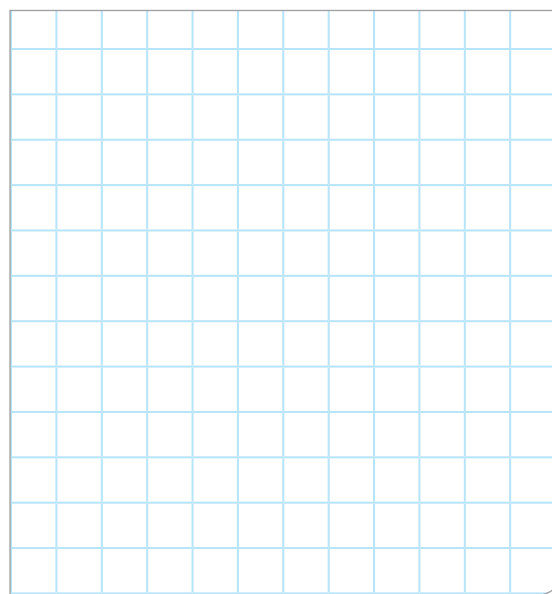
Respuesta:

El último día correrá 1750 m.

1. ¿Puedes verificar el razonamiento?



2. En caso de que el razonamiento sea errado, ¿cuál sería el resultado correcto?



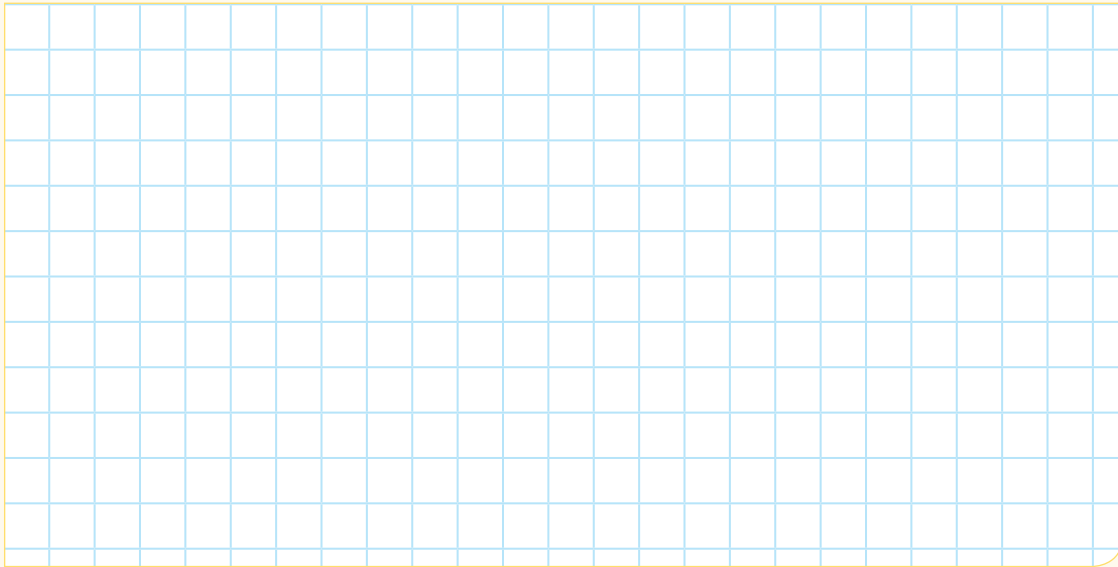
5. Las edades de cuatro personas están en progresión aritmética. Si la menor tiene 12 años y la edad de la mayor es 45 años, ¿cuánto suman las edades de las otras dos personas?

a) 57

b) 60

c) 63

d) 66



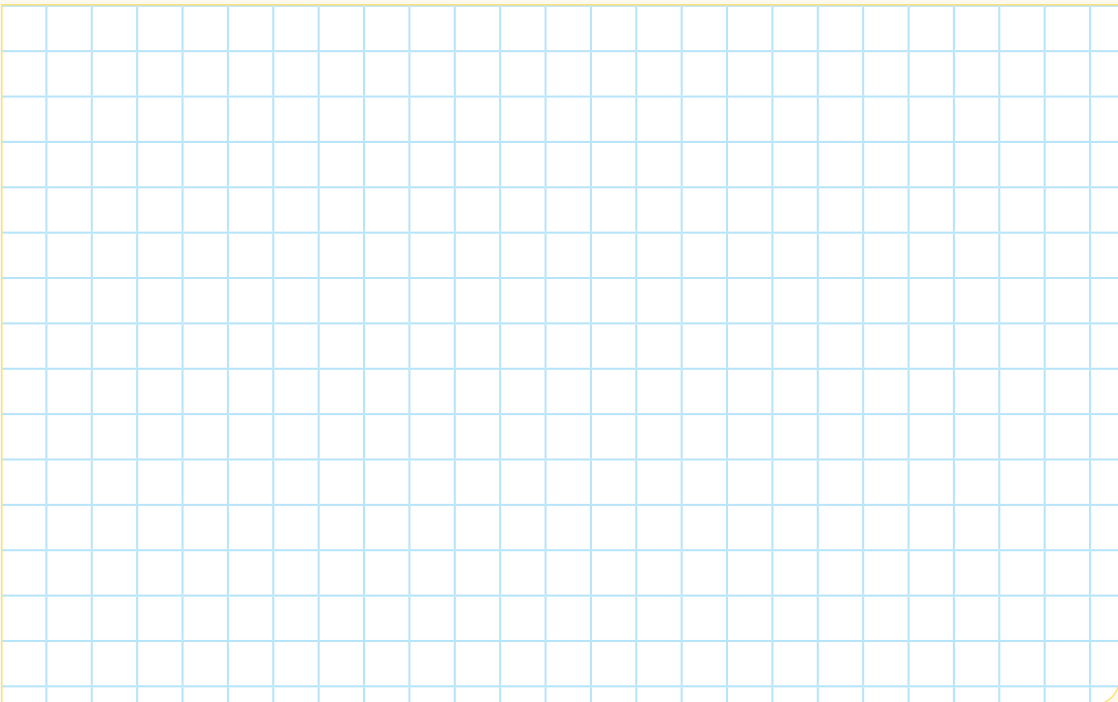
6. Lucía pone en práctica un plan de ahorro durante todo el 2017. En enero, ahorra S/250 y cada mes aumenta el monto de forma constante. Si en diciembre tendrá ahorrados S/580, ¿cuánto dinero incrementa en cada ahorro del mes?

a) 24

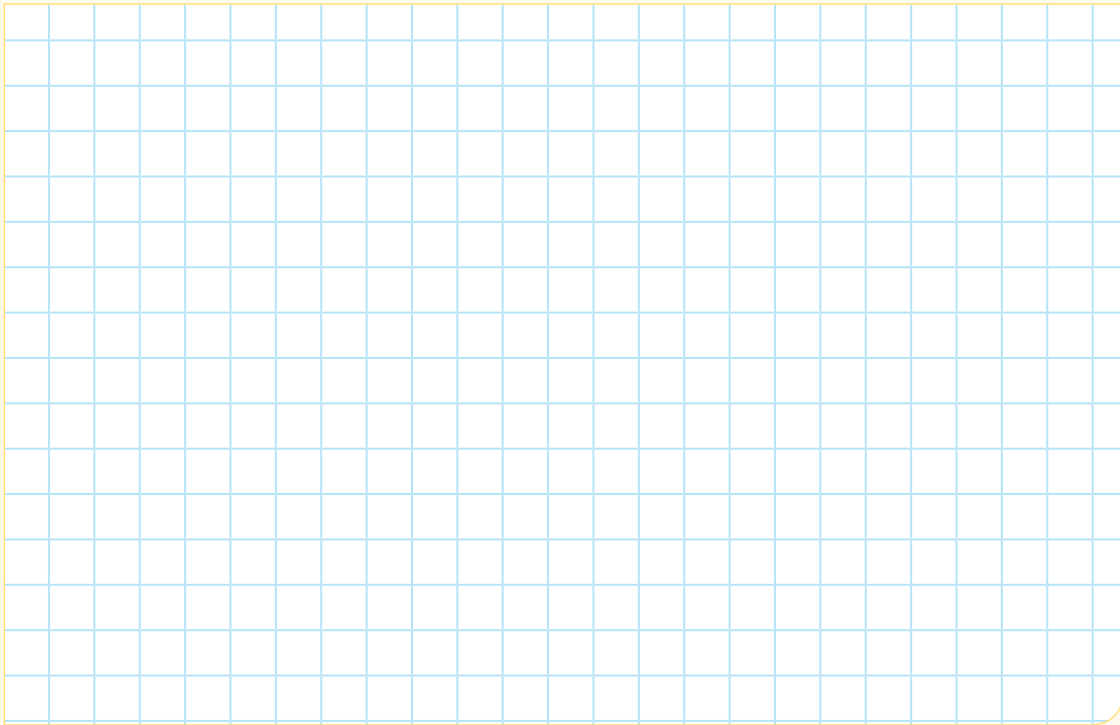
b) 30

c) 36

d) 40



7. El alquiler de una lavadora cuesta $S/5$ por la primera hora y $S/3$ por cada hora adicional. ¿Cuál es la regla de formación que indica el precio del alquiler de la lavadora por n horas?



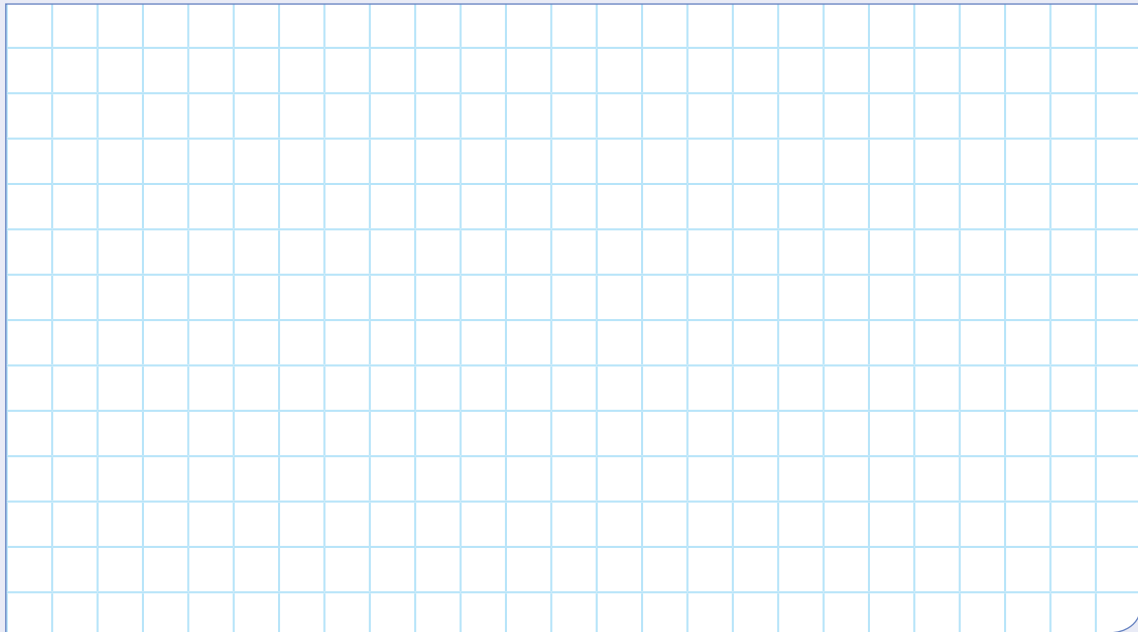
8. El quinto término de una progresión aritmética es 18 y el octavo es 30. ¿Cuál es el término que ocupa el decimosegundo lugar?

a) 40

b) 42

c) 44

d) 46



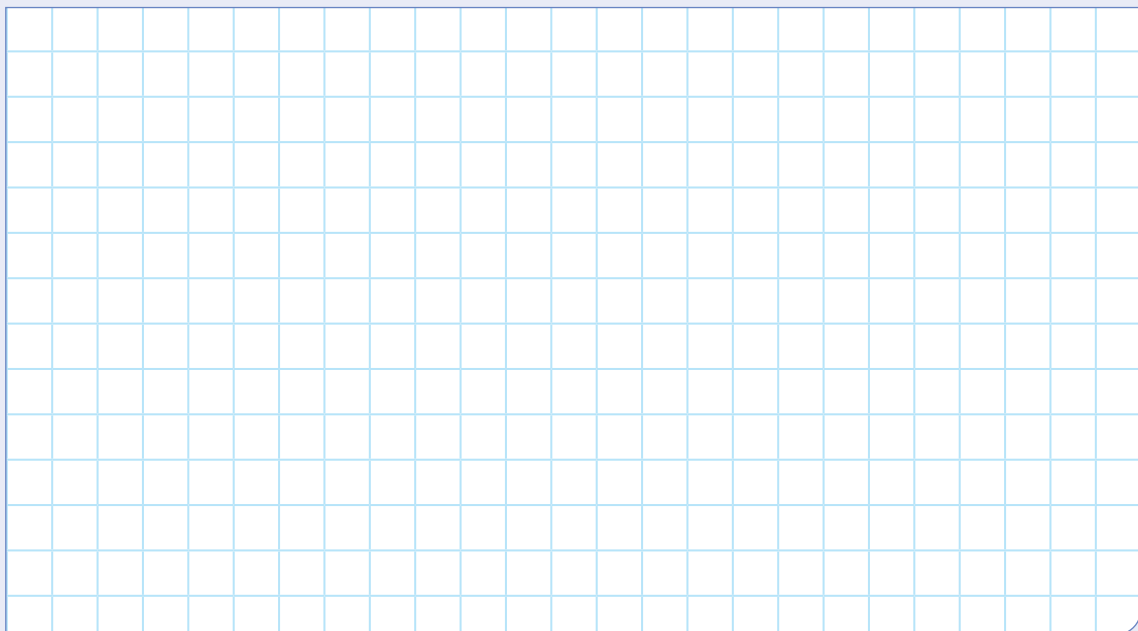
9. Los empleados de una fábrica de tubos de acero los empaquetan de forma triangular para su mejor almacenamiento. Si en la hilera inferior hay 8 tubos y en el almacén se han guardado 100 paquetes iguales, ¿cuántos tubos hay en total?

