SECUNDARIA

Resolvamos problemas

Cuaderno de trabajo de Matemática

Secundaria 2

REPÚBLICA DEL PERÚ

MINISTERIO DE EDUCACIÓN

RESOLVAMOS PROBLEMAS - Cuaderno de trabajo de Matemática

2

Resolvamos problemas

Cuaderno de trabajo de Matemática

Secundaria 2

REPÚBLICA DEL PERÚ

MINISTERIO DE EDUCACIÓN

Resolvamos problemas 2
Cuaderno de trabajo de Matemática

Editado por:
Ministerio de Educación
Calle Del Comercio N.° 193, San Borja
Lima 41, Perú
Teléfono: 615-5800
www.minedu.gob.pe

Propuesta de contenidos:
Hubner Luque Cristobal Jave
Gladis García Lizama
Roger Saavedra Justiniano
Hugo Luis Támara Salazar

Revisión pedagógica:
Hugo Luis Támara Salazar

Diseño y diagramación:
Eduardo Gabriel Valladares Valiente

Corrección de estilo:
Katherine Mercedes Cabanillas Villegas

Primera edición: setiembre de 2017
Tiraje: 206 433 ejemplares

Impreso por:
Consorcio Corporación Gráfica Navarrete S.A., Amauta Impresiones Comerciales S.A.C., Metrocolor S.A. Se terminó de imprimir en noviembre de 2017, en los talleres gráficos de Corporación Gráfica Navarrete S. A., sito en Carretera Central 759 Km 2, Santa Anita, Lima-Perú.

Hecho el Depósito Legal en la Biblioteca Nacional del Perú
N.° 2017-16036
Impreso en el Perú / *Printed in Peru*

Querido(a) estudiante:

Es de sumo agrado para nosotros poner en tus manos el cuaderno de trabajo *Resolvamos problemas 2*, que estamos seguros te ayudará a descubrir la presencia de la matemática en la vida cotidiana y a utilizarla de manera adecuada y creativa en la resolución de problemas vinculados a la realidad.

Este cuaderno ha sido elaborado para ti. En él encontrarás diversas estrategias heurísticas, como hacer diagramas tabulares, diagramas de árbol o diagramas lineales; particularizar y plantear ecuaciones, utilizar ensayo y error, entre otras, que te serán útiles en el proceso de resolución de problemas.

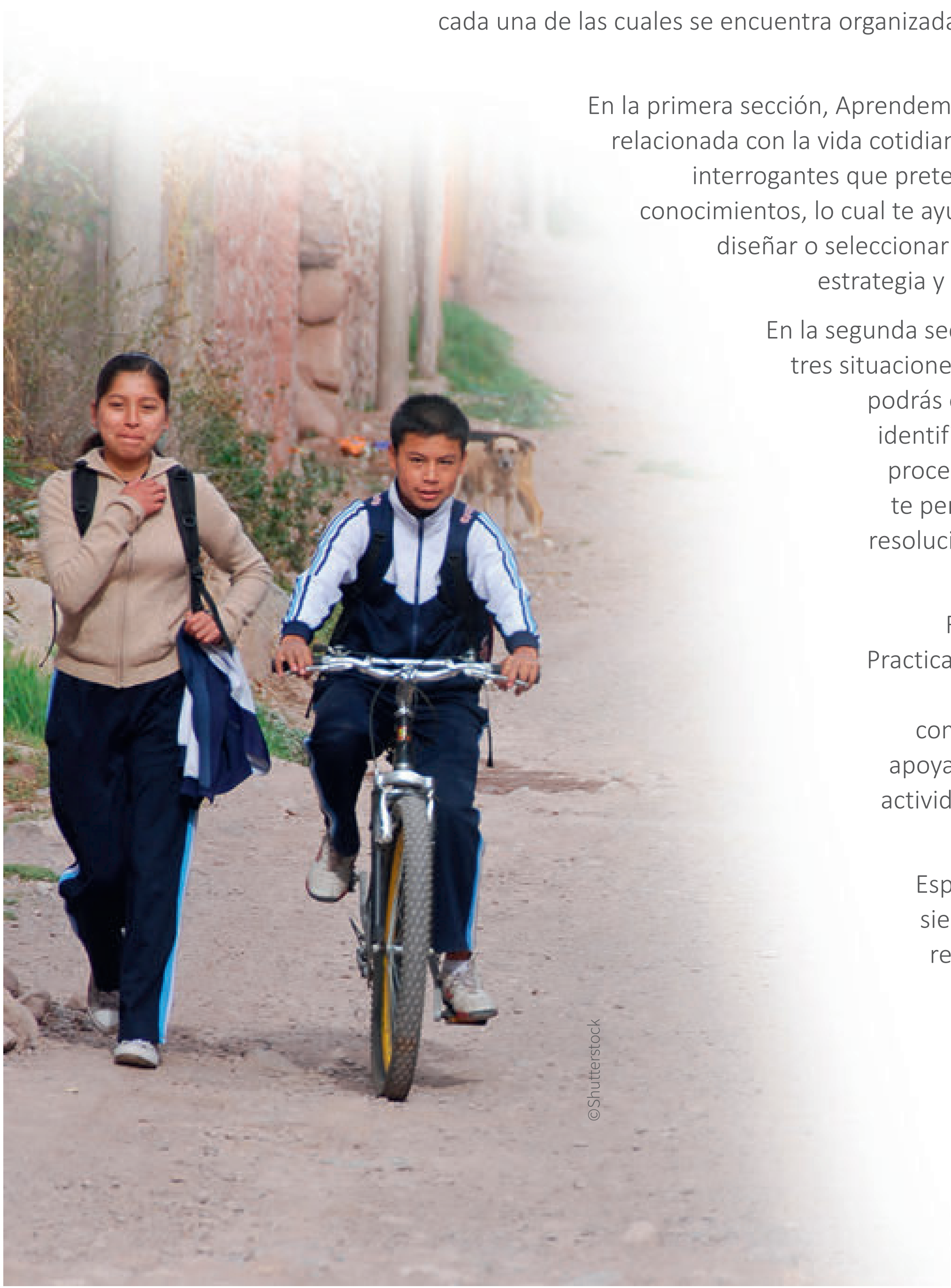
En su estructura, el cuaderno te propone una diversidad de fichas de trabajo, cada una de las cuales se encuentra organizada en tres secciones: Aprendemos, Analizamos y Practicamos.

En la primera sección, Aprendemos, te presentamos una situación relacionada con la vida cotidiana, que será abordada a través de interrogantes que pretenden movilizar tus capacidades y conocimientos, lo cual te ayudará a comprender el problema, diseñar o seleccionar una estrategia o plan, ejecutar la estrategia y reflexionar sobre lo desarrollado.

En la segunda sección, Analizamos, te planteamos tres situaciones de contexto, en cuyo desarrollo podrás explicar el proceso de resolución, identificando estrategias y describiendo procedimientos utilizados. Este análisis te permitirá plantear otros caminos de resolución, así como identificar errores y realizar tu propia corrección.

Finalmente, en la tercera sección, Practicamos, te presentamos situaciones de contexto de diverso grado de complejidad en contextos variados y apoyados en gráficos. Al desarrollar las actividades que contienen, tú mismo te darás cuenta de tus progresos.

Esperamos que con esta experiencia sientas que hacer matemática es un reto posible de alcanzar. Disfrútalo.



Contenido

Conociendo algunas estrategias		Página 6
Ficha 1	Leemos el recibo de energía eléctrica	Página 13
Ficha 2	Comparamos fracciones con el empleo de las brocas	Página 27
Ficha 3	Los proyectos mejoran nuestra comunidad	Página 37
Ficha 4	Albergamos perros abandonados en la calle	Página 47
Ficha 5	Decidimos ver televisión por señal cerrada	Página 57
Ficha 6	Las transformaciones geométricas en el antiguo Perú	Página 71
Ficha 7	La importancia del calentamiento muscular previo a realizar un deporte	Página 85
Ficha 8	La tómbola en una feria comunitaria	Página 97
Ficha 9	La tienda de frutas	Página 107
Ficha 10	Buscamos argumentos para tomar una buena decisión	Página 119

Ficha 11	Promovemos el pago de impuestos	Página 131
Ficha 12	Transformaciones geométricas con azulejos	Página 143
Ficha 13	Carrera entre amigos	Página 155
Ficha 14	Economizamos con el gas natural	Página 167
Ficha 15	Representamos el tiempo libre mediante gráficos estadísticos	Página 177
Ficha 16	Las medidas de tendencia central y los Juegos Panamericanos	Página 195
Ficha 17	Conocemos el uso de las probabilidades	Página 207
Ficha 18	El crecimiento de las bacterias	Página 217
Ficha 19	Usamos las figuras geométricas para las confecciones	Página 227
Ficha 20	Un paseo por el Parque de las Leyendas	Página 237

Conociendo algunas estrategias

Un buen resolutor de problemas debe llegar a desarrollar la capacidad de resolver un problema con diversos métodos; además, necesita estar en capacidad de combinar estrategias creativamente. En cada etapa de desarrollo de la solución, debemos definir qué estrategia se utilizará en la siguiente fase.

1. Estrategias de comprensión

Lectura analítica

Leer analíticamente un texto es dividirlo en unidades que proporcionen algún tipo de información y establecer, luego, cómo estas partes se interrelacionan y muestran el panorama de lo que se quiere decir. Al leer un problema de manera analítica, uno puede hacerse estas preguntas: ¿quiénes participan en la historia?, ¿qué es lo que no varía a lo largo de la historia?, ¿cuántos estados se perciben en el texto?, ¿cuáles son los datos que nos proporciona?, ¿qué datos son relevantes para resolver el problema?, ¿qué debemos encontrar?, ¿qué condiciones se imponen a lo que buscamos?, entre otras interrogantes que ayudarán a que el estudiante se familiarice y le pierda temor a la situación.

La lectura analítica ayuda mucho en la comprensión lectora del texto que da origen a un problema, pero no garantiza el camino a su solución. Leer analíticamente no es identificar las palabras claves ni buscar *tips* para encontrar la variable (estos son procesos mecánicos que no ayudan a comprender cabalmente un problema). En la vida real, los problemas matemáticos pueden no contener esas palabras claves que aparecen en problemas diseñados para libros de texto, por lo que el estudiante enfocará erradamente un problema si hace uso de este mecanismo.

La lectura analítica es importante en la comprensión de problemas, pues estos textos contienen elementos matemáticos como números, diagramas, relaciones dentro de una historia o un contexto real complejo, por lo que no es lo mismo que leer un cuento o un ensayo. De hecho, hay personas que comprenden perfectamente textos humanísticos, pero no aquellos que contienen elementos matemáticos.

Parafrasear

Parafrasear es decir algo de otro modo para clarificar y comprender un texto. Explicar un problema con nuestras propias palabras ayuda mucho en el proceso de comprensión. Se debe decir que parafrasear no implica aprenderse de memoria un texto y repetirlo; es señalar lo más importante de una historia y expresarlo con palabras, evitando en lo posible particularidades como números, fechas, nombres, locaciones, etc.

Veamos un ejemplo para aclarar este enfoque:

Problema	Parafraseo
Jaime fue el organizador de la fiesta de fin de año de su colegio. Él proyectó ganar S/4800, para lo cual repartió 200 tarjetas; pero, lamentablemente, solo se vendieron 130, lo que le causó una pérdida de S/150. ¿Cuánto invirtió en la fiesta?	Una persona organiza una fiesta. Para ganar necesita vender una cantidad de tarjetas; pero vende menos y pierde. Nos piden saber cuánto invirtió en la fiesta.

Se sugiere que el docente tome todos los problemas del cuaderno y realice una lectura analítica de ellos, que produzca sus propios esquemas de comprensión y realice al menos dos parafraseos por cada problema presentado. Esos ejercicios le ayudarán a mejorar su desempeño en la conducción de las tareas en el aula.

Hacer esquemas

La capacidad de representar una situación compleja mediante esquemas es algo que se va aprendiendo desde los primeros años de escolaridad y continúa en proceso de construcción toda la vida. Hacer e interpretar esquemas son algunas de las capacidades más necesarias en nuestra vida laboral adulta. En diversas situaciones cotidianas se requiere de la esquematización de los sistemas, las situaciones, los procesos, con el fin de comprenderlos mejor. Un esquema apunta a encontrar una estrategia de solución; no existe una relación directa entre hacer un esquema y dar solución a un problema, pero ayuda mucho en este proceso.

2. Estrategias de resolución

Una estrategia importante en la búsqueda de soluciones es representar el problema mediante algún organizador visual. Aquí presentamos algunos organizadores de información que se utilizan frecuentemente en el proceso de resolver problemas matemáticos.

Diagramas de tiras

Se utilizan mayormente cuando la cantidad que interviene en el problema varía en el tiempo o es dividida en partes que se relacionan entre sí.

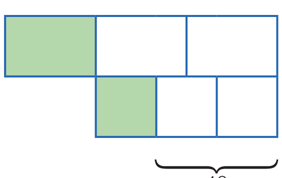
Ejemplo:

La tercera parte de las entradas para el estreno de una película se vendieron días antes de la función, y 1/3 del resto se vendió el día del estreno. Finalmente, quedaron 48 entradas sin vender. ¿Cuál era el número total de entradas previsto para la función de estreno?

Solución:

Cantidad: Número total de entradas.

Elabora un diagrama de tiras.



Diagramas tabulares (tablas)

Se emplean cuando se brinda información sobre características que relacionan dos grupos. También en problemas sobre edades o de proporcionalidad, en los que se debe buscar algún patrón o regla de formación.

Ejemplo:

Dos amigos tienen lápices, borradores y tajadores en sus cartucheras. Hay 8 borradores en total. Mónica tiene el doble de lápices que Felipe, quien tiene 5 tajadores más que lápices. Mónica tiene tantos tajadores como lápices posee Felipe. Mónica tiene 18 útiles y ningún borrador. ¿Cuántos lápices, tajadores y borradores tiene cada uno?

Solución:

Grupo 1: Mónica, Felipe.
Grupo 2: Lápices, borradores, tajadores.

	Lápices	Borradores	Tajadores	TOTAL
Mónica	$2x$	0	x	18
Felipe	x	8	$x + 5$	
TOTAL		8		

Diagramas analógicos

Se suelen utilizar en problemas geométricos. Son dibujos que representan la realidad de manera similar, pero esquemática, sin considerar los elementos irrelevantes para el problema.

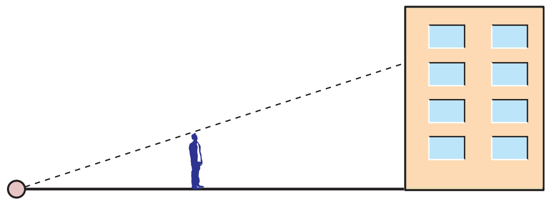
Mediante esta representación es posible visualizar las relaciones entre los datos y las incógnitas.

Ejemplo:

Un hombre de 1,8 m de estatura camina hacia un edificio a razón de 1,5 m/s. Si hay una lámpara sobre el suelo a 15 m del edificio, ¿cuánto mide la sombra del hombre sobre el edificio cuando se encuentra a 9 m de este?

Solución:

Hagamos un diagrama que represente la situación narrada.



Diagramas de flujo

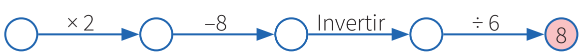
Se emplean cuando una cantidad varía a lo largo de la historia o si tenemos la situación final de esta cantidad. También cuando se dan secuencias de pasos para encontrar objetos matemáticos, entre otras aplicaciones.

Ejemplo:

Un número se duplica, luego se le resta 8 y después se invierten las cifras de este número. Finalmente, se divide por 6 y se obtiene 8. ¿Cuál era el número?

Solución:

Haremos un diagrama que indique las fases por las que pasó el número.



Diagramas conjuntistas

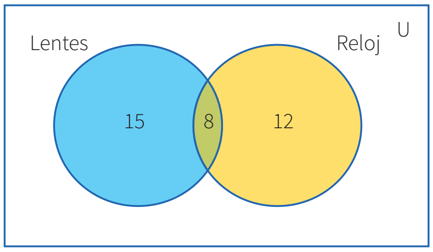
Se suele recurrir a estos cuando se trata de información acerca de dos o más grupos cuyos elementos pueden pertenecer a más de un conjunto. También cuando se deben realizar clasificaciones. Los más conocidos son los diagramas de Venn y los de Carroll.

Ejemplo:

De los 35 estudiantes de un aula, 23 usan lentes, y 20, reloj. ¿Cuántos usan ambas cosas?

Solución:

Grupo 1: Estudiantes que usan lentes.
Grupo 2: Estudiantes que usan reloj.



Diagramas cartesianos

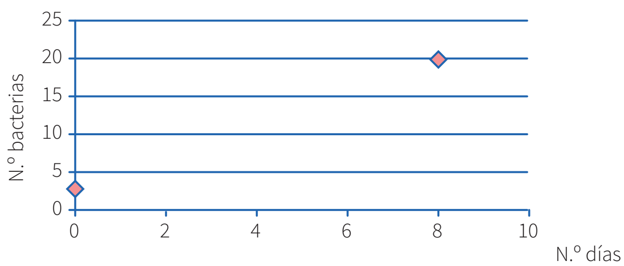
Son de gran utilidad cuando se requiere representar funciones o si tenemos pares ordenados o relaciones entre dos variables.

Ejemplo:

El crecimiento de un grupo de bacterias se da con el paso de los días de manera constante. Al inicio, había 3 bacterias, y después de 8 días llegan a 20. ¿Cuántos días transcurrirán desde el inicio para que la colonia tenga 400 bacterias?

Solución:

Cantidad:
Organizaremos los datos en un gráfico cartesiano.
Pares ordenados: (0; 3) (8; 20)



Diagramas lineales

Se usan cuando se cuenta con información acerca de una característica de un solo grupo. Generalmente se emplean para ordenar los elementos del grupo con respecto a esa característica.

Ejemplo:

Si tanto Roberto como Alfredo están más alegres que Tomás, mientras que Alberto se encuentra menos alegre que Roberto, pero más alegre que Alfredo, ¿quién está menos alegre?

Solución:

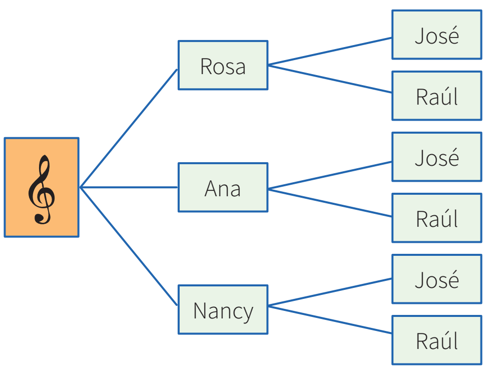
Tomás, Alfredo, Alberto, Roberto.

Tomás Alfredo Alberto Roberto +

Diagramas de árbol

Se suelen utilizar en conteos de casos posibles o para hacer listas sistemáticas. Es la representación gráfica de los principios de adición y multiplicación.

Ejemplo: Un productor de cumbia quiere armar un dúo mixto (varón y mujer). Puede elegir entre 3 cantantes mujeres y 2 cantantes varones. ¿Cuántos dúos mixtos diferentes puede formar?



3. Otras estrategias

Busca patrones

En algunos problemas es necesario experimentar con varios casos con el fin de encontrar pautas o regularidades que después se podrán emplear para llegar a la solución.

Ejemplo:

El arreglo mostrado se conoce como el triángulo de Pascal.

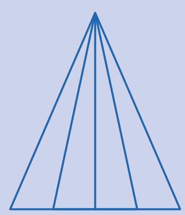
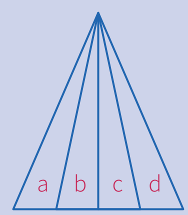
1
1 1
1 2 1
1 3 3 1
1 4 6 4 1
1 5 10 10 5 1

Escribe las tres filas siguientes de este arreglo. Como observas, cada fila empieza por uno. ¿Qué número sigue al 1 en la fila 75?, ¿cuál es la suma de los números que ocupan la fila número veinte?, ¿puedes encontrar un patrón en las diagonales del triángulo de Pascal?

Haz una lista sistemática

En los casos en que se requiere la enumeración de objetos matemáticos, es conveniente realizar un conteo o listado organizado, con el fin de no dejar de lado ninguna posibilidad. Esta estrategia es muy útil al buscar soluciones en una ecuación polinómica, para encontrar espacios muestrales o resolver problemas de permutaciones o combinaciones.

Ejemplo:

¿Cuántos triángulos hay en la siguiente figura?	Pongamos una etiqueta a cada uno de los cuatro triángulos en que se ha dividido el triángulo mayor.
	

Solución:

- Contemos ahora los triángulos identificándolos por el número de letras:

  Triángulos con una letra: a-b-c-d

  Triángulos con dos letras: ab-bc-cd

  Triángulos con tres letras: abc-bcd

  Triángulos con cuatro letras: abcd

- En total tenemos: 4 + 3 + 2 + 1 = 10 triángulos.

Generaliza

En algunos problemas puede ser muy útil simbolizar las expresiones o averiguar si lo que piden se refiere a un caso particular de alguna propiedad general; a esto se conoce como *la paradoja del inventor*. A veces, es conveniente investigar más de lo que piden.

Ejemplo:

Halla el valor de $(234\,756\,474)^2 - (234\,756\,473)^2$.

Solución:

Se observa que elevar al cuadrado cada número y luego realizar la resta sería demasiado laborioso, así que se trata de ver en la estructura del problema alguna particularidad. Lo primero que se observa es que consiste en una diferencia de cuadrados, lo que nos hace recordar las fórmulas algebraicas pertinentes. Además, se aprecia que los números son consecutivos.

- Al generalizar el problema, se observa que se solicita:

  $(n + 1)^2 - n^2$, cuando n vale 234 756 473

- Factorizando por diferencia de cuadrados, se tiene:

  $(n + 1 + n)\ (n + 1 - n) = (n + 1) + n$

- Luego, podemos afirmar que, para cualquier n entero positivo, se cumple:

  $(n + 1)^2 - n^2 = (n + 1) + n = 2n + 1$

- Ahora el problema se ha simplificado bastante; para hallar la respuesta, solo basta duplicar el número dado y aumentarle 1.

  Entonces:

  $(234\,756\,474)^2 - (234\,756\,473)^2 = 469\,512\,947$

Particulariza

Conviene siempre utilizar casos particulares para familiarizarse con el problema; de este modo, es posible observar algún método que guíe hacia la solución de un problema genérico.

Ejemplo:

En una tienda de remates te ofrecen un descuento del 12 %, pero, al mismo tiempo, debes pagar el impuesto general a las ventas (18 %). ¿Qué preferirías que calculasen primero, el descuento o el impuesto?

Solución:

- Particularicemos para algunos casos: Si el artículo vale S/100 y elijo primero el descuento, termino pagando S/106. Pero si elijo pagar el impuesto antes, entonces termino pagando la misma cantidad.
- Podemos probar con otros precios y obtener un resultado análogo. Esta experimentación me da pie para inferir que es lo mismo elegir primero el descuento o el impuesto.
- Ahora deberé evaluar mi conjetura.

Razona lógicamente

El razonamiento lógico es muy importante al resolver problemas, pues gracias a él podemos engarzar los pasos y comprender las secuencias y cadenas de razonamientos que se producen en el desarrollo de su solución. Un ejemplo clásico es el siguiente acertijo.

Ejemplo:

José, Jaime, Tito y Rosa son guardias en un museo. Ellos hacen guardia cuatro días a la semana. Dos personas solamente hacen guardia cada día. Nadie hace tres días de guardia seguidos. ¿Cuál de los tres hombres no hace guardia con Rosa?

Solución:

- Veamos una lista parcial que muestra los días de la semana en los que cada uno hace guardia:

Dom.	Lun.	Mar.	Miér.	Juev.	Vier.	Sáb.
José	Tito	Rosa	José	Jaime	Tito	Rosa
Jaime						

Empieza por el final

La estrategia de utilizar el pensamiento regresivo se utiliza mayormente en problemas en los cuales tenemos información de una situación final; también para demostrar desigualdades. La combinación de métodos progresivos y regresivos es una potente técnica para demostrar teoremas.

La utilización del razonamiento regresivo nos evitará tener que trabajar con ecuaciones complicadas.

Ejemplo:

El nivel del agua de un pozo desciende 3 centímetros por debajo de su mitad en cada hora, hasta quedar vacío luego de 4 horas. ¿Qué profundidad tenía el agua inicialmente?

Solución:

- "3 cm debajo de su mitad" se interpreta como $\div 2, -3$.
- Esto ocurre en cada hora y se repite 4 veces, ya que todo el suceso ocurre en 4 horas; de modo que al final el nivel es cero (0).
- Las operaciones directas serían así:

  $x \to (\div 2, -3, \div 2, -3, \div 2, -3, \div 2, -3) \to 0$
- Ahora, operando al revés, obtenemos: $x = 90$

Plantea una ecuación

Una de las técnicas de modelación por excelencia a nivel elemental es el planteo de ecuaciones. Lo primordial para poderla aplicar con éxito es el entrenamiento que se tenga en la traducción del lenguaje cotidiano al lenguaje algebraico. Es conveniente ponerse de acuerdo en cuanto a convenciones generales de redacción para no crear ambigüedades.

Ejemplo:

Dos velas de la misma longitud se encienden al mismo tiempo. La primera se consume en 4 horas, y la segunda, en 3. ¿Cuánto tiempo pasa, después de haberse encendido, hasta que la primera vela tenga el doble de longitud que la segunda?

Solución:

- La primera vela se consume en su cuarta parte cada hora.
- La segunda se consume en su tercera parte cada hora.

  Tiene que verificarse; por tanto:

  $L - (1/4)Lx = 2\,[L - (1/3)Lx]$; simplificando:

  $1 - (1/4)\,x = 2 - (2/3)x$; de donde $x = 2{,}4$ horas
- Es decir, pasan 2 horas 24 minutos.

Establece submetas

Muchas veces, para llegar a la solución de un problema, se deben resolver problemas más pequeños. Es como escalar una gran montaña: se sabe que se debe llegar a alturas menores para conquistar la cima. De igual manera, para resolver un problema original, se necesita de un problema auxiliar que sirva de medio.

Ejemplo:

Supongamos que la población actual del Perú es de 22 millones de habitantes y se sabe que la tasa de crecimiento es de un 5 % anual. ¿En cuánto tiempo se duplicará la población?

Solución:

- La primera meta es hallar una fórmula que modele el comportamiento de la población, y solo después de formada se igualará a 44 millones. Si bien, aquí la incógnita es el tiempo, se busca en su lugar la relación entre el tiempo y el número de habitantes.

Utiliza el ensayo y error

Tantear es una estrategia muy útil cuando se hace de forma organizada y evaluando cada vez los ensayos que se realizan. En realidad, algunos métodos específicos de solución, como el de regulación o el de aproximaciones sucesivas, se basan en el uso sistemático de numerosos ensayos y sus respectivas correcciones. La idea es que cada rectificación conduzca a un ensayo que se acerque más a la respuesta.

Ejemplo:

Un libro se abre al azar. El producto de las dos páginas observadas en ese momento es 3192. ¿Cuál es el número de las páginas en las que se abrió el libro?


©Shutterstock

Solución:

- Primero se observa que $50 \times 50 = 2500$, número que no llega; y que $60 \times 60 = 3600$, el cual se pasa. Con esto observamos que los números están en el rango entre 50 y 60.
- 55×56 no puede ser, pues el producto termina en 0. Se quiere que termine en 2 y que los números sean consecutivos.
- Al probar $53 \times 54 = 2862$, el resultado no corresponde.
- Pero, al hacer la prueba con $56 \times 57 = 3192$, se observa que cumple con el resultado que plantea el problema.
- Entonces, las páginas que se observaron fueron la 56 y la 57.

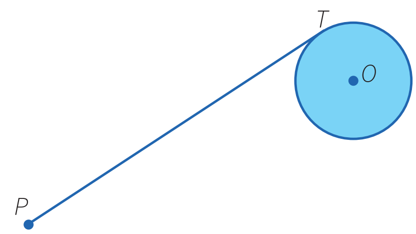
Supón el problema resuelto

Ejemplo:

Usando solo regla y compás construye una tangente a una circunferencia dada, desde un punto exterior a ella.

Solución:

Para resolver este problema, se supone que se debe hallar la tangente a una circunferencia, trazada desde un punto exterior a ella.



- El punto T es de tangencia. Entonces, ¿qué relación existe entre la tangente y algún elemento de la circunferencia? ¿Hay algún teorema que los relacione?
- Existe un teorema que nos dice que el radio es perpendicular a la tangente en el punto de tangencia.
- Por tanto, si unimos O con T, tendremos que OT es perpendicular a PT.
- Además, como tenemos tres puntos involucrados, P, T y O, es posible hacer un triángulo uniendo el punto P con el punto O. Se observa que el triángulo es rectángulo.

Ficha 1 Leemos el recibo de energía eléctrica

COMPETENCIA	CAPACIDADES	DESEMPEÑOS
Resuelve problemas de cantidad	Traduce cantidades a expresiones numéricas.	Establece relaciones entre datos y acciones de comparar e igualar cantidades. Las transforma a expresiones numéricas (modelos) que incluyen operaciones con números enteros, expresiones fraccionarias, decimales y porcentuales. Expresa los datos en unidades monetarias.
	Comunica su comprensión sobre el número y las operaciones.	Expresa con diversas representaciones y lenguaje numérico su comprensión sobre el significado del IGV para interpretar el problema en el contexto de las transacciones financieras y comerciales.
	Usa estrategias y procedimientos de estimación y cálculo.	Selecciona, emplea y combina estrategias y procedimientos diversos para realizar operaciones con números enteros, expresiones fraccionarias, decimales y porcentuales de acuerdo a las condiciones de la situación planteada.

Aprendemos

Observa y lee todos los detalles del siguiente recibo de luz que da información sobre el consumo mensual de electricidad y el monto que se debe pagar por este servicio.


Enel Distribución Perú S.A.A.
R.U.C. N° 20269985900
Calle César López Rojas #201
Urb. Maranga San Miguel - Lima - Lima

Fonocliente 517-1717
www.eneldistribucion.pe
fonocliente@enel.com
Descárgate la App Enel Perú

000002100
17306

MARZO 2017
Número de Cliente
098XXXX
Nro. Recibo: C-72492087

Usuario/a: COLINA YURI JOSÉ
Dirección: MZ G LT 111A H. COLONIA 1ER. SECTOR SAN MIGUEL
N° de Medidor: 00009394 3 Hilos
Ruta: 71-264-2518-91
Fecha de Emisión: (16/MAR/2017)
R.U.C.:

DATOS DEL SUMINISTRO
Alimentador: PA-15
Poten. Contratada: 9.90 kW
Medidor: TRIFÁSICO - Electrónico
Conexión: SUBTERRANEA
Tensión: 220 V - BT
Pliego Tarifario: LIMA
Tarifa: BT5B
Sistema Eléctrico: LIMA
Tipo de Conexión: C2.1

DETALLE DEL CONSUMO
Lectura Actual (15/03/2017) 5947
Lectura Anterior (11/02/2017) 5771
Factor 1
Consumo kWh 176
Precio Unitario S/. kWh 0.4837

DETALLE DE IMPORTES

Reposic. y Mant. de Conex	1.10
Cargo Fijo	2.53
Cargo por Energía	85.13
Alumbrado Publico	7.75
SUBTOTAL Mes Actual	96.51
I.G.V.	[illegible]
TOTAL Mes Actual	113.88
Aporte Ley N° 28749	1.43
Redondeo Mes Anterior	0.33
Redondeo Mes Actual	-0.14
Total Importes	S/ [illegible]

CONSUMO HISTÓRICO
Ene-17 S/ 75.50
Feb-17 S/ 126.50

TOTAL A PAGAR
S/*****
Usted está al día

VENCIMIENTO:
31/MAR/2017

El recibo ha sido deteriorado con unas manchas de tinta que impiden visibilizar datos importantes.