a) 360

b) 720

c) 3600

d) 7200



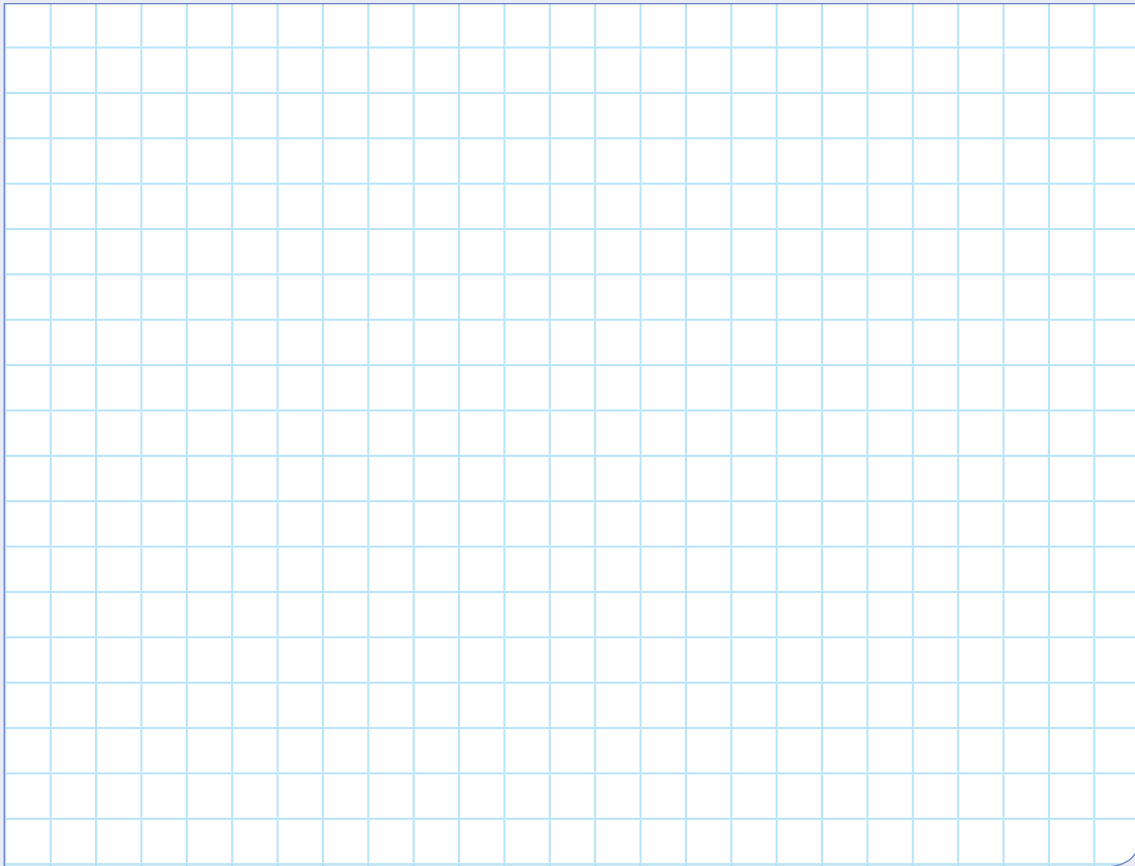
10 La suma de los n primeros términos de una progresión aritmética está dada por la siguiente expresión: $S_n = n^2 + n$

Calcula S_1 y S_2 .

¿Qué representa S_1 ?

¿Qué representa S_2 ?

¿Cuál es la razón de esta progresión?



¿Se respetan los límites de velocidad?

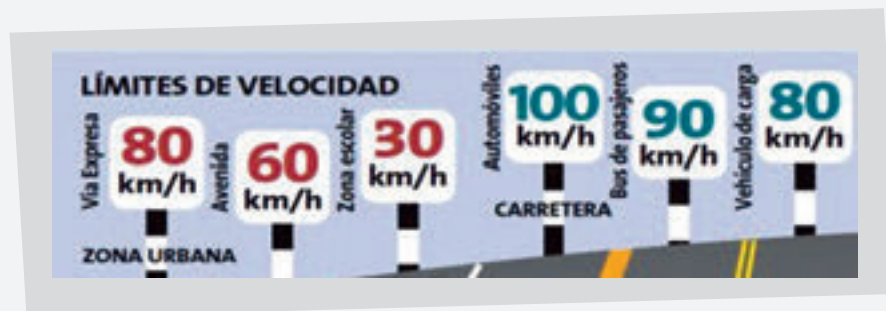
COMPETENCIA	CAPACIDADES	DESEMPEÑOS
Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio	Traduce datos y condiciones a expresiones algebraicas y gráficas.	Establece relaciones entre datos, valores desconocidos o relaciones de equivalencia y transforma esas relaciones a ecuaciones lineales y desigualdades.
	Usa estrategias y procedimientos para encontrar equivalencias y reglas generales.	Selecciona y emplea estrategias heurísticas y procedimientos pertinentes a las condiciones del problema para solucionar ecuaciones y determinar el conjunto de valores que cumplen una desigualdad.



Aprendemos

El exceso de velocidad es la primera causa de los accidentes de tránsito, así lo reveló un informe del Instituto Nacional de Estadística e Informática (INEI). Para dicho informe se emplearon datos obtenidos en el Censo Nacional de Comisarías 2013. Dicho documento destaca que la segunda causa de accidentes de tráfico es la invasión del carril contrario.

Respetar los límites de velocidad establecidos es de vital importancia para evitar accidentes de tránsito. Por ello, los conductores y peatones, en general, debemos informarnos para evitar cometer alguna imprudencia que resulte fatal.



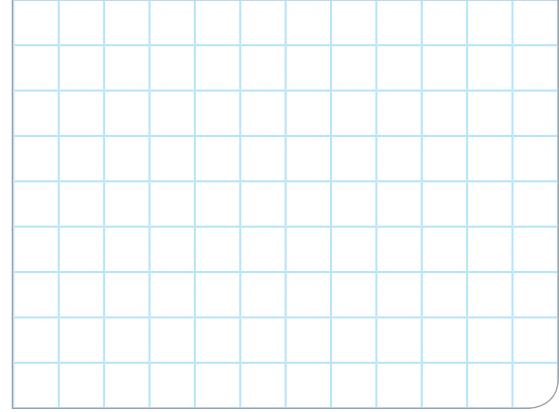
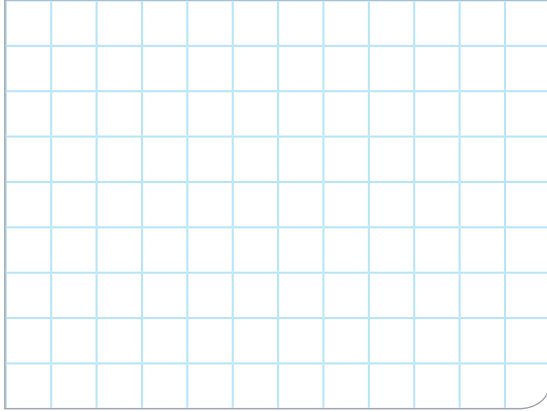
Juan iba en su auto nuevo por la Vía Expresa con su amigo César cuando este le dice: “Vas muy despacio. Podrías duplicar tu velocidad y aumentarla luego en 10 km/h y, aun así, estarías dentro del límite de la velocidad permitida”.

Responde:

1. ¿Cuál es la velocidad máxima a la que se encontraba manejando Juan?
2. Considerando que Juan conducía con la velocidad máxima de la pregunta anterior, y que dentro de poco saldría de la Vía Expresa para entrar en una zona escolar, ¿cuánto es lo mínimo que debería reducir su velocidad para cumplir con los límites establecidos?

Comprendemos el problema

1. ¿Cuál es la incógnita en la pregunta 1 de la situación inicial?, ¿cuáles son los datos?
2. ¿Cuál es la incógnita en la pregunta 2 de la situación inicial?, ¿cuáles son los datos?



Diseñamos o seleccionamos una estrategia o plan

1. ¿Qué estrategia vas a desarrollar? Explícala.



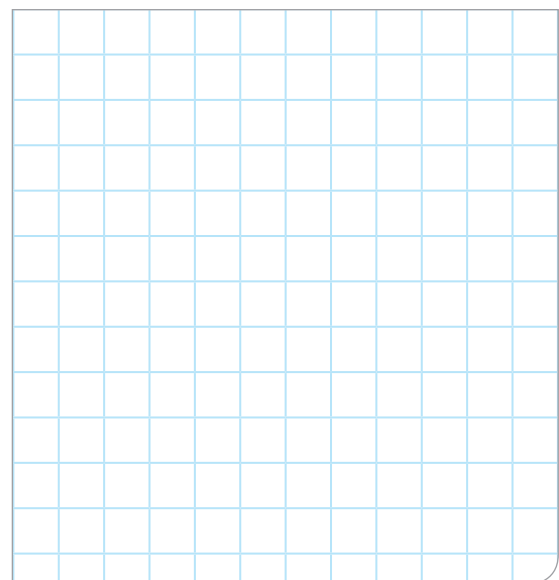
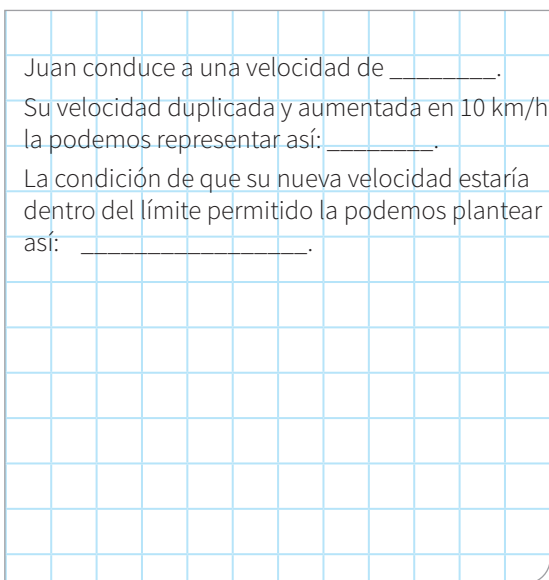
Ejecutamos la estrategia o plan

1. Desarrolla la estrategia elegida siguiendo las siguientes pautas:
2. Resuelve la condición planteada y responde la pregunta 1 de la situación inicial.

Juan conduce a una velocidad de _____.

Su velocidad duplicada y aumentada en 10 km/h la podemos representar así: _____.

La condición de que su nueva velocidad estaría dentro del límite permitido la podemos plantear así: _____.





3. Escribe el procedimiento que te permita resolver la pregunta 2 de la situación inicial.

4. Responde la pregunta 2 de la situación inicial.

Reflexionamos sobre el desarrollo

1. ¿Podría Juan conducir a una velocidad menor que la obtenida en la pregunta 1 de la situación inicial?, ¿y a una mayor?

2. ¿Podría Juan reducir su velocidad a menos que el valor obtenido en la pregunta 2 de la situación inicial?, ¿y a más?



Analizamos

Situación A

El profesor Luis llega a su casa para corregir los exámenes bimestrales que tomó a sus estudiantes. Para darse ánimos en el arduo trabajo que le espera, piensa: “Vamos, no son tantos. Si tuviera 7 veces la cantidad de exámenes que tengo, sobrepasarían el millar; pero si tuviera solo la mitad y 28 exámenes más, no llegarían a la centena”. ¿Cuántos exámenes tenía Luis para corregir?



Fuente: <https://goo.gl/LP4gU2>

Resolución

La incógnita es el número de exámenes por corregir, así que llamaremos x a dicho número.

Si tuviera $7x$ exámenes, serían más de 1000, por lo que podemos plantear la siguiente inecuación:

$$7x > 1000 \rightarrow x > \frac{1000}{7} \rightarrow x > 142,8$$

Pero si tuviera $\frac{1}{2}x + 28$, serían menos de 100, por lo que podemos plantear la siguiente inecuación:

$$\frac{1}{2}x + 28 < 100 \rightarrow \frac{1}{2}x < 72 \rightarrow x < 144$$

Comparando ambos resultados, llegamos a la conclusión que $x = 143$.

Respuesta: Luis tiene 143 exámenes para corregir.

1. ¿Qué estrategia se utilizó para resolver la situación? Descríbela.

2. ¿Puedes verificar el resultado?

Situación B

Las edades de dos hermanos suman 18 años. ¿Cuál es la edad mínima que puede tener el hermano mayor?



Fuente: <https://goo.gl/78BLPx>

Resolución

Nuestra incógnita es la edad del hermano mayor, a la que llamaremos x .

Como ambas edades suman 18 años, el hermano menor tendrá $(18 - x)$ años.

Por la relación de las edades, podemos plantear la siguiente inecuación: $x > 18 - x$

Resolviendo:

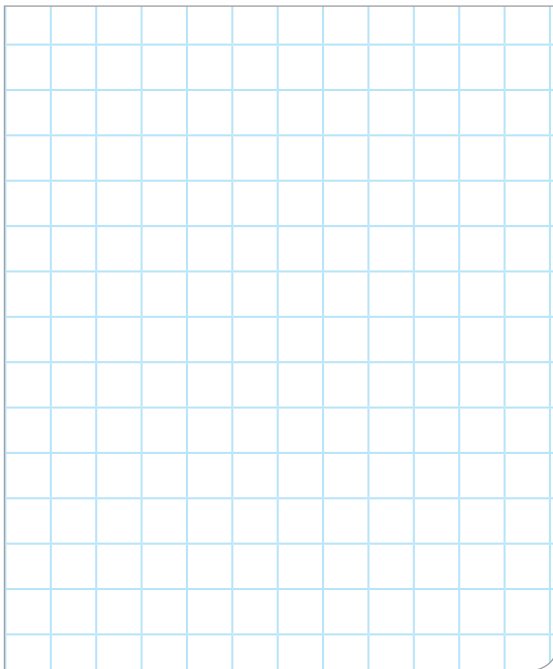
$$2x > 18 \rightarrow x > \frac{18}{2} \rightarrow x > 9$$

La mínima edad mayor que 9 años es 10 años.

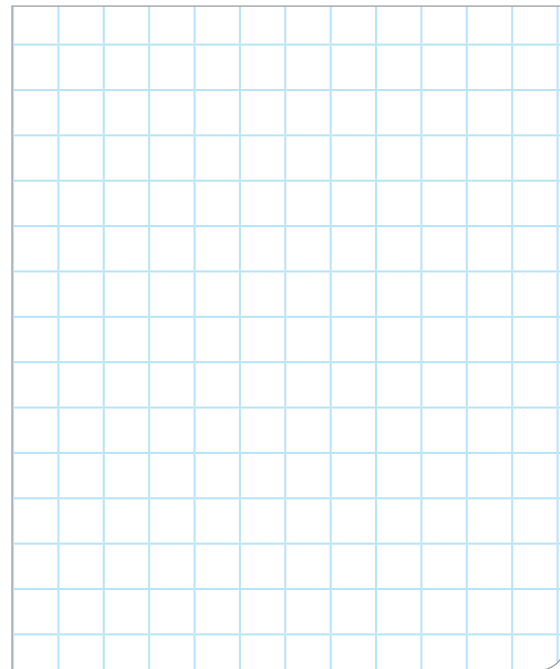
Respuesta:

El mayor, como mínimo, tiene 10 años.

1. Describe la estrategia empleada para resolver el problema.



2. ¿Puedes advertir una solución más sencilla?



Situación C

En una empresa que fabrica cunas, la ganancia mensual, en soles, está determinada por la siguiente expresión: $G(x) = 400x - 10\,000$, donde x representa la cantidad de cunas fabricadas y vendidas.

¿Cuántas cunas debe vender dicha empresa este mes, como mínimo, para no perder?



Fuente: <https://goo.gl/2k3GHt>

Resolución

(Encuentra el error)

Si la empresa no va a perder, su ganancia debe ser positiva, por lo cual podemos plantear la siguiente inecuación:

$$400x - 10\,000 > 0$$

Resolviendo:

$$\begin{aligned} 400x > 10\,000 &\rightarrow x > \frac{10\,000}{400} \\ x &> 25 \end{aligned}$$

El mínimo valor mayor que 25 es 26.

Respuesta:

Debe vender, como mínimo, 26 cunas.

1. ¿Puedes verificar el razonamiento?

2. En caso de que el razonamiento sea errado, ¿cuál sería el resultado correcto?

3. Regina tiene el triple de la edad de Sebastián. Si la suma de ambas edades es menor que 72, ¿cuál es la edad máxima que puede tener Sebastián?

a) 14

b) 15

c) 16

d) 17



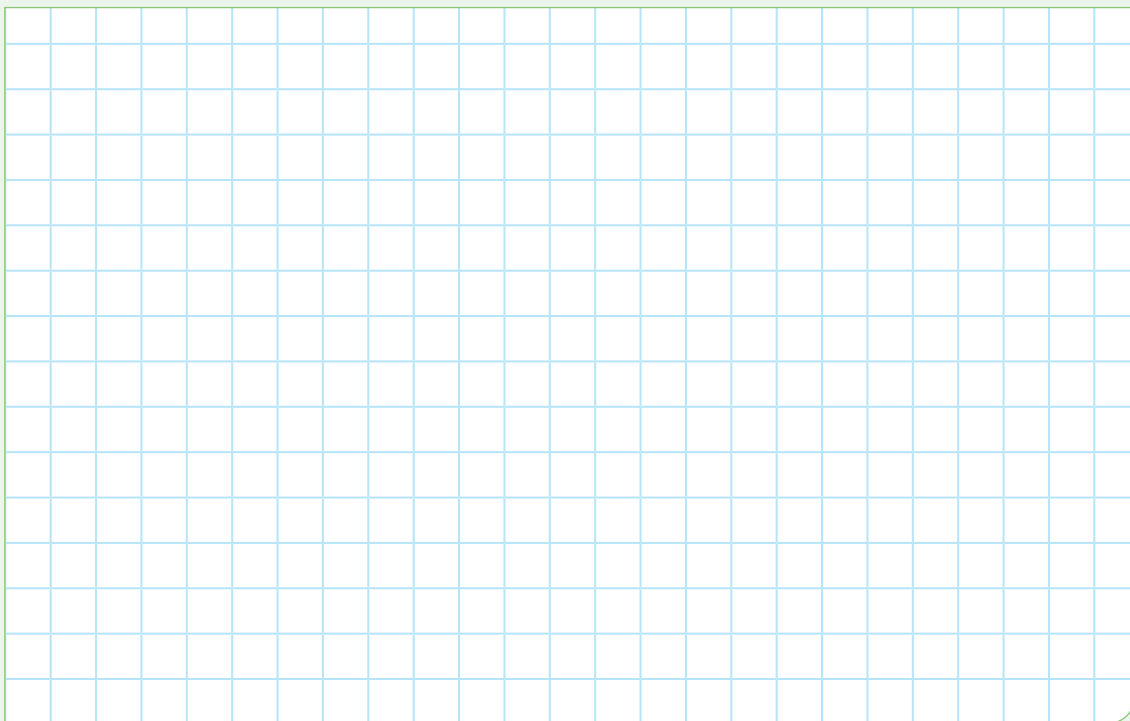
4. Para cada enunciado, escribe la expresión algebraica correspondiente.

I. Mi hermano tiene más de 20 canicas.

II. Luisa tiene menos de 20 años.

III. Si gasto $S/20$, me queda menos de $S/100$.

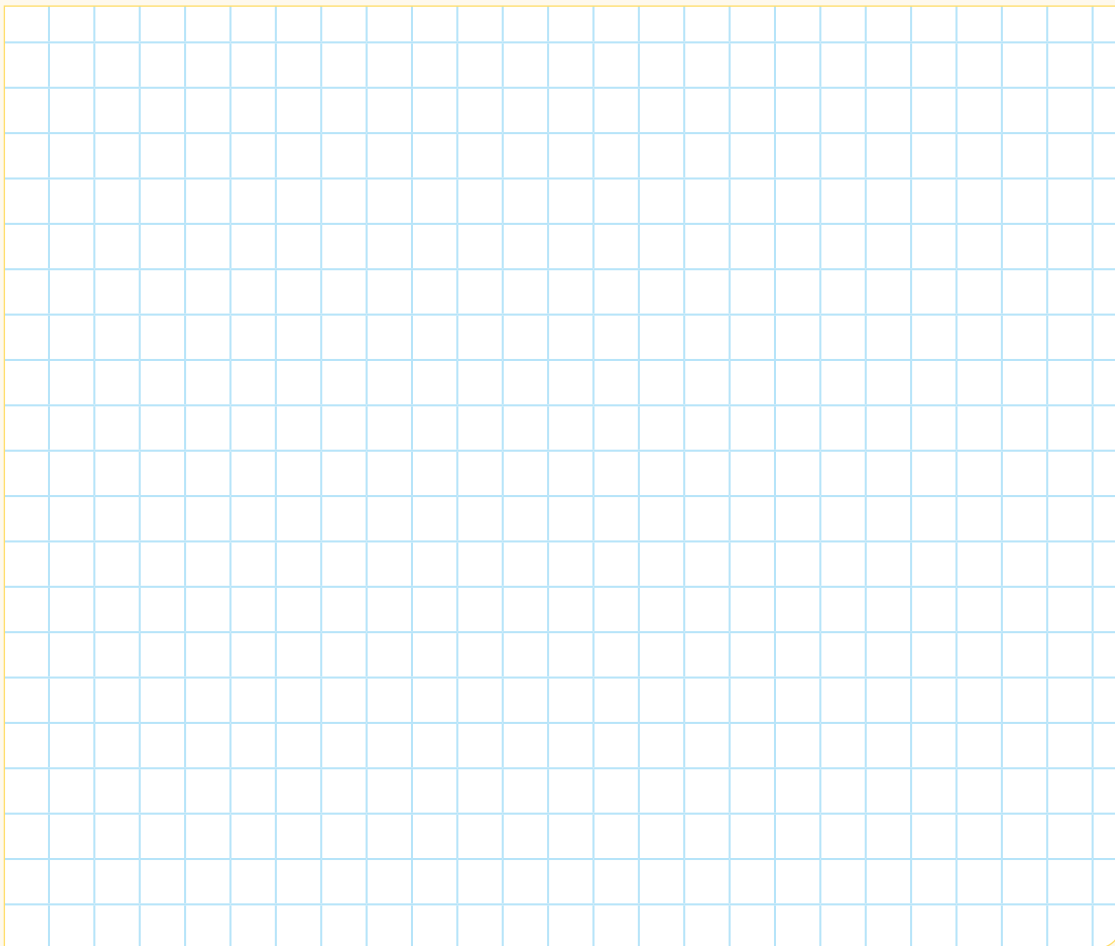
IV. En mi clase somos al menos 20 alumnos.



7. Un comerciante compra cubos mágicos a un precio que oscila entre los 15 y 20 soles, y los vende a un precio que oscila entre los 30 y 35 soles. ¿Cuál será su máxima ganancia al vender 25 cubos?

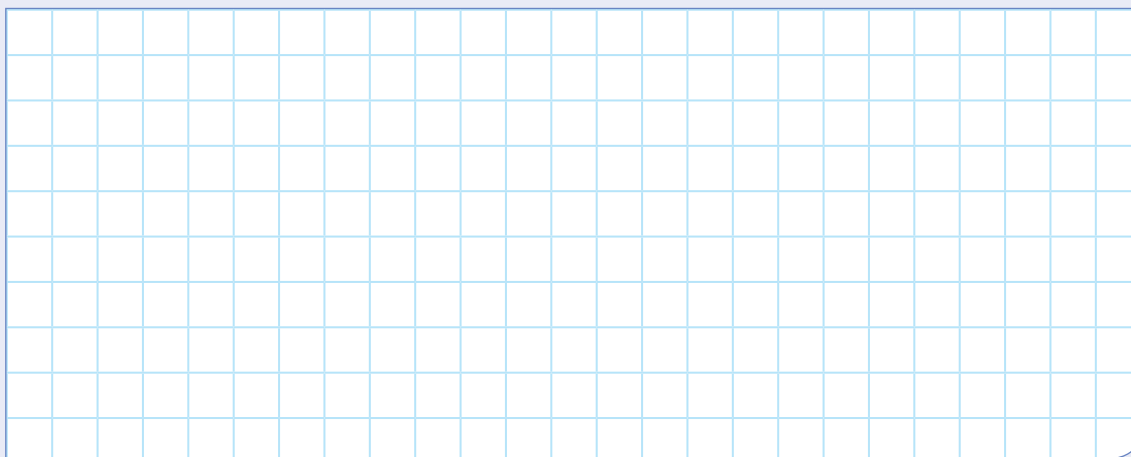


Fuente: <https://goo.gl/YSDxycf>



8. Jorge colecciona figuritas de la selección peruana de fútbol. Si consigue 6 más, su colección superará las 40 figuritas. Pero si regala la mitad de las que tiene, le quedarán menos de 20. ¿Cuál de los siguientes enunciados es verdadero?

- a) Jorge tiene más de 40 figuritas.
- b) Jorge tiene 40 figuritas.
- c) Jorge tiene 35, 36, 37, 38 o 39 figuritas.
- d) Jorge tiene más de 36 figuritas.

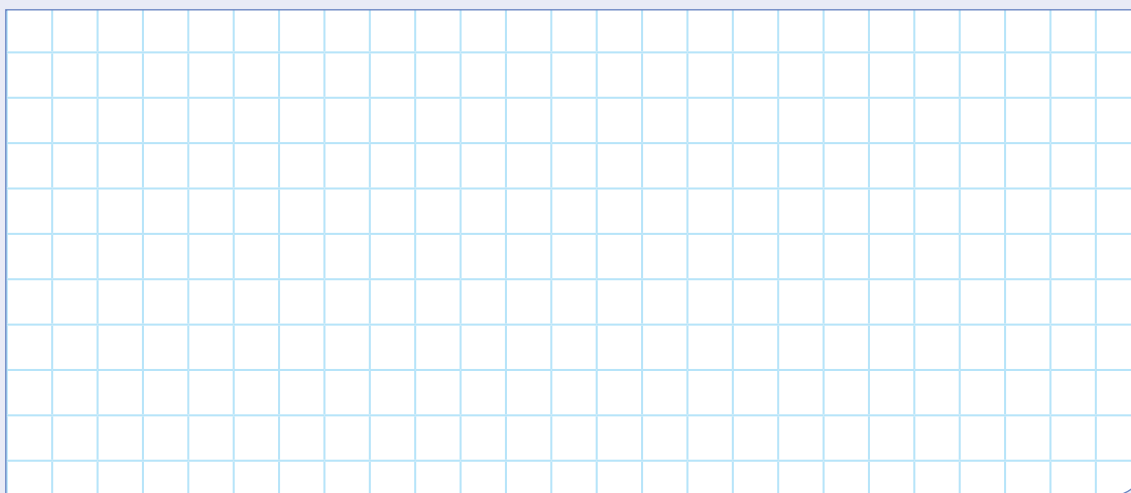


9. El dueño de una ferretería compra 100 bolsas de cemento por un valor de S/3800. Si vende 75 bolsas a S/46 cada una, ¿a cuánto debe vender cada bolsa restante para obtener una ganancia mayor de 20 %? Considera solo valores enteros.