Responde:

¿Cuánto se paga por concepto de IGV? ¿Cuál es el TOTAL A PAGAR?

Comprendemos el problema

1. ¿Cuánto fue el consumo en kilowatt/hora (kWh) del Sr. José y cuánto es el precio unitario en soles por kWh?

2. ¿A cuánto asciende el SUBTOTAL del mes actual?

3. ¿Qué datos se han manchado con tinta roja?

4. ¿Qué debes averiguar?

Diseñamos o seleccionamos una estrategia o plan

1. ¿Qué estrategia debo emplear para calcular el Total Importes? Justifica tu respuesta.

a) Usar una fórmula

b) Hacer una lectura analítica

c) Establecer submetas

2. ¿Qué costos están contemplados en el Total Importes?

Ejecutamos la estrategia o plan

1. Calcula el 18 % del SUBTOTAL Mes Actual.

2 Verifica el TOTAL Mes Actual con el valor del IGV calculado.

3. Calcula el valor del Total Importes.

4. ¿Cuál es el monto del TOTAL A PAGAR?

Reflexionamos sobre el desarrollo

1. ¿Qué ventajas representa emplear la lectura analítica como estrategia?

2. ¿El monto indicado en el Total Importes es el mismo que el indicado en el TOTAL A PAGAR?

Analizamos

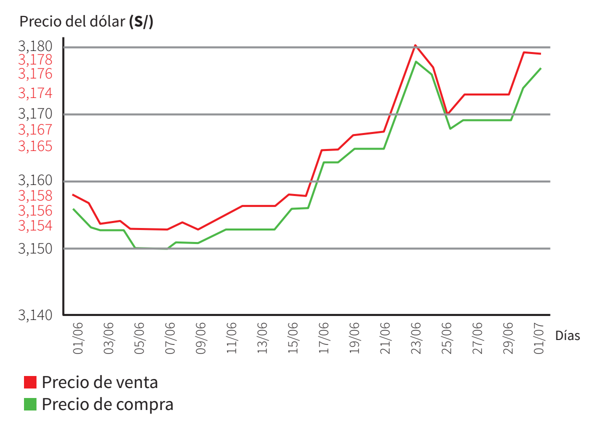
Situación A

La siguiente gráfica corresponde a la evolución de compra y venta del dólar durante un mes. El eje vertical representa el precio del dólar en soles y el eje horizontal, los días del mes entre el 1 de junio y el 1 de julio.

La línea roja corresponde al precio de venta del dólar, mientras que la línea verde representa el precio de compra.

Durante todo el mes, el precio de venta es mayor al precio de compra. Por lo tanto, si el cambista vende los dólares comprados el mismo día, ganará; excepto el día 24 de junio, cuando coinciden ambas líneas.

¿Qué días del mes comprarías y venderías $1000 para que tu ganancia sea máxima? ¿Cuánto sería tu ganancia máxima?



Resolución

a) **¿Entre qué días del mes los precios de compra y venta del dólar han tenido la mayor baja?**
Los precios de compra y venta han tenido la mayor baja entre los días 5 y 7 de junio.

b) **¿Qué día del mes los precios de compra del dólar y de venta han tenido la mayor alza?**
La mayor alza de los precios de compra y venta ha sido el día 23 de junio.

c) **¿En qué números se dan los precios del dólar y con qué aproximación?**
En números decimales y con una aproximación hasta las milésimas.

d) **¿Qué significa 3,158 soles?**
Significa 3 soles con 158 milésimas de sol.

e) **¿Entre el 01/06 y el 01/07, qué días se gana más dinero en la compra y venta de dólar?**
Los días 26, 27, 28 y 29 de junio.

f) Para tener la máxima ganancia, compraría $1000 el 05/06 y los vendería el 23/06.
Precios de compra: 1000 x 3,150 = S/3150
Precio de venta: 1000 x 3,180 = S/3180
Ganancia = S/3180 - S/3150 = S/30

1. ¿Qué estrategia se utilizó para resolver el problema?

a) Parafrasear el problema

b) Elaborar el gráfico cartesiano

c) Hacer una lectura analítica del gráfico

2. ¿Por qué el 23 de junio es el día de mayor alza en los precios de compra y venta del dólar?

3. Escribe el significado de 3,150 en soles y céntimos.

4. ¿Por qué se da los precios en milésimas de sol, cuando solo tenemos dinero en céntimos?

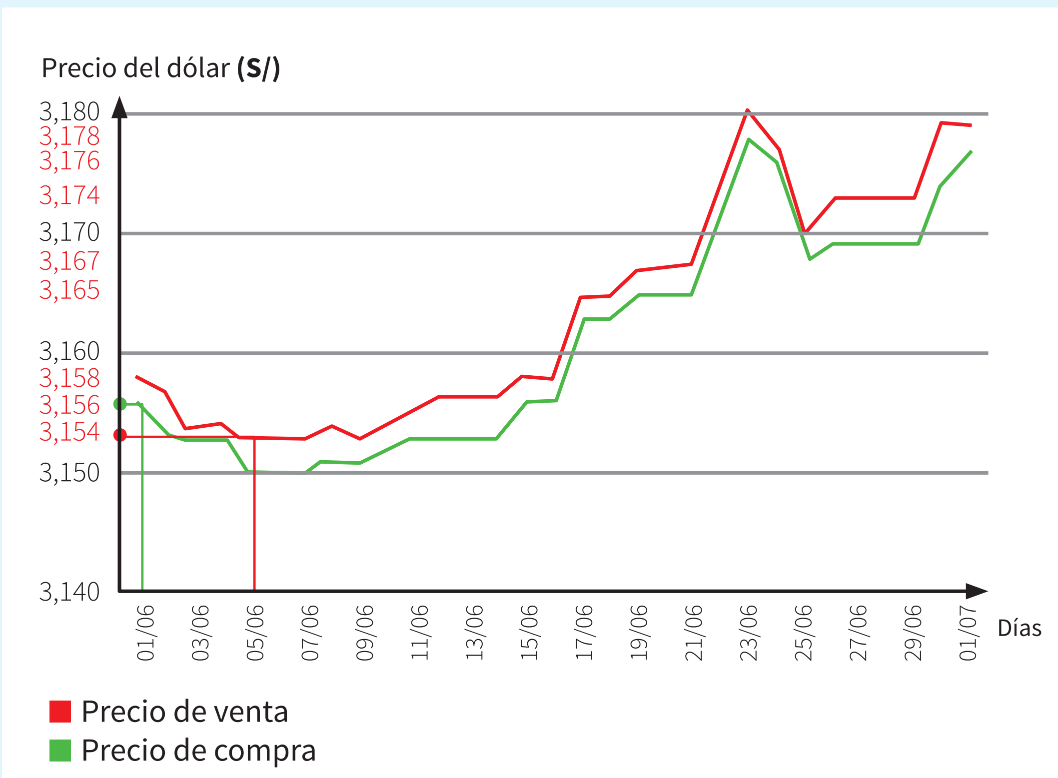
5. ¿Por qué los días 26, 27, 28 y 29 de junio se gana más dinero en la compra y venta de dólares?

6. ¿Qué estrategias podrías aplicar para ganar más dinero en un mes en la compra y venta de $1000?

Situación B

Ana trabaja como cambista de dólares y el día 1 de junio compra $10 000, y como había tendencia a la baja, los vende el día 5 de junio.

¿Cuántos soles ha invertido? ¿Pierde o gana, cuántos soles?



Resolución

a) Para saber cuántos soles invierte en la compra de $10 000, debemos trazar una línea vertical que una la fecha 01/06 con el inicio de la línea verde.

b) El 01/06 el precio de compra del dólar es S/3,156. Entonces, para saber cuánto ha invertido, multiplico este precio por 10 000:

3,156 x 10 000 = 31 560

Se ha invertido S/31 560.

c) El 05/06 el precio de venta del dólar es S/3,154. Entonces, para saber cuánto se ha recibido, multiplico este valor por 10 000:

3,154 x 10 000 = 31 540

Se ha recibido S/31 540.

d) Debido a que el monto recuperado es menor que el monto invertido, Ana pierde.

e) Para saber cuánto ha perdido, calculamos la diferencia entre el monto invertido en la compra de dólares y el monto recuperado.

S/31 560 - S/31 540 = S/20

Respuesta: Ana ha perdido 20 soles.

1. ¿Cuál de las siguientes estrategias utilizó para determinar la cantidad de dinero invertido?

a) Diagrama cartesiano

b) Diagrama de tiras

c) Diagrama tabular

2. ¿De dónde sale la ganancia del cambista?

3. ¿Por qué en el problema el precio de venta es siempre mayor que el precio de compra?

4. ¿En qué casos Ana siempre ganaría en el mes? Justica tu respuesta.

5. Si en lugar de vender los $10 000 el 05/06, hubiera vendido el 17/06, ¿cuánto habría sido la ganancia?

6. ¿Cuánto debe ser el precio de venta para que Ana no pierda ni gane? Justifica tu respuesta.

Situación C

Ana y Felipe trabajan como cambistas de dólares. Para obtener la mayor ganancia, realizan la operación de compra y venta de dólares en los días de mayor diferencia entre los precios de compra y venta. Observa las estrategias de Ana y Felipe y responde cuál es la más eficiente.

Estrategia de Ana:

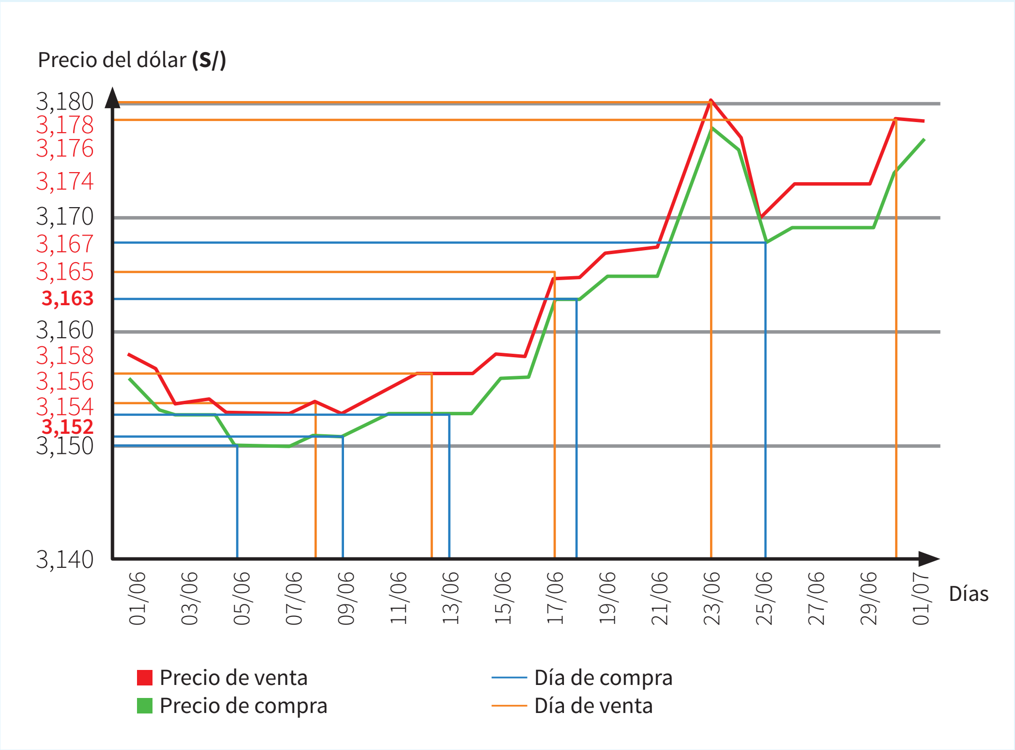
Para asegurar la mayor ganancia, compra los $10 000 el día en que el precio de compra es el más bajo y los vende el día de la alza más cercana en los precios del dólar.

En la gráfica se representan con líneas azules los días de compra de dólares y con líneas anaranjadas los días de venta de dólares por parte de Ana.

La primera compra de dólares se realiza el 05 de junio y la primera venta, el 08 de junio. Luego realiza las demás compras.

Estrategia de Felipe:

Compra los $10 000 el día en que el precio de venta es el más bajo del mes y los vende el día en que el precio de venta del dólar es el más alto del mes.



¿Cuál de ellos gana más dinero en la compra y venta de $10 000? ¿Cuál es la estrategia más eficiente?

(La eficiencia es la mayor cantidad de dinero ganado en el menor número de transacciones).

Resolución

(Encuentra el error)

a) Aplico la estrategia de Ana:
Primera compra el día 05/06:
Gasta en la compra: S/3,150 x 10 000 = S/31 500
Primera venta el día 08/06:
Ingreso en la venta: S/3,154 x 10 000 = S/31 540
Ganancia de Ana: S/31 540 - S/31 500 = S/40
Las demás compras y ventas se muestran en la tabla.

Día	Precio de compra	Gasto Compra en S/	Precio de venta	Venta en S/	Ganancia del día en S/
05/06	3,150	31 500			
08/06			3,154	31 540	40
09/06	3,152	31 520			
12/06			3,156	31 560	40
13/06	3,154	31 540			
17/06			3,165	31 650	110
18/06	3,163	31 630			
23/06			3,180	31 800	170
25/06	3,167	31 670			
30/06			3,178	31 780	110
TOTAL					470

b) Aplico la estrategia de Felipe:
Calculo el precio de compra del 05/06:
S/3,150 x 10 000 = S/31 500
Ingreso en la venta del 23/06:
S/3,180 x 10 000 = S/31 800
Ganancia de Felipe: S/31 800 - S/31 500 = S/300

Por lo tanto:

c) La estrategia de Ana es la más eficiente porque gana más dinero.

1. ¿Cuántas transacciones de compra-venta realiza Ana?

2. ¿Cuántas transacciones de compra-venta realiza Felipe?

3. ¿Es correcto que la estrategia de Ana es la más eficiente?

4. Si tu respuesta a la pregunta anterior fuera negativa, ¿cuál sería la respuesta correcta? ¿Por qué?

5. ¿Cómo compruebas tu respuesta de la pregunta 4?

Practicamos

1. Valeria demoró $\frac{3}{4}$ de hora en resolver un problema de matemática, mientras que Roxana demoró la $\frac{1}{2}$ del tiempo que demoró Valeria. ¿Qué fracción de hora demoró Roxana en resolver el examen?

a) $\frac{3}{2}$ de hora **b)** $\frac{1}{2}$ hora **c)** $\frac{2}{3}$ de hora **d)** $\frac{3}{8}$ de hora

2. Carlos ocupa $\frac{1}{3}$ del día para trabajar, $\frac{1}{6}$ del día para estudiar y $\frac{1}{4}$ del día para dormir. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera?

a) Carlos ocupa menos tiempo en trabajar que en estudiar o en dormir.

b) Carlos ocupa más tiempo del día en estudiar que en trabajar o dormir.

c) Carlos ocupa el mismo tiempo en trabajar y en dormir.

d) Carlos ocupa más tiempo del día en trabajar que en estudiar o en dormir.

3. Una receta para preparar queques requiere los siguientes ingredientes:

Ingredientes	Cantidad
Harina	$\frac{3}{2}$ de taza
Leche	$\frac{1}{2}$ de taza
Azúcar	$\frac{2}{3}$ de taza

Ingredientes	Cantidad
Huevos	2 unidades
Vainilla	$\frac{1}{3}$ de cucharadita
Polvo de hornear	3 cucharaditas

¿Cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera?

a) Se utiliza la misma cantidad de vainilla y de polvo de hornear.

b) Se utiliza más azúcar que harina en la preparación del queque.

c) Se utiliza menos cantidad de leche que de azúcar.

d) Se utiliza la misma cantidad de azúcar y de harina.

4. Se borró una parte del segmento que estaba dibujado y quedó el segmento que se muestra a continuación, el cual representa los $\frac{3}{5}$ del segmento completo. Representa gráficamente el segmento completo.

5. En los Juegos Olímpicos de Londres 2012, en la categoría de atletismo en 100 metros planos, el estadounidense Justin Gatlin registró 9,79 s, mientras que los jamaiquinos Usain Bolt y Yohan Blake obtuvieron 9,63 s y 9,75 s, respectivamente.

¿En qué orden llegaron estos competidores a la meta?

a) Justin Gatlin, Usain Bolt, Yohan Blake.

b) Usain Bolt, Yohan Blake, Justin Gatlin.

c) Justin Gatlin, Yohan Blake, Usain Bolt.

d) Usain Bolt, Justin Gatlin, Yohan Blake.

6. Al partido entre Chile y Perú, en la ronda de semifinales de la Copa América Chile 2015, asistieron aproximadamente 45 000 personas. Si el estadio de Santiago tiene una capacidad máxima de 50 000 personas, ¿qué porcentaje de asistencia hubo en el estadio para ese partido?

a) 90 % **b)** 45 % **c)** 50 % **d)** 10 %

7. En la siguiente figura se muestra un terreno rectangular. Las partes de la figura pintadas con verde representan las áreas sembradas de lechugas. ¿Qué parte del total del terreno rectangular se ha sembrado con lechugas?

8. En una tienda venden chocolates en cajas de tres tamaños: la caja pequeña contiene 16 chocolates, la caja mediana contiene 25 % más que la caja pequeña y la caja grande contiene 40 % más que la caja mediana. Teniendo en cuenta lo anteriormente señalado, ¿cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera?

a) La caja grande contiene 65 % más que la caja pequeña.

b) La caja mediana contiene 41 chocolates.

c) La caja grande contiene 28 chocolates.

d) La caja pequeña contiene el 75 % de la caja mediana.

9. El maestro de matemática llevó al salón de clases 6 melones de tamaño y peso similares para premiar a los que llegaron temprano. Los estudiantes se ubicaron en seis filas y a cada fila le entregó un melón. En la primera fila había 5 alumnos; en la segunda, 8; en la tercera, 6; en la cuarta, 3; en la quinta, 4; y en la sexta, solo 2. El maestro pidió que cada melón se repartiera en partes iguales entre los estudiantes de cada fila.

¿En cuál de las filas cada alumno recibió la menor parte del melón?

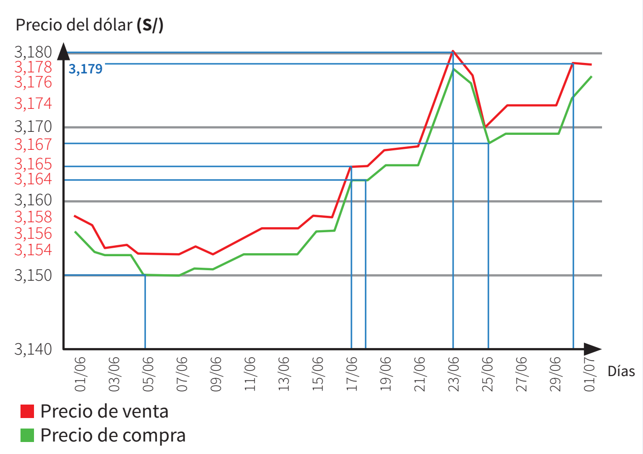
a) En la sexta fila.

b) En la quinta fila.

c) En la tercera fila.

d) En la segunda fila.

10. Juan es un cambista de dólares. Durante el mes de junio, realizó 3 operaciones de compra y venta los días que se indican en el gráfico. Si Juan contó con un capital inicial de $10 000, ¿cuál fue su ganancia durante ese mes?



Observa en el gráfico las partes de la línea roja que son rectas y casi verticales. Los valores de los precios de venta tienen mayor aumento, por lo que conviene venderlos en estos días. Asimismo, hay que comprar dólares en los días donde hay caída del precio de compra del dólar.
Por ejemplo, hay mayor aumento del precio de venta entre los días 16/06 al 17/06 y la mayor caída del precio de compra ocurre del 24/06 al 25/06.

Si se compran dólares el día 05/06, el gasto por la compra de $10 000 en soles será:

S/3,150 x 10 000 =

Si se venden dólares el día 17/06, el ingreso por la venta de $10 000 en soles será:

S/3,165 x 10 000 =

La ganancia al día 17/06 será: ingreso por la venta menos el gasto por la compra el 05/06.

a) Calcula los gastos en la compra y los ingresos por la venta de dólares en las fechas indicadas en la figura anterior y completa la siguiente tabla en los espacios marcados.

Día	Precio de compra	Gasto Compra en S/	Precio de venta	Venta en S/	Ganancia del día en S/	Capital acumulado S/
05/06	3,150					31 500
17/06					150	31 650
18/06	3,164					
23/06			3,180			
25/06	3,167					
30/06					120	

b) Finalmente, calculamos la ganancia del mes como la diferencia del capital inicial y el capital acumulado durante el mes:

Ganancia del mes:

Ficha 2

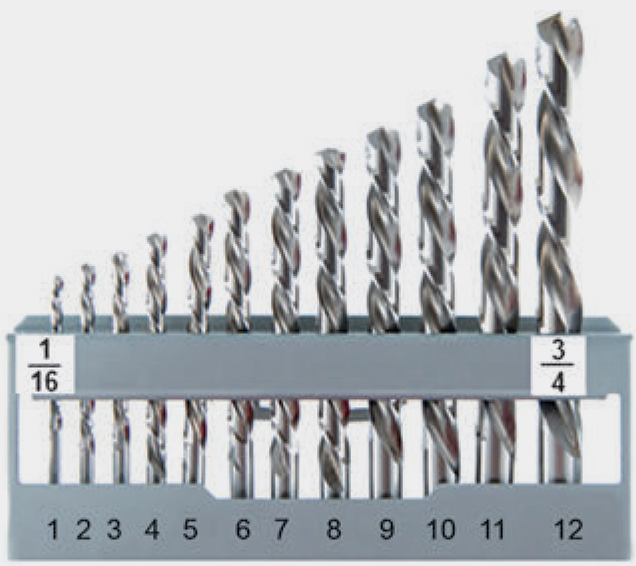
Comparamos fracciones con el empleo de las brocas

COMPETENCIA	CAPACIDADES	DESEMPEÑOS
Resuelve problemas de cantidad	Traduce cantidades a expresiones numéricas.	Establece relaciones entre datos y acciones de comparar e igualar cantidades o una combinación de acciones. Las transforma a expresiones numéricas (modelos) que incluyen operaciones con expresiones fraccionarias o decimales y porcentuales.
	Comunica su comprensión sobre los números y las operaciones.	Expresa con diversas representaciones y lenguaje numérico su comprensión sobre las propiedades de las expresiones racionales y fraccionarias.
	Usa estrategias y procedimientos de estimación y cálculo.	Selecciona, emplea y combina estrategias de cálculo y procedimientos diversos para realizar operaciones con expresiones fraccionarias, decimales y porcentuales usando propiedades de los números de acuerdo a las condiciones de la situación planteada.
	Argumenta afirmaciones sobre las relaciones numéricas y las operaciones.	Plantea afirmaciones sobre las relaciones de orden entre dos números racionales y sus equivalencias. Reconoce errores o vacíos en sus justificaciones y en las de otros y los corrige.

Aprendemos

En la figura adjunta se muestra un estuche de brocas de acero que sirven parar perforar paredes de cemento. Las brocas están numeradas de menor a mayor tamaño y las dimensiones están dadas en pulgadas.

En la figura, por falta de espacio, se dan solo las dimensiones de las brocas 1 y 12. Se sabe que las demás brocas son de $\frac{9}{16}$ de pulgada, $\frac{3}{16}$ de pulgada, $\frac{7}{16}$ de pulgada, $\frac{5}{16}$ de pulgada, $\frac{11}{16}$ de pulgada, $\frac{1}{4}$ de pulgada, $\frac{3}{8}$ de pulgada, $\frac{1}{2}$ pulgada, $\frac{5}{8}$ de pulgada y $\frac{1}{8}$ de pulgada. Identifica la medida de las brocas 2 a la 11 en pulgadas y ordénalas de menor a mayor tamaño.



Fuente: *https://goo.gl/uDzCZZ*

Comprendemos el problema

1. ¿Qué se muestra en la figura?

2. ¿Cómo están numeradas las brocas de acero?

3. ¿En qué unidades están dadas las dimensiones de las brocas?

4. ¿Qué tienes que hacer? ¿Qué te solicita el problema?

Diseñamos o seleccionamos una estrategia o plan

1. ¿Las fracciones que representan la medida de las brocas son homogéneas o heterogéneas?

2. ¿Qué gráfica podemos utilizar para ordenar las fracciones de menor a mayor? Justifica tu respuesta.

a) Gráfica cartesiana

b) Recta numérica

c) Diagrama tabular

Ejecutamos la estrategia o plan

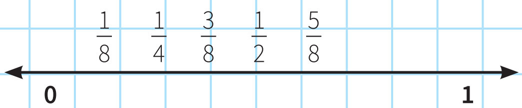
1. Multiplica por un factor al numerador y denominador, de manera que todos tengan el mismo denominador igual a 16:

$\frac{1 \times 4}{4 \times 4} =$; $\frac{3 \times 2}{8 \times 2} =$; $\frac{1 \times}{8 \times} =$

$\frac{5 \times}{8 \times} =$

2. Grafica una recta numérica cuya unidad tenga 16 divisiones y ubica las fracciones:

3. Ubica en la misma recta todas las fracciones que representan a las brocas.



4. Ubica en la siguiente tabla las brocas de la 2 a la 11.

N.º	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Broca										

Reflexionamos sobre el desarrollo

1. ¿En qué parte del problema tuviste mayores dificultades? ¿Por qué?

2. ¿Cómo superaste la dificultad encontrada?

3. Calcula la medida de la broca 2 en milímetros (1 pulgada = 25,4 mm).

¿?
Analizamos

Situación A

Una institución educativa cuenta con una delegación de estudiantes para participar en los Juegos Interescolares de Secundaria que se desarrollarán en setiembre. De esta delegación que participará en diferentes disciplinas, $\frac{1}{6}$ pertenece al primer grado; $\frac{1}{4}$, a segundo grado; $\frac{3}{18}$, a tercer grado; $\frac{1}{3}$, a cuarto grado, y $\frac{1}{12}$, a quinto grado.

¿A qué grado pertenece la mayor parte de los estudiantes de esta delegación? ¿Cómo lo sabes?

Resolución

a) Para determinar a qué grado pertenece la mayor parte de estudiantes, ordeno las fracciones. Para ello, escribimos las partes de la delegación en forma de fracciones homogéneas con denominador 12.

Grado	Parte de la delegación	Fracción homogénea
Primero	$\frac{1}{6}$	$\frac{2}{12}$
Segundo	$\frac{1}{4}$	$\frac{3}{12}$
Tercero	$\frac{3}{18}=\frac{1}{6}$	$\frac{2}{12}$
Cuarto	$\frac{1}{3}$	$\frac{4}{12}$
Quinto	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{12}$

b) Entre las fracciones que tienen el mismo denominador, es mayor el que tiene mayor numerador.

$$\frac{4}{12} > \frac{3}{12} > \frac{2}{12} > \frac{1}{12}$$

c) **Respuesta:** la mayor parte de los estudiantes pertenece al cuarto grado.

1. ¿Qué estrategia se utilizó para resolver el problema?

2. ¿Por qué es necesario escribir la fracción $\frac{3}{18}$ en forma equivalente a $\frac{1}{6}$?

3. ¿Por qué es necesario transformar las fracciones heterogéneas en homogéneas?

4. Comprueba la afirmación "entre fracciones que tienen el mismo denominador, es mayor el que tiene mayor numerador", pintando la fracción.

$\frac{2}{12}$

$\frac{4}{12}$

$$\frac{4}{12} > \frac{2}{12}$$

Situación B

Marcela compró una chompa con el 20 % de descuento. Si ella pagó 36 soles, ¿cuál será el precio de etiqueta del producto?

Resolución

a) Si a Marcela le descuentan el 20 %, paga por la chompa el 80 % del costo. Represento esta afirmación en un diagrama de tiras.

Precio de la chompa sin descuento

10%	10%	10%	10%	10%	10%	10%	10%	10%	10%

Precio de la chompa con descuento: S/36 — Descuento

b) Cada recuadro representa la octava parte del precio de compra: $\frac{36}{8}$.

Precio de la chompa sin descuento

$\frac{36}{8}$	$\frac{36}{8}$	$\frac{36}{8}$	$\frac{36}{8}$	$\frac{36}{8}$	$\frac{36}{8}$	$\frac{36}{8}$	$\frac{36}{8}$	$\frac{36}{8}$	$\frac{36}{8}$

Precio de la chompa con descuento = S/36 — Descuento

c) El precio de la chompa sin descuento será 10 veces del equivalente en fracciones del recuadro:

$$10 \times \frac{36}{8} = 45$$

d) **Respuesta:** el precio de la chompa sin descuento es S/45.

1. ¿Qué estrategia se aplicó en la resolución del problema?

a) Diagrama tabular
b) Diagrama de tiras
c) Diagrama analógico

2. ¿Por qué se asume que paga por la chompa el 80 % del costo?

3. ¿Por qué cada recuadro es igual al 10 % del total?

4. Si el 100 % del costo es S/45, ¿qué porcentaje del total representa S/36?

Situación C

En la siguiente figura se muestra un estuche de brocas ordenadas de menor a mayor grosor. Las medidas de las brocas, en pulgadas, se muestran en la parte superior de cada una ellas, excepto de la segunda, cuarta y sexta. Determina las medidas de la segunda, cuarta y sexta brocas, cuyas medidas son exactamente el promedio de las medidas de las brocas vecinas.

Resolución

(Encuentra el error)

a) Para determinar la medida de la broca 2, debemos hallar un número racional comprendido entre 1/32 y 1/16. Para ello, sumamos estas fracciones y el resultado lo dividimos entre 2:

$$\frac{\frac{1}{32}+\frac{1}{16}}{2} = \frac{\frac{1+2}{32}}{2} = \frac{\frac{3}{\cancel{32}}}{\cancel{2}} = \frac{3}{16}$$

b) Para la broca 4 hallamos el promedio de las medidas de las brocas 3 y 5:

$$\frac{\frac{1}{16}+\frac{1}{32}}{2} = \frac{\frac{2+3}{32}}{2} = \frac{\frac{5}{\cancel{32}}}{\cancel{2}} = \frac{5}{16}$$

c) Para la broca 6 hallamos el promedio de las medidas de las brocas 5 y 7:

$$\frac{\frac{3}{32}+\frac{1}{8}}{2} = \frac{\frac{3+4}{32}}{2} = \frac{\frac{7}{\cancel{32}}}{\cancel{2}} = \frac{7}{16}$$

d) **Respuesta:** Las medidas de las brocas 2, 4 y 6 son 3/16, 5/16 y 7/16 pulgadas, respectivamente.