- a) 42 b) 43
- c) 44 d) 45

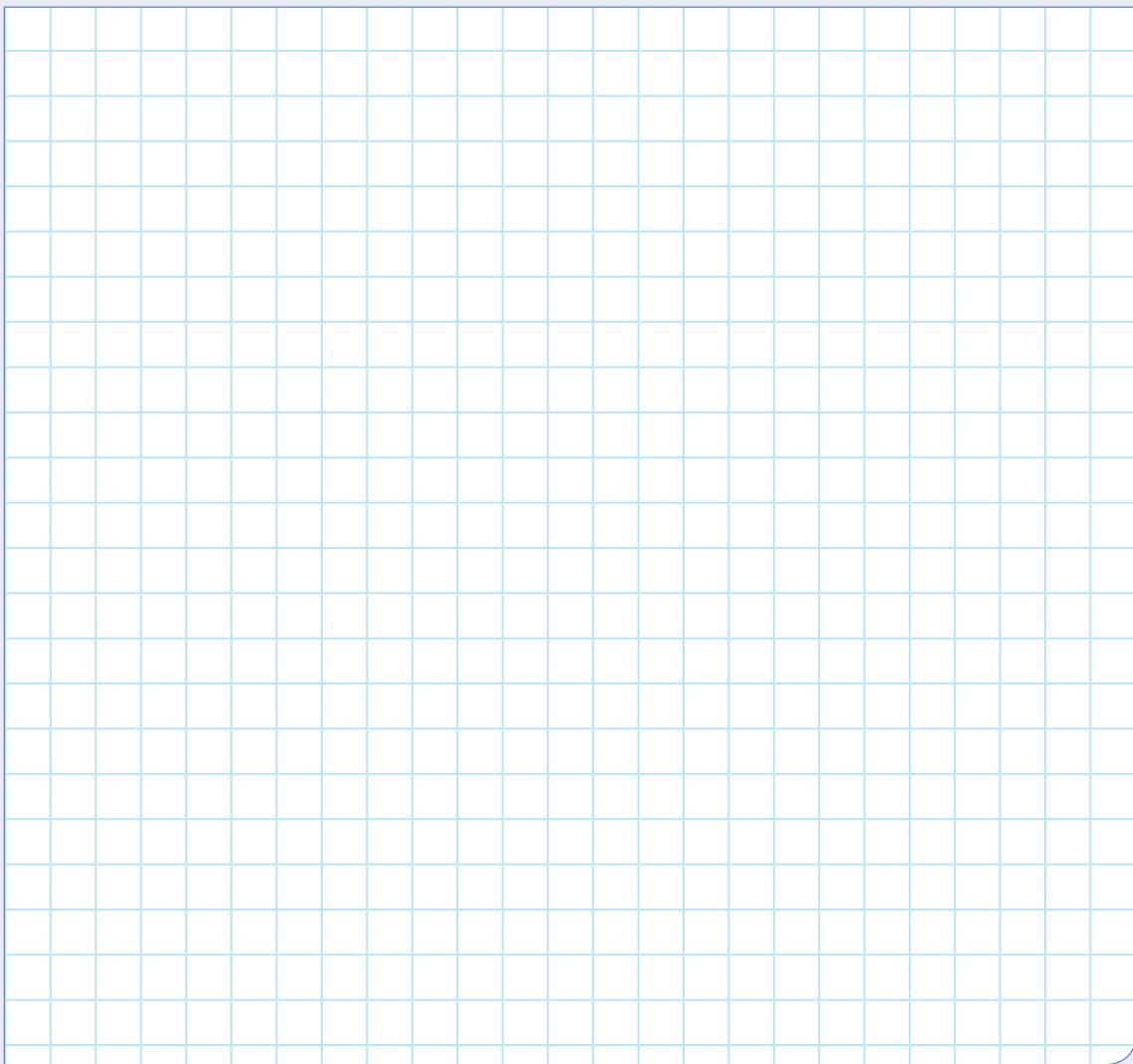
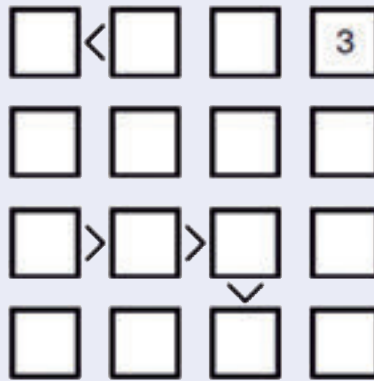


Fuente: <https://goo.gl/DhTUqm>



10. Completa cada casilla vacía con un número del 1 al 4, de manera que se cumplan las siguientes condiciones:

- En cada fila y en cada columna deben aparecer los números 1, 2, 3 y 4 sin repetirse.
- Si entre dos casillas vecinas hay un símbolo mayor o menor, los números que van en dichas casillas deberán cumplir esa relación de orden.



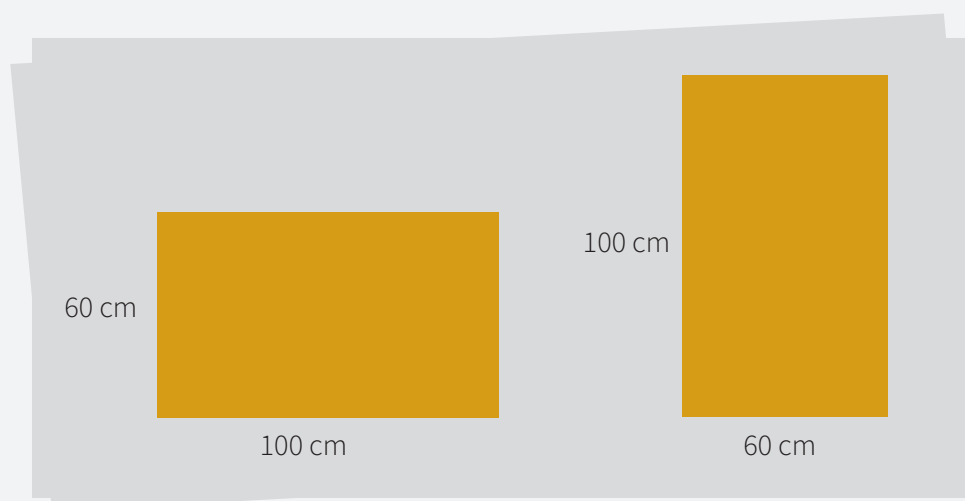
Construimos tachos de basura y comparamos sus volúmenes

COMPETENCIA	CAPACIDADES	DESEMPEÑOS
Resuelve problemas de forma, movimiento y localización	Modela objetos con formas geométricas y sus transformaciones.	Establece relaciones entre las características y los atributos medibles de objetos reales o imaginarios, los asocia y representa con formas tridimensionales (prismas rectos y cilindros), sus elementos y el volumen.
	Usa estrategias y procedimientos para medir y orientarse en el espacio.	Selecciona y emplea estrategias heurísticas, recursos o procedimientos para determinar el área o el volumen de prismas, así como de áreas bidimensionales compuestas empleando unidades convencionales (centímetro y metro).



Aprendemos

Un docente, preocupado por la falta de tachos de basura en las aulas, decide construirlos con sus estudiantes utilizando material reciclado. Con dos cartones rectangulares de 100 cm de largo y 60 cm de ancho se construyen las caras laterales de dos prismas regulares que servirán como tachos de basura. Para elaborar el primero, se toma en cuenta el largo como perímetro de la base y para el segundo, el ancho. Las bases de los tachos serán cuadradas.



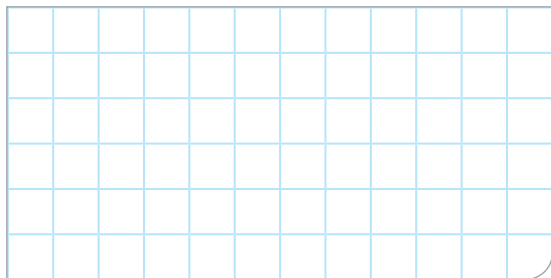
Para completar los tachos construidos, hay que colocarles una base de cartón.

Responde:

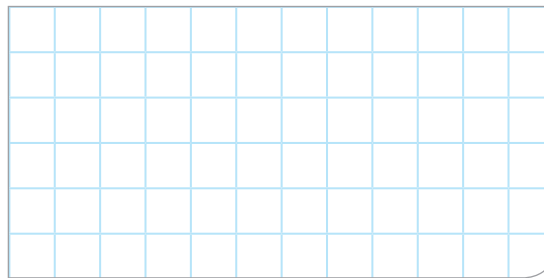
1. ¿Qué tacho necesita más cartón en la base?, ¿cuántos cm^2 más?
2. ¿Cuál de los tachos tiene mayor capacidad?, ¿cuántos cm^3 más?

Comprendemos el problema

1. ¿Cuál es la incógnita?

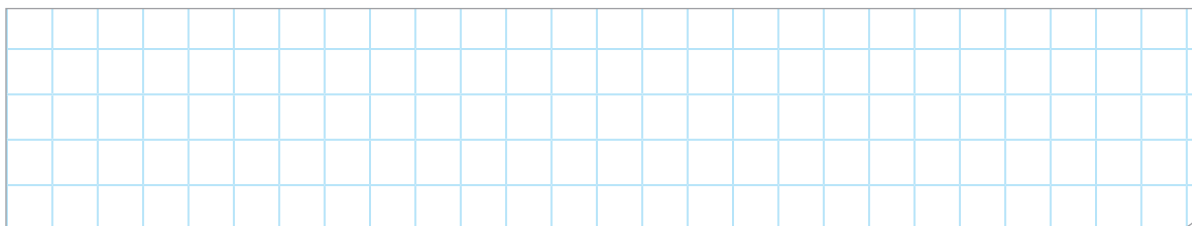


2. ¿Cuáles son los datos?



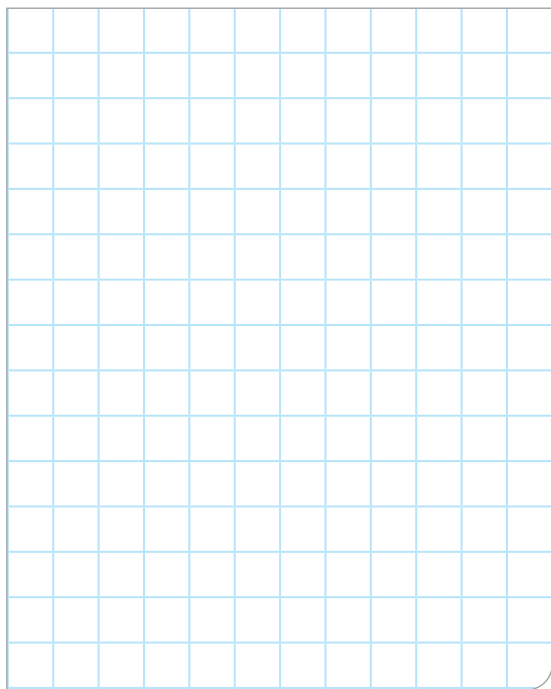
Diseñamos o seleccionamos una estrategia o plan

1. Un dibujo es una forma de organizar los datos para la situación. Explica por qué esto es así.

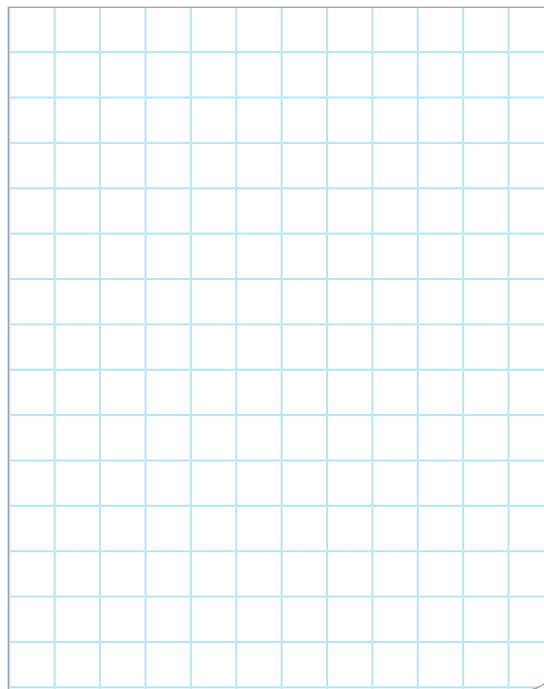


Ejecutamos la estrategia o plan

1. Desarrolla la estrategia sugerida, dibujando cada tacho:



2. Realiza el cálculo para responder la pregunta 1 de la situación inicial.



3. Escribe la fórmula para calcular el volumen de un prisma de base cuadrada.

4. Realiza el cálculo para responder la pregunta 2 de la situación inicial.

Reflexionamos sobre el desarrollo

1. ¿Puedes generalizar una fórmula para calcular el volumen de un tacho construido a partir de un rectángulo de lados a y b ?

2. ¿Puedes generalizar una conclusión acerca de qué lado del rectángulo es preferible usar como base para obtener una mayor capacidad?



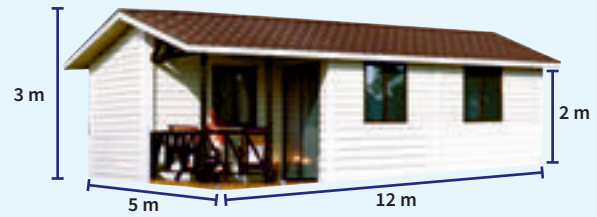
Situación A

Alex quiere construir un portapiceros con un teclado flexible que ya no utiliza. Pero aún no decide si hacerlo con base cuadrada o circular. Las dimensiones de su teclado son de 30 cm de largo por 12 cm de ancho. Asimismo, Alex desea que el portapiceros tenga 12 cm de alto. ¿En cuál de los dos diseños entran más lapiceros?, ¿por qué? (Considera $\pi = 3,14$).



Situación B

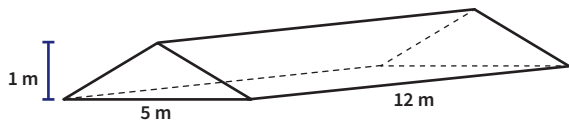
Un ingeniero necesita conocer el volumen de una construcción para diseñar su sistema de calefacción. Calcula el volumen de la construcción a partir de las dimensiones dadas en la figura.



Resolución

De la figura observamos que podemos descomponer la casa en dos prismas irregulares: uno de base triangular y el otro de base rectangular.

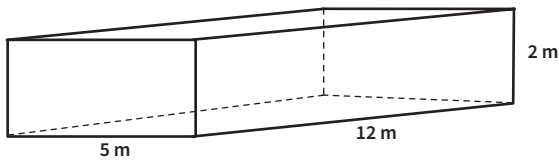
La base del triángulo mide 5 m y su altura 1 m; luego, el volumen del prisma triangular es:



$V_1 = \text{Área de la base triangular} \times \text{altura del prisma}$

$$V_1 = \left(\frac{5 \times 1}{2} \right) \times 12 = 30 \text{ m}^3$$

La base del rectángulo mide 5 m y su altura 2 m; luego, el volumen del prisma rectangular es:



$V_2 = \text{Área base rectangular} \times \text{altura del prisma}$

$$V_2 = (5 \times 2) \times 12 = 120 \text{ m}^3$$

El volumen total es: $V_{\text{casa}} = V_1 + V_2 = 150 \text{ m}^3$

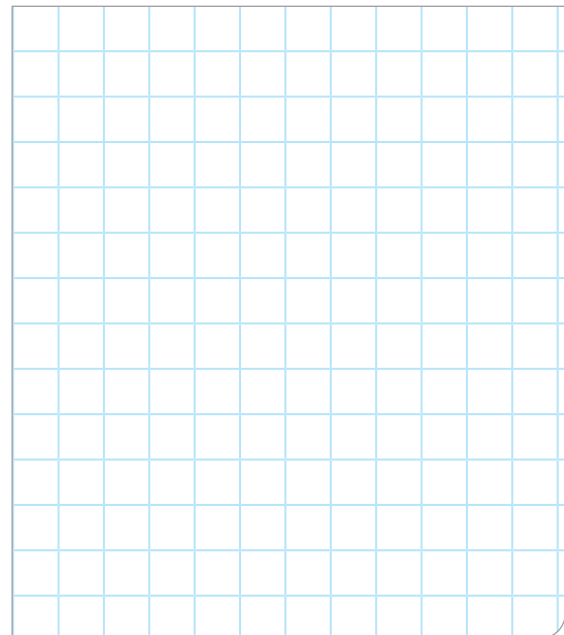
Respuesta:

El volumen de la construcción es 150 m^3 .

1. Describe la estrategia empleada para resolver el problema.



2. Idea una figura tridimensional que pueda descomponerse en dos figuras conocidas. Dibújala y explica cómo la descompondrías.



Situación C

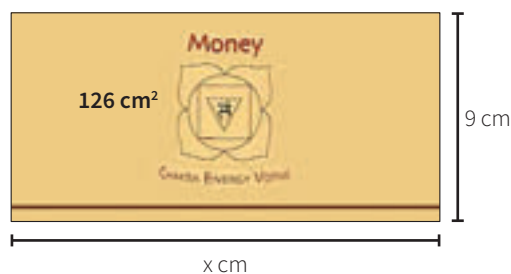
Se fabrican velas cilíndricas cuyas etiquetas rodean todo su contorno, que tiene un área de 126 cm^2 . Si la altura de la vela es de 9 cm , ¿cuál es su volumen?



Resolución

(Encuentra el error)

Al estirar la etiqueta podemos observar que tiene forma rectangular.



Por el dato del área planteamos que:

$$9 \cdot x = 126 \rightarrow x = \frac{126}{9}$$
$$x = 14 \text{ cm}$$

Comparando la etiqueta con la vela, podemos ver que su largo corresponde al diámetro de la base del cilindro, por lo cual planteamos:

$$2 \times \text{radio} = 14 \text{ cm} \rightarrow \text{radio} = 7 \text{ cm}$$

Finalmente, aplicamos la fórmula del volumen de un cilindro:

$$V = \pi \times r^2 \times h = 3,14 \times 7^2 \times 9 = 615,44 \text{ cm}^3$$

Respuesta:

El volumen de la vela es de $615,44 \text{ cm}^3$.

1. ¿Puedes verificar el razonamiento?

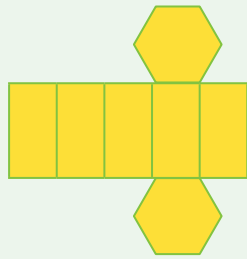
2. En caso de que el razonamiento sea errado, ¿cuál sería el resultado correcto?



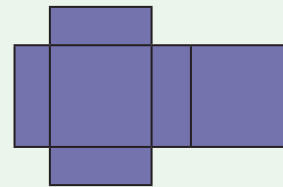
Practicamos

1. ¿Cuál de los siguientes desarrollos corresponde a un prisma?

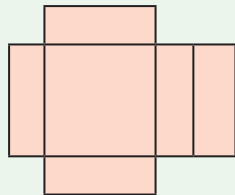
a)



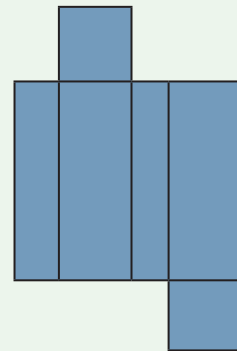
b)



c)



d)



2. ¿Cuál o cuáles de las siguientes proposiciones son verdaderas?

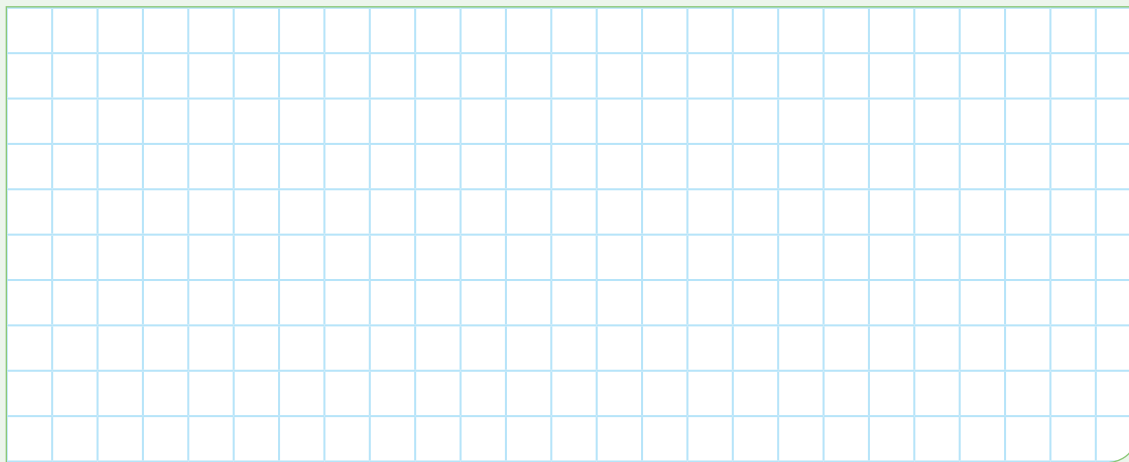
- I. El número de caras laterales es igual al número de lados de la base de un prisma.
- II. Las bases del prisma hexagonal están conformadas por dos polígonos congruentes de seis lados.
- III. Un prisma triangular tiene el mismo número de caras que de vértices.
- IV. El cilindro recto es generado por la rotación de un rectángulo que tiene como eje a uno de sus lados.

a) I, II y III

b) I, II y IV

c) III y IV

d) I, II, III y IV

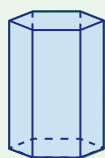


3. Imagina que le quitas la etiqueta a un tarro de leche. Si el radio de la base del tarro es de 4 cm y su alto es el doble de la medida del radio, ¿cuál es la forma de la etiqueta y cuáles son sus dimensiones?

- a) Forma cuadrada con lados de 8 cm.
- b) Forma circular con diámetro de 8 cm.
- c) Forma rectangular con lados de 16 y 8 cm.
- d) Forma rectangular con lados de 25,12 y 8 cm.

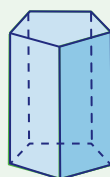
4. En cada figura indica el nombre del prisma (según su base). Además, escribe el número de caras (C), de vértices (V) y de aristas (A) de cada uno.

Prisma _____



C	V	A

Prisma _____



C	V	A

5. Una lata de conserva tiene un diámetro de 12 cm y una altura de 15 cm. ¿Cuántos cm^2 de hojalata se requirieron para elaborar dicha conserva?

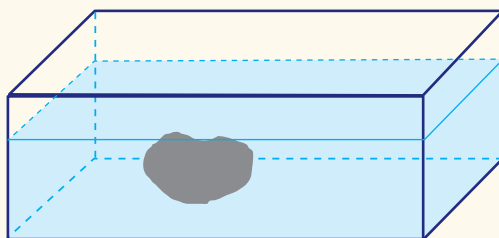
- a) $2\pi \times 12 \times (15+12) \text{ cm}^2$
- b) $2\pi \times 6 \times (15+12) \text{ cm}^2$
- c) $2\pi \times 12 \times (15+6) \text{ cm}^2$
- d) $2\pi \times 6 \times (15+6) \text{ cm}^2$



Empty grid area for solving problem 5.

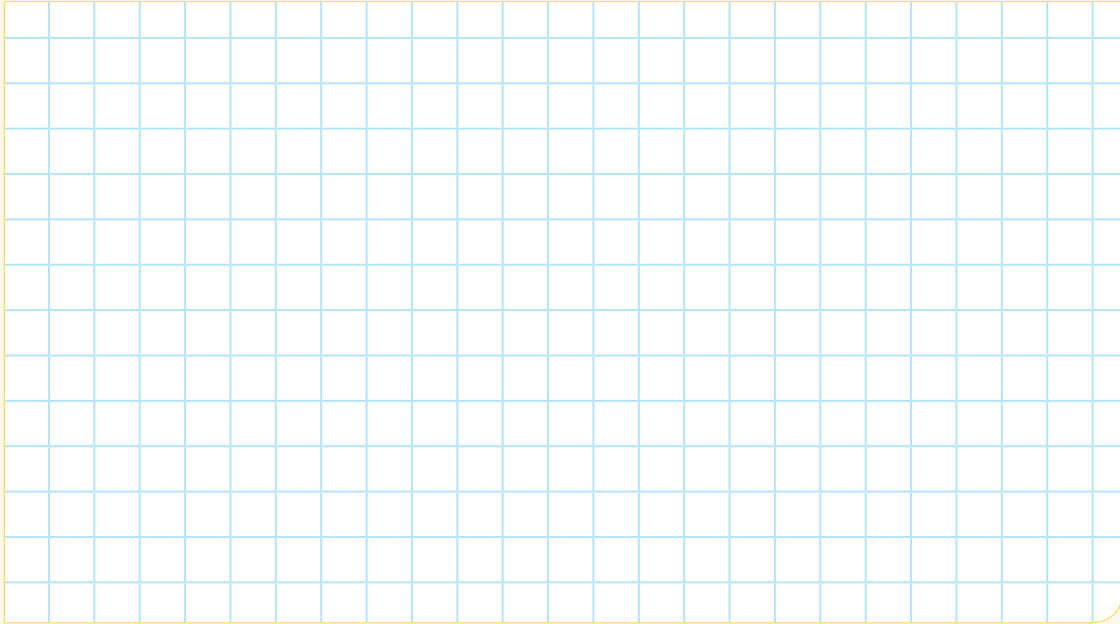
6. Un recipiente con forma de prisma rectangular tiene 40 cm de ancho y 90 cm de largo, y contiene agua hasta una profundidad de 50 cm. Al sumergir una piedra, el nivel del agua subió 15 cm. ¿Cuál es el volumen de la piedra?

- a) $40 \times 90 \times 50 \text{ cm}^3$
- b) $40 \times 90 \times 35 \text{ cm}^3$
- c) $40 \times 90 \times 15 \text{ cm}^3$
- d) $40 \times 50 \times 15 \text{ cm}^3$



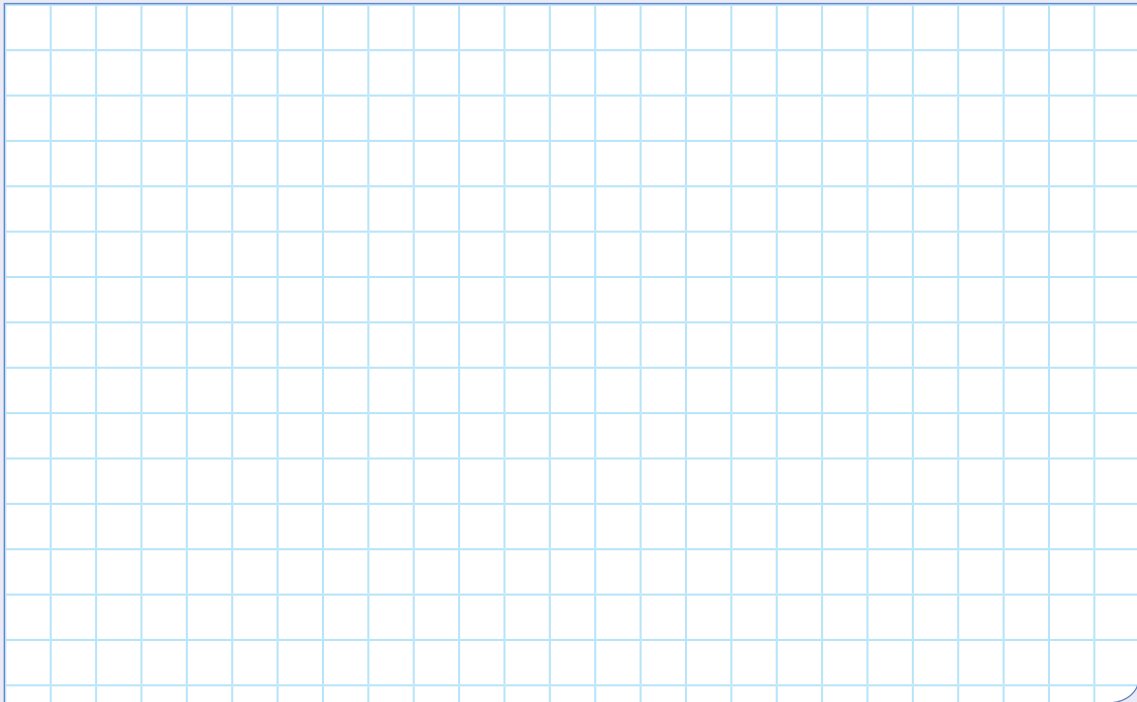
Empty grid area for solving problem 6.

7. Un prisma tiene 50 vértices. Deduce su número de caras y su número de aristas.



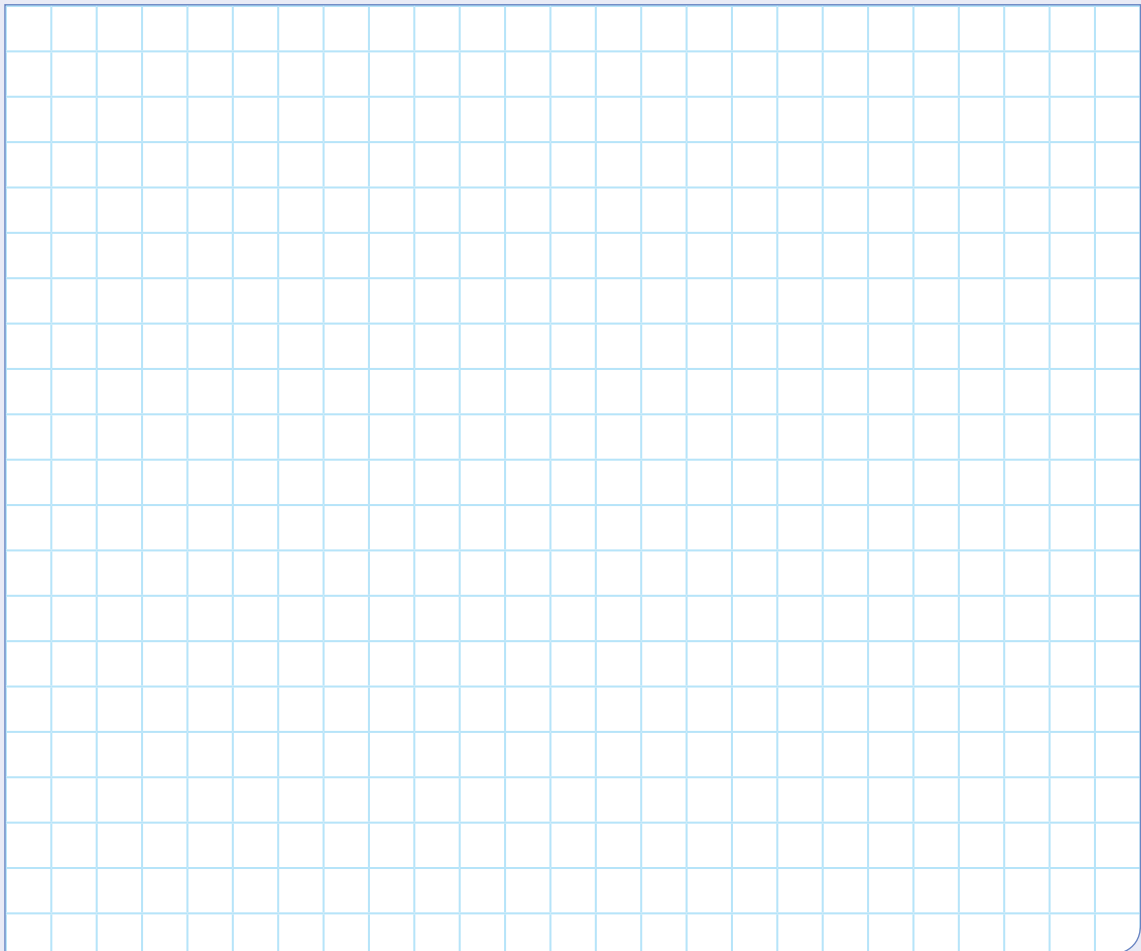
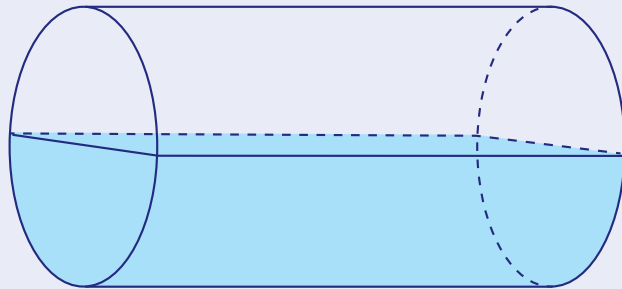
8. Un farmacéutico desea envasar 6,5 litros de alcohol en frascos de forma cilíndrica que miden 4 cm de diámetro y 10 cm de alto. ¿Cuántos de dichos frascos podrá llenar?