1. ¿Los resultados obtenidos con correctos? ¿Por qué?

2. Completa la siguiente tabla con los valores de las medidas de todas las brocas: $\frac{1}{32}, \frac{3}{16}, \frac{1}{16}, \frac{5}{16}, \frac{3}{32}, \frac{7}{16}$ y $\frac{1}{8}$:

N.°	En pulgadas	Fracción homogénea
1		
2		
3		
4		
5		
6		
7		

3. Ordena las fracciones homogéneas de menor a mayor.

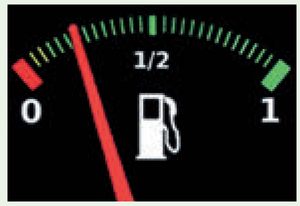
$$\frac{1}{32} < \frac{2}{32} < \frac{3}{32} < \frac{4}{32} < \frac{6}{32} < \frac{10}{32} < \frac{14}{32}$$

4. ¿Son correctos los valores hallados para las brocas 2, 4 y 6? ¿Por qué?

5. Si no son correctos, identifica el error. Luego explica y completa la tabla con las medidas correctas.

Practicamos

1. Jaime viajó con su familia de Lima a Huaraz. Para comenzar el viaje, llenaron totalmente el tanque de gasolina. En un tramo del viaje, la gasolina que aún quedaba en el tanque estaba representada en la escala del panel de control del auto, como se observa en la imagen. **¿Qué parte del tanque todavía tiene gasolina?**



Fuente: *https://goo.gl/bH6gR7*

a) $\frac{4}{7}$ b) $\frac{3}{14}$ c) $\frac{7}{14}$ d) $\frac{5}{14}$

2. Con la información del problema anterior y sabiendo que el tanque tiene una capacidad de 63 litros, **¿cuántos litros de gasolina faltan para llenar completamente el tanque?**

a) 27,5 b) 15,5 c) 49,5 d) 36,5

3. En dos balanzas defectuosas se pesa una bolsa con cebollas. En una de ellas se registra $1\frac{1}{4}$ kg; mientras que en la otra, 1,120 kg. Si el peso real de la bolsa con cebollas se encuentra entre estos valores, ¿cuál de las siguientes medidas podría corresponder al peso real?

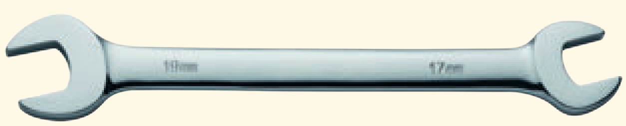
a) 1,18 kg b) 1,12 kg c) 1,10 kg d) 1,00 kg

4. Juan y Esperanza plantean la siguiente propuesta a Luis para obtener un préstamo de dinero a plazos. Juan promete pagar el 19 % de interés. Esperanza promete pagar como interés $\frac{1}{5}$ de la cantidad prestada. Si Luis quiere obtener la mayor utilidad por el dinero prestado, ¿a cuál de los dos amigos debe otorgarle el préstamo? Justifica tu respuesta.

5. Sobre una plancha de metal se han perforado dos orificios cuyas medidas de diámetro son $\frac{3}{4}$ de pulgada y 1 pulgada, respectivamente. Si el orificio menor es muy estrecho y el mayor, muy holgado, ¿qué medida podría tener el diámetro del orificio que se ajusta mejor a los requerimientos?

a) $\frac{5}{8}$ de pulgada **b)** $\frac{11}{16}$ de pulgada **c)** $\frac{7}{8}$ de pulgada **d)** $\frac{9}{8}$ de pulgada

6. En la ferretería venden tres tamaños de llaves de boca, como se muestra en la imagen.



Para desarmar una máquina se probó con una llave de $1\frac{1}{4}$ de pulgada, pero resultó muy grande. Cuando se probó con una de $\frac{3}{4}$ de pulgada, esta resultó muy pequeña. Entonces, ¿de qué medida debe ser la llave de boca que se necesita?

a) 2 pulgadas **b)** 1 pulgada **c)** $1\frac{1}{16}$ de pulgadas **d)** $\frac{1}{2}$ pulgada

7. Tres marcas de detergente tienen la siguiente promoción para bolsas de 100 gramos. La marca "Limpia todo" incrementa $\frac{1}{8}$ de detergente en cada bolsa, la marca "Saca mugre" incrementa cada bolsa con 15 % de detergente y la marca "Blancura total" pesa 112,5 gramos de detergente en cada bolsa. ¿Cuáles de las marcas coincidieron en la cantidad de detergente que se ha incrementado en cada bolsa? Justifica tu respuesta.

Observa la siguiente infografía y, a continuación, resuelve los problemas 8 y 9 con la información que incluye.

Fuente: https://goo.gl/9BTCHo

8. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones sobre la composición del costo de producción del café es correcta?

a) $\frac{1}{5}$ del costo corresponde a la mano de obra.

b) $\frac{3}{5}$ del costo corresponde a los fertilizantes.

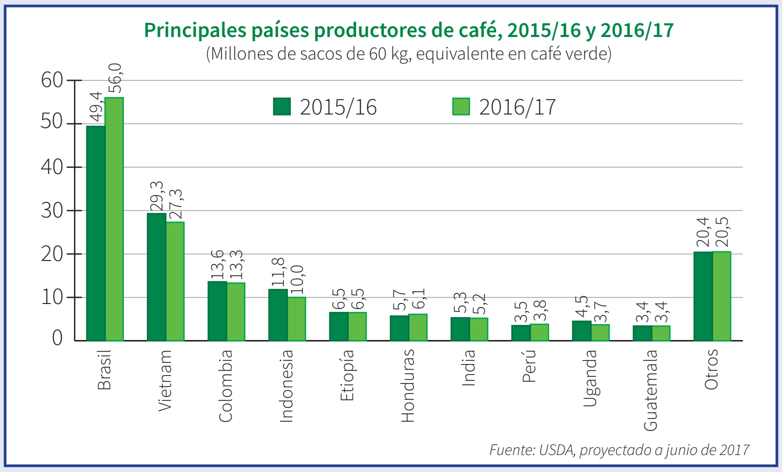
c) $\frac{3}{5}$ del costo corresponde a otros gastos.

d) $\frac{1}{5}$ del costo corresponde a los fertilizantes.

9. De acuerdo a la distribución de la producción por tamaño de área, la mayor producción de café proviene de las tierras con:

a) Más de 20 hectáreas. **b)** Menos de 1 hectárea **c)** Entre 5,1 y 20 hectáreas **d)** Entre 1,1 y 5 hectáreas.

10. Compara los datos del siguiente gráfico y de la infografía de la página anterior. Luego responde: ¿Qué países han tenido el mayor incremento de la producción de café entre los periodos 2012/2013 a 2016/2017? Justifica tu respuesta.



País	Producción de café en millones de sacos de 60 kg		
	2012/2013	2015/2016	Incremento
Brasil			
Vietnam			
Colombia			
Indonesia			
Etiopía			

País	Producción de café en millones de sacos de 60 kg		
	2015/2016	2016/2017	Incremento
Brasil			
Vietnam			
Colombia			
Indonesia			
Etiopía			

Ficha 3

Los proyectos mejoran nuestra comunidad

COMPETENCIA	CAPACIDADES	DESEMPEÑOS
Resuelve problemas de cantidad	Traduce cantidades a expresiones numéricas.	Establece relaciones entre datos, las transforma a expresiones numéricas que incluyen expresiones fraccionarias o decimales.
	Comunica su comprensión sobre los números y las operaciones.	Expresa con diversas representaciones y lenguaje numérico su comprensión sobre las propiedades de las expresiones fraccionarias.
	Usa estrategias y procedimientos de estimación y cálculo.	Selecciona y emplea estrategias de cálculo, estimación y procedimientos diversos para realizar operaciones con expresiones fraccionarias y decimales.

Aprendemos

Las municipalidades distritales reciben partidas de dinero para financiar proyectos en bien de la comunidad. La municipalidad de un distrito ancashino ha destinado esta partida para la implementación de los siguientes proyectos:

Proyecto Áreas Verdes: S/12 000.

Proyecto Cuidando la Salud: S/16 000.

Proyecto Mejoro mi Barrio: S/20 000.

Proyecto Construcción de Losa Deportiva: S/12 000.

Proyecto Leo para Aprender: S/15 000.

Otros proyectos: S/25 000.

Fuente: *https://goo.gl/V11CKZ*

Responde:

1. ¿Qué fracción del dinero se ha destinado a cada uno de los proyectos mencionados?

2. ¿Qué parte o fracción del dinero se va a utilizar en el Proyecto Cuidando la Salud más que el Proyecto Construcción de Losa Deportiva?

Comprendemos el problema

1. ¿Qué nos dice la situación planteada?

2. ¿Qué te piden resolver?

3. ¿Con qué datos cuentas para resolver el problema?

4. ¿Cómo se interpretan las partes o la fracción de un todo? (Puedes usar ejemplos numéricos).

Diseñamos o seleccionamos una estrategia o plan

1. ¿Qué estrategia te sirve para resolver el problema? Explica tu respuesta.

   a) El ensayo y error

   b) Identificar el todo y sus partes

   c) Plantear una ecuación

Ejecutamos la estrategia o plan

1. Inicia el plan elegido, responde: ¿Cuánto es el total de la inversión que la municipalidad ancashina mencionada ha destinado para sus proyectos?

2. ¿Qué representaría este valor?

3. Si el total representa el todo, ¿cómo representamos la parte del dinero que se destinó a cada uno de los proyectos mencionados?

4. Para saber cuánto más se utiliza en el Proyecto Cuidando la Salud que en el Proyecto Construcción de Losa Deportiva, aplica la operación apropiada.

Reflexionamos sobre el desarrollo

1. ¿Cómo podrías resolver la situación sin necesidad de emplear operaciones con fracciones?

2. Describe la estrategia que seleccionaste para resolver la situación.

Analizamos

Situación A

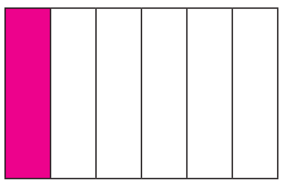
Tres amigos se asocian para montar un negocio de comidas. Alberto aporta $\frac{1}{6}$ del capital; Bertha, $\frac{2}{5}$ del mismo capital; y César, el resto del capital. ¿Qué fracción del capital aportó César más que Bertha?

Resolución

Representamos los datos mediante gráficos:

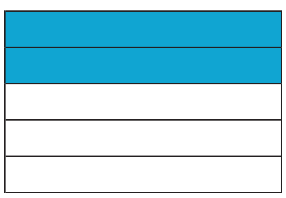
Aporte de Alberto:

$\frac{1}{6}$ del total

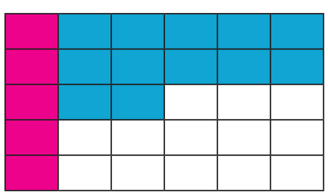


Aporte de Bertha:

$\frac{2}{5}$ del total



Luego, si juntamos los gráficos, se tiene que ambos han aportado: $\frac{1}{6} + \frac{2}{5} = \frac{5 + 12}{30} = \frac{17}{30}$



Entonces César aportó lo que faltaría para completar la unidad, es decir, $\frac{13}{30}$.

El aporte de Bertha es $\frac{2}{5}$, lo que equivale a $\frac{12}{30}$.

Finalmente, la diferencia entre el aporte de César y Bertha es $\frac{13}{30} - \frac{12}{30} = \frac{1}{30}$.

Respuesta: César aportó $\frac{1}{30}$ del capital más que Bertha.

1. ¿Qué estrategia se utilizó para resolver la situación?

2. Describe el procedimiento realizado en la resolución del problema.

3. ¿Habrá otra forma de resolver la situación propuesta? Explícala.

Situación B

Un bus interprovincial demora tres horas para ir de Lima a Barranca. Si en la primera hora recorre $\frac{1}{3}$ del camino y en la segunda hora recorre $\frac{3}{10}$, ¿qué parte del camino deberá recorrer en la tercera hora para llegar en el tiempo establecido?

Resolución

Se interpreta que en cada hora recorre un tramo.

El primer tramo recorrió $\frac{1}{3}$.

El segundo tramo recorrió $\frac{3}{10}$.

El tercer tramo, le falta x.

Planteamos una ecuación:

$$\frac{1}{10} + \frac{3}{10} + x = 1 \Rightarrow \frac{10+9}{30} + x = 1$$

$$\frac{19}{30} + x = 1 \Rightarrow x = 1 - \frac{19}{30} \Rightarrow x = \frac{30}{30} - \frac{19}{30} = \frac{11}{30}$$

Respuesta: La tercera hora deberá recorrer $\frac{11}{30}$.

1. ¿Por qué la sumatoria de los tres tramos se iguala a 1? Justifica tu respuesta.

2. ¿Cómo llegarías a comprobar si la respuesta es correcta?

Situación C

Fidel y Carlos están encargados de pintar la cancha deportiva del colegio. Se sabe que el primer día pintaron $\frac{2}{6}$; el segundo día, $\frac{2}{8}$; el tercer día, $\frac{1}{4}$, y el cuarto día, el resto. ¿Qué parte del total les tocó pintar el cuarto día?

Resolución

(Encuentra el error)

La parte que falta se denomina "y"; entonces, vamos a sumar las partes:

$$\frac{2}{6} + \frac{2}{8} + \frac{1}{4} + y = 1 \Rightarrow \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + y = 1$$

$$\frac{1}{3} + \frac{2}{8} + y = 1 \Rightarrow \frac{8+6}{24} + y = 1$$

$$y = 1 - \frac{14}{24}$$

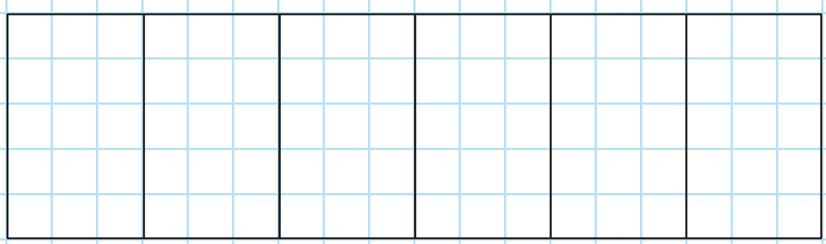
$$y = \frac{13}{24}$$

Respuesta: El cuarto día pintaron $\frac{13}{24}$.

1. ¿Los procesos ejecutados son correctos?

2. Si tuvieras que hacer la corrección, ¿cuál sería tu propuesta?

3. La situación puede ser resuelta mediante representaciones gráficas. Realiza trazos auxiliares al interior de la gráfica, pinta aquellas partes que consideres pertinente para explicar el procedimiento y determina: ¿qué parte del total les tocó pintar el cuarto día?



Practicamos

Abel gana mensualmente S/2400. Sus gastos y el de su familia se dan de la siguiente manera: en alimentación, S/600; pago de servicios, S/300; teléfono celular, S/120; pago de estudios, S/900; recreación de la familia, S/120, y el resto lo ahorra.

1. ¿Qué parte de su sueldo lo destina para alimentación?

a) $\frac{3}{24}$ **b)** $\frac{1}{6}$ **c)** $\frac{1}{4}$ **d)** $\frac{3}{4}$

2. ¿Qué fracción de su sueldo ahorra?

a) $\frac{3}{20}$ **b)** $\frac{3}{24}$ **c)** $\frac{1}{20}$ **d)** $\frac{6}{24}$

Ángel y Daniel aportaron dinero para montar un negocio. Ángel aportó S/17 564,30 y Daniel aportó el resto del dinero. Si Ángel dio S/4 874,50 más que Daniel…

3. ¿Cuánto dinero reunieron para hacer el negocio?

a) S/22 438,80 **b)** S/30 254,10 **c)** S/35 128,60 **d)** S/12 789,80

4. Expresa los procesos para saber el aporte de Daniel.

5. Laura compró $2\frac{3}{4}$ kilogramos de arroz y los colocó en bolsas de $\frac{1}{4}$ kg. ¿Cuántas bolsas obtuvo con esa cantidad de arroz?

a) $2\frac{1}{2}$ bolsas **b)** 3 bolsas **c)** 4 bolsas **d)** 11 bolsas

6. Un agricultor planta $\frac{1}{4}$ de su terreno con zanahorias, $\frac{2}{5}$ lo cultiva con lechugas y el resto, con tomates. ¿En qué parte del terreno plantó tomates?

a) $\frac{7}{20}$ **b)** $\frac{3}{9}$ **c)** $\frac{6}{9}$ **d)** $\frac{13}{20}$

7. Un albañil debe ejecutar $\frac{6}{7}$ de una obra en 3 días. Para esto, cada día trabaja de forma constante. ¿Qué parte de la obra avanzará diariamente?

8. El diámetro de un plato circular es de 20 cm. Para saber la medida aproximada del contorno del plato, se multiplica por 3,14. ¿Cuál es la medida aproximada del contorno de otro plato cuyo diámetro es 1,5 veces el diámetro del primero?

a) 94,20 cm **b)** 67,51cm **c)** 62,80 cm **d)** 30,00 cm

9. El dormitorio de Edson es de forma rectangular. Sus dimensiones son 3,50 m y 3,20 m. Si desea colocar mayólicas cuadradas de $\frac{1}{4}$ m de longitud, ¿cuántas mayólicas como mínimo necesitará su dormitorio?

a) 179 mayólicas **b)** 180 mayólicas **c)** 167 mayólicas **d)** 181 mayólicas

10. El tapete que se muestra en la figura ha sido confeccionado con tapetes pequeños en forma cuadrada de $\frac{3}{5}$ m de longitud. ¿Cuál es el área que cubre este tapete?

Ficha 4 Albergamos perros abandonados en la calle

COMPETENCIA	CAPACIDADES	DESEMPEÑOS
Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio	Traduce datos y condiciones a expresiones algebraicas y gráficas.	Establece relaciones entre datos de dos magnitudes y transforma esas relaciones a proporcionalidad directa.
	Comunica su comprensión sobre las relaciones algebraicas.	Expresa, usando lenguaje matemático y representaciones tabulares y simbólicas, su comprensión sobre la proporcionalidad directa.

Aprendemos

Una asociación protectora de animales alberga en una casa a todos los perros que encuentra abandonados en la calle. El veterinario de dicha asociación tiene dificultades para dar en adopción a los perros en edad adulta; por ello, da a conocer la ración de alimento que consumen buscando sensibilizar a sus visitantes, ya sea para su adopción o para que realicen donaciones.

Se sabe que en dicho albergue hay 16 perros adultos sin adoptar y cada uno de ellos consume dos bolsas de alimento durante un mes.

Fuente: *https://goo.gl/awn2Y3*

Responde:

1. ¿Cuántas bolsas se necesitarán para alimentar a los 16 perros durante un mes?
2. ¿Qué relación encuentras entre el número de perros y el número de bolsas de alimento?
3. Si a los 5 días llegan 4 perros más al albergue, ¿cuántas bolsas de alimento se necesitarán en ese nuevo mes?

Comprendemos el problema

1. ¿De qué trata la situación propuesta?

2. ¿Cuáles son los datos que te proporcionan?

3. ¿Qué magnitudes intervienen en el problema?

4. Si la cantidad de perros aumenta, ¿qué se debe hacer para que no falten alimentos?

5. Matemáticamente se dice que estas dos magnitudes son:

Diseñamos o seleccionamos una estrategia o plan

1. ¿Conoces un problema relacionado con este? Ejemplifica.

2. ¿Cuál de estas estrategias te servirá para organizar mejor los datos anteriores? Justifica tu respuesta.
   a) Diagrama conjuntista.
   b) Diagrama de flujos.
   c) Diagrama tabular.

Ejecutamos la estrategia o plan

1. Completa la tabla de doble entrada y establece la relación entre el número de perros y la ración de alimento.

Numero de perros (P)	2	4	6	8	10	12	14	16
Número de bolsas de alimento (A)	4							

2. ¿Cuántas bolsas de alimento se necesitan para 16 perros?

3. Vamos a establecer una relación numérica entre las dos magnitudes. Para ello, ¿qué operación plantearías entre ambas magnitudes? Escribe la relación de proporcionalidad entre P y A.

4. La relación que hay entre el número de perros y número de bolsas permite establecer una proporción. ¿Qué tipo de proporción es?

5. A partir de la relación de proporcionalidad, planteamos el total de alimento para 4 perros más.

Reflexionamos sobre el desarrollo

1. ¿Qué estrategias te sirvieron para resolver el problema?

2. ¿Si aumenta la cantidad de perros, te seguirá sirviendo la estrategia? Justifica con un ejemplo.

3. Suponiendo que la ración hubiera disminuido a una bolsa por cada perro en un mes, ¿cuántas bolsas se necesitarían para 20 perros en un mes?

Analizamos

Situación A

Con 2 litros de leche, César puede alimentar a sus cachorros durante 6 días. ¿Cuántos días podrá alimentarlos si compra 5 litros de leche?

Resolución

Elaboramos una tabla y proponemos otros datos en el número de litros para luego hallar el número de días.

N.° de litros	2	4	20	5
N.° de días	6			

Veamos:

Para completar, vamos a multiplicar o dividir por una misma cantidad en ambas magnitudes.

x 2 x 5 ÷ 4

N.° de litros	2	4	20	5
N.° de días	6	12	60	15

x 2 x 5 ÷ 4

Observamos la tabla y respondemos la pregunta.

Respuesta: Con 5 litros de leche podrá alimentarlos durante 15 días.

1. ¿Es correcto que se aplique la multiplicación o división para ver la proporción de ambas magnitudes? ¿Cómo lo justificamos?

2. ¿Qué estrategia se utilizó para resolver la situación?

3. ¿Podremos resolver la situación propuesta con otra estrategia? Ejecuta los procesos que planteas.

Situación B

En una pequeña industria de Gamarra, se confeccionan pantalones cuya producción está en relación con las horas, de acuerdo a la siguiente tabla:

Número de pantalones		9			27	36		
Número de horas	1	3	6	7	9	12		

¿En cuánto tiempo se confeccionarán 60 pantalones y cuántos pantalones se confeccionarán en 8 horas? Completa la información de la tabla.

Resolución

Completamos la tabla:

Número de pantalones		9			27	36	60	
Número de horas	1	3	6	7	9	12		8

Analizamos cómo son las magnitudes tiempo y cantidad de pantalones.

Tenemos que al aumentar las horas también aumentaría la cantidad de pantalones proporcionalmente. Por lo tanto, se trata de magnitudes directamente proporcionales, ya que:

$$\frac{3}{1} = \frac{9}{3} = \frac{18}{6} = \frac{21}{7} = \frac{27}{9} = \frac{36}{12} = 3$$

Entonces la razón de proporcionalidad directa es $k = 3$.

Para determinar en cuánto tiempo se confeccionarán 60 pantalones, tenemos que hallar x:

$$\frac{1}{3} = \frac{x}{60} \rightarrow \frac{60}{3} = x \rightarrow 20 = x$$

Para determinar cuántos pantalones se confeccionarán en 8 horas, tenemos que hallar y:

$$\frac{1}{3} = \frac{8}{y} \rightarrow y = (8)\,(3) \rightarrow y = 24$$

Respuesta: 60 pantalones se confeccionarán en 20 horas y en 8 horas se confeccionarán 24 pantalones.

1. ¿Fue necesario plantear las operaciones? Justifica tu respuesta.

2. ¿Qué estrategias se emplearon para resolver el problema?

3. ¿Cómo usarías la constante de la proporcionalidad para saber el total de pantalones confeccionados en 5 horas?

Situación C

Para pintar la fachada del colegio se han necesitado 24 litros de pintura. Si se sabe que la superficie mide 52 m^2, ¿cuántos litros de pintura se necesitan para pintar 78 m^2 de superficie?

Resolución

(Encuentra el error)

A menor superficie, menor cantidad de pintura.

Por lo tanto, las magnitudes son directamente proporcionales.

Su proporción será:

$$\frac{52}{24} = \frac{x}{78} \Rightarrow (52)\cdot(78) = 24\,x$$

$$x = \frac{4056}{24}$$

$$x = 169$$

Respuesta: Se necesitarán 169 litros de pintura.

1. ¿Los procesos ejecutados son correctos? Justifica tu respuesta.

2. ¿Habrá otra forma de resolver el problema?

3. Si se reduce a la tercera parte el total de pintura, ¿a cuánto debe reducirse la superficie para lograr pintarla? Desarrolla tus procedimientos para justificar tu respuesta.

Practicamos

Anita registra en una tabla la cantidad de botellas de agua que compra y el monto de dinero que pagó.

Número de botellas	4	12	7	20
Cantidad de dinero pagado	6	18	10,5	30

1. ¿Cuánto pagará Anita por 24 botellas de agua?

a) 40 **b)** 30 **c)** 36 **d)** 24

2. ¿Cuántas botellas comprará con S/21 ?

a) 11 **b)** 17 **c)** 21 **d)** 14

Los ingredientes de una receta para un postre casero son los siguientes: 1 taza de mantequilla; 3 huevos; 1,5 tazas de azúcar, y 2 tazas de harina.

3. Si tuviéramos que preparar la receta con 6 tazas de harina, ¿cuánta será la proporción de mantequilla que necesitaríamos?

a) 3 tazas **b)** 2 tazas **c)** 4 tazas **d)** 1 taza

4. Si tuviéramos 3 tazas de azúcar, ¿cuántos huevos necesitaríamos?

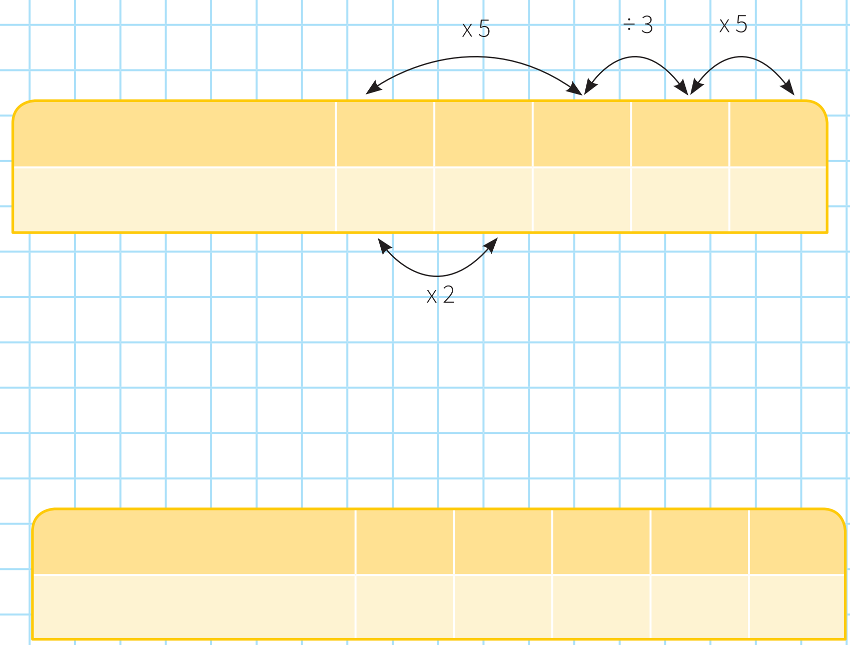
5. Luis realiza un viaje de Lima a Tacna llegando a registrar que en 3 horas recorre 144 km. ¿Cuál es la distancia que recorre en 5 horas?

a) 288 km **b)** 240 km **c)** 348 km **d)** 288 km

6. En el problema anterior, ¿cuántas horas le tomará a Luis recorrer 432 km?

a) 6 horas **b)** 9 horas **c)** 5 horas **d)** $8\frac{1}{2}$ horas

7. Si de Lima a Tacna hay una distancia de 1200 km, aproximadamente, y teniendo los datos del problema 5, ¿cuántas horas le tomará a Luis llegar a su destino? Emplea la estrategia del diagrama tabular para dar solución al problema.



8. Volviendo al problema de una receta para un postre casero y sus ingredientes: 1 taza de mantequilla; 3 huevos; 1,5 tazas de azúcar, y 2 tazas de harina. Si solo se cuenta con 2 huevos, ¿cuánto de harina se necesitará?

a) $\frac{2}{3}$ de taza **b)** $\frac{3}{4}$ de taza **c)** $\frac{3}{2}$ de taza **d)** $\frac{4}{3}$ de taza

9. Al dejar caer una pelota, esta tarda diez segundos en llegar al suelo. Como la velocidad depende del tiempo transcurrido, se anotaron sus valores en distintos momentos y resultó la siguiente tabla. El tiempo está dado en segundos y la velocidad, en metros por segundo.

Tiempo (s)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Velocidad (m/s)	9,8	19,6	29,4	39,2	49	58,8	68,6	78,4	88,2	98

¿Qué velocidad llevaba la pelota a los 6,5 s?

a) 65,3 m/s **b)** 60,3 m/s **c)** 63,7 m/s **d)** 65,3 m/s

10. ¿Cuántos segundos más demoraría la pelota en tocar el suelo si hubiera alcanzado una velocidad de 117,6 m/s?

Ficha 5 Decidimos ver televisión por señal cerrada

COMPETENCIA	CAPACIDADES	DESEMPEÑOS
Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio	Traduce datos y condiciones a expresiones algebraicas y gráficas.	Establece relaciones de equivalencia entre dos magnitudes y transforma esas relaciones a funciones lineales y afines y a proporcionalidad directa.
	Comunica su comprensión sobre las relaciones algebraicas.	Expresa con diversas representaciones gráficas, tabulares y simbólicas y lenguaje algebraico su comprensión sobre el conjunto solución de una condición de desigualdad para interpretarlas y explicarlas en el contexto de la situación.
	Usa estrategias y procedimientos para encontrar equivalencias y reglas generales.	Selecciona y combina recursos, estrategias heurísticas y el procedimiento matemático más conveniente a la situación para solucionar inecuaciones lineales y evaluar el conjunto de valores de una función lineal.
	Argumenta afirmaciones sobre relaciones de cambio y equivalencia.	Plantea afirmaciones sobre las diferencias entre una función lineal y afín. Justifica la validez de sus afirmaciones usando ejemplos y sus conocimientos matemáticos. Reconoce errores en sus justificaciones o las de otros y los corrige.

Aprendemos

El padre de un estudiante de segundo grado, preocupado porque su hijo pasa muchas horas viendo los *reality show*, opta por adquirir televisión por señal cerrada con HD para que su hijo tenga opción de elegir diversos programas culturales.
La televisión Cable fantástico cobra por servicio de instalación y decodificador S/250 y una mensualidad de S/100, mientras que la televisión Todo deporte cobra S/100 por servicio de instalación y decodificador, y una mensualidad de S/150.