- a) 20 frascos b) 51 frascos c) 52 frascos d) 207 frascos

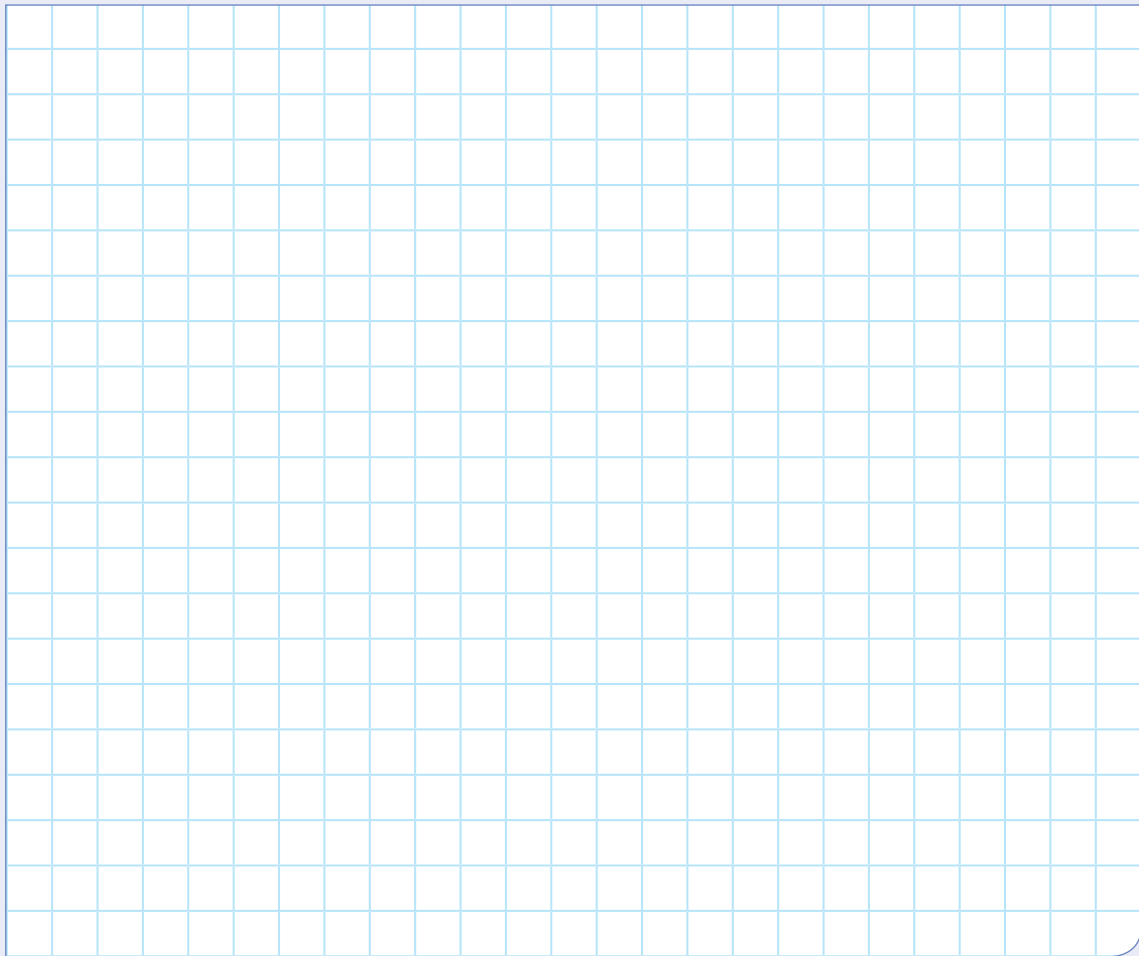
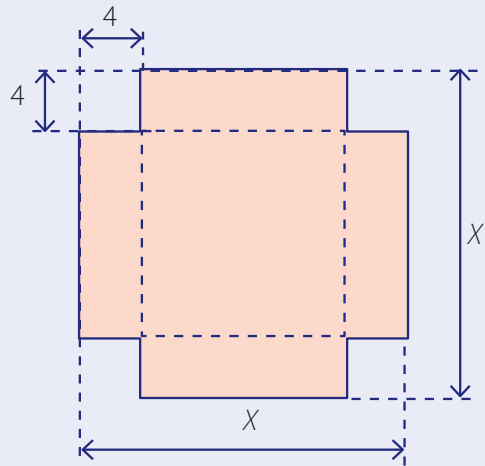


9. Un depósito cilíndrico descansa sobre el suelo de tal forma que su eje está en forma horizontal. La altura del cilindro es 6 m y su diámetro, 3 m. Calcula el volumen que ocupa el agua cuando su altura es 1,5 m.

- a) $10,69 \text{ cm}^3$ aproximadamente.
- b) $14,13 \text{ cm}^3$ aproximadamente.
- c) $21,20 \text{ cm}^3$ aproximadamente.
- d) $42,39 \text{ cm}^3$ aproximadamente.



10. A partir de un cartón cuadrado, un grupo de estudiantes piensa construir una caja sin tapa de 4 cm de altura (prisma rectangular de base cuadrada). Para hacerlo, cortarán cuadrados de 4 cm en cada una de las esquinas del cartón, como se muestra en la figura. Determina la medida del lado del cuadrado (x) de tal forma que el volumen de la caja sea de 324 cm^3 .



Patrones geométricos en un manto de la cultura Paracas

COMPETENCIA	CAPACIDADES	DESEMPEÑOS
Resuelve problemas de forma, movimiento y localización	Modela objetos con formas geométricas y sus transformaciones.	Describe las transformaciones de un objeto en términos de ampliaciones, traslaciones, rotaciones o reflexiones.
	Comunica su comprensión sobre las formas y relaciones geométricas.	Lee textos o gráficos que describen características, elementos o propiedades de las formas geométricas, así como de sus transformaciones para extraer información.



Aprendemos

La cultura Paracas inició su desarrollo a finales del periodo formativo superior del antiguo Perú, alrededor de 500 a. C., en la península de Paracas (de ahí proviene su nombre).

Los diseños de los tejidos paracas de la época son bastante complejos, especialmente los que recubrían las momias, ya que eran de mayor tamaño y calidad. Además, los paracas apreciaban en sus tejidos los colores vistosos y las creaciones complejas. En sus telas, se representan personajes que sostienen cabezas trofeo y báculos, y que llevan atadas a la cintura con forma de serpientes bicéfalas. A todo esto se añaden significados religiosos, tales como los cuchillos ceremoniales, las narigueras o las bigoterías. Destacan, igualmente, los diseños con temática naturalista. En estos, sobresalen algunos animales, como serpientes, felinos, aves y peces. Pero también existen representaciones de flores y frutos. Se dice que los textiles de esta época corresponden a los más bellos textiles precolombinos.



Fuente: <https://goo.gl/QJzXDb>

Responde:

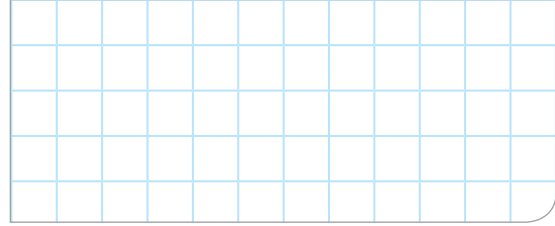
1. ¿Qué secuencia logras descubrir en la primera fila del manto mostrado?
2. Si hubiera una quinta cuadrícula en la primera fila, ¿cómo sería?
3. ¿Esta secuencia se repite en la segunda fila del manto mostrado?

Comprendemos el problema

1. ¿Qué te solicita el problema?

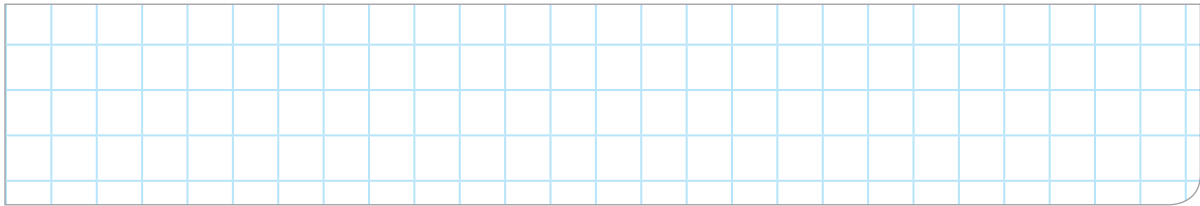


2. ¿Qué características tiene cada cuadrícula del manto?



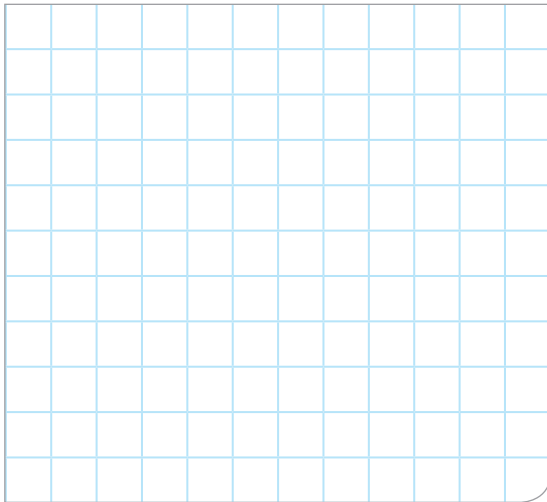
Diseñamos o seleccionamos una estrategia o plan

1. ¿Qué estrategia vas a desarrollar? Explica cómo.

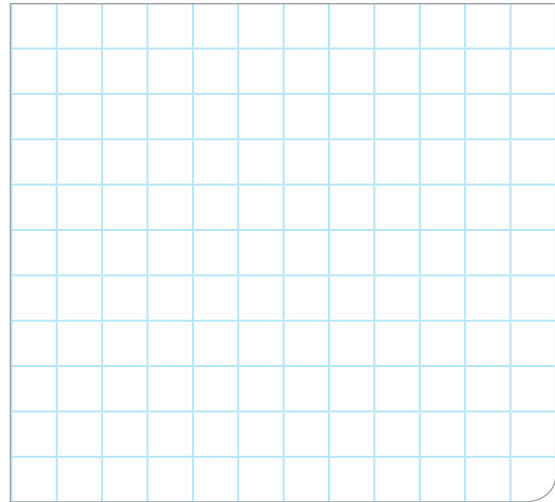


Ejecutamos la estrategia o plan

1. Desarrolla la estrategia elegida:



2. Describe el patrón encontrado y responde la pregunta 2 de la situación inicial.



3. Responde la pregunta 3 de la situación inicial.

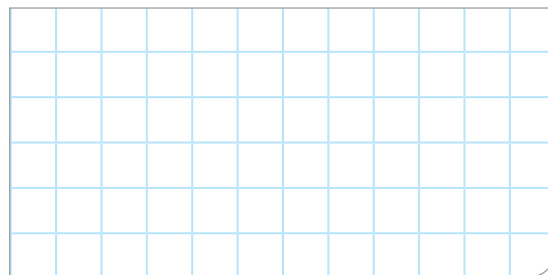


Reflexionamos sobre el desarrollo

1. Describe la estrategia empleada para resolver el problema.



2. ¿Cómo se conoce al tipo de patrón encontrado?, ¿por qué?

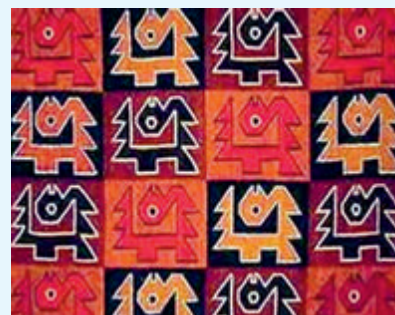


Analizamos

Situación A

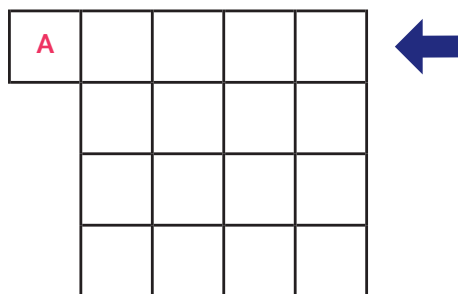
Alicia observa el manto mostrado en la figura de al lado. Ella desea agregarle una fila en la parte superior y luego una columna a la izquierda, pero sin alterar el patrón original, de manera que obtendrá una cuadrícula de 5 x 5 diseños.

¿Puedes ayudar a Alicia a descubrir este patrón e indicar qué diseño se localizaría en la esquina superior izquierda de ese manto ampliado?



Resolución

Buscamos en el manto original el patrón de su primera fila de derecha a izquierda, para encontrar el diseño A:



- Respecto al color del fondo:
Naranja, guinda, negro, naranja, A

Como encontramos un patrón de repetición, el fondo del diseño A debe ser de color guinda.

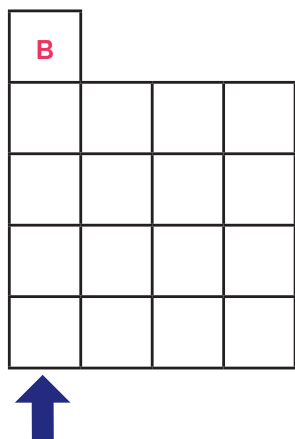
- Respecto al color de la imagen:
Rojo, negro, naranja, rojo, A

De modo similar, la imagen del diseño A debe ser de color negro.

Luego, el diseño de A será:



Ahora buscamos en el manto original, el patrón de su primera columna de abajo hacia arriba, para encontrar el diseño B:



Podemos ver que la secuencia de diseños es la misma que la de la primera fila, siendo, por tanto, el diseño de B idéntico al de A.

Conociendo los diseños A y B, aplicamos el patrón de repetición encontrado y completamos la fila superior y la columna izquierda del manto ampliado:

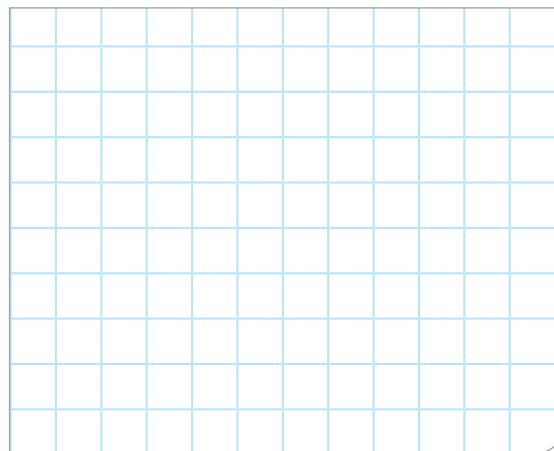


Respuesta:

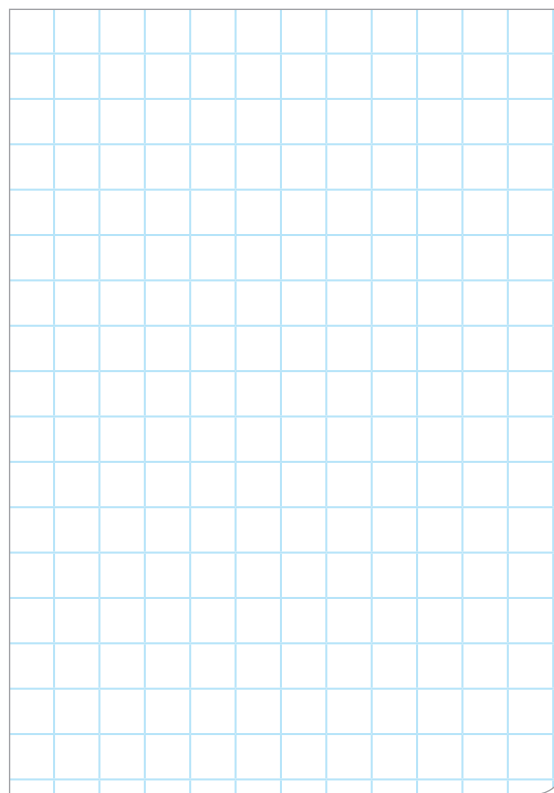
En la esquina superior izquierda irá:



1. ¿Qué estrategia se utilizó para resolver la situación? Descríbela.



2. ¿Podrías haber resuelto el problema de otra manera? Explica cómo.



Situación B

En la secuencia de figuras mostrada, ¿qué imagen le correspondería a la quinta casilla?



Resolución

Como podemos apreciar, se trata de la misma figura que ha sufrido ciertas transformaciones.

- La segunda figura resulta de rotar 90° la primera, en sentido horario.
- La tercera figura es la reflexión de la segunda, con un eje de simetría vertical que pasa por su centro.
- La cuarta figura resulta de rotar 90° la tercera, en sentido horario.

El patrón es: rotación, reflexión, rotación, y ahora corresponde una reflexión.

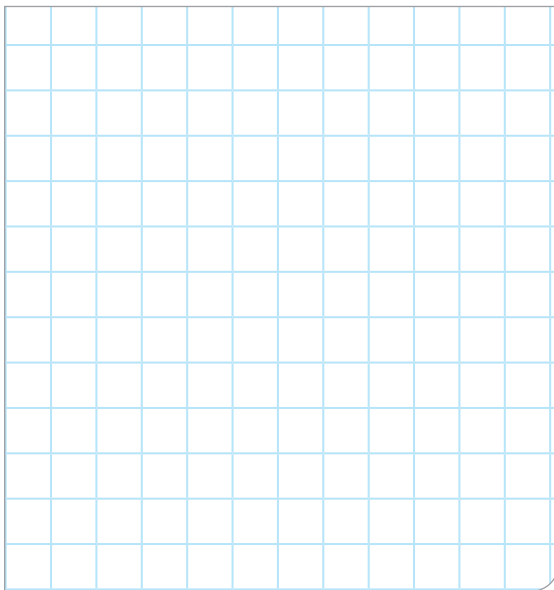
Luego, la quinta figura resultará de una reflexión, con eje de simetría vertical que pase por su centro.

Respuesta:

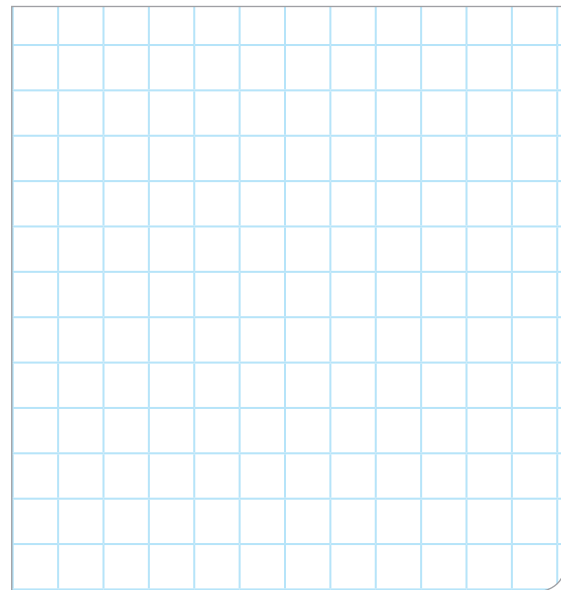
La imagen de la quinta casilla es:



1. Describe la estrategia empleada para resolver el problema.

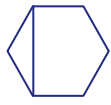
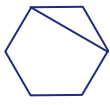

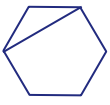
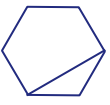


2. La imagen de la quinta casilla resultó ser igual a la de la primera casilla. ¿Puedes generalizar sobre qué otras casillas serán iguales a la primera?



Situación C

En la siguiente secuencia, determina cuál es la figura que corresponde a la decimosegunda posición.

					...	?
1	2	3	4	5	...	12

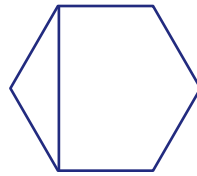
Resolución

(Encuentra el error)

Como podemos apreciar, se trata de la misma figura que ha sufrido ciertas transformaciones.

- La segunda figura resulta de rotar 120° la primera, en sentido horario.
- La tercera figura es la reflexión de la segunda, con un eje de simetría que pasa por su centro y es paralelo a la diagonal del hexágono.
- La cuarta figura resulta de rotar 120° la tercera, en sentido horario.
- La quinta figura es la reflexión de la cuarta, con un eje de simetría que pasa por su centro y es paralelo a la diagonal del hexágono.

El patrón es: rotación, reflexión, rotación, reflexión, y ahora corresponde una rotación horaria de 120° , por lo cual la sexta figura será:



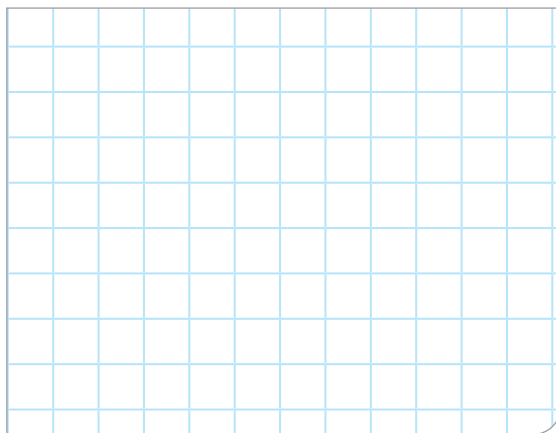
Se trata, entonces, de un patrón de repetición, y como la figura 6 resultó igual a la figura 1, la figura 12 deberá ser igual a la figura 6.

Respuesta:

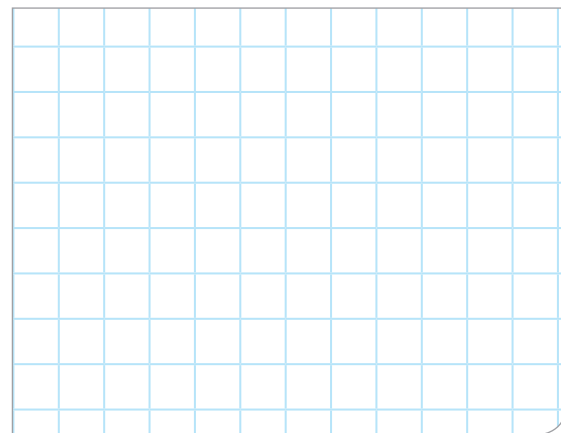
La decimosegunda figura es:



1. ¿Puedes verificar el razonamiento?



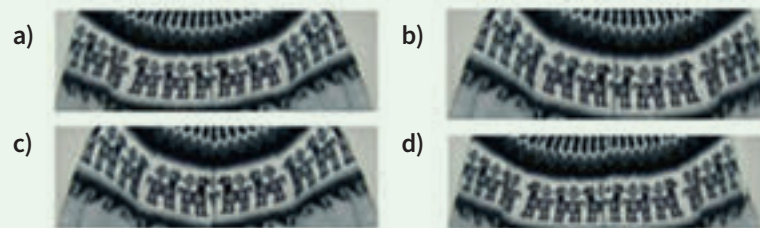
2. En caso de que el razonamiento sea errado, ¿cuál sería el resultado correcto?



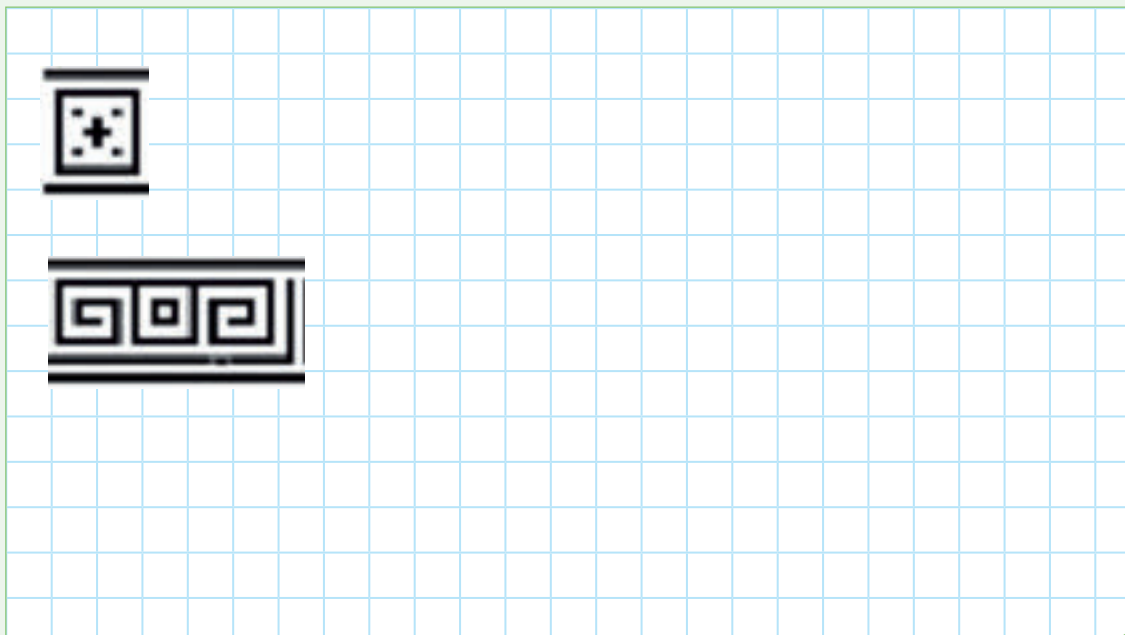
3. Doña Érika confecciona chompas con bonitos diseños. Si el espaldar de esta chompa continúa la secuencia, ¿qué opción corresponde al espaldar?



Fuente: <https://goo.gl/weoTNE>







4. Describe las transformaciones geométricas que se presentan en el siguiente diseño.

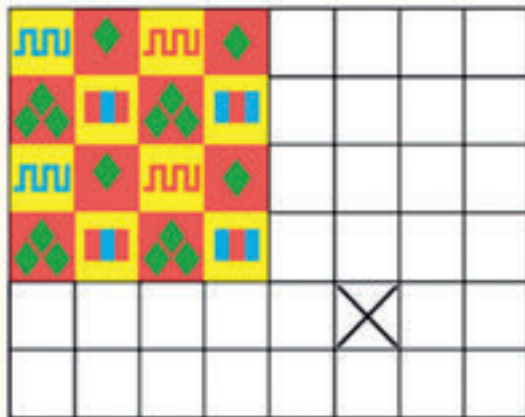


5. En la pared mostrada, se ha caído una mayólica. ¿En qué posición debes colocar la mayólica faltante para que el patrón original se conserve?