Responde:

¿Para cuántos meses es más conveniente elegir la segunda opción de televisión por señal cerrada?

Comprendemos el problema

1. ¿De qué se trata el problema?

2. ¿Cuáles son los pagos de Cable fantástico?

3. ¿Cuáles son los pagos de Todo deporte?

4. ¿Qué te solicita el problema?

Diseñamos o seleccionamos una estrategia o plan

1. ¿Qué gráficas podemos utilizar para comparar los costos de ambos servicios?

a) Gráfica cartesiana

b) Recta numérica

c) Diagrama tabular

2. ¿Qué información debe tener el diagrama tabular para tomar decisiones?

Ejecutamos la estrategia o plan

1. Completa la tabla:

Número de meses	Pago por Cable fantástico	Pago por Todo deporte
0	250	100
1	350	250
2		
3		
4		
5		
6		

2. ¿Para qué valor de tiempo el pago resultaría igual?

3. Esboza el gráfico correspondiente a la tabla elaborada en la pregunta anterior.

4. ¿Para qué valor de tiempo es conveniente el segundo servicio de televisión por cable? Reflexionamos sobre el desarrollo y sus dos preguntas.

Reflexionamos sobre el desarrollo

1. ¿En qué parte del problema tuviste mayores dificultades y cómo las superaste?

2. ¿Qué sucede con los pagos después del tercer mes de contratados los servicios?

Analizamos

Situación A

En el Perú, la estatura promedio en centímetros de los niños cuyas edades son de 6 a 10 años es una función lineal de sus edades en años. La altura de un niño de 6 años es 112 cm y la altura de un niño de 7 años es 118 cm.

a) ¿Cuál será la altura aproximada de un niño cuando tenga 10 años?

b) Expresa la estatura como función de la edad.

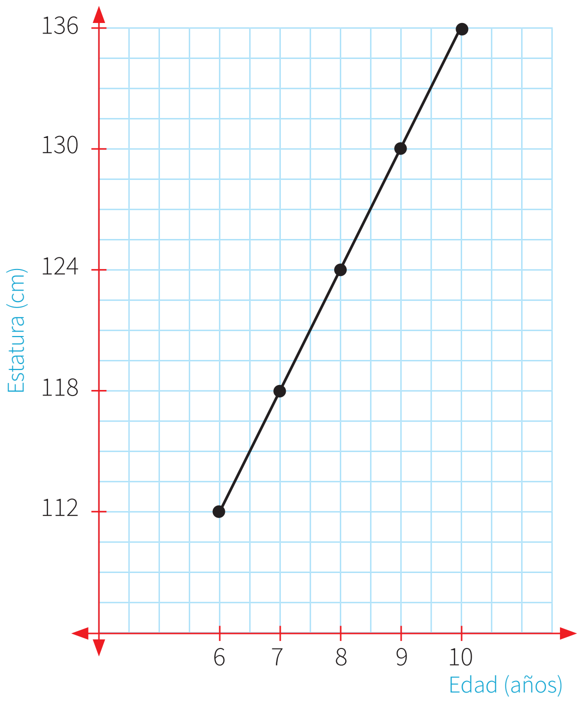
c) ¿Puedes utilizar la relación anterior para calcular la estatura de una persona de 20 años?

Resolución

a) Elaboramos una tabla de entrada con las variables que intervienen:

Edad (años)	6	7	8	9	10
Estatura (cm)	112	118	124	130	136

En la tabla observamos que la estatura de un niño aumenta en 6 cm. En tanto, hay una dependencia lineal en el cálculo de las estaturas para 8, 9 y 10 años.
Verificamos esta dependencia con una gráfica:



b) En la tabla observamos una sucesión numérica cuya razón es 6, por lo tanto, se puede escribir la siguiente relación:
Estatura = (6)(número de años entre 6 y 10 años) o en forma de función:
$f(x) = 6x$, donde x es el número de años y está acotado por: $6 \leq x \leq 10$.

c) No se puede calcular la estatura a los 20 años por la condición del problema. La función lineal es para edades de 6 a 10 años.

1. ¿Qué estrategias se utilizaron para resolver el problema?

2. ¿Cuál es la condición del problema que permite completar las estaturas para 8, 9 y 10 años?

3. Utiliza el gráfico para calcular las estaturas promedio de niños de 6 años y medio, 7 años y medio, 8 años y medio y 9 años y medio.

Edad (años)	6,5	7,5	8,5	9,5
Estatura (cm)				

4. Proporciona una razón sobre por qué es necesario acotar la función $f(x) = 6x$ con la inecuación $6 \leq x \leq 10$.

5. ¿Por qué no se pueden calcular las estaturas de niños menores de 6 años?

Situación B

Para contrarrestar la ola de accidentes causada por la excesiva velocidad de autos y combis manejados por conductores irresponsables, la Municipalidad de Lima decide aplicar multas teniendo en cuenta el rango de la velocidad del móvil:

Fuente: *https://goo.gl/M37ry6*

I. Si una persona es sorprendida conduciendo su automóvil entre 60 y 80 km/h, las multas por exceso de velocidad se determinarán por la siguiente función:

$$f(x) = 100(x - 60) + 80, \text{ siendo } 60 < x < 80;$$

donde x es la velocidad del móvil y

f (x) es el costo de la multa en soles.

II. Si un conductor maneja a 80 km/h o a mayor velocidad, se le suspenderá la licencia de conducir por un año.

Responde las siguientes preguntas:

a) Si el sensor de velocidad detectó que un conductor manejaba a 66 km/h, ¿a cuánto asciende la multa que deberá pagar el infractor?

b) ¿Cuál es la mínima velocidad, expresada en números enteros, que merece una multa?

c) Gabriel fue a pagar su multa por manejar con excesiva velocidad que ascendía a S/1880. ¿A qué velocidad se le encontró conduciendo?

Resolución

a) Para responder, utilizamos la fórmula que determina las multas:

$$f(x) = 100(x - 60) + 80, \quad 60 < x < 80$$

$$f(66) = 100(66 - 60) + 80 = 100(6) + 80 = 680$$

S/680 es la multa que debe pagar el conductor.

b) El primer número entero después de 60 es 61. Por tanto, a los 61 km/h se expide la primera multa.

c) Reemplazamos en la fórmula el costo de la multa pagada por Gabriel:

$$1880 = 100(x - 60) + 80$$

Resolviendo esta ecuación se obtiene:

$$x = 78.$$

De donde se tiene que Gabriel estuvo manejando a 78 km/h.

1. ¿Qué estrategia se utilizó para resolver el problema?

2. ¿Qué significa la inecuación $60 < x < 80$ que está escrita junto a la fórmula que define las multas?

3. Describe el procedimiento utilizado para la pregunta c) del problema.

Situación C

La temperatura atmosférica depende linealmente de la altura, tal como se muestra en la siguiente tabla.

Altura (m)	0	360	720	990
Temperatura (°C)	10	8	6	4,5

Obtén la expresión algebraica de la temperatura en función de la altura e indica cuál sería la temperatura a 3240 metros de altura.

Resolución

(Encuentra el error)

a) En la tabla observamos que cuando la altura es 0 m, la temperatura es 10 °C; por lo tanto, la gráfica pasa por el origen de coordenadas, entonces es una función lineal afín de la forma:

$$f(x) = mx + b$$

Ahora, reemplazando el primer par ordenado (0; 10) en la ecuación anterior:

$$10 = m(0) + b$$

$$b = 10$$

Reemplazando este valor en la ecuación inicial:

$$f(x) = mx + 10$$

Para calcular el valor de m (pendiente), reemplazo el par ordenado (360; 8) en la relación anterior:

$$360 = m(8) + 10$$

$$350 = 8m \rightarrow m = \frac{\cancel{350}}{\cancel{8}} = \frac{175}{4}$$

Finalmente, reemplazando el valor de la pendiente en la relación $f(x) = mx + 10$, se tiene:

$$f(x) = \frac{175}{4}x + 10$$

b) Para hallar la temperatura a la altura de 3240 metros, reemplazamos este valor en la relación anterior:

$$f(x) = \frac{175}{4}(3240) + 10$$

$$f(x) = 175(810) + 10$$

$$f(x) = 141\,760 + 10 = 141\,770$$

La temperatura a la altura de 3240 m es 141 770 °C.

1. ¿Por qué la expresión algebraica buscada tiene que tener la forma $f(x) = mx + b$?

2. De acuerdo con los datos de la tabla, a medida que aumenta la altura, ¿la temperatura aumenta o disminuye?

3. ¿El valor de la temperatura calculada para la altura de 3240 m ha aumentado o disminuido?

4. Si el valor calculado de la temperatura contradice los experimentales de la tabla, ¿dónde está el error?

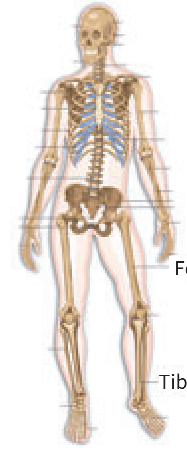
5. Si has identificado el error, corrige y calcula la temperatura adecuada para una altura de 3240 m.

Practicamos

Para estimar la estatura de una persona a partir de restos óseos de su esqueleto, los científicos forenses usan las longitudes de la tibia (t), el hueso que va del tobillo a la rodilla, y del fémur (r), el hueso que va de la rodilla a la articulación de la cadera.

La estatura (h) de una persona se determina a partir de las longitudes de estos huesos en centímetros, usando funciones definidas por las siguientes fórmulas:

Para hombres:	Para mujeres:
$h(r) = 69{,}09 + 2{,}24\ r$	$h(r) = 61{,}41 + 2{,}32\ r$
$h(t) = 81{,}69 + 2{,}39\ t$	$h(t) = 72{,}57 + 2{,}53\ t$



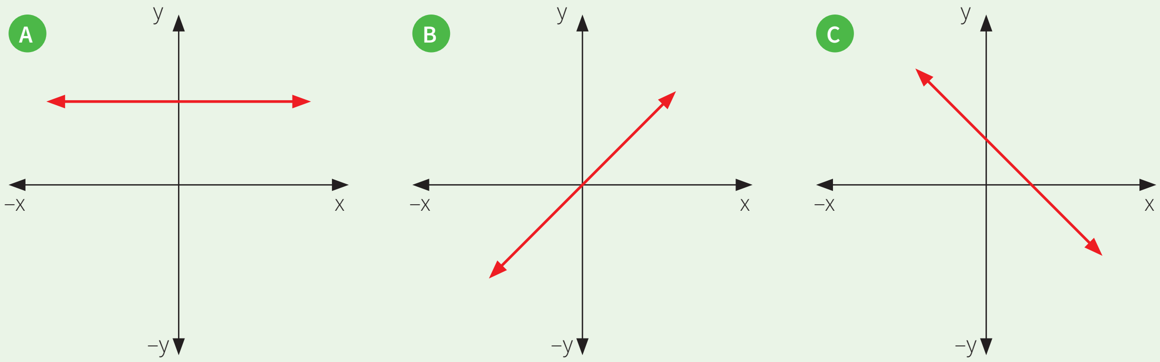
1. ¿Cuál es la estatura de un hombre cuyo fémur mide 58 cm?

a) 179,68 cm **b)** 177,41 cm **c)** 168,71 cm **d)** 199,01 cm

2. ¿Cuál es la longitud de la tibia de una mujer que tiene 168,71 cm de estatura?

a) 41 cm **b)** 50 cm **c)** 38 cm **d)** 58 cm

3. Relaciona cada gráfica con la función correspondiente.



(I) Función lineal afín	(II) Función constante	(III) Función lineal

a) A(II), B(III), C(I) **b)** A(III), B(II), C(I) **c)** A(I), B(II), C(III) **d)** A(II), B(I), C(III)

4. Un estacionamiento ubicado en el terminal de autobuses ofrece una oferta para dejar y recoger pasajeros los fines de semana. La oferta consiste en pagar S/10 por la primera hora de estacionamiento de un bus y S/5 por cada siguiente hora.

a) Escribe la fórmula de la función que relaciona el costo por la primera y las siguientes horas de estacionamiento de buses.

b) Calcula el dinero que debe pagar el propietario de un bus de transporte de pasajeros por 120 horas de estacionamiento.

c) Si el propietario de un bus de transporte pagó S/175, ¿por cuántas horas alquiló el estacionamiento?

5. El padre de un estudiante de segundo grado le enseña a su hijo el recibo por el servicio de gas natural y le pide que le ayude a averiguar el costo del m³ de gas consumido. Asimismo, le pide identificar la fórmula que debe utilizar pasa saber cuántos m³ de gas consumirá en los siguientes meses.

Fórmulas para calcular el consumo	Detalle del recibo del mes actual
$f(x) = 7{,}74 + 0{,}15x$........(I) $f(x) = 7{,}74 + 16{,}65x$......(II) $f(x) = 0{,}15 + 7{,}74x$........(III) $f(x) = 15 + 7{,}74x$..........(IV)	Conceptos Cargo fijo S/7,74 Consumo (111 m³) S/16,65 Total S/24,39

a) S/0,15 y utilizará la fórmula I

b) S/16,65 y utilizará la fórmula II.

c) S/0,15 y utilizará la fórmula III.

d) S/15 y utilizará la fórmula IV.

6. En muchas provincias del Perú, el agua consumida no se mide. Una familia siempre paga S/25,06, independientemente de la cantidad de agua que haya consumido, tal como se muestra en la siguiente tabla.

Consumo de agua (L)	0	1000	2000	3000	...
Costo (S/)	25,06	25,06	25,06	25,06	

¿Cuál es la fórmula de la función que representa los datos de la tabla y cómo se llama?

a) $f(x) = 25{,}06 + 1000\,x$; función lineal afín.

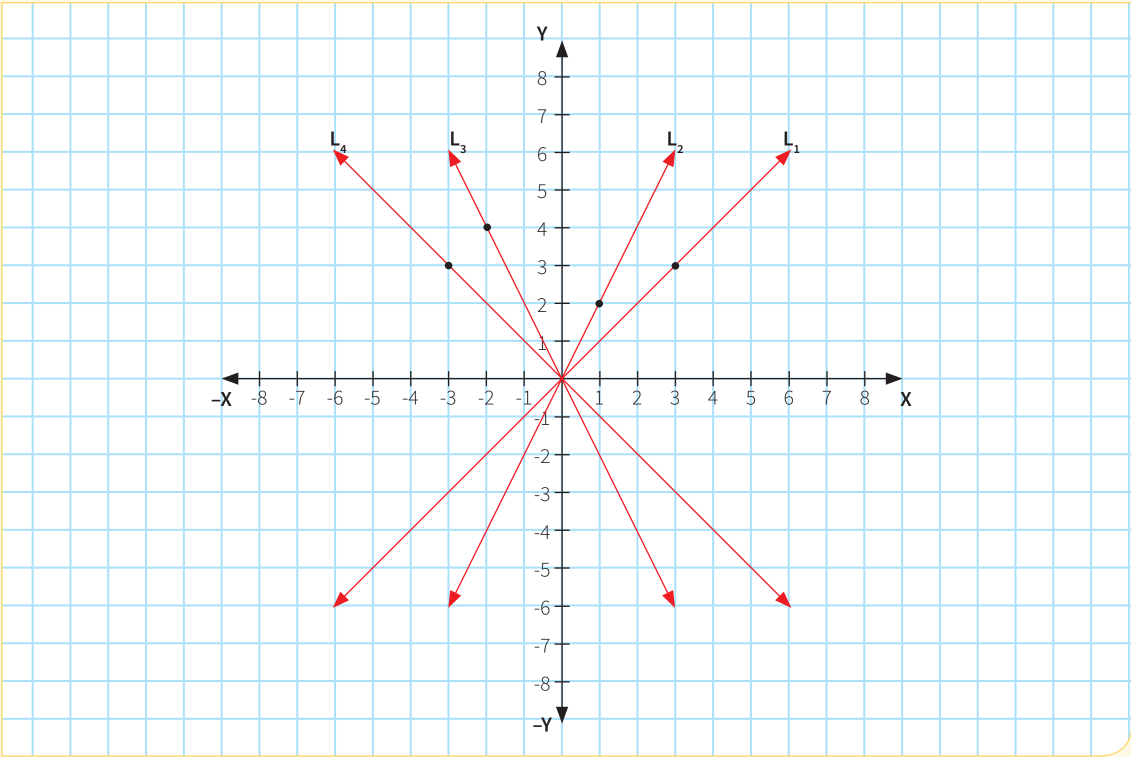
b) $f(x) = 25{,}06\,x$; función lineal.

c) $f(x) = 25{,}06$; función constante.

d) $f(x) = 25{,}06\,x$; función constante

7. En la siguiente figura se muestra la representación gráfica de cuatro rectas lineales: L_1, L_2, L_3 y L_4, que están definidas por la fórmula:

$$y = mx$$



Donde m es la pendiente de la recta que se calcula por la fórmula:

$$m = \frac{y}{x}$$

Calcula la pendiente de cada una de las rectas. Completa los datos en la tabla:

Recta	Pendiente de la recta: m	Ecuación de la recta
L_1	$m = \frac{3}{3} = 1$	$y = x$
L_2	$m = \frac{\quad}{\quad} =$	
L_3	$m = \frac{\quad}{\quad} =$	
L_4	$m = \frac{\quad}{\quad} =$	

a) ¿Cuál de las rectas tiene mayor pendiente?

b) ¿Cuál de las rectas tiene mayor inclinación en el primer cuadrante?

c) ¿Qué relación hay entre la inclinación de la recta y el valor de su pendiente?

8. Midiendo la temperatura a diferentes alturas, se han obtenido los datos de esta tabla:

Altura (m)	0	360	720	990
Temperatura (°C)	10	8	6	4,5

Obtén la expresión algebraica de la temperatura en función de la altura e indica cuál sería la temperatura a 3240 m de altura.

a) $f(x) = -\frac{x}{180} - 10$; -10 °C **b)** $f(x) = -\frac{x}{180} + 10$; -8 °C **c)** $f(x) = -\frac{x}{120} - 10$; -20 °C **d)** $f(x) = -\frac{x}{180} - 10$; -12 °C

9. La distancia que recorre un avión comercial que viaja a la velocidad de 900 kilómetros por hora (km/h) es una función del tiempo de vuelo. Si S representa la distancia en kilómetros y t es el tiempo en horas, entonces la función que relaciona el espacio recorrido con el tiempo es:

a) $S(t) = 900t$ **b)** $S(t) = 900 + t$ **c)** $S(t) = \frac{t}{900}$ **d)** $S(t) = \frac{900}{t}$

10. Un ingeniero ingresa a un pozo para verificar el proceso de construcción y se da cuenta de que la temperatura aumenta 1 °C cada 100 m de profundidad. Teniendo en cuenta que la temperatura en la superficie es de 10 °C, responde las siguientes preguntas:

a) ¿Cuál es la fórmula de la función que relaciona la temperatura con la profundidad?

b) ¿Qué temperatura habrá a 230 m de profundidad?

c) ¿Cuántos metros habrá que bajar para que la temperatura sea de 25 °C?

Ficha 6

Las transformaciones geométricas en el antiguo Perú

COMPETENCIA	CAPACIDADES	DESEMPEÑOS
Resuelve problemas de forma, movimiento y localización	Modela objetos con formas geométricas y sus transformaciones.	Describe la ubicación o el recorrido de un objeto real o imaginario y la representa utilizando coordenadas cartesianas, planos o mapas a escala. Describe las transformaciones de un objeto en términos de ampliaciones, traslaciones, rotaciones o reflexiones.
	Usa estrategias y procedimientos para orientarse en el espacio.	Selecciona y emplea estrategias, recursos o procedimientos para determinar áreas bidimensionales (polígonos regulares) empleando unidades convencionales (centímetro y metro).
		Selecciona y emplea estrategias, recursos o procedimientos para describir el movimiento y la localización de objetos.
	Argumenta afirmaciones sobre relaciones geométricas.	Plantea afirmaciones sobre las relaciones y propiedades que descubre entre objetos y formas geométricas sobre la base de simulaciones y la observación de casos. Las justifica con ejemplos y sus conocimientos geométricos. Reconoce errores en sus justificaciones y en las de otros y los corrige.

Aprendemos

Chan Chan es la ciudadela de barro más grande de América precolombina y sus valores históricos, estéticos, culturales y sociales son muy importantes.

Una de las paredes de esta ciudadela está decorada con formas geométricas simétricas y peces que simulan movimiento por un canal. Puede suponerse que el pez ingresa por la parte A del canal y sale por la B.

Suponiendo que el pez se desplaza desde la posición A hasta la posición B siguiendo la ruta del canal y manteniendo la posición de los demás peces sin sobreponerse uno sobre otro, ¿cuántos movimientos de traslación y rotación realiza el pez desde la posición A hasta la B para pasar el canal?

Fuente: *https://goo.gl/hPnrZx*

Comprendemos el problema

1. En el problema, ¿los peces se encuentran estáticos o simulan movimiento?

2. ¿Qué forma tiene el canal por el que se mueven los peces?

3. ¿Los peces pueden hacer movimientos de traslación y rotación al mismo tiempo?

4. ¿Qué te solicita el problema?

Diseñamos o seleccionamos una estrategia o plan

1. ¿En qué ángulo giran los peces cuando voltean las esquinas del canal?

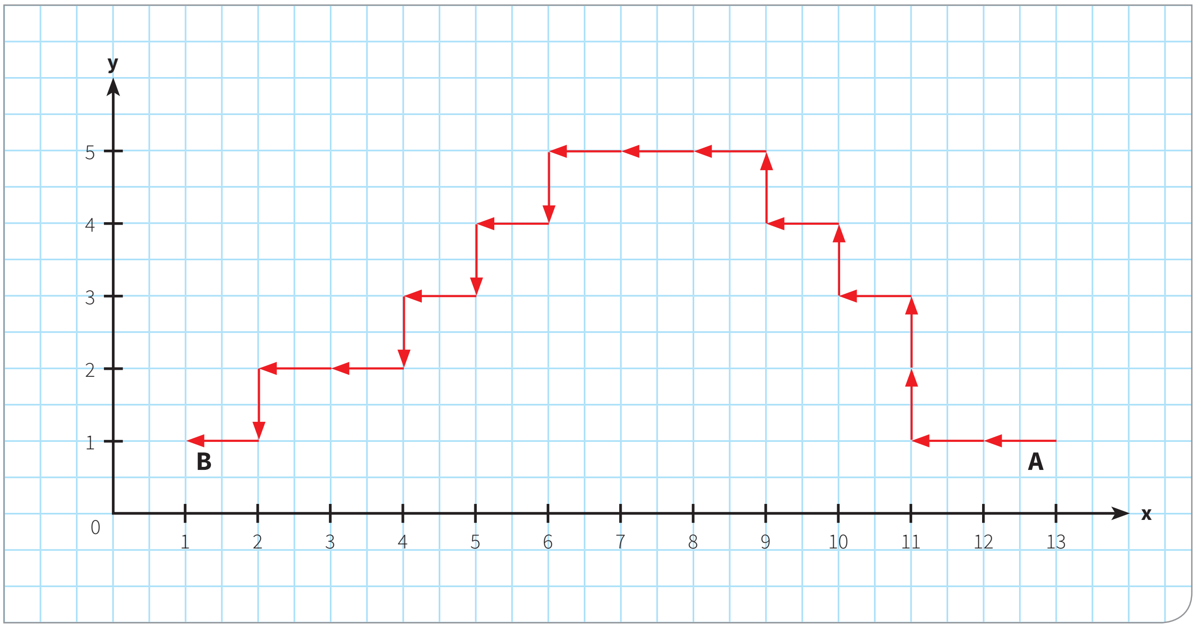
2. ¿Cómo puedes representar el desplazamiento de los peces en el plano cartesiano?

3. ¿Qué organizador visual podría ayudarte a resolver el problema? ¿Por qué?

a) Diagrama tabular b) Diagrama cartesiano c) Diagrama analógico

Ejecutamos la estrategia o plan

1. Representa con una flecha un pez y traza su recorrido, partiendo de la posición A hacia la posición B en el plano cartesiano.



2. ¿Cuántos movimientos de traslación y de rotación realiza el pez para ubicarse en la posición B partiendo de la posición A?

3. ¿Cuántos movimientos de traslación realiza el pez para pasar todo el canal? Justifica tu respuesta.

Reflexionamos sobre el desarrollo

1. ¿En qué parte del problema tuviste mayores dificultades? ¿Por qué?

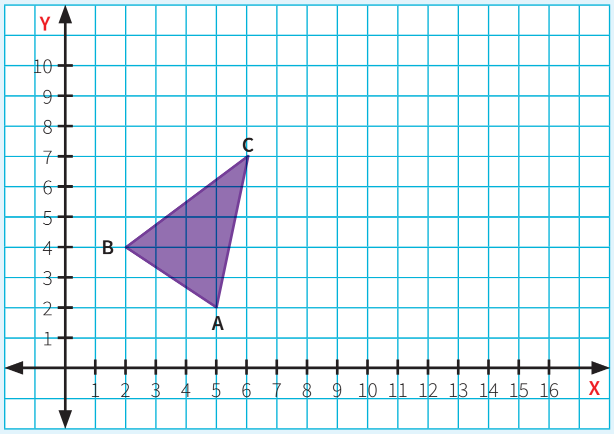
2. ¿Cómo superaste la dificultad encontrada?

3. Si la gradería de la mitad derecha fuera el reflejo de la izquierda, ¿el número de traslaciones sería mayor o menor?

Analizamos

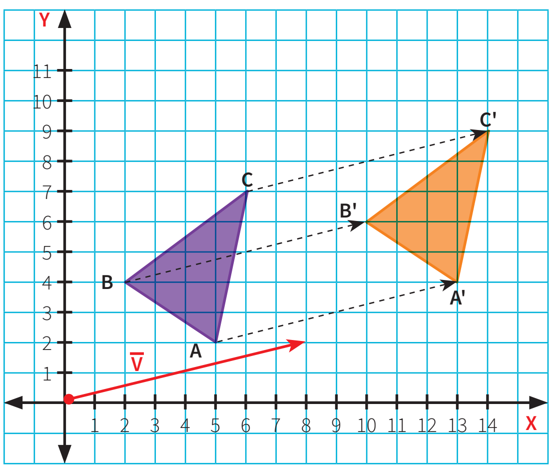
Situación A

Trasladar el triángulo ABC de la figura, tomando como referencia el vector (8; 2), el cual indica que la figura original debe moverse 8 unidades a la derecha y 2 unidades hacia arriba.



Resolución

a) Realizamos el gráfico en el mismo plano del vector de coordenada (8; 2). Trasladamos cada vértice del triángulo ABC: 8 unidades a la derecha y 2 unidades hacia arriba.



b) Uniendo los vértices A', B' y C' trasladados, pintamos el área del triángulo obtenido, tal como se muestra en la figura anterior.

1. ¿Qué estrategia se utilizó para resolver el problema?

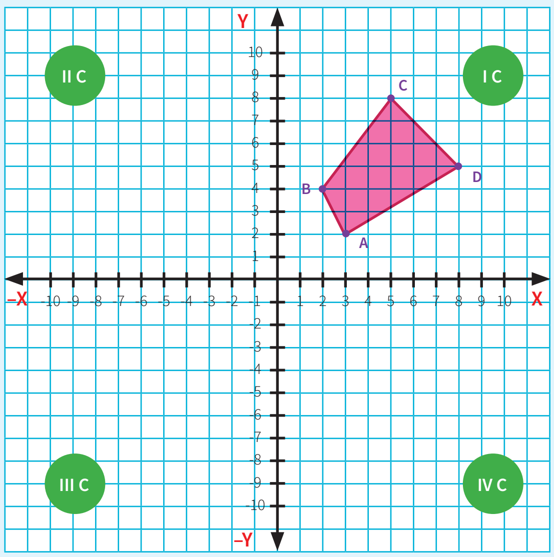
2. ¿Con qué finalidad se ha trazado el vector $\vec{V}$ en el diagrama anterior?

3. Escribe las coordenadas de los vértices de los triángulos ABC y A'B'C'.

Traslación. Es una transformación geométrica que se realiza en el plano. En esta transformación, las figuras solo cambian de posición, es decir, solo cambian de lugar. Su orientación, tamaño y formas se mantienen. El vector se utiliza como referencia para indicar la magnitud y la dirección del traslado.

Situación B

La siguiente figura muestra un polígono irregular ubicado en el primer cuadrante del plano cartesiano:



¿Cómo quedará finalmente la figura si se realizan los siguientes movimientos sucesivos?

a) Una reflexión con respecto al eje Y;

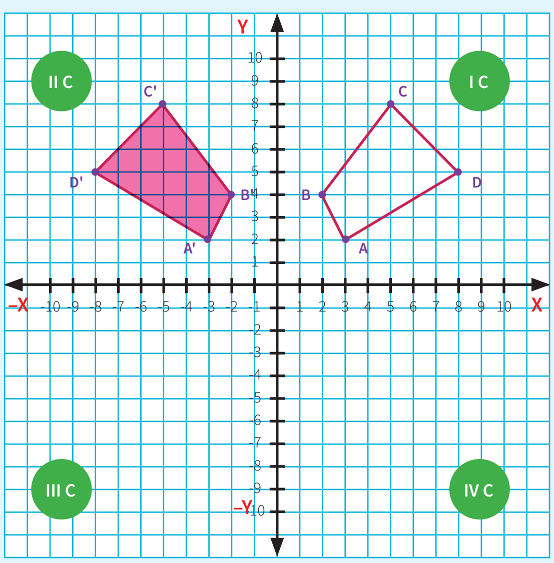
b) una reflexión con respecto al eje X;

c) una reflexión con respecto al eje Y.

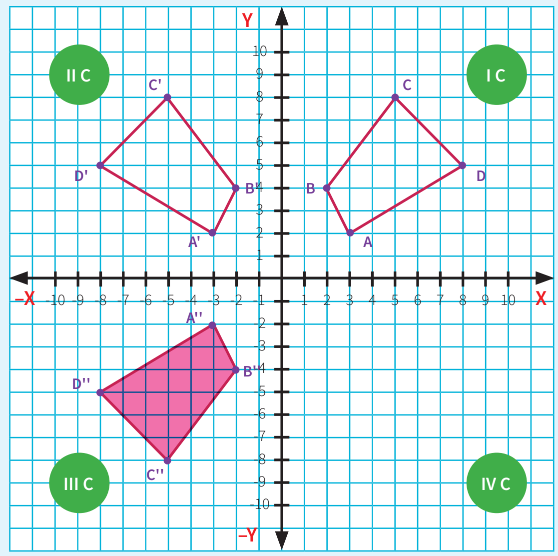
Resolución

a) Para realizar una reflexión con respecto al eje Y, opero como si este eje fuera un espejo.

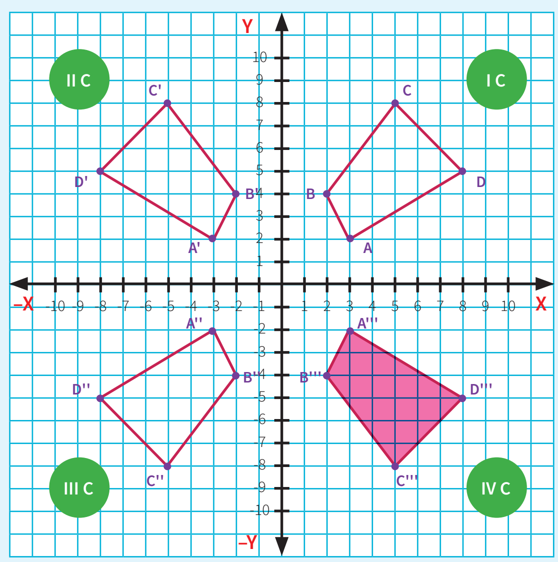
Traslado cada vértice del polígono al otro lado del eje en forma horizontal, tal como muestra la figura.



b) Para la reflexión con respecto al eje X, reflejamos los vértices del polígono por líneas perpendiculares al eje X, tal como muestra la figura.



c) Para reflejar el polígono del III al IV cuadrante, traslado los vértices del polígono por líneas perpendiculares al eje Y, tal como muestra la figura.



1. ¿Qué estrategia se aplicó para realizar la reflexión del polígono respecto a los ejes X e Y?

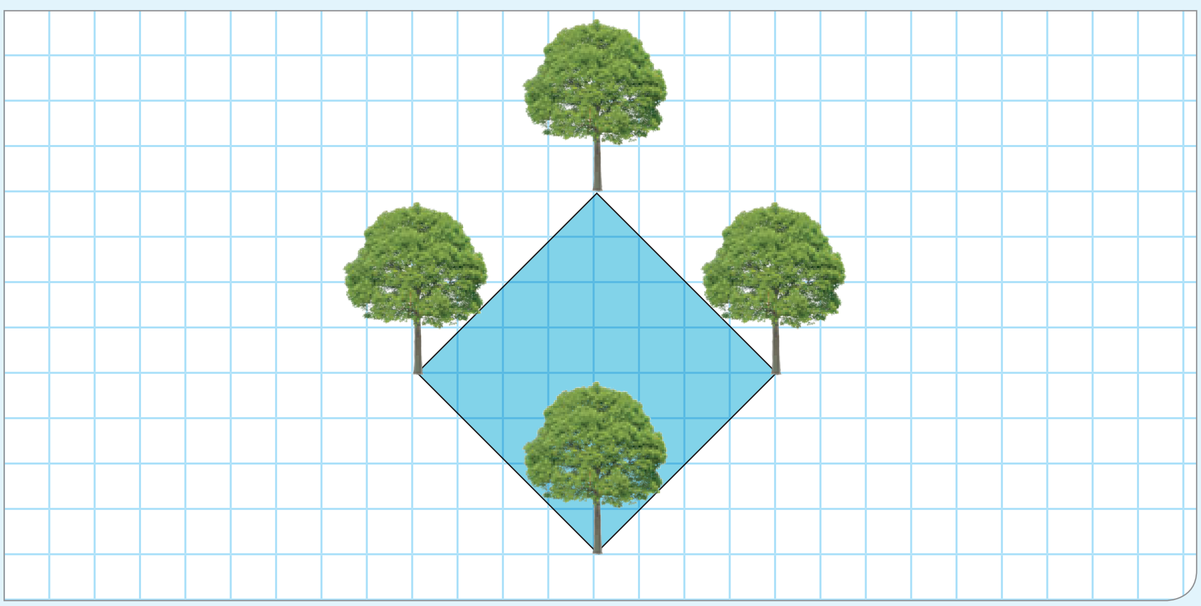
2. Escribe las coordenadas A y A', B y B', C y C', D y D' (figura del inciso a). ¿Qué regularidad observas?

3. ¿Qué ocurre con las coordenadas del polígono en los cuadrantes II y III?

Reflexión. Es la imagen de un objeto o figura que se muestra en el espejo. Para obtener la reflexión de una figura, se utiliza una recta que recibe el nombre de eje de reflexión. A la reflexión respecto de una recta también se le denomina simetría axial.

Situación C

En los vértices de un estanque cuadrado, de 25 m de lado, crecen, cerca del agua, cuatro viejos robles. Hay que ensanchar el estanque, haciendo que su superficie sea el doble, conservando su forma cuadrada y sin tocar los viejos robles.

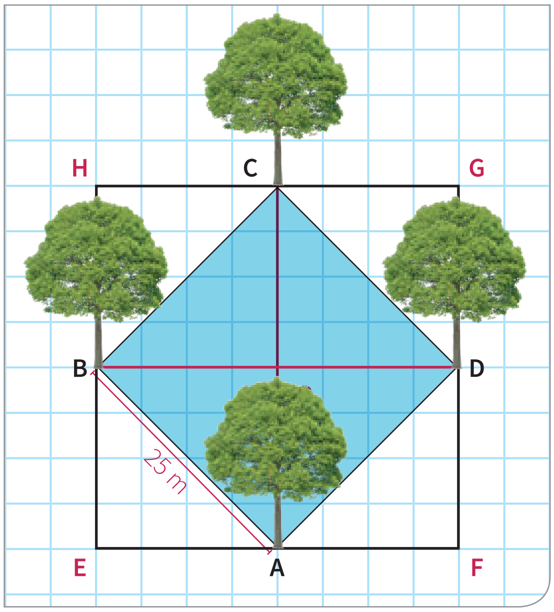


¿Puede agrandarse el estanque hasta las dimensiones deseadas, quedando los robles fuera del agua, en las orillas del nuevo estanque?

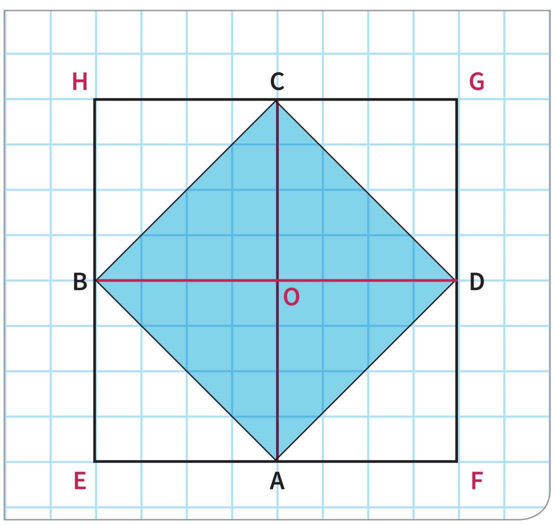
Resolución

(Encuentra el error)

a) La superficie del estanque puede perfectamente duplicarse, conservando su forma cuadrada y sin tocar a los robles, tal como se muestra en la siguiente figura:



b) Para visualizar mejor, grafico los dos cuadrados superpuestos y trazo las diagonales en el estanque antiguo.



c) En la figura se ve que el perímetro del cuadrado EFGH es el doble del perímetro del cuadrado ABCD; en consecuencia, el área del nuevo pozo se duplica.

Responde las siguientes preguntas:

1. ¿Cuál de las siguientes estrategias se utilizó en la resolución del problema?

a) Elabora un diagrama cartesiano.

b) Elabora un diagrama tabular.

c) Elabora un diagrama analógico.

2. Describe cómo se grafica el cuadrado EFGH para duplicar el área del pozo antiguo cumpliendo las condiciones del problema.

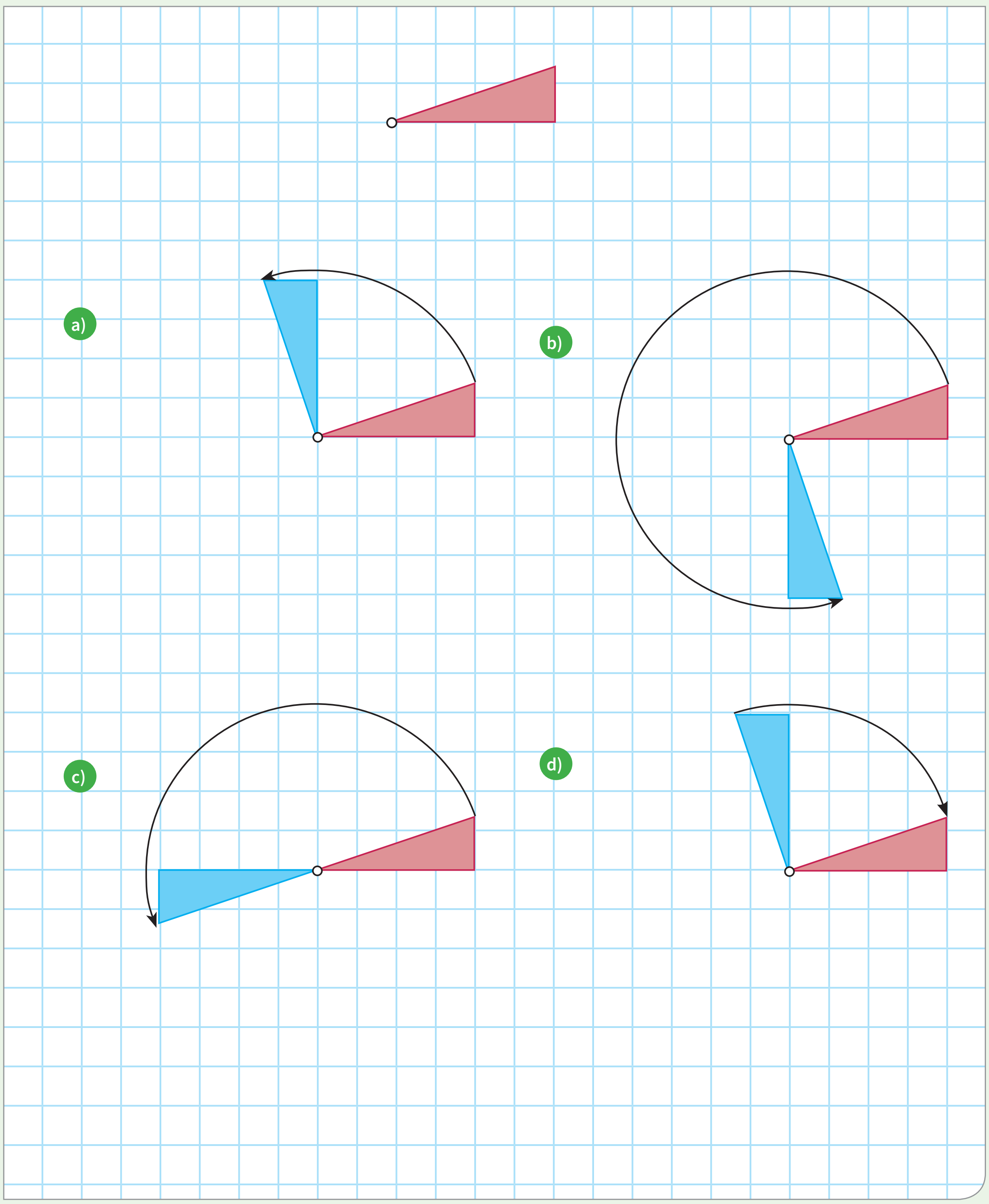
3. ¿El perímetro del cuadrado EFGH es el doble del perímetro del cuadrado ABCD?

4. Si la respuesta es negativa, ¿qué propiedad del triángulo rectángulo puede corroborar tu respuesta?

5. Propón una evidencia que demuestre que el área el cuadrado EFGH es el doble del área del cuadrado ABCD.

Practicamos

1. ¿Cuál de las siguientes opciones muestra el resultado de rotar el triángulo 270° en sentido contrario a las agujas del reloj?



2. Elena está diseñando un jardín rectangular de un condominio, tal como se muestra en la figura. Ella ha plasmado su diseño en una hoja, en la cual 1 cm equivale a 1 m.

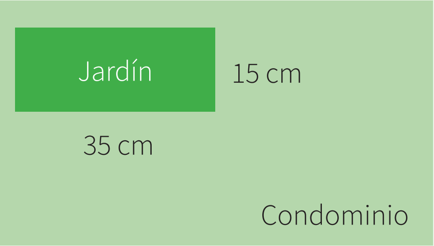
¿Cuántos metros de valla necesita para cercar el jardín?

a) 100 m

b) 525 cm

c) 100 cm

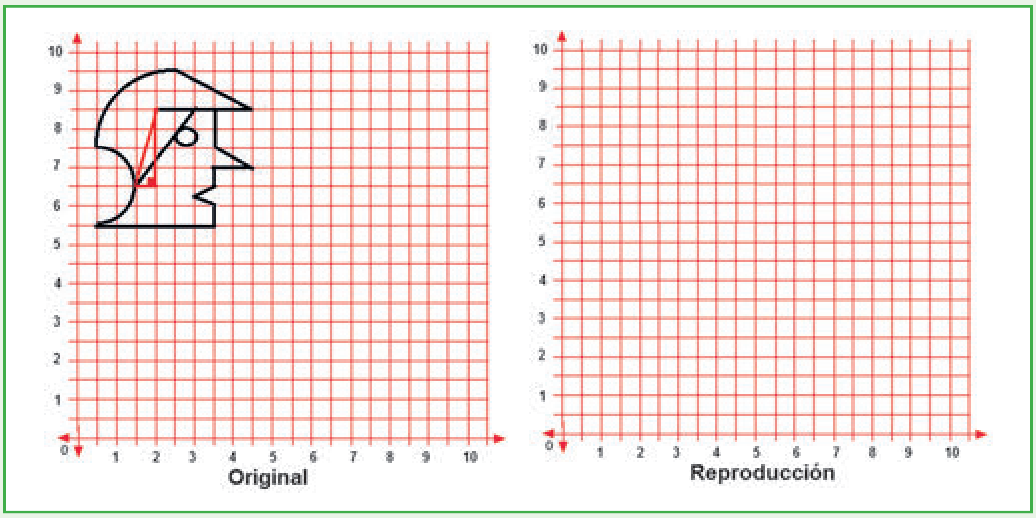
d) 525 m



3. Si Elena no quiere limitarse a un jardín de forma rectangular, sino que prefiere un diseño de forma circular y quiere utilizar la mayor longitud de valla disponible, ¿cuánto medirá la máxima longitud del radio de la superficie del jardín si este tuviera una forma circular? Considerar $\pi \approx 3{,}14$ y los datos del problema anterior. Escribir la respuesta en forma entera.

a) 15 m b) 16 m c) 100 m d) 50 m

4. En el plano cartesiano adjunto, dibuja el rostro con ampliación al doble del tamaño original.



5. Las monedas de un sol tienen un polígono regular inscrito. Si una diagonal une dos vértices no comunes del polígono, ¿cuántas diagonales podríamos trazar en este polígono regular inscrito en la moneda de un sol?

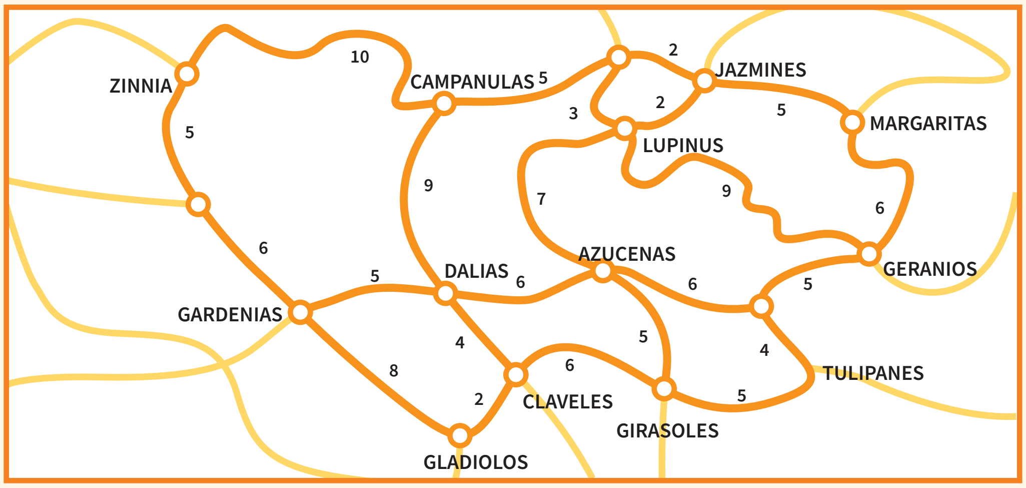
a) 18 diagonales

b) 20 diagonales

c) 8 diagonales

d) 14 diagonales

6. El siguiente mapa corresponde a la red de carreteras que une los pueblos de un distrito. En él está indicado el tiempo en minutos que demora ir de un lugar a otro. ¿Cuántos minutos como mínimo demora una persona para ir de las Gardenias a los Jazmines?



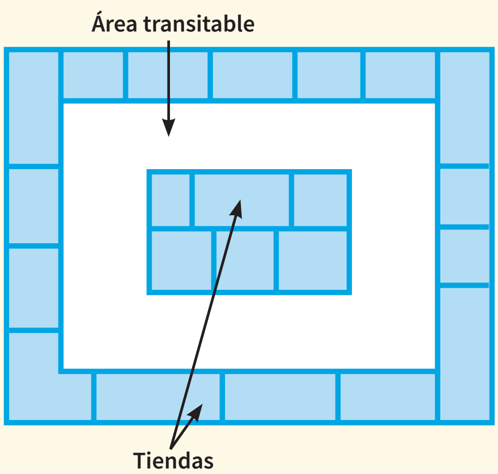
a) 28 minutos

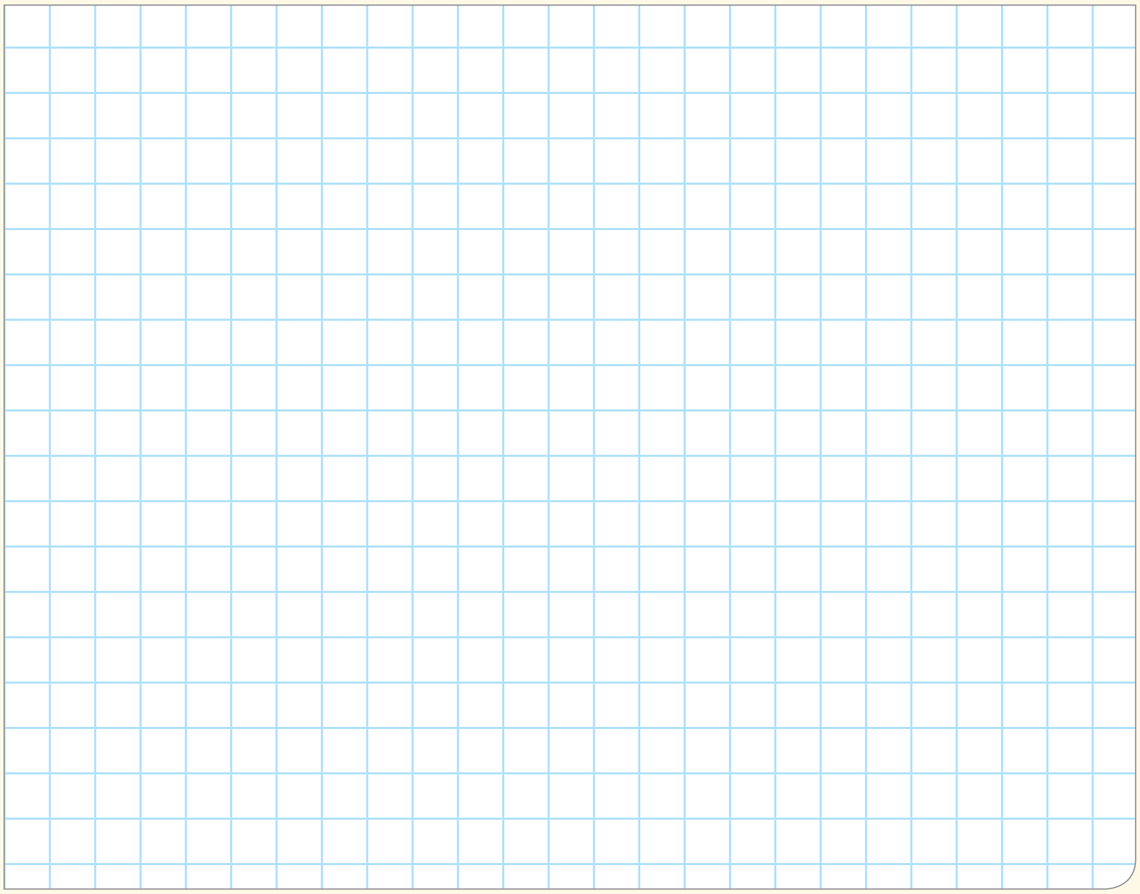
b) 33 minutos

c) 21 minutos

d) 20 minutos

7. En la figura se muestra el plano de un centro comercial de una sola planta. La parte en blanco representa los pasadizos por donde transita la gente; y la parte celeste, la disposicón de las tiendas. Se van a instalar cámaras de seguridad para observar toda el área transitable. Estas cámaras podrán tener una vista de 360°. Coloca en el plano los puntos en los que se deberían instalar las cámaras para que sumen la menor cantidad posible y para que con estas se pueda observar toda el área transitable.





8. Se desea colocar una plancha de vidrio sobre el tablero de una mesa que tiene la forma de un hexágono regular. Si uno de los lados de la mesa tiene 4 dm de longitud, determina la superficie del vidrio que encaja exactamente para cubrir todo el tablero de la mesa.

a) $6\sqrt{3}$ dm^2

b) 6 dm^2

c) $24\sqrt{3}$ dm^2

d) 24 dm^2

Fuente: *https://goo.gl/BU9Z2B*

9. En la plaza de una ciudad se está construyendo una pileta de forma circular. Si van a extender 5 tubos que irán desde el centro de la pileta hasta 5 puntos en el borde de esta y si en cada uno de los puntos se instalarán grifos distribuidos a una misma distancia unos de otros, ¿cuánto medirá el ángulo de abertura entre tubo y tubo?

a) 36°

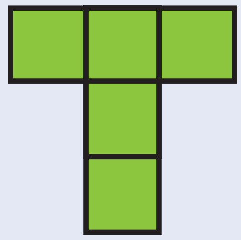
b) 90°

c) 72°

d) 360°

Fuente: *https://goo.gl/GFmyu8*

10. Cinco hermanos tienen un terreno de cultivo en forma de T de 1000 m^2 de área. A cada uno de los hermanos le corresponde la quinta parte de su superficie.



a) ¿Cuál es la longitud del lado de cada una de las propiedades?

b) Si uno de ellos desiste de la propiedad, deberán dividirse entre cuatro hermanos. ¿Qué forma tendrá cada una de las nuevas parcelas y cuál será su área?

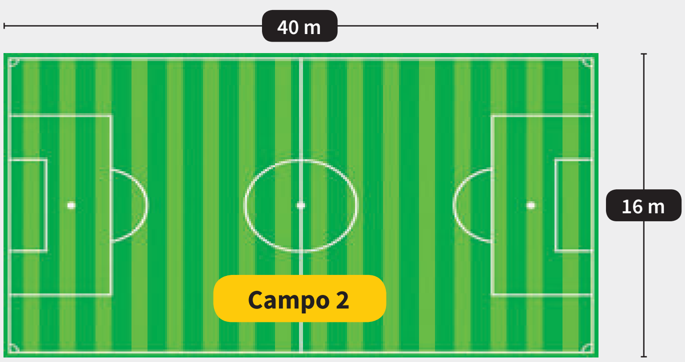
Ficha 7

La importancia del calentamiento muscular previo a realizar un deporte

COMPETENCIA	CAPACIDADES	DESEMPEÑOS
Resuelve problemas de forma, movimiento y localización	Modela objetos con formas geométricas y sus transformaciones.	Establece relaciones entre las características y los atributos medibles de los objetos reales o imaginarios. Asocia estas características y las representa con formas bidimensionales compuestas. Establece también relaciones entre las propiedades del área y el perímetro.
	Usa estrategias y procedimientos para medir y orientarse en el espacio.	Selecciona y emplea estrategias heurísticas, recursos (gráficos) y procedimientos para determinar el perímetro y el área de polígonos, así como de áreas bidimensionales compuestas o irregulares, empleando unidades convencionales (centímetro y metro).

Aprendemos

El profesor de Educación Física planificó llevar a la práctica las técnicas del juego del fútbol y vóley para la sesión de hoy, pero antes pidió a sus estudiantes dar tres vueltas alrededor de uno de los campos de su preferencia, como parte del calentamiento de rutina.



Responde:

1. ¿En cuál de los campos un estudiante corre menos distancia?
2. ¿Cuál de los dos campos te parece que ocupa más espacio dentro de la escuela?

Comprendemos el problema

1. ¿Qué nos dice el problema?

2. ¿Con qué información cuentas?

3. ¿Cómo podemos saber la distancia que corren los estudiantes en cada campo?

4. ¿Y cómo saber cuál de los dos campos ocupa más espacio?

Diseñamos o seleccionamos una estrategia o plan

1. ¿Qué estrategia aplicarás para resolver el problema?

Ejecutamos la estrategia o plan

1. Aplica tus conocimientos para determinar el perímetro del campo 1 y del campo 2.

2. Si en total son tres vueltas las que ejecuta un estudiante, ¿cuál es el total del recorrido en cada campo deportivo?

Ahora ya puedes responder la primera interrogante de la situación inicial.

3. Determina el área o superficie de cada uno de los campos.

4. Responde la segunda interrogante: ¿Cuál de los dos campos te parece que ocupa más espacio dentro la escuela?

Reflexionamos sobre el desarrollo

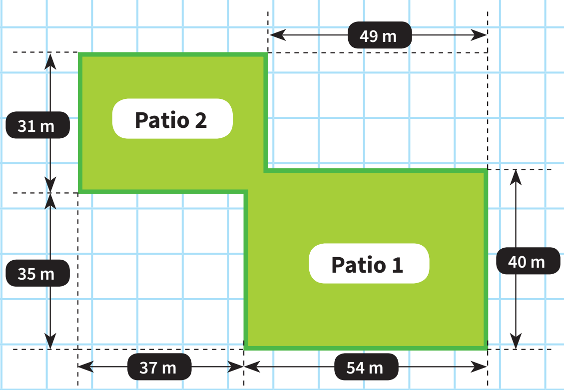
1. ¿Qué estrategia te sirvió para resolver el problema?

2. Si los valores de las medidas de ambos campos se redujeran a la mitad, ¿cuál ocuparía mayor espacio? ¿Y si duplicaras? ¿A qué conclusión podemos llegar?

Analizamos

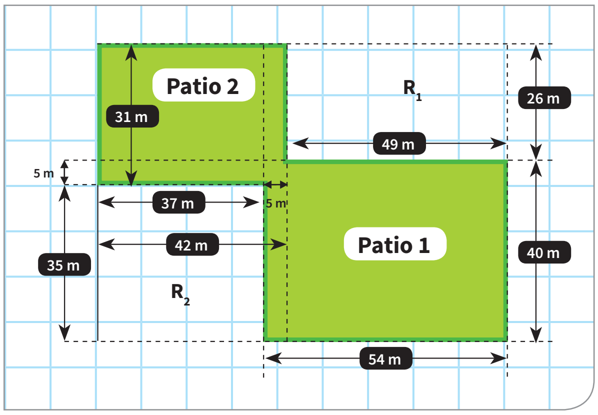
Situación A

El colegio de Daniel tiene dos patios contiguos. Se ha solicitado a Daniel que determine el área de la superficie total a fin de hacer los costos para su pintado.



Resolución

En el gráfico determinamos los valores de los lados de los patios 1 y 2.



Aplicamos la ecuación para calcular el área de un rectángulo en el patio 1 y el patio 2.

$$A_{P1} = 54 \times 40 = 2160 \text{ m}^2$$

$$A_{P2} = 31 \times 42 = 1302 \text{ m}^2$$

$$A_{total} = A_{P1} + A_{P2} - (5 \text{ m})^2$$

$$A_{total} = 2160 \text{ m}^2 + 1302 \text{ m}^2 - 25 \text{ m}^2 = 3437 \text{ m}^2$$

Respuesta:

La superficie total de ambos patios es de 3437 m².

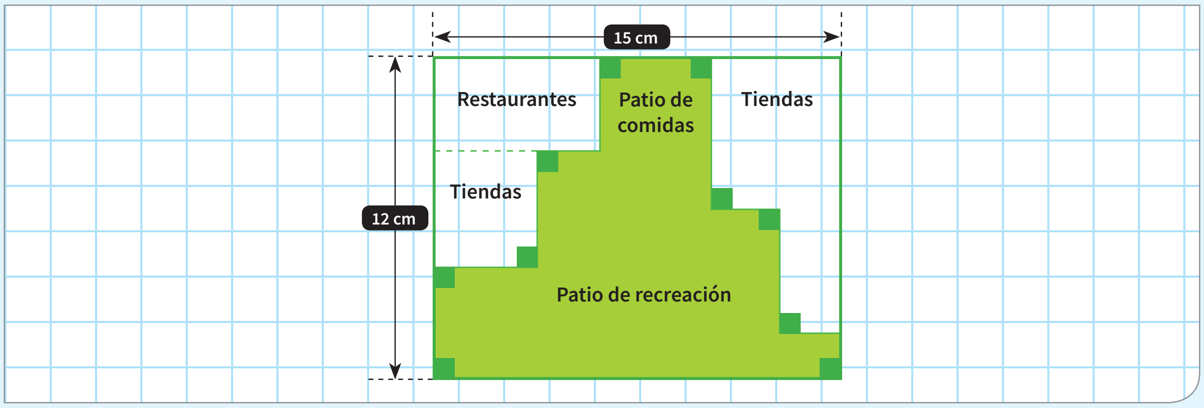
1. ¿Qué estrategia utilizamos para resolver la situación?

2. ¿Es correcto que se reste 25 m² para hallar el área total? ¿Por qué? Justifica tu respuesta.

3. ¿De qué otra manera podemos resolver la situación propuesta? Ejecuta los procesos que planteas.

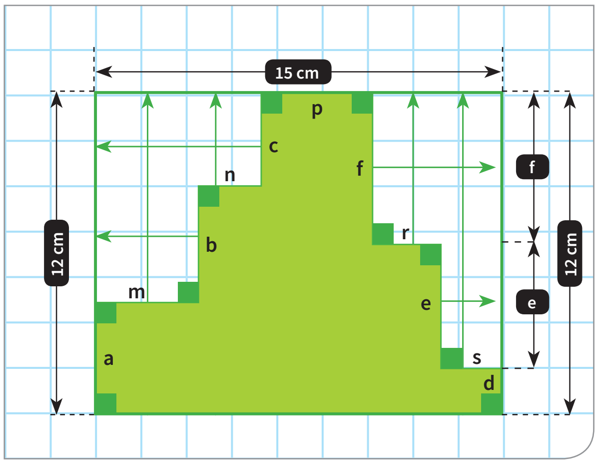
Situación B

El diseño de un centro comercial está dividido en tiendas y un solo patio de comida y recreación. ¿Cómo saber cuál es el perímetro del patio de comidas y recreación?