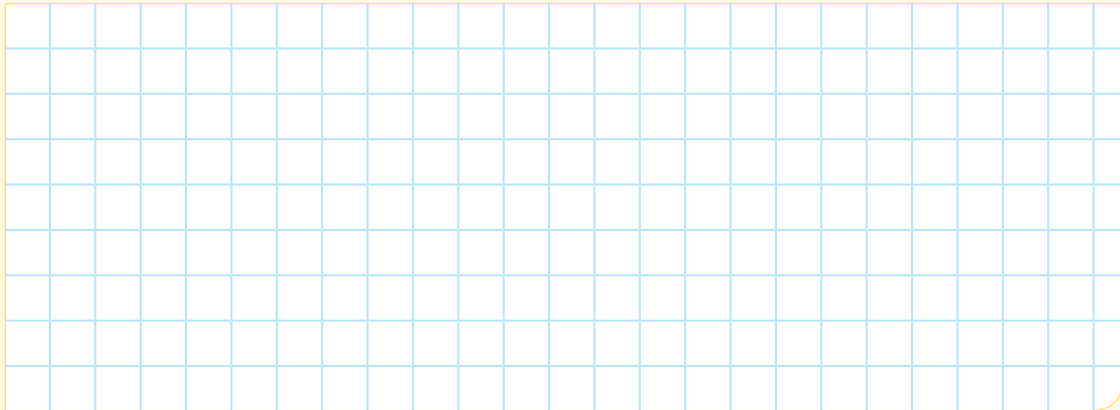
- a)  b)  c)  d) 

6. En un salón de clases de primero de secundaria, Laura y Ximena confeccionan un mural para adornar una de las paredes. ¿Qué figura debe ir en la casilla marcada con X?



- a)  b)  c)  d) 

7. La figura muestra un paralelogramo. ¿Qué única transformación se puede aplicar al triángulo rojo para transformarlo en el triángulo celeste? Descríbela.



En la ciudadela de Chan Chan, ubicada en el norte del Perú, se encontró un muro de adobe, parte del cual se muestra en la siguiente foto.



Utiliza esta información para responder las preguntas 8 y 9.

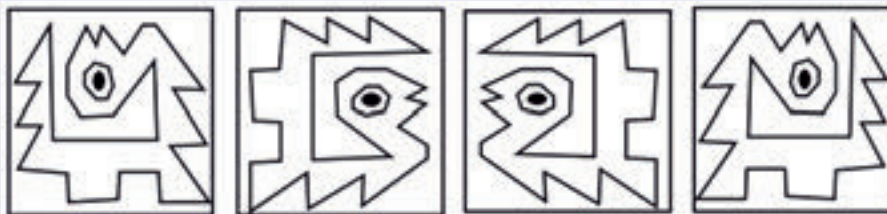
8. Si el patrón del muro se inicia en la parte inferior derecha, ¿qué transformación geométrica genera la figura 5 a partir de la figura 4?
- a) Rotación horaria de 90°
 - b) Rotación antihoraria de 90°
 - c) Reflexión con eje de simetría vertical.
 - d) Reflexión con eje de simetría horizontal.



9. Imagina que la pared mostrada continúa hacia la izquierda, conservando el mismo patrón geométrico. ¿Qué figura encontrarías en la posición 16?



10. Lucía construye la siguiente secuencia geométrica:



Dibuja el término que ocuparía la posición 30 de esta secuencia. Explica cómo lo dedujiste.

CARTA DEMOCRÁTICA INTERAMERICANA

I La democracia y el sistema interamericano

Artículo 1

Los pueblos de América tienen derecho a la democracia y sus gobiernos la obligación de promoverla y defenderla.

La democracia es esencial para el desarrollo social, político y económico de los pueblos de las Américas.

Artículo 2

El ejercicio efectivo de la democracia representativa es la base del estado de derecho y los regímenes constitucionales de los Estados Miembros de la Organización de los Estados Americanos. La democracia representativa se refuerza y profundiza con la participación permanente, ética y responsable de la ciudadanía en un marco de legalidad conforme al respectivo orden constitucional.

Artículo 3

Son elementos esenciales de la democracia representativa, entre otros, el respeto a los derechos humanos y las libertades fundamentales; el acceso al poder y su ejercicio con sujeción al estado de derecho; la celebración de elecciones periódicas, libres, justas y basadas en el sufragio universal y secreto como expresión de la soberanía del pueblo; el régimen plural de partidos y organizaciones políticas; y la separación e independencia de los poderes públicos.

Artículo 4

Son componentes fundamentales del ejercicio de la democracia la transparencia de las actividades gubernamentales, la probidad, la responsabilidad de los gobiernos en la gestión pública, el respeto por los derechos sociales y la libertad de expresión y de prensa.

La subordinación constitucional de todas las instituciones del Estado a la autoridad civil legalmente constituida y el respeto al estado de derecho de todas las entidades y sectores de la sociedad son igualmente fundamentales para la democracia.

Artículo 5

El fortalecimiento de los partidos y de otras organizaciones políticas es prioritario para la democracia. Se deberá prestar atención especial a la problemática derivada de los altos costos de las campañas electorales y al establecimiento de un régimen equilibrado y transparente de financiación de sus actividades.

Artículo 6

La participación de la ciudadanía en las decisiones relativas a su propio desarrollo es un derecho y una responsabilidad. Es también una condición necesaria para el pleno y efectivo ejercicio de la democracia. Promover y fomentar diversas formas de participación fortalece la democracia.

II

La democracia y los derechos humanos

Artículo 7

La democracia es indispensable para el ejercicio efectivo de las libertades fundamentales y los derechos humanos, en su carácter universal, indivisible e interdependiente, consagrados en las respectivas constituciones de los Estados y en los instrumentos interamericanos e internacionales de derechos humanos.

Artículo 8

Cualquier persona o grupo de personas que consideren que sus derechos humanos han sido violados pueden interponer denuncias o peticiones ante el sistema interamericano de promoción y protección de los derechos humanos conforme a los procedimientos establecidos en el mismo.

Los Estados Miembros reafirman su intención de fortalecer el sistema interamericano de protección de los derechos humanos para la consolidación de la democracia en el Hemisferio.

Artículo 9

La eliminación de toda forma de discriminación, especialmente la discriminación de género, étnica y racial, y de las diversas formas de intolerancia, así como la promoción y protección de los derechos humanos de los pueblos indígenas y los migrantes y el respeto a la diversidad étnica, cultural y religiosa en las Américas, contribuyen al fortalecimiento de la democracia y la participación ciudadana.

Artículo 10

La promoción y el fortalecimiento de la democracia requieren el ejercicio pleno y eficaz de los derechos de los trabajadores y la aplicación de normas laborales básicas, tal como están consagradas en la Declaración de la Organización Internacional del Trabajo (OIT) relativa a los Principios y Derechos Fundamentales en el Trabajo y su Seguimiento, adoptada en 1998, así como en otras convenciones básicas afines de la OIT. La democracia se fortalece con el mejoramiento de las condiciones laborales y la calidad de vida de los trabajadores del Hemisferio.

III

Democracia, desarrollo integral y combate a la pobreza

Artículo 11

La democracia y el desarrollo económico y social son interdependientes y se refuerzan mutuamente.

Artículo 12

La pobreza, el analfabetismo y los bajos niveles de desarrollo humano son factores que inciden negativamente en la consolidación de la democracia. Los Estados Miembros de la OEA se comprometen a adoptar y ejecutar todas las acciones necesarias para la creación de empleo productivo, la reducción de la pobreza y la erradicación de la pobreza extrema, teniendo en cuenta las diferentes realidades y condiciones económicas de los países del Hemisferio. Este compromiso común frente a los problemas del desarrollo y la pobreza también destaca la importancia de mantener los equilibrios macroeconómicos y el imperativo de fortalecer la cohesión social y la democracia.

Artículo 13

La promoción y observancia de los derechos económicos, sociales y culturales son consustanciales al desarrollo integral, al crecimiento económico con equidad y a la consolidación de la democracia en los Estados del Hemisferio.

Artículo 14

Los Estados Miembros acuerdan examinar periódicamente las acciones adoptadas y ejecutadas por la Organización encaminadas a fomentar el diálogo, la cooperación para el desarrollo integral y el combate a la pobreza en el Hemisferio, y tomar las medidas oportunas para promover estos objetivos.

Artículo 15

El ejercicio de la democracia facilita la preservación y el manejo adecuado del medio ambiente. Es esencial que los Estados del Hemisferio implementen políticas y estrategias de protección del medio ambiente, respetando los diversos tratados y convenciones, para lograr un desarrollo sostenible en beneficio de las futuras generaciones.

Artículo 16

La educación es clave para fortalecer las instituciones democráticas, promover el desarrollo del potencial humano y el alivio de la pobreza y fomentar un mayor entendimiento entre los pueblos. Para lograr estas metas, es esencial que una educación de calidad esté al alcance de todos, incluyendo a las niñas y las mujeres, los habitantes de las zonas rurales y las personas que pertenecen a las minorías.

IV

Fortalecimiento y preservación de la institucionalidad democrática

Artículo 17

Cuando el gobierno de un Estado Miembro considere que está en riesgo su proceso político institucional

democrático o su legítimo ejercicio del poder, podrá recurrir al Secretario General o al Consejo Permanente a fin de solicitar asistencia para el fortalecimiento y preservación de la institucionalidad democrática.

Artículo 18

Cuando en un Estado Miembro se produzcan situaciones que pudieran afectar el desarrollo del proceso político institucional democrático o el legítimo ejercicio del poder, el Secretario General o el Consejo Permanente podrá, con el consentimiento previo del gobierno afectado, disponer visitas y otras gestiones con la finalidad de hacer un análisis de la situación. El Secretario General elevará un informe al Consejo Permanente, y éste realizará una apreciación colectiva de la situación y, en caso necesario, podrá adoptar decisiones dirigidas a la preservación de la institucionalidad democrática y su fortalecimiento.

Artículo 19

Basado en los principios de la Carta de la OEA y con sujeción a sus normas, y en concordancia con la cláusula democrática contenida en la Declaración de la ciudad de Quebec, la ruptura del orden democrático o una alteración del orden constitucional que afecte gravemente el orden democrático en un Estado Miembro constituye, mientras persista, un obstáculo insuperable para la participación de su gobierno en las sesiones de la Asamblea General, de la Reunión de Consulta, de los Consejos de la Organización y de las conferencias especializadas, de las comisiones, grupos de trabajo y demás órganos de la Organización.

Artículo 20

En caso de que en un Estado Miembro se produzca una alteración del orden constitucional que afecte gravemente su orden democrático, cualquier Estado Miembro o el Secretario General podrá solicitar la convocatoria inmediata del Consejo Permanente para realizar una apreciación colectiva de la situación y adoptar las decisiones que estime conveniente.

El Consejo Permanente, según la situación, podrá disponer la realización de las gestiones diplomáticas necesarias, incluidos los buenos oficios, para promover la normalización de la institucionalidad democrática.

Si las gestiones diplomáticas resultaren infructuosas o si la urgencia del caso lo aconsejare, el Consejo Permanente convocará de inmediato un período extraordinario de sesiones de la Asamblea General para que ésta adopte las decisiones que estime apropiadas, incluyendo gestiones diplomáticas, conforme a la Carta de la Organización, el derecho internacional y las disposiciones de la presente Carta Democrática.

Durante el proceso se realizarán las gestiones diplomáticas necesarias, incluidos los buenos oficios, para promover la normalización de la institucionalidad democrática.

Artículo 21

Cuando la Asamblea General, convocada a un período extraordinario de sesiones, constate que se ha producido la ruptura del orden democrático en un Estado Miembro y que las gestiones diplomáticas han sido infructuosas, conforme a la Carta de la OEA tomará la decisión de suspender a dicho Estado Miembro del ejercicio de su derecho de participación en la OEA con el voto afirmativo de los dos tercios de los Estados Miembros. La suspensión entrará en vigor de inmediato.

El Estado Miembro que hubiera sido objeto de suspensión deberá continuar observando el cumplimiento de sus obligaciones como miembro de la Organización, en particular en materia de derechos humanos.

Adoptada la decisión de suspender a un gobierno, la Organización mantendrá sus gestiones diplomáticas para el restablecimiento de la democracia en el Estado Miembro afectado.

Artículo 22

Una vez superada la situación que motivó la suspensión, cualquier Estado Miembro o el Secretario General podrá proponer a la Asamblea General el levantamiento de la suspensión. Esta decisión se adoptará por el voto de los dos tercios de los Estados Miembros, de acuerdo con la Carta de la OEA.

V

La democracia y las misiones de observación electoral

Artículo 23

Los Estados Miembros son los responsables de organizar, llevar a cabo y garantizar procesos electorales libres y justos.

Los Estados Miembros, en ejercicio de su soberanía, podrán solicitar a la OEA asesoramiento o asistencia para el fortalecimiento y desarrollo de sus instituciones y procesos electorales, incluido el envío de misiones preliminares para ese propósito.

Artículo 24

Las misiones de observación electoral se llevarán a cabo por solicitud del Estado Miembro interesado. Con tal finalidad, el gobierno de dicho Estado y el Secretario General celebrarán un convenio que determine el alcance y la cobertura de la misión de observación electoral de que se trate. El Estado Miembro deberá garantizar las condiciones de seguridad, libre acceso a la información y amplia cooperación con la misión de observación electoral.

Las misiones de observación electoral se realizarán de conformidad con los principios y normas de la OEA. La Organización deberá asegurar la eficacia e independencia de estas misiones, para lo cual se las dotará de los recursos necesarios. Las mismas se realizarán de forma objetiva, imparcial y transparente, y con la capacidad técnica apropiada.

Las misiones de observación electoral presentarán oportunamente al Consejo Permanente, a través de la Secretaría General, los informes sobre sus actividades.

Artículo 25

Las misiones de observación electoral deberán informar al Consejo Permanente, a través de la Secretaría General, si no existiesen las condiciones necesarias para la realización de elecciones libres y justas.

La OEA podrá enviar, con el acuerdo del Estado interesado, misiones especiales a fin de contribuir a crear o mejorar dichas condiciones.

VI

Promoción de la cultura democrática

Artículo 26

La OEA continuará desarrollando programas y actividades dirigidos a promover los principios y prácticas democráticas y fortalecer la cultura democrática en el Hemisferio, considerando que la democracia es un sistema de vida fundado en la libertad y el mejoramiento económico, social y cultural de los pueblos. La OEA mantendrá consultas y cooperación continua con los Estados Miembros, tomando en cuenta los aportes de organizaciones de la sociedad civil que trabajen en esos ámbitos.

Artículo 27

Los programas y actividades se dirigirán a promover la gobernabilidad, la buena gestión, los valores democráticos y el fortalecimiento de la institucionalidad política y de las organizaciones de la sociedad civil. Se prestará atención especial al desarrollo de programas y actividades para la educación de la niñez y la juventud como forma de asegurar la permanencia de los valores democráticos, incluidas la libertad y la justicia social.

Artículo 28

Los Estados promoverán la plena e igualitaria participación de la mujer en las estructuras políticas de sus respectivos países como elemento fundamental para la promoción y ejercicio de la cultura democrática.