Resolución

Se asignan letras a cada uno de los lados del polígono, tal como se muestra en la figura:



Trasladando los lados f y e hacia el lado vertical, se obtendrá que: d + e + f = 12 cm

Se hace lo mismo con los lados b y c. Se llega a obtener que: a + b + c = 12 cm

En el caso del lado horizontal, se traslada m, n, r, y s al lado horizontal y se obtiene que:

m + n + r + s + p = 15 cm

Luego, sumando sus lados, obtenemos el perímetro pedido.

El perímetro (P) será la suma de los 4 lados del rectángulo:

$$P = 12 + 15 + 12 + 15 = 54 \text{ cm}$$

Respuesta:

El perímetro del patio de comidas y de recreación es de 54 cm.

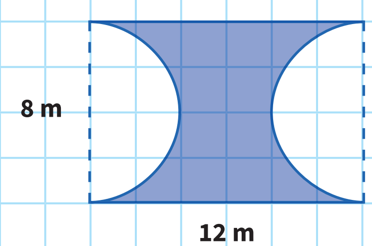
1. ¿Fue necesario trasladar los valores de los lados del patio hacia los lados vertical u horizontal del rectángulo? Justifica tu respuesta.

2. ¿Podemos resolver el problema de otra forma? Justifica tu respuesta.

3. ¿Puedes emplear la estrategia en algún otro problema? Explícalo.

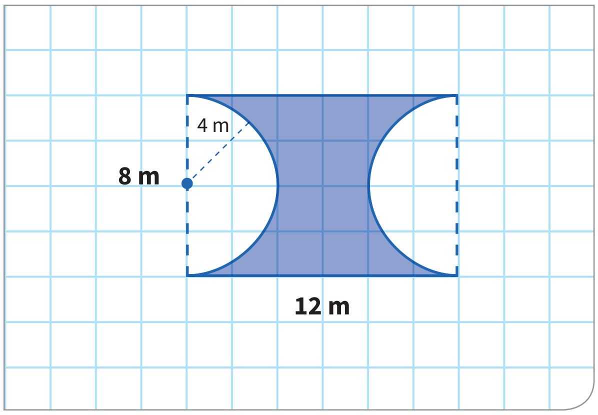
Situación C

Calcular el perímetro y el área de la figura sombreada. Considera π ≈ 3,14.



Resolución

(Encuentra el error)



$$A_{Sombreada} = A_{Rectángulo} - A_{Círculo}$$

Luego,

$$A_{Rectángulo} = 12 \times 8 = 96 \text{ m}^2$$
$$A_{Círculo} = (3{,}14) \times 8^2 = 200{,}96 \text{ m}^2$$

Finalmente:

$$A_{Sombreada} = 200{,}96 \text{ m}^2 - 96 \text{ m}^2$$
$$A_{Sombreada} = 104{,}96 \text{ m}^2$$

Hallamos el perímetro (P):

$$P = 12 + 12 + 8 + 8 = 40 \text{ m}$$

Respuesta:

El perímetro es 40 m y el área de la figura sombreada, 104,96 m².

1. ¿Cómo puedes aprovechar las dos semicircunferencias para resolver el problema? Explícalo.

2. ¿Es correcta la propuesta de solución? De no ser así, propón lo correcto.

3. ¿Qué estrategia te sirvió para resolver el problema?

Practicamos

1. Lucía está haciéndose una chalina de lana de muchos colores, que mide 120 cm de largo y 30 cm de ancho. ¿Cuál es el perímetro de la chalina?

a) 300 cm b) 150 cm c) 360 cm d) 450 cm

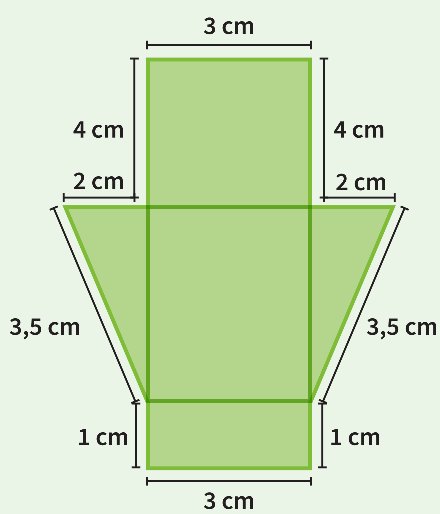
2. En el gráfico mostrado halla el perímetro:

a) 35 cm

b) 21 cm

c) 33 cm

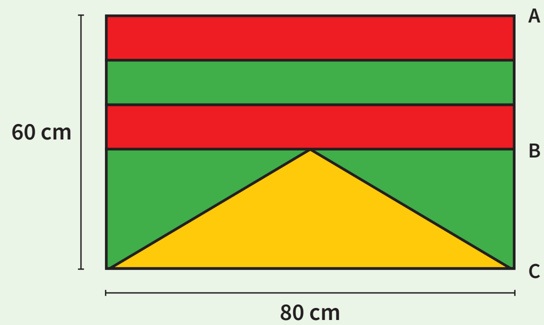
d) 27 cm



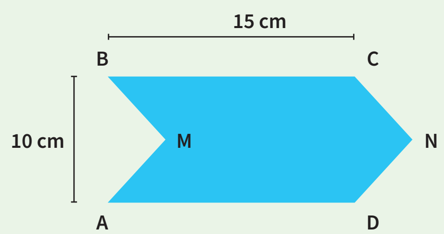
3. Halla la suma de los perímetros de las dos franjas rojas en el diseño de la siguiente bandera, si se sabe que B es punto medio del lado AC y que las tres franjas son proporcionales en medida.

a) 350 cm b) 360cm

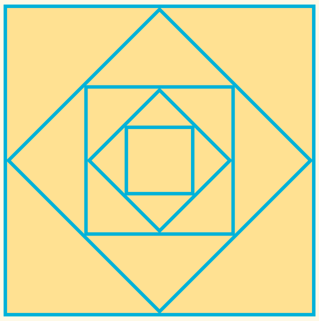
c) 330 cm d) 270 cm



4. Para el aniversario del colegio, Julián elaboró 50 banderines con el diseño de la figura mostrada. Si se sabe que el triángulo AMB es congruente al triángulo CND cuya altura es de 3 cm, ¿cuánto de papel utilizó en total?



5. El perímetro del cuadrado interior es de 32 cm. Calcula el perímetro del cuadrado exterior.



a) 128 cm

b) 182 cm

c) 328 cm

d) 2188 cm

6. Un salón cuadrado tiene una superficie de 50 m^2. Si se ha embaldosado con losetas cuadradas de 25 cm de lado, ¿cuántas losetas son necesarias?

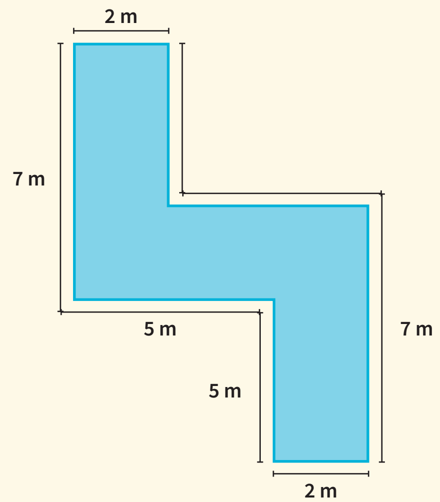
a) 500 losetas

b) 800 losetas

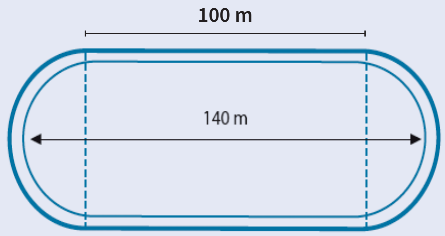
c) 250 losetas

d) 625 losetas

7. La figura mostrada representa el pasillo de la casa de Ana. Si su madre ha decidido alfombrar toda la superficie, ¿cuántos metros cuadrados de alfombra necesitará comprar?

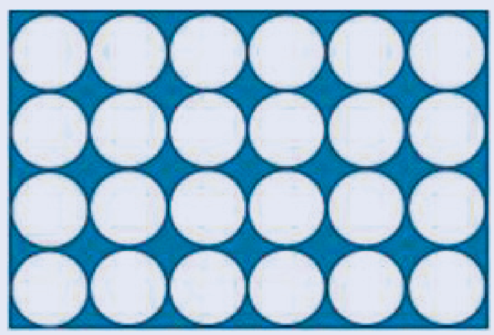


8. María entrena con su bicicleta en un campo de deportes que tiene las medidas del siguiente gráfico. Su entrenador le dice que tiene que hacer 12 km sin parar. ¿Cuántas vueltas tiene que dar al campo de entrenamiento? Considera π ≈ 3,14 y dar la respuesta en enteros.



a) 27 vueltas.   b) 470 vueltas.   c) 37 vueltas.   d) 370 vueltas.

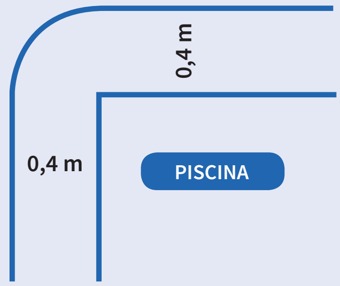
9. Después de sacar las latas de leche de una caja, las marcas que quedan al fondo de esta tienen forma circular de 7,4 cm de diámetro cada una. Calcula el área de la región sombreada. Considerar π ≈ 3,14.



a) 2346 cm^2 b) 828,48 cm^2

c) 1314,24 cm^2 d) 282,56 cm^2

10. Una piscina rectangular de 10 m de largo por 5 m de ancho está rodeada por un paseo de 0,4 m. ¿Cuánto mide el borde exterior del paseo? Considerar $\pi \approx 3,14$.



Ficha 8 La tómbola en una feria comunitaria

COMPETENCIA	CAPACIDADES	DESEMPEÑOS
Resuelve problemas de gestión de datos e incertidumbre	Representa datos con gráficos y medidas estadísticas o probabilísticas.	Determina las condiciones de una situación aleatoria y compara la frecuencia de sus sucesos. Representa la probabilidad de un suceso a través de la regla de Laplace (valor decimal) o representa su probabilidad mediante su frecuencia relativa expresada como decimal y porcentaje. A partir de este valor, determina si un suceso es seguro, probable o imposible de suceder.
	Comunica su comprensión de los conceptos estadísticos y probabilísticos.	Expresa con diversas representaciones y lenguaje matemático su comprensión sobre el significado del valor de la probabilidad para caracterizar como segura o imposible la ocurrencia de sucesos de una situación aleatoria.
	Usa estrategias y procedimientos para recopilar y procesar datos.	Selecciona y emplea procedimientos para determinar la probabilidad de sucesos de una situación aleatoria mediante la regla de Laplace. Revisa sus procedimientos y resultados.

Aprendemos

Juan y Luisa acuden al aniversario del colegio, donde se está organizado una tómbola. Ambos amigos comentan que pueden ganar algunos de los premios que se muestran en la mesa de juego. Se sabe que cada uno de los premios están numerados de manera correlativa y que para obtenerlos deberán comprar un ticket.

Fuente: https://goo.gl/d7XfR8

Responde:

1. Si Juan y Luisa eligen un ticket al azar, ¿cuál es la probabilidad de que ganen los patines?
2. ¿Cuál de los premios es más probable que ganen Luisa y Juan?

Comprendemos el problema

1. ¿Qué tienes que averiguar?

2. ¿Qué datos se conocen?

3. Al jugar una tómbola, ¿se puede saber cuál de los premios es probable ganar?

4. ¿Sabes cuál es el planteamiento de la regla de Laplace y para qué se usa? Explica.

Diseñamos o seleccionamos una estrategia o plan

1. ¿Es posible usar una tabla para organizar los datos y solucionar el problema? Justifica tu respuesta.

Ejecutamos la estrategia o plan

1. Organiza el total de los premios en la siguiente tabla.

Premio	Cantidad
Patines	
Pelota	
Mochila	
Gaseosa	
Total	

2. Hallamos la probabilidad de que ganen los patines aplicando la regla de Laplace.

3. Calcula: ¿cuál de los premios es más probable que ganen Luisa y Juan?

Reflexionamos sobre el desarrollo

1. ¿Qué estrategia te sirvió para resolver el problema?

2. ¿Cuáles son los valores de las probabilidades de los otros premios?

3. Si sumamos todas las probabilidades, ¿cuánto resulta?

Analizamos

Situación A

Por el aniversario de la Municipalidad Distrital de Amarilis se está rifando una motocicleta como único premio.

Seis pobladores están interesados en adquirirla, por lo que deciden comprar el mayor número de tickets. La cantidad que adquirió cada miembro está en la siguiente tabla:

Nombre de los miembros	Cantidad
Lucía	24
Lupe	32
Luis	44
Jaime	48
Mario	64
Iván	28

Si entre los seis pobladores se han vendido todos los tickets, ¿cuál es la probabilidad que tiene Jaime para ganar la motocicleta? ¿Cuál de los seis pobladores tiene mayor posibilidad de ganar y de cuánto es esa probabilidad?

Resolución

Para aplicar probabilidad se debe saber el total de posibilidades.

Sumaremos la cantidad de tickets vendidos:

$$24 + 32 + 44 + 48 + 64 + 28 = 240$$

Luego:

a) Hallamos la probabilidad que tiene Jaime:

$$P(J) = \frac{\text{N.° de casos favorables}}{\text{N.° de casos posibles}} = \frac{48}{240} = \frac{1}{5}$$

b) Hallamos quién tiene la mayor posibilidad de ganar.

Mario, al haber comprado 64 tickets, tiene la mayor posibilidad de ganar.

Hallamos ese valor.

$$P(M) = \frac{\text{N.° de casos favorables}}{\text{N.° de casos posibles}} = \frac{64}{240} = \frac{4}{15}$$

Respuesta:

a) La probabilidad de que Jaime gane es $\frac{1}{5}$.

b) Mario tiene mayor probabilidad de ganar la motocicleta. El valor probable es $\frac{4}{15}$.

1. ¿Cuál fue la estrategia que se eligió para resolver la situación?

2. ¿Habría la posibilidad de que la probabilidad de alguno de los pobladores sea mayor que 1? Justifica tu respuesta.

3. ¿Cuál de los pobladores tiene menor posibilidad de ganar?

Situación B

Vanessa y Patricia tienen pendiente una apuesta y, para poder decidir quién es la ganadora, Vanessa propone que lo echen a la suerte lanzando tres monedas. La ganadora será quien acierte su propio pedido.

Patricia apuesta sacar tres caras, mientras que Vanessa apuesta por dos sellos y una cara.

¿Cuál es el espacio muestral de los sucesos? ¿Quién tiene mayor posibilidad de ganar?

Resolución

Si lanzan tres monedas a la vez, entonces se tendrán tres respuestas.

Determinemos el espacio muestral considerando las tres posibles respuestas:

$$\Omega = \{ ccc, ccs, csc, css, scc, scs, ssc, sss\}$$

Se deduce que los casos posibles son 8.

Para el caso de Patricia, tres caras:

$\Omega = \{ccc, ccs, csc, css, scc, scs, ssc, sss\}$

Un caso favorable.

$$P\,(P) = \frac{\text{N.° de casos favorables}}{\text{N.° de casos posibles}} = \frac{1}{8} = 0{,}125 = 12{,}5\ \%$$

Para el caso de Vanessa, dos sellos y una cara:

$\Omega = \{ccc, ccs, csc, css, scc, scs, ssc, sss\}$

Tres casos favorables.

$$P\,(V) = \frac{\text{N.° de casos favorables}}{\text{N.° de casos posibles}} = \frac{3}{8} = 0{,}375 = 37{,}5\ \%$$

Respuesta:

a) El espacio muestral es:

$$\Omega = \{ccc, ccs, csc, css, scc, scs, ssc, sss\}$$

b) Comparamos las respuestas. Entonces, quien tiene mayor posibilidad de ganar es Vanessa.

1. ¿Podemos resolver el problema de otra forma?

2. ¿Cómo se puede cambiar la condición de Patricia para que tenga la posibilidad de ganar? Justifica tu respuesta.

3. ¿Fue necesario sacar decimales? Explica.

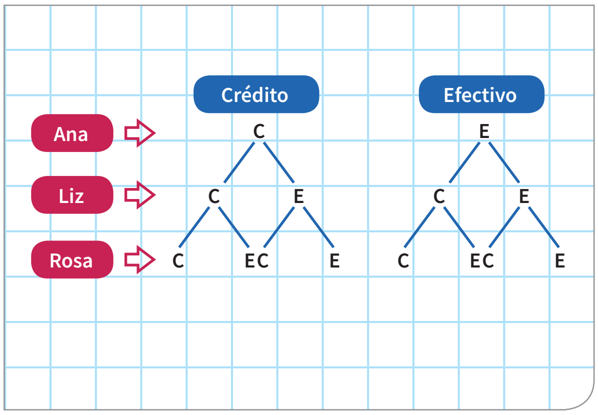
Situación C

Ana, Liz y Rosa salen de compras. Cada una lleva tarjeta de crédito y efectivo. Al momento de pagar, ¿cuál es la probabilidad de que una de ellas pague en efectivo?

Resolución

(Encuentra el error)

Determinamos la cantidad de casos posibles:



Determinamos los casos favorables y los casos posibles.

Nos fijamos en la última fila. Encontramos 4 efectivos, ellos serán los casos favorables.

$$P(e) = \frac{\text{N.° de casos favorables}}{\text{N.° de casos posibles}} = \frac{4}{8} = 0,5 = 50\ \%$$

Respuesta:

La probabilidad de que una de ellas pague con efectivo es de 50 %.

1. ¿Son correctos los procesos de solución? De no ser así, propón la solución.

2. ¿Cuál es la estrategia que se aplicó en el problema?

Practicamos

El campeonato deportivo

En una institución educativa se organiza un campeonato deportivo interno. Todas las secciones presentan un equipo. Estas son las secciones:

Categoría	Grado	Sección
I	Primero	A y B
	Segundo	A, B y C
	Tercero	A y B
II	Cuarto	A y B
	Quinto	A, B y C

Con esta información responde las interrogantes 1 y 2.

1. Para la primera fecha, de los 5 equipos que integran la categoría II, se elige por sorteo una de las secciones, la cual pasa automáticamente a la siguiente fecha. ¿Cuál es la probabilidad de que sea elegida una de las secciones de cuarto grado?

a) $\frac{2}{5}$ b) $\frac{2}{3}$ c) $\frac{1}{2}$ d) $\frac{1}{5}$

2. Si en la categoría II para cada encuentro se eligen los equipos al azar, ¿cuál es el espacio muestral sobre el que se eligen los equipos que jugarán el primer partido de esta categoría?

a) Ω = {cuarto y quinto}

b) Ω = {cuarto A, cuarto B}

c) Ω = {quinto A, quinto B y quinto C}

d) Ω = {cuarto A, cuarto B, quinto A, quinto B y quinto C}

La ruleta

Una empresa de telefonía, para premiar a sus clientes por su preferencia, decide que estos jueguen en una ruleta. Cada cliente elegido hará girar la ruleta para determinar el obsequio que recibirá.

Con esta información responde las interrogantes 3 y 4.

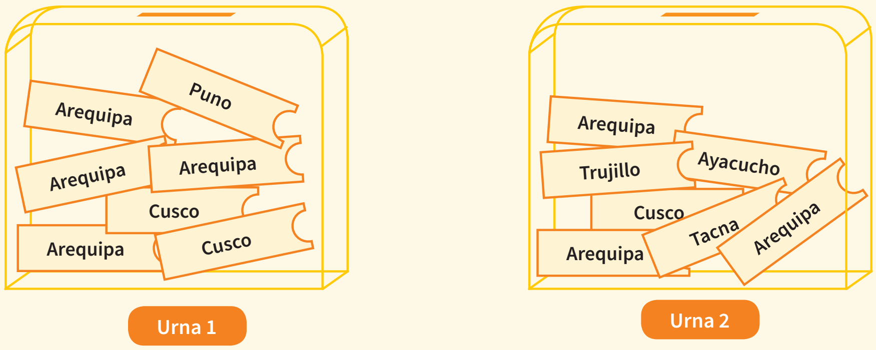
3. ¿Cuál es la probabilidad de que un cliente, al hacer girar esta ruleta, obtenga como obsequio 10 SMS?

a) $\frac{3}{10}$ b) $\frac{1}{12}$ c) $\frac{1}{3}$ d) $\frac{1}{4}$

4. ¿Cuál es el espacio muestral de los obsequios que otorga esta ruleta?

Empresa de transporte

Una empresa de transporte desea premiar a sus pasajeros más frecuentes con un sorteo de boletos de viaje ida y vuelta a diversos destinos nacionales. Para ello, prepara dos urnas idénticas, donde deposita los boletos con los diversos destinos de viaje.



Revisa la información y responde las interrogantes de la 5 a la 10.

5. Pablo es un cliente muy fiel a la empresa de transporte. Por ello ha sido premiado para que saque un boleto de cada urna. ¿Cuál es la probabilidad de que viaje a Cusco en la urna 1 y en la urna 2?

a) $\frac{14}{2}$ y $\frac{2}{14}$ b) $\frac{2}{7}$ y $\frac{1}{7}$ c) $\frac{7}{2}$ y $\frac{1}{7}$ d) $\frac{4}{14}$ y $\frac{3}{7}$

6. Si la empresa de transporte decide tener una sola urna y junta todos los boletos, ¿cuál es probabilidad de que al extraer un boleto resulte ser para Arequipa?

a) $\frac{1}{2}$ b) $\frac{1}{7}$ c) $\frac{7}{7}$ d) $\frac{1}{5}$

7. Un pasajero desea ir a Arequipa. ¿Cuál de las urnas le convendría escoger para obtener el boleto con ese destino? Argumenta tu respuesta.

8. ¿Qué boletos se deben extraer de la urna 1 para que la probabilidad de obtener uno con destino a Cusco sea del 50 %?

a) Tres boletos de Arequipa.

b) Un boleto de Puno y uno de Arequipa.

c) Todos los boletos de Arequipa.

d) Solo el boleto de Puno.

9. En la urna 2, ¿cuál es la probabilidad de obtener dos boletos para Arequipa al extraer los boletos simultáneamente?

a) $\frac{1}{5}$ b) $\frac{1}{6}$ c) $\frac{1}{7}$ d) $\frac{1}{4}$

10. ¿Cuál es la probabilidad de no obtener un boleto para Arequipa en la urna 1?

Ficha 9 La tienda de frutas

COMPETENCIA	CAPACIDADES	DESEMPEÑOS
Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio.	Traduce datos y condiciones a expresiones algebraicas y gráficas.	Establece relaciones entre datos, valores desconocidos o relaciones de equivalencia, y transforma esas relaciones a expresiones algebraicas (modelo) que incluyen ecuaciones lineales ($ax + b = cx + d$, a y c $\in$ Q) e inecuaciones de la forma: $ax > b$, $ax < b$, $ax \geq b$ y $ax \leq b$; $\forall a \neq 0$.
		Comprueba si la expresión algebraica (modelo) que planteó le permitió solucionar el problema.
	Usa estrategias y procedimientos para encontrar equivalencias y reglas generales.	Selecciona y emplea recursos, estrategias heurísticas y el procedimiento matemático más conveniente a las condiciones de un problema para solucionar ecuaciones e inecuaciones lineales.

Aprendemos

Lucía va al mercado a comprar frutas. Pide 2 kg de manzana Israel y $3\frac{1}{2}$ kg de tunas verdes. Paga con un billete de S/20 y recibe un vuelto de S/8. De retorno a casa, Lucía tiene la sensación de que le han dado menos vuelto del que corresponde. ¿Qué expresión matemática le permitirá comprobar a Lucía que ha recibido el vuelto justo?

Fuente: *https://goo.gl/5LYV6b*

Comprendemos el problema

1. ¿Cuántos kg de manzana Israel compra Lucía?

3. ¿Con qué billete paga y cuánto recibe de vuelto?

2. ¿Cuántos kg de tuna verde compra Lucía?

4. ¿Qué te solicita el problema?

Diseñamos o seleccionamos una estrategia o plan

1. ¿Cuánto paga en total por la compra de 2 kg de manzana Israel y $3\frac{1}{2}$ kg de tunas verdes?

2. ¿Cómo sabes que el vuelto que recibe es justo?

3. ¿Cuál de las siguientes estrategias te permitiría responder la pregunta del problema?

a) Empieza por el final.

b) Plantea una ecuación.

c) Utiliza el ensayo y error.

Ejecutamos la estrategia o plan

1. Escribe una igualdad para comprobar si el vuelto que recibe es justo y reemplaza valores.

2. Si el vuelto que recibe Ana es menos, entonces falta dinero. Esa cantidad que falta se representa con "x". Escribe y resuelve la ecuación.

3. Completa las siguientes afirmaciones:

Si $x = 0$, entonces Lucía recibe el vuelto................

Si $x < 0$, entonces a Lucía le dieron.................. vuelto que el previsto.

Si $x > 0$, entonces a Lucía le dieron......................vuelto que el previsto.

4. La expresión matemática que permitirá a Lucía saber si ha recibido el vuelto justo es la siguiente:

Reflexionamos sobre el desarrollo

1. ¿En qué parte del problema tuviste mayores dificultades? ¿Por qué?

2. ¿Cómo superaste la dificultad encontrada?

3. ¿Cómo procedemos en la vida cotidiana para comprobar si es justo el vuelto que recibimos?

Analizamos

Situación A

Juan compra en la tienda de frutas cierta cantidad de kilogramos de mandarinas y el doble en peso de papaya. En total gasta S/14,40. ¿Cuántos kilogramos de mandarina compró? Utiliza la lista de precios del primer problema.

Resolución

a) Como se desconoce el peso en kilogramos de la cantidad de mandarinas compradas, se representa por x.

b) El peso de la papaya comprada es 2x.

c) Se organiza la información en la siguiente tabla:

Frutas	Peso en kg	Precio unitario S/	Costo de compra S/
Mandarina	x	2,20	2,20x
Papaya	2x	1,30	1,30(2x)
Gasto total (S/)			14,40

d) Se iguala el gasto total con la suma del costo de la compra de las frutas:

$$2{,}20x + 2{,}60x = 14{,}40$$

$$4{,}80x = 14{,}40$$

$$x = 3$$

e) Juan compró 3 kg de mandarina.

1. ¿Por qué es necesario expresar la cantidad de kilogramos de mandarinas compradas con la variable x?

2. ¿Cuál es la finalidad de organizar las condiciones y los datos del problema en una tabla?

3. ¿Por qué es necesario igualar la suma de los costos de la compra con el gasto total de la última columna?

4. ¿Por qué es necesario considerar el precio por kilogramo de mandarina y papaya en la ecuación?

Situación B

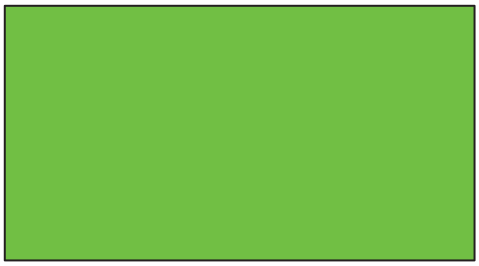
Se quiere cercar un terreno de forma rectangular para destinarlo al cultivo de manzanas. Para esto se dispone de 480 m de alambre de púas, el cual se usará para rodear el terreno con tres vueltas. Si la diferencia entre el largo y el ancho del terreno es de 20 m, ¿cuáles podrían ser las medidas de este terreno para que el alambre de púas alcance?

Resolución

a) Como se desconocen las dimensiones del terreno, se hace la siguiente representación:

Ancho del terreno: x

Largo del terreno: $x + 20$



Perímetro del terreno:

$$x + x + 20 + x + x + 20 = 4x + 40$$

Longitud del alambre que se utilizará para construir el cerco: $3(4x + 40)$

b) Para que el alambre alcance se establece la condición:

$$3(4x + 40) \leq 480$$

Resolviendo esta inecuación se tiene:

$$x \leq 30$$

El largo del terreno será:

$$x + 20 \leq 30 + 20$$

$$x + 20 \leq 50$$

c) Se interpretan los valores encontrados: $x \leq 30$ y $x + 20 \leq 50$ para el ancho y el largo, respectivamente. Esto implica que el terreno rectangular podría tener distintos valores de ancho y largo. Por ejemplo, los pares:

30 y 50, 25 y 45, 20 y 40, 29 y 49, etc.

1. ¿Para qué fue necesario esquematizar la forma del terreno si ya se sabe su forma a partir del enunciado?

2. ¿Por qué es necesario establecer la condición en forma de inecuación $3(4x + 40) \leq 480$?

3. ¿Puedes realizar los procedimientos intermedios para resolver la inecuación de la pregunta anterior?

4. ¿Las longitudes del largo y ancho del rectángulo pueden tener valores en números decimales? Propón un ejemplo.

Situación C

En un huerto se recolectó cierta cantidad de manzanas delicia y el doble más 20 kg de manzanas rojas. Luego se llenaron en distintas bolsas con 10 kg de manzanas de cada tipo. Cada bolsa con manzanas delicia se vendió a S/30 y cada bolsa con manzanas rojas, a S/35. Si por toda la venta se recibieron S/570, **¿cuántos kilos de manzanas se recolectaron en total?** (Tener como referencia los precios mostrados en la tienda de frutas).

Resolución

(Encuentra el error)

a) Se representa la cantidad de kilos de manzana:

Manzana delicia: x kg

Manzana roja: (2x + 20) kg

b) La cantidad de bolsas que ocupa x kg de manzana delicia es $\frac{x}{10}$ bolsas.

c) La cantidad de bolsas que ocupa (2x + 20) kg de manzana roja es $\frac{(2x + 10)}{10}$ bolsas.

d) Se organiza la información en la siguiente tabla:

Manzana	Masa en kg	N.° de bolsas de 10 kg	Precio de venta por bolsa en S/	Ganancia por venta de bolsas con fruta
Delicia	x	$\frac{x}{10}$	30	$30\left(\frac{x}{10}\right)$
Roja	2x + 20	$\frac{2x+20}{10}$	35	$35\left(\frac{2x+20}{10}\right)$
Total	3x + 20			570

e) Para saber cuántos kg de manzana se venden en total, hay que hallar el valor de x. Para ello, se suman los términos de la última columna y se iguala al total:

$$3x + 20 = 570$$

f) Resolviendo esta ecuación se tiene:

$$x = 183{,}33$$

g) La cantidad de manzana roja es:

$$2x + 20 = 2(183{,}33) + 20 = 569{,}99 \text{ kg.}$$

h) La cantidad total de manzanas es 753,32 kg.

1. Demuestra con un procedimiento por qué x/10 es la cantidad de bolsas que ocupa la manzana delicia.

2. ¿Cuántas bolsas contienen 183,33 kg de manzana delicia?

3. Con el resultado anterior, calcula el monto de dinero recibido por la manzana delicia.

4. ¿Cuántas bolsas contienen 569,99 kg de manzana roja?

5. Con el resultado anterior, calcula el monto de dinero recibido por la manzana roja.

6. Suma la cantidad de dinero recibido por la venta de manzana delicia y roja. ¿Coincide el monto con los datos del problema?

7. Si has identificado el error, corrige y calcula nuevamente el valor de x. Asimismo, corrige la respuesta al problema.

8. Escribe tu respuesta.

Los comerciantes van al mercado mayorista y compran las frutas que venderán en sus puestos. Para transportar su mercancía desde ese lugar, deciden contratar a un chofer para que los traslade en su camión. Este cobra S/10 por cada pasajero y S/0,30 por cada kilogramo de fruta.

Con esta información y haciendo uso de los precios mostrados en la imagen de la situación inicial presentada en la ficha, responde las preguntas 1, 2, 3 y 4.

Fuente: *https://goo.gl/3jYyNr*

1. Roberto es uno de los comerciantes y dispone de S/350 para comprar frutas, pero desea invertir solo S/55 en el transporte de estas. ¿Cuántos kilogramos de fruta podrá transportar con este dinero?

a) 295 kg **b)** 150 kg **c)** 30 kg **d)** 55 kg

2. Marcos es el dueño del camión frutero. Lleva cierta cantidad de frutas correspondientes a cuatro personas. Si hoy recibió por el transporte S/265, ¿cuántos kilogramos de fruta transportó hoy en el camión?

a) 883 kg **b)** 680 kg **c)** 800 kg **d)** 750 kg

3. Rosa compra 4 kg de melocotones a S/10,80. Ella siente que el peso del producto no es el adecuado, así que realiza la verificación en otra balanza y nota que esta registra 0,1 kg menos de lo esperado por cada kilogramo. Rosa retorna, presenta el reclamo respectivo y pide la devolución del dinero cobrado en exceso. ¿Cuánto dinero le deben devolver a Rosa?

a) S/0,30 **b)** S/0,60 **c)** S/1,00 **d)** S/1,10

4. Luis paga S/1,80 por cada kilogramo de mandarinas, pero venderá cada kilogramo a S/2,20. ¿Cuántos kilogramos de mandarinas debe comprar y vender como mínimo para obtener una utilidad mayor o igual a S/40?

5. Juan compra en la tienda de frutas cierta cantidad de kilogramos de mandarinas y el doble en peso de papaya, sabiendo que el costo por kg de mandarina es de S/2,20 y por kg de papaya es de S/1,30. ¿Cuántos kilogramos de mandarina compró sabiendo que pagó en total S/14,40?

a) 3 kg **b)** 4 kg **c)** 5 kg **d)** 6 kg

6. Un agricultor tiene 3 hectáreas de cultivos de fruta. Sin embargo, solo dispone de S/700 para invertir en su fumigación. ¿Qué empresa le convendría contratar para abarcar la mayor área posible? ¿Cuántas hectáreas de sus cultivos quedarían sin fumigar?

Empresa de fumigación	Costo de alquiler de fumigadora	Costo de hectárea fumigada (varía la cantidad de hectáreas por fumigar).
Sanidad Total	S/50	S/250
Cultivo Sano	S/26	S/300

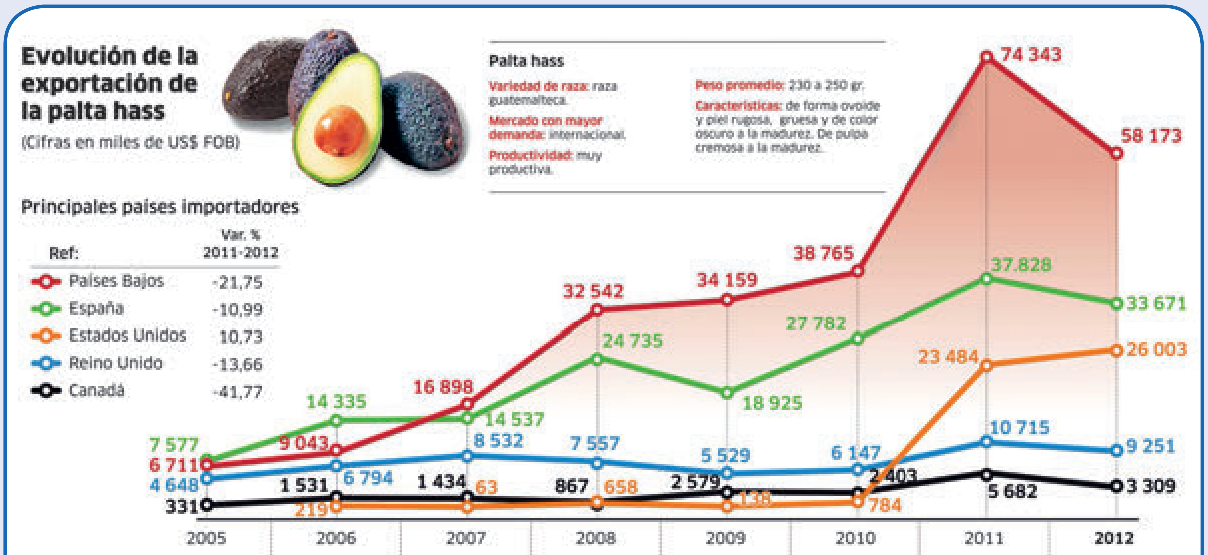
a) Le convendría contratar a Sanidad Total, pero quedarían sin fumigar 0,4 hectáreas.
b) Le convendría contratar a Sanidad Total, pero quedarían sin fumigar 2,6 hectáreas.
c) Le convendría contratar a Cultivo Sano, pero quedarían sin fumigar 0,75 hectáreas.
d) Le convendría contratar a Cultivo Sano, pero quedarían sin fumigar 2,25 hectáreas.

7. Dos empresas de fumigación de cultivos de fruta mantienen la siguiente tarifa:

Empresa de fumigación	Costo de alquiler de fumigadora	Costo de hectárea fumigada (varía la cantidad de hectáreas por fumigar).
Sanidad Total	S/100	S/200
Cultivo Sano	S/300	S/100

¿Cuántas hectáreas de frutales, como mínimo, hay que fumigar para que sea más conveniente contratar a la empresa Cultivo Sano?

Observa el siguiente gráfico. Luego resuelve los problemas que a continuación se formulan:



	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012
Exportación total de palta hass:	23 367	38 793	46 812	72 692	67 552	84 849	161 180	136 326

Fuente: *https://goo.gl/XPksWp*

8. Se tienen 15 kg de palta Hass. ¿Entre qué valores oscilará la cantidad promedio de palta Hass?

a) 38-50 **b)** 60-65 **c)** 38-65 **d)** 50-60

9. ¿Entre qué años se produjo la mayor diferencia en la exportación total de la palta Hass?

a) 2006-2007 **b)** 2007-2008 **c)** 2010-2011 **d)** 2011-2012

10 Si la tendencia de decrecimiento o crecimiento en la evolución de la palta Hass de Espana y Estados Unidos, respectivamente, continúa de forma constante, ¿en cuánto tiempo coincidirán los valores de las exportaciones hacia ambos países?

Ficha 10

Buscamos argumentos para tomar una buena decisión

COMPETENCIA	CAPACIDADES	DESEMPEÑOS
Resuelve problemas de gestión de datos e incertidumbre	Comunica su comprensión de los conceptos estadísticos y probabilísticos.	Lee tablas y gráficos como histogramas, así como diversos textos que contengan valores de medidas de tendencia central (media, mediana, moda). A partir de ello produce nueva información.
	Usa estrategias y procedimientos para recopilar y procesar datos.	Selecciona y emplea procedimientos para determinar la mediana, la moda y la media de los datos discretos. Revisa sus procedimientos y resultados.
	Sustenta conclusiones o decisiones con base en la información obtenida.	Plantea afirmaciones o conclusiones sobre las características y tendencias de los datos de una población. Las justifica usando la información obtenida y sus conocimientos estadísticos. Reconoce errores en sus justificaciones y en las de otros, y los corrige.

Aprendemos

El entrenador deportivo de una institución educativa debe elegir a uno de los dos jugadores que están en la banca para que ingrese al campo en un partido de básquet decisivo durante los Juegos Deportivos Escolares Nacionales 2017. Para tomar la decisión, consulta con su asistente, quien le muestra una tabla con la efectividad de cada uno de ellos en los partidos anteriores.

Fuente: *https://goo.gl/bkBrt2*

Los puntos anotados por cada jugador en los cinco últimos partidos figuran en la siguiente tabla:

Partidos / Jugadores	1.°	2.°	3.°	4.°	5.°
Pablo	14	14	10	6	20
Claudio	12	16	13	15	14

Responde:

¿Cuál de los jugadores debería ingresar al partido decisivo y por qué?

Comprendemos el problema

1. ¿Qué información hay que considerar para tomar la decisión de qué jugador entra al partido?

2. ¿Qué significa la efectividad de cada jugador?

3. ¿Qué te solicita el problema?

Diseñamos o seleccionamos una estrategia o plan

1. ¿Puede servir la puntuación más alta y más baja para elegir al jugador? ¿Por qué?

2. ¿De qué manera crees que los datos presentados podrían ayudar a tomar una decisión?

Ejecutamos la estrategia o plan

1. Determina el promedio aritmético de los puntos de cada uno de los jugadores.

2. Determina la mediana de las puntuaciones de cada uno de los jugadores.

3. Determina la moda de las puntuaciones de cada uno de los jugadores.

5. ¿Qué diferencias observas entre los promedios, medianas y modas de ambos jugadores?

4. Organiza en la siguiente tabla los valores calculados del promedio, la mediana y la moda.

	Pablo	Claudio
Promedio aritmético		
Mediana		
Moda		

6. ¿Cuál de los jugadores elegirías tú y por qué?

Reflexionamos sobre el desarrollo

1. ¿En qué parte del problema tuviste mayores dificultades? ¿Por qué?

2. ¿Cómo superaste la dificultad encontrada?

3. ¿Cómo crees que se procede en la vida cotidiana para seleccionar jugadores?

Analizamos

Situación A

Las edades de los jóvenes preseleccionados al equipo de fútbol sub-20 se muestran en la tabla. Determina:

a) El promedio de las edades.

b) La media de las edades.

c) La moda de las edades.

La frecuencia absoluta (f_i) es el número de veces que se repite un valor de un conjunto de datos.

Edad	f_i
16	7
17	8
18	5
19	4
20	6
Total	30

Resolución

a) Para hallar el promedio de las edades, debemos sumar las edades de todos los jóvenes y luego dividir entre la cantidad de jóvenes.

$$\overline{x} = \frac{7(16) + 8(17) + 5(18) + 4(19) + 6(20)}{30} = \frac{534}{30} = 17{,}8$$

El promedio de la edad de los jóvenes es 17,8 años.

b) Para hallar la mediana, debemos considerar que, al tener un número par de datos, tendremos dos valores centrales ubicados en las posiciones 15 y 16. Por tanto, para determinar la mediana, hay que calcular el promedio de las edades correspondientes a las posiciones 15 y 16.

La edad en la posición 15 es 17 años, y en la posición 16 es 18 años.

$$Me = \frac{17 + 18}{2} = 17{,}5$$

Por tanto, la mediana de las edades es 17,5 años.

c) La moda es el valor que se repite con mayor frecuencia; entonces, la moda de las edades es de 17 años.

1. ¿Cuántos jóvenes preseleccionados hay para el equipo de fútbol?

2. Escribe todas las edades de los jóvenes de menor a mayor y comprueba que hay dos elementos centrales.

Jugador	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Edad	16	16	16	16	16	16	16	17	17	17
Jugador										
Edad										
Jugador										
Edad										

3. ¿Cuáles son las edades de los jóvenes que corresponden a las posiciones 15 y 16?

4. ¿Cómo puedes interpretar la moda en el contexto del problema?

Situación B

Una empresa de calzado anotó las tallas de zapatos de treinta de sus clientes:

38	42	35	23	24	43
22	36	37	20	32	35
40	21	41	42	24	38
40	38	30	34	42	28
42	36	38	24	30	28

¿Entre qué tallas tienen la mayor cantidad de sus clientes?

Resolución

Seguimos los siguientes pasos:

a) Determinamos el número de intervalos (k) con esta ecuación: $k = \sqrt{n}$, donde n es el número de datos:

$$k = \sqrt{30} \approx 5{,}48, \text{ entonces } k = 5$$

b) Encontramos el rango del recorrido R:

$$R = \text{dato mayor} - \text{dato menor}$$

$$R = 43 - 20 = 23$$

c) Determinamos la amplitud del intervalo A:

$$A = \frac{R}{K} = \frac{23}{5} = 4{,}6$$

Redondeando al entero la amplitud será: $A = 5$

d) Formamos el primer intervalo:

Límite inferior: $L_i = 20$

Límite superior: $L_s = 20 + 5 = 25$

Primer intervalo = [20; 25[

e) Por otro lado, la marca de clase (x_i) es el punto medio de un intervalo. Es el valor representativo de una clase.

$$x_i = \frac{L_i + L_s}{2} = \frac{20 + 25}{2} = 22{,}5$$

f) Por lo tanto, la tabla de frecuencias correspondiente a estos datos es la que sigue:

Talla de zapato	x_i	f_i	F_i	h_i	h_i %
[20; 25[	22,5	7	7	0,23	23 %
[25; 30[	27,5	2	9	0,07	7 %
[30; 35[	32,5	4	13	0,13	13 %
[35; 40[	37,5	9	22	0,30	30 %
[40; 45]	42,5	8	30	0,27	27 %
Total		30		1,00	100 %

g) La mayor cantidad de clientes calza entre 35 y 40.

1. ¿Para qué fue necesario agrupar los datos en intervalos?

2. ¿Por qué es necesario tomar el valor aproximado de $k \approx 5{,}48 \rightarrow k = 5$?

3. ¿Por qué se aproxima la amplitud de intervalo a entero?

4. ¿Para qué es necesario calcular la marca de clase?

5. Reemplaza datos en la siguiente fórmula para hallar el promedio de las medidas de los calzados.

6. Interpreta el valor obtenido en la actividad anterior.

Situación C

En la siguiente tabla se muestran las temperaturas máximas en grados Celsius registradas durante el mes de febrero en la ciudad de Lima.

Día	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
T °C	31	30	30	30	29	29	29	28	28	29	32	30	29	30

Día	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28
T °C	31	30	30	29	31	28	27	30	31	20	31	32	32	30

Elabora la tabla de frecuencias para datos no agrupados y determina los valores de:

a) el promedio ($\overline{x}$).

b) la mediana (Me).

c) la moda (Mo).

Resolución

(Encuentra el error)

Seguimos los siguientes pasos:

a) Se elabora la tabla de frecuencias para datos no agrupados. Para ello se realiza el conteo de las temperaturas que se repiten de menor a mayor:

Temperatura máxima (°C)	f_i	Fi	h_i	h_i (%)
27	1	1	0,04	4 %
28	3	4	0,10	10 %
29	6	10	0,21	21 %
30	10	20	0,36	36 %
31	5	25	0,19	19 %
32	3	28	0,10	10 %
Total	**28**		**1,00**	**100 %**

b) Se determina el promedio de las temperaturas máximas:

$$\overline{x} = \frac{27(1) + 28(3) + 29(6) + 30(10) + 31(5) + 32(3)}{28}$$

$$\overline{x} = \frac{28 + 84 + 174 + 300 + 155 + 96}{28} = 29,89$$

c) Se determina la mediana, que es el valor central correspondiente al conjunto de datos. Se tienen dos valores centrales del mes: 15 y 16. Entonces:

$$Me = \frac{31 + 30}{2} = 30,5$$

d) Ahora se determina el valor de la moda. Para ello se observa en la tabla de frecuencias que la temperatura que más se repite es 30 °C.

Por lo tanto, la moda de las temperaturas es:

$$Mo = 30 \text{ °C}$$

1. La frecuencia relativa se define por la fórmula:

$h_i = \dfrac{f_1}{\text{total de datos}}$. Verifica los valores de la tabla.

2. La frecuencia relativa porcentual: h_i (%) $= h_i \cdot 100$. Verifica un valor de la tabla.

3. Ordena los valores de la temperatura máxima de forma creciente en la siguiente tabla:

Día	1	2	3	4	5	6	7
T °C							

Día	8	9	10	11	12	13	14
T °C							

Día	15	16	17	18	19	20	21
T °C							

Día	22	23	24	25	26	27	28
T °C							

4. ¿Cuál de las medidas presenta un error?

5. ¿Cuáles son los días que corresponden a los valores centrales y a qué temperatura corresponden?

6. Entonces, determina ahora la mediana de las temperaturas máximas registradas en la ciudad de Lima durante el mes de febrero.

Practicamos

1. El histograma de frecuencias muestra las edades de los novios que contrajeron matrimonio en la municipalidad de un distrito. Según el gráfico, ¿cuál de las siguientes afirmaciones es incorrecta?

a) Más de la mitad de los novios tienen más de 24 años y menos de 36 años.

b) 55 novios que contrajeron matrimonio tienen la mayor edad registrada.

c) Menos del 8 % de los novios tienen más de 16 años y menos de 20 años.

d) El histograma registra las edades de 172 personas que contrajeron matrimonio en ese distrito.

2. Para saber si la nota obtenida por un estudiante se encuentra entre los que sacaron más o los que sacaron menos en un examen de Matemática, debemos tomar como referencia una de las calificaciones obtenidas por los estudiantes. Las notas obtenidas son:

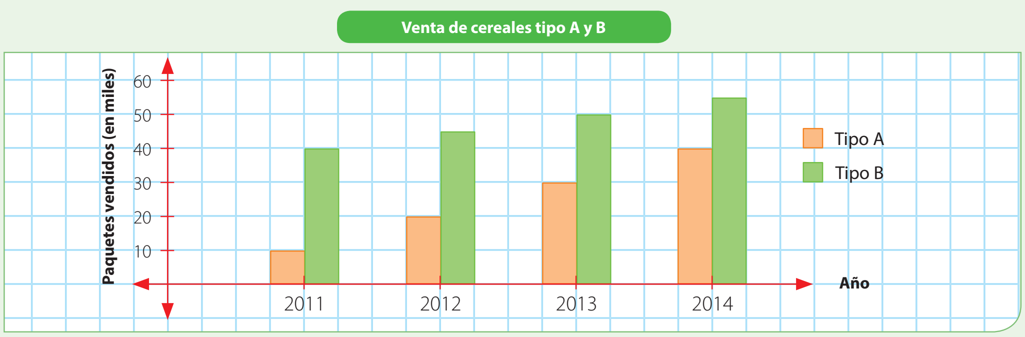
08	14	15	18	10	10	09	11	13
14	15	08	09	10	14	12	15	18
20	16	10	11	16	18	08	13	18

¿Cuál es esa nota que servirá como referencia?

a) 14 **b)** 8 **c)** 11 **d)** 13

3. El gráfico muestra la venta de dos tipos de cereales, A y B, durante 4 años. Si la tendencia en la venta continúa durante los próximos 10 años, ¿en qué año la venta de los cereales A será igual a la venta de los cereales B?

a) 2017 **b)** 2018 **c)** 2024 **d)** 2015



4. A una charla informativa sobre orientación vocacional asistieron jóvenes de distintas edades:

Edad	Cantidad de jóvenes
15	12
16	15
17	13
18	16
19	8

Determina la diferencia entre la mediana y la moda del conjunto de datos.

5. La posta médica registró las edades de 30 de sus pacientes adultos mayores. Con estos datos construyeron una tabla de frecuencias.

Edad	Marca de clase (x_i)	f_i	h_i	h_i %
[54; 60 [	57	9	0,3	30 %
[60; 66 [	63	6	0,2	20 %
[66; 72 [	69	5	0,17	17 %
[72; 78 [	75	4	0,13	13 %
[78; 84]	81	6	0,20	20 %
Total		30	1	100 %

Completa la tabla y determina el porcentaje de pacientes adultos mayores que tienen al menos 72 años de edad.

a) 50 % **b)** 33 % **c)** 13 % **d)** 67 %

6. En una encuesta, se les preguntó a los estudiantes de un grupo sobre su comida favorita. Algunos resultados se presentan en la siguiente tabla:

Comida	Arroz con pollo	Cebiche	Ají de gallina	Otros	Total de encuestados
Cantidad de estudiantes	4	20	¿?	3	36

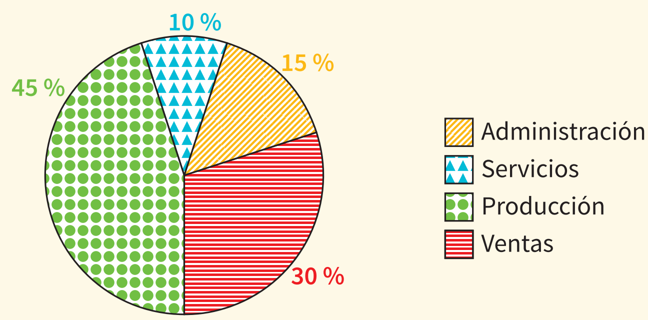
¿Cuál(es) de los siguientes datos se puede(n) obtener a partir de la información presentada?

I. El número de estudiantes del grupo que prefiere arroz con pollo.
II. El número de estudiantes del grupo que prefiere seco a la norteña.
III. El porcentaje de estudiantes del grupo que prefiere cebiche.

a) I　　**b)** I y III　　**c)** I y II　　**d)** III

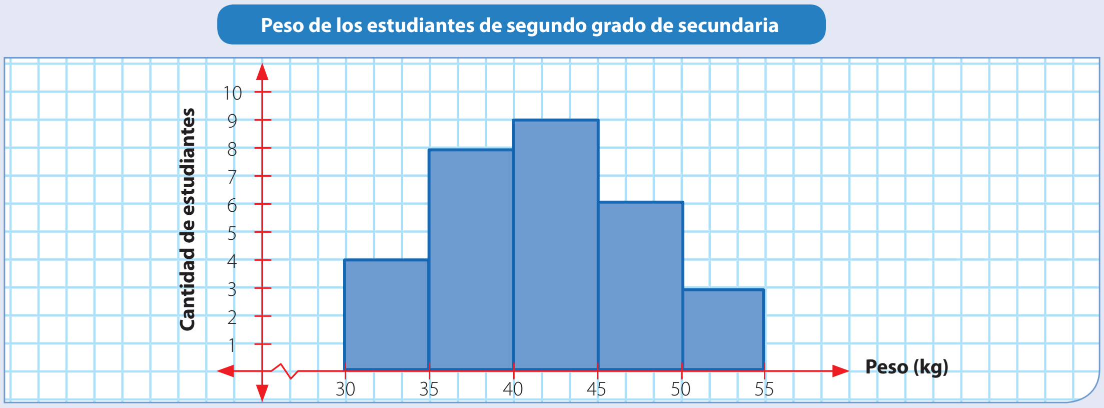
7. En una empresa de embutidos, los trabajadores se distribuyen en diferentes áreas de trabajo, tal como muestra el gráfico:

Porcentaje de trabajadores por áreas



Si en la empresa hay un total de 120 trabajadores, ¿cuál es el promedio por área de trabajo? Comprueba que en la sección de producción hay mayor cantidad de trabajadores.

8. El profesor de Educación Física registró en el siguiente gráfico el peso de los estudiantes de segundo grado de secundaria:



¿Cuál de los siguientes cuadros corresponde a los datos del gráfico?

a)

Peso	Cantidad de estudiantes
[30; 35 [	3
[35; 40 [	4
[40; 45 [	6
[45; 50 [	8
[50; 55]	9

b)

Peso	Cantidad de estudiantes
[30; 35 [	4
[35; 40 [	12
[40; 45 [	21
[45; 50 [	27
[50; 55]	30

c)

Peso	Cantidad de estudiantes
[30; 35 [	30
[35; 40 [	35
[40; 45 [	40
[45; 50 [	45
[50; 55]	50

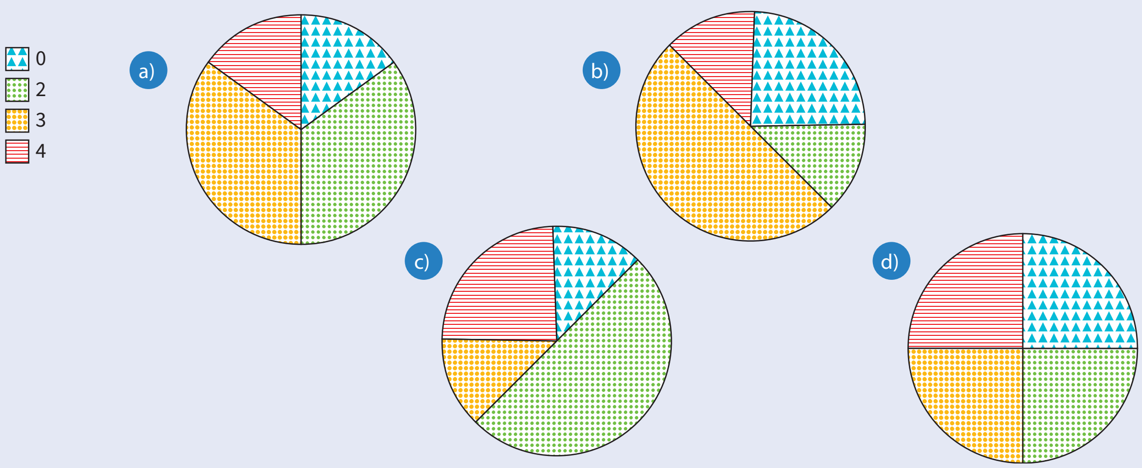
d)

Peso	Cantidad de estudiantes
[30; 35 [	4
[35; 40 [	8
[40; 45 [	9
[45; 50 [	6
[50; 55]	3

9. Se les preguntó a 32 personas de un distrito por el número de horas diarias que dedican a ver televisión. Los resultados son estos:

0	2	4	2	2	2	2	3
3	4	0	2	4	2	2	4
0	4	2	2	4	2	2	3
3	2	2	2	2	4	4	0

¿Cuál de los gráficos circulares corresponde a los datos recogidos con respecto a la cantidad de horas que 32 personas dedican a ver televisión? Los datos están representados en la leyenda.



10 En un estudio socioeconómico se registró el salario mensual de un grupo de padres de familia de una sección de segundo grado de secundaria:

S/1700	S/2300	S/1000	S/1250	S/1000
S/1300	S/1250	S/1000	S/1700	S/1000
S/1700	S/2300	S/1000	S/2000	S/1000
S/1300	S/1250	S/1000	S/1250	S/1000
S/1250	S/2300	S/1000	S/1000	S/1700

¿Cuántos padres de familia de esta sección perciben un salario menor que el promedio de este grupo?

Ficha 11 Promovemos el pago de impuestos

COMPETENCIA	CAPACIDADES	DESEMPEÑOS
Resuelve problemas de cantidad	Traduce cantidades a expresiones numéricas.	Establece relaciones entre datos y acciones de comparar e igualar cantidades o una combinación de acciones y las transforma a expresiones numéricas (modelos) que incluyen aumentos o descuentos porcentuales sucesivos.
	Comunica su comprensión sobre los números y las operaciones.	Expresa con diversas representaciones y lenguaje numérico su comprensión sobre la equivalencia entre dos aumentos o descuentos porcentuales sucesivos y el significado del IGV para interpretar el problema en el contexto de las transacciones financieras y comerciales.
	Argumenta afirmaciones sobre las relaciones numéricas y las operaciones.	Plantea afirmaciones sobre las equivalencias entre descuentos porcentuales sucesivos. Reconoce errores o vacíos en sus justificaciones y en las de otros y los corrige.

Aprendemos

Es importante pedir o emitir el comprobante de pago con el fin de evitar la evasión del impuesto general a las ventas (IGV), que es el 18 % y que se paga por la compra de un producto o servicio. Con este dinero el Estado puede obtener los recursos para brindar educación, salud, seguridad, justicia, obras públicas, apoyo a los más necesitados, entre otros beneficios.

Fuente: *https://goo.gl/XhWwdk*

María y su mamá fueron a comprar aceite Premium y aceite de oliva extravirgen. Luego de pagar esa compra, recibieron el comprobante de venta que se observa en la imagen, el cual tiene una mancha de chocolate.

PUNTO DE VENTA
PSJE - LAS BRISAS - HUARAL
TEL: 346-1117
R.U.C. 12347654454

TICKET N° 001 - 000009

Caja Predeterminada

Cliente: PÚBLICO EN GENERAL 11/06/2017
Usuario: ADMINISTRADOR 11:04:17 a.m.

CANT.	DESCRIPCIÓN		IMPORTE
1	ACEITE PRIMIUM ENVASE X 1 LT	X	7,50
2	ACEITE DE OLIVA EXTRA VIRGEN ENVASE X 500 ML	X	39,80
	SUBTOTAL	S/	47,30
	IGV	S/	
	TOTAL	S/	55,80

SON: CINCUENTA Y CINCO SOLES CON 80/100 CÉNTIMOS

¡GRACIAS POR SU COMPRA!
NO SE ACEPTAN CAMBIOS NI DEVOLUCIONES

¿Cuánto es el IGV que se aplicará según el comprobante? ¿En qué porcentaje se incrementó el total con respecto al subtotal?

Comprendemos el problema

1. ¿Qué productos compraron María y su mamá?

2. ¿Cuánto costó un envase de un litro de aceite Premium y dos envases de 500 ml de aceite de oliva extra virgen?

3. ¿Qué dato ha deteriorado la mancha de chocolate?

4. ¿Qué es lo que te piden?

Diseñamos o seleccionamos una estrategia o plan

1. ¿De qué datos está conformado el monto total a pagar por la compra?

2. ¿Cómo puedes calcular cuántos soles se pagó por concepto de IGV y el incremento del total con respecto al subtotal?

Ejecutamos la estrategia o plan

1. Determina la diferencia entre el total y el subtotal en soles que se pagó por la compra.

2. ¿Cuánto es el IGV que se aplicará según el comprobante?

3. Si el IGV se aplica al subtotal, ¿qué porcentaje representa el subtotal?

4. Determina el valor del IGV en porcentaje. Responde la pregunta del problema.

Reflexionamos sobre el desarrollo

1. ¿En qué parte del problema tuviste mayores dificultades? ¿Por qué?

2. ¿Cómo superaste la dificultad encontrada?

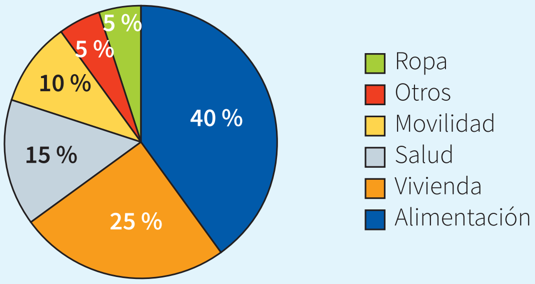
3. Si compras un par de zapatillas por S/120 con IGV incluido, ¿cuál es su precio sin incluir el IGV?

Analizamos

Situación A

El papá y la mamá de José tienen un presupuesto familiar de S/3000 para diferentes gastos en bienes y servicios del hogar, distribuidos tal como se muestra en el siguiente diagrama.

Presupuesto familiar



Determina:

1. La cantidad de dinero presupuestado para diferentes bienes y servicios.
2. El dinero que se gasta en desayuno, almuerzo y cena si estos gastos representan el 30 %, 50 % y 20 %, respectivamente, del monto presupuestado para alimentos.
3. El monto que se paga por alquiler de casa, sabiendo que este representa el 80 % del presupuesto destinado para vivienda y el resto se paga por los servicios de luz y agua mensual.
4. El monto que se paga por el servicio mensual de luz y agua.

Resolución

a) Para hallar la cantidad de dinero presupuestado para bienes y servicios, cambio la representación porcentual a fraccionaria.

Rubros	%	Fracción	El porcentaje de S/3000 es
Ropa	5 %	$\frac{5}{100}$	$\frac{5}{100}$ x 3000 = 150
Alimentación	40 %	$\frac{40}{100}$	$\frac{40}{100}$ x 3000 = 1200
Vivienda	25 %	$\frac{25}{100}$	$\frac{25}{100}$ x 3000 = 750
Salud	15 %	$\frac{15}{100}$	$\frac{15}{100}$ x 3000 = 450
Movilidad	10 %	$\frac{10}{100}$	$\frac{10}{100}$ x 3000 = 300
Otros	5 %	$\frac{5}{100}$	$\frac{5}{100}$ x 3000 = 150

b) Calculamos el dinero que se gasta en desayuno (D), almuerzo (A) y cena (C):

$D = \frac{30}{100} \times 1200 = 360$; $A = \frac{50}{100} \times 1200 = 600$ y

$C = \frac{20}{100} \times 1200 = 240$

En la alimentación se gasta: S/360 en desayuno, S/600 en el almuerzo y S/240 en la cena.

c) El monto pagado en alquiler (m) se calcula como:

$$m = \frac{80}{100} \times 750 = 600$$

d) El monto que se paga por los servicios de luz y agua (n) se calcula como:

$$n = \frac{20}{100} \times 750 = 150$$

1. ¿Por qué 5 % es equivalente a la fracción 5/100? Pinta las partes correspondientes y numéralas.

2. Explica por qué para calcular el 40 % de 3000 hay que multiplicar $\frac{40}{100}$ x 3000.

3. Explica por qué un porcentaje se puede aplicar en otro porcentaje, como en la parte b) o c) del problema.

4. ¿Es posible calcular una fracción de otra fracción? Menciona un ejemplo.

Situación B

Una tienda de artefactos importa lavadoras por mayor a un costo de S/960 por cada lavadora. Si el servicio técnico del primer año incrementa en 20 % el precio original y el servicio técnico del segundo año genera un aumento del 25 % al precio anterior…

a) ¿Cuál es el precio final de la lavadora si se paga por adelantado el servicio técnico del primer año?

b) ¿Cuál es precio de la lavadora si se paga por adelantado el servicio técnico hasta el segundo año?

c) ¿Cuánto es el aumento único por el servicio técnico de dos años?

Resolución

a) Determino el nuevo precio de la lavadora después del primer aumento:

Precio inicial: S/960

El incremento es el 20 % de 960; es decir,

$$\frac{20}{100} \times 960 = 192$$

Precio incrementado: S/960 + S/192 = S/1152

b) Determino el precio de la lavadora después del segundo incremento.

Nuevo precio inicial: S/1152

El incremento es el 25 % de 1152; es decir,

$$\frac{25}{100} \times 1152 = 288$$

Precio incrementado: S/1152 + S/288 = S/1440

c) Determino el aumento único por el pago adelantado del servicio técnico por los dos años. Para ello utilizo la siguiente fórmula.

$$\boxed{AU = \left(A + B + \frac{AB}{100}\right)\%,}$$

donde A = 20 % y B = 25 %

Reemplazando valores en la fórmula tenemos:

$$AU = \left(20 + 25 + \frac{20 \times 25}{100}\right)\% = \left(45 + \frac{500}{100}\right)\%$$

$$AU = 50\ \%$$

Hallamos el incremento único para comprobar el precio incrementado:

50 % de S/960

$$\frac{50}{100} \times 960 = 480$$

Precio incrementado: S/960 + S/480 = S/1140

Respuesta: el precio incrementado en ambos casos es S/1440, lo que verifica la respuesta.

1. Expresa el 20 % en forma fraccionaria y verifica el valor del primer incremento.

2. ¿Es lo mismo aumentar en forma sucesiva 20 % y 25 %, que aumentar 45 %? Justifica tu respuesta con un ejemplo del problema.

3. Determina con qué aumento único corresponde el aumento sucesivo 30 % + 35 % aplicando la fórmula.

4. ¿Cuál es la desventaja de calcular el aumento porcentual sucesivo con la fórmula de aumento único?

5. ¿En la vida real, por qué es necesario calcular el aumento porcentual sucesivo para comprar un producto o servicio que vendan con este aumento?

Situación C

En el emporio comercial de Gamarra se realiza la "Semana del descuento y la moda" entre los días 15 y 21 de junio. Durante esta semana cada prenda de vestir de jóvenes se venderá con un descuento del 20 % y si se compra por mayor ($\frac{1}{4}$, $\frac{1}{2}$ o 1 docena), se realizará un descuento adicional de 20 % sobre el precio ya rebajado.

Prenda de vestir	Precio de la prenda con IGV (S/)
Pantalón jean varones	90
Pantalón jean mujeres	80
Polo de mujer manga corta	25
Polo de mujer manga larga	35
Polo de varón manga larga	40
Polo de varón manga corta	30
Casaca de varón color entero	**160**

Fuente: https://goo.gl/tDaeoe

Ana compra 3 pantalones jean y 3 polos manga corta y 3 polos manga larga. Juan compra 3 pantalones, 3 polos manga larga, 3 polos manga corta y una casaca.

¿Cuánto gasta cada uno en ropa? ¿Quién ha ahorrado más en la compra?

Resolución

(Encuentra el error)

Seguimos los siguientes pasos:

a) Determino los gastos realizados por Ana y completo los datos de la siguiente tabla:

Cantidad de prendas	Precio etiqueta (S/)	Rebaja (S/)	Precio rebajado (S/)	Rebaja sobre rebaja (S/)	Valor final (S/)
3 pantalones	240	48	192	48	144
3 polos manga larga	105	21	84	21	63
3 polos manga corta	75	15	60	12	48
Total	**420**				**255**

Ana ha gastado S/255 en ropa.

b) Determino los gastos realizados por Juan y completo los datos de la siguiente tabla:

Cantidad de prendas	Precio etiqueta (S/)	Rebaja (S/)	Precio rebajado (S/)	Rebaja sobre rebaja (S/)	Valor final (S/)
3 pantalones	270	54	216	54	162
3 polos manga larga	120	24	96	24	72
3 polos manga corta	90	18	72	18	54
1 casaca	160	32	128	-	128
Total	**570**				**416**

Juan ha gastado S/416 en ropa.

c) Calculamos el ahorro como la diferencia entre el total de etiqueta y el valor final para cada uno.

Ana: 420 – 255 = 165

Juan: 570 – 416 = 154

Ana ha ahorrado más en la compra porque la rebaja ha sido mayor.

1. ¿Cuántas veces se descuenta el precio por la compra de tres pantalones?

2. ¿Qué significa descontar el 20 % adicional sobre el precio ya rebajado?

3. Calcula el valor final de 3 pantalones que ha comprado Ana. ¿Coincide con los datos de la tabla?

4. Si no coincide, verifica los valores finales. Completa los datos en las siguientes tablas y determina el gasto de Ana y Juan.

Cantidad de prendas (Ana)	Precio etiqueta (S/)	Rebaja (S/)	Precio rebajado (S/)	Rebaja sobre rebaja (S/)	Valor final (S/)
3 pantalones	240				
3 polos manga larga	105				
3 polos manga corta	75				
Total	**420**				

Cantidad de prendas (Juan)	Precio etiqueta (S/)	Rebaja (S/)	Precio rebajado (S/)	Rebaja sobre rebaja (S/)	Valor final (S/)
3 pantalones	270				
3 polos manga larga	120				
3 polos manga corta	90				
1 casaca	160				
Total	**570**				

La tabla considera los descuentos sucesivos cuando la compra es de, por lo menos, tres prendas. Por lo tanto:

Ana gasta S/268,80.

Juan gasta S/454,40.

5. Calcula el dinero ahorrado por Ana y Juan.

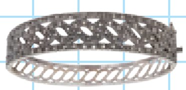
Practicamos

1. Joaquín quiere comprar una moto que cuesta S/15 222, incluido el 18 % del IGV. ¿Cuánto es el costo sin IGV de la moto?

a) S/12 900
b) S/13 900
c) S/10 900
d) S/11 900

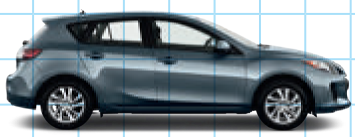
2. María dice que si vendiera su pulsera a 40 % menos de su valor, esta costaría S/12. ¿Cuál es el precio real de la pulsera?

a) S/80
b) S/30
c) S/50
d) S/20



3. Un automóvil cuesta $ 20 000. Si después de un año su precio se reduce en 20 % y al año siguiente, en 10 %, ¿cuál será su nuevo valor?

a) $12 000
b) $14 400
c) $15 000
d) $16 500



4. En una tienda de ropa de moda, los precios de polos de algunas marcas tienen un descuento solo por hoy, pero mañana se incrementarán en los porcentajes que se indican en la siguiente tabla.

a) ¿Cuál será el precio final de cada producto de hoy y mañana?
b) Si compras ½ docena de polos, uno de cada marca, ¿te conviene comprar hoy o mañana? Justifica tu respuesta.

Marcas	Precio normal	Descuento por hoy	Precio final hoy	Aumento mañana	Precio final mañana
Tyfy	S/30	10 %		3 %	
Silve	S/40	5 %		2 %	
Genuino	S/35	10 %		3 %	
Peruano	S/50	15 %		5 %	
Elegante	S/45	20 %		4 %	
Moda	S/20	12 %		2 %	
Total					

5. Gabriela quiere comprarse un vestido que cuesta S/260. Para adquirirlo, a ella le falta el 30 % del dinero que tiene. ¿Cuánto dinero tiene Gabriela?

a) S/140 **b)** S/178 **c)** S/182 **d)** S/200

6. Anita tiene una tela de forma rectangular. Ella recorta el 10 % del ancho y 20 % del largo. La tela ahora tiene 36 m^2 de área. Si antes de cortarla medía 2 m de ancho, ¿cuál fue la longitud del largo antes de ser cortada?

a) 20 m **b)** 24 m **c)** 25 m **d)** 28 m

7. En el Centro Comercial "El Baratillo" se realiza la "Temporada del aumento y la moda" entre las semanas antes de Navidad y de Año Nuevo. Durante la semana previa a la Navidad, cada prenda de vestir de jóvenes se venderá con un descuento del 20 %. Karina y Julio venden ropa y en la semana anterior al Año Nuevo venden con un aumento del 20 % sobre el precio de etiqueta.

Prenda de vestir	Precio de la prenda con IGV (S/)
Pantalón jean varones	90
Pantalón jean mujeres	80
Polo de mujer manga corta	25
Polo de mujer manga larga	35
Polo de varón manga larga	40
Polo de varón manga corta	30

Fuente: *https://goo.gl/r5oTqu*

Karina vende ropa de mujeres y Julio vende ropa de varones. Ellos tienen la siguiente compra y venta en los días previos a Navidad y Año Nuevo. ¿Quién gana más dinero, Karina o Julio? ¿Quién invierte más?

Cantidad de prendas de Karina	Precio etiqueta (S/)	Rebaja (S/) compra antes del 25/12 (20 % de descuento)	Precio de compra rebajado (S/)	Precio de venta antes del 31/12 (20 % de aumento)	Ganancia (S/)
30 pantalones	2400				
30 polos manga larga	1050				
30 polos manga corta	750				
Total					

Cantidad de prendas de Julio	Precio etiqueta (S/)	Rebaja (S/) compra antes del 25/12 (20 % de descuento)	Precio de compra rebajado (S/)	Precio de venta antes del 31/12 (20 % de aumento)	Ganancia (S/)
30 pantalones	2700				
30 polos manga larga	1200				
30 polos manga corta	900				
Total					

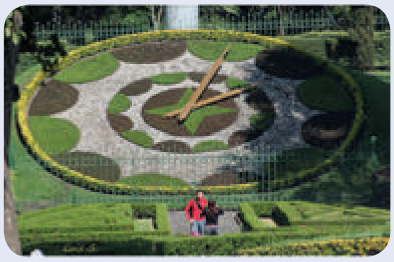
8. El arroz en el mercado ha bajado 20 %, pero para el próximo mes se prevé un aumento de 10 %. ¿Cuánto variará el precio con respecto al valor inicial?

a) 25 % **b)** 13 % **c)** 22 % **d)** 12 %

9 La Municipalidad de Leoncio Prado decidió construir un parque que tiene forma circular. Si se aumenta el radio del círculo en 100 %, ¿qué tanto por ciento se incrementa el área?

a) 100 % **b)** 200 % **c)** 300 % **d)** 400 %

10 La aguja del horario del Reloj Floral del parque Hundido de la ciudad de México tiene 2,5 metros de radio. Si la aguja del minutero tiene una longitud 100 % mayor que la aguja del horario, ¿qué tanto por ciento es mayor el área del círculo que describe la aguja del minutero con relación al área que describe la aguja del horario?



Fuente: *https://goo.gl/fQobHB*

Ficha 12
Transformaciones geométricas con azulejos

COMPETENCIA	CAPACIDADES	DESEMPEÑOS
Resuelve problemas de forma, movimiento y localización	Modela objetos con formas geométricas y sus transformaciones.	Describe la ubicación o el recorrido de un objeto real o imaginario y lo representa utilizando coordenadas cartesianas. Describe las transformaciones de un objeto en términos de combinar ampliaciones, traslaciones, rotaciones o reflexiones.
	Usa estrategias y procedimientos para orientarse en el espacio.	Selecciona y emplea estrategias heurísticas, recursos o procedimientos para describir el movimiento, la localización o las perspectivas (vistas) de los objetos en planos a escala.
	Argumenta afirmaciones sobre las relaciones geométricas.	Plantea afirmaciones sobre las propiedades que descubre entre los objetos y formas geométricas sobre la base de observación de casos. Reconoce errores en sus justificaciones y en las de otros y los corrige.

Aprendemos

En el centro de Lima se encuentra el convento de Santo Domingo. Todas sus paredes se han decorado con espléndidos murales de azulejos que fueron colocados utilizando algunas transformaciones geométricas. Los azulejos fueron traídos desde Sevilla, en el siglo XVII, y para su conservación se realizan, de manera periódica, trabajos de restauración.

Fuente: https://goo.gl/a2d6n6

El restaurador ha cometido errores en la colocación de algunos mosaicos. ¿Cómo puedes indicar con precisión la ubicación de los mosaicos mal colocados? ¿Qué movimientos de los mosaicos debería realizar el restaurador para corregir el error?

Comprendemos el problema

1. ¿Qué se muestra en las figuras?

2. ¿Qué ha ocurrido con los mosaicos en el proceso de restauración?

3. ¿Qué te pide el problema?

Diseñamos o seleccionamos una estrategia o plan

1. ¿Qué estrategia puedes utilizar para ubicar con precisión los mosaicos mal colocados?

a) Diagrama tabular.

b) Diagrama cartesiano.

c) Diagrama analógico.

2. ¿Qué movimientos deberían hacerse con los azulejos para corregir el error?

Ejecutamos la estrategia o plan

1. Elabora un diagrama cartesiano sobre la fotografía antes y después de la restauración.

2. Traza con un lápiz líneas sobre las divisiones de los azulejos para remarcar su ubicación.

3. Escribe los pares ordenados de los azulejos mal ubicados y los que corresponden a la posición correcta.

4. Indica los movimientos que debe realizar cada par para volver a su posición normal.

Reflexionamos sobre el desarrollo

1. ¿En qué parte del problema tuviste mayores dificultades? ¿Por qué?

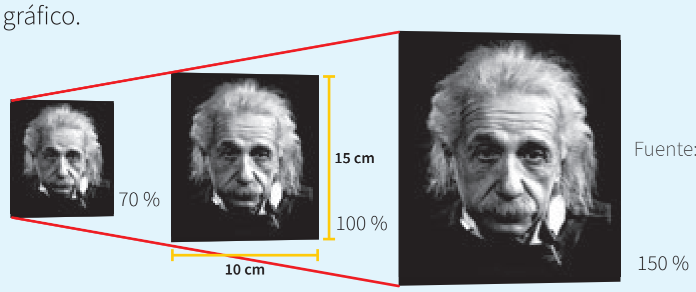
2. ¿Para qué te sirvieron los diagramas cartesianos trazados sobre las fotografías?

3. ¿Qué transformación geométrica se ha aplicado para reubicar los azulejos?

¿? Analizamos

Situación A

Se tiene una fotografía del Albert Einstein de forma rectangular de 10 cm de ancho y 15 cm de largo. Para colocarla en el periódico mural, se pidió hacer una copia reducida al 70 % y una copia ampliada al 150 %, tal como se muestra en el siguiente gráfico.



Fuente: *https://goo.gl/g8bFF6*

¿Cuáles son las dimensiones de las fotografías reducidas y ampliadas? ¿Cuál es la razón de las dimensiones de las fotografías ampliada y reducida respecto a la fotografía original?

Resolución

a) Determino las dimensiones de la fotografía ampliada.

$$\text{largo: } a_1 = \frac{150}{100} \times 15 = 22{,}5 \text{ cm}$$

$$\text{ancho: } b_1 = \frac{150}{100} \times 10 = 15 \text{ cm}$$

b) Determino las dimensiones de la fotografía reducida:

$$\text{largo: } a_2 = \frac{70}{100} \times 15 = 10{,}5 \text{ cm}$$

$$\text{ancho: } b_2 = \frac{70}{100} \times 10 = 7 \text{ cm}$$

c) Represento las medidas de la fotografía original:

$$a = 15 \text{ cm y } b = 10 \text{ cm}$$

d) La razón de las medidas de la fotografía ampliada respecto a la original (k_1):

$$k_1 = \frac{a_1}{a} = \frac{25{,}5 \text{ cm}}{15 \text{ cm}} = 1{,}5$$

$$k_1 = \frac{b_1}{b} = \frac{15 \text{ cm}}{10 \text{ cm}} = 1{,}5$$

e) La razón de las medidas de la fotografía reducida respecto a la original (k_2):

$$k_2 = \frac{a_2}{a} = \frac{10{,}5 \text{ cm}}{15 \text{ cm}} = 0{,}7$$

$$k_2 = \frac{b_2}{b} = \frac{7 \text{ cm}}{10 \text{ cm}} = 0{,}7$$

1. Comprueba, mediante la regla de tres simple, las dimensiones de la fotografía ampliada.

2. Comprueba, mediante la regla de tres simple, las dimensiones de la fotografía reducida.

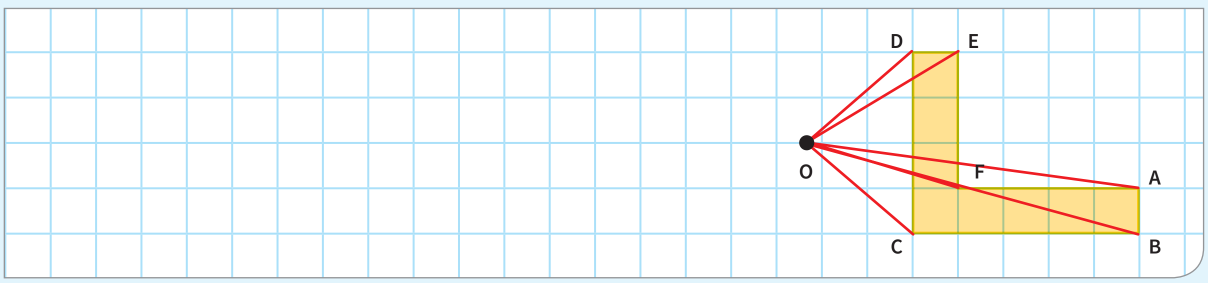
3. ¿Por qué el valor de k_1 se mantiene constante para la fotografía ampliada?

4. ¿Cómo se llama el proceso de ampliación o reducción de una figura geométrica?

5. ¿Qué valores puede asumir k en un proceso de ampliación y reducción?

Situación B

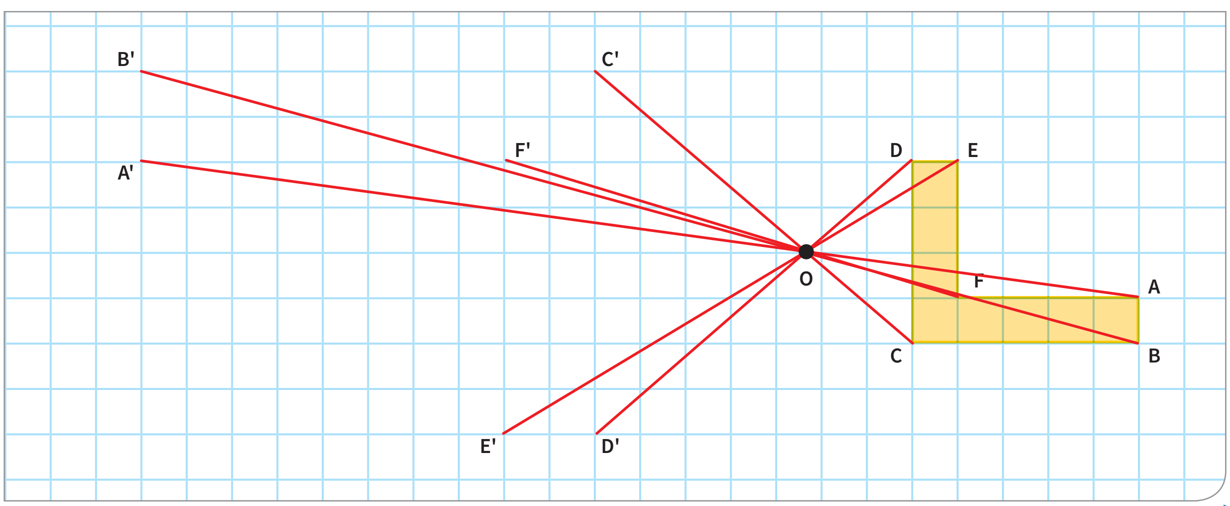
Si a la siguiente figura le haces una homotecia cuyo centro sea O y su razón sea –2, representa la figura que obtendrías dentro de la cuadrícula y determina su perímetro.



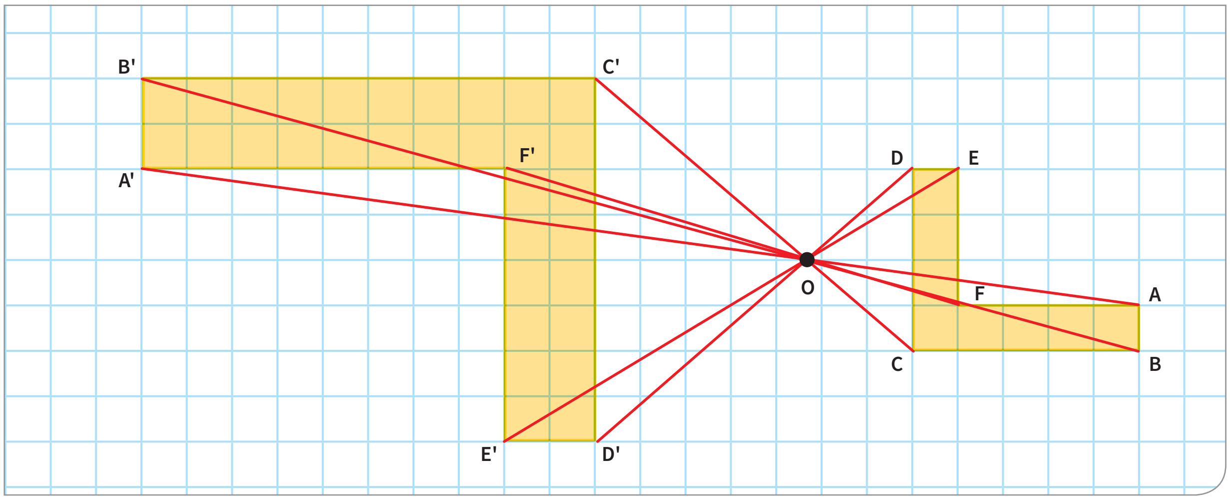
Resolución

Seguimos los siguientes pasos:

a) De los vértices del polígono A, B, C, D, E y F, trazo líneas que pasen por el punto “O”, hasta los puntos A’, B’, C’, D’, E’ y F’:



b) Trazo líneas que unan los puntos A', B', C', D', E' y F'. Pinto el polígono formado.



c) Determino el perímetro de la figura resultante, considerando que cada lado de la cuadrícula mide 5 mm:

$$P = A'B' + B'C' + C'D' + D'E' + E'F' + F'A'$$

$$P = 10 + 50 + 40 + 10 + 30 + 40 = 180$$

El perímetro es igual a 180 mm.

1. ¿Para qué se han denotado los vértices del polígono?

2. ¿Por qué los puntos A' y B' deben estar ubicados en los puntos indicados?

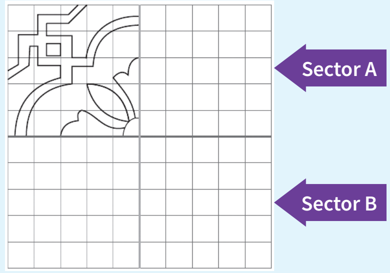
3. La figura resultante está invertida, ¿tiene importancia en la homotecia?

4. ¿En cuántas veces aumenta, aproximadamente, el tamaño del polígono formado?

5. ¿Cómo compruebas que el tamaño del polígono resultante se ha duplicado?

Situación C

Usa la siguiente cuadrícula y dibuja el mosaico mostrado. Sombrea de modo que el conjunto sombreado reproduzca la composición dada.



Sector C

a) ¿Qué tipo de transformación geométrica has empleado en el sector A?

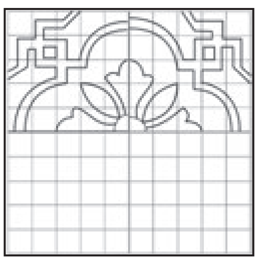
b) ¿Qué tipo de transformación geométrica has empleado en el sector B?

c) ¿Qué tipo de transformación geométrica has empleado en el sector C?

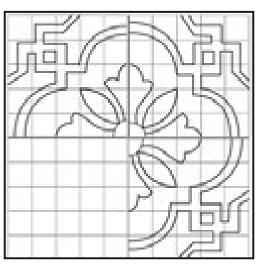
Resolución

(Encuentra el error)

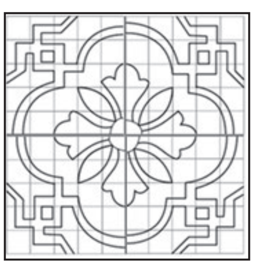
a) Para el sector A, giramos 90° la figura inicial:



b) Para el sector B, la figura rotada anteriormente la hago rotar nuevamente en 90°.



c) Para el sector C, la figura rotada anteriormente rota en 90° hacia la derecha.



1. ¿Es correcta la transformación empleada para el sector A? Justifica tu respuesta.

2. ¿Qué transformación sería la pertinente para la figura en el sector A? Dibuja en el sector A.

3. ¿Qué transformación es la adecuada para los sectores B y C? Dibuja en los sectores correspondientes.

Practicamos

1. Con el transportador, determina el ángulo de giro de las figuras mostradas y escribe su valor en los espacios correspondientes. Marca la alternativa que relaciona incorrectamente la figura con la medida del ángulo.

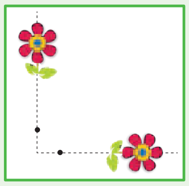


Fig. 1

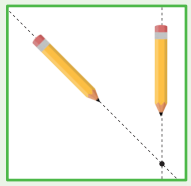


Fig. 2

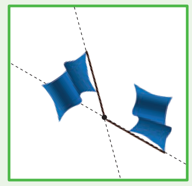
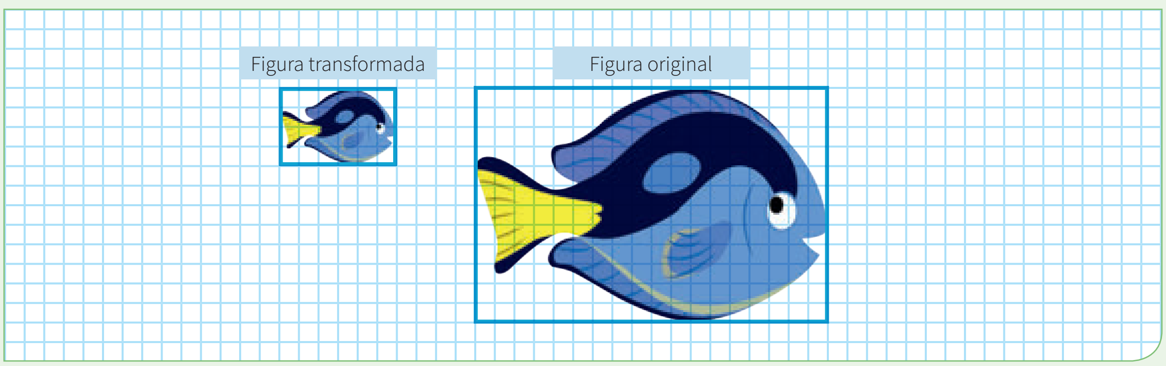


Fig. 3

a) Fig. 2 – 45°   **b)** Fig. 1 – 90°   **c)** Fig. 3 – 45°   **d)** Fig. 3 – 135°

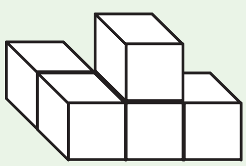
2. El siguiente gráfico muestra la reproducción de una imagen realizada con un pantógrafo, que es un dispositivo mecánico empleado para hacer ampliaciones o reducciones de dibujos.



¿Cuál es la razón de homotecia?

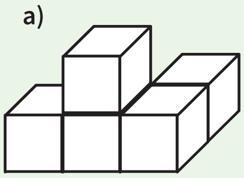
a) 3   **b)** $\frac{1}{2}$ **c)** 2   **d)** $\frac{1}{3}$

3. Observa la siguiente figura:

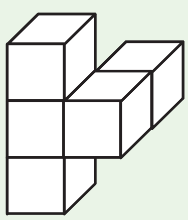


¿Cuál es la figura rotada de la figura anterior?

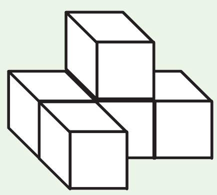
a)



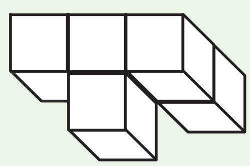
b)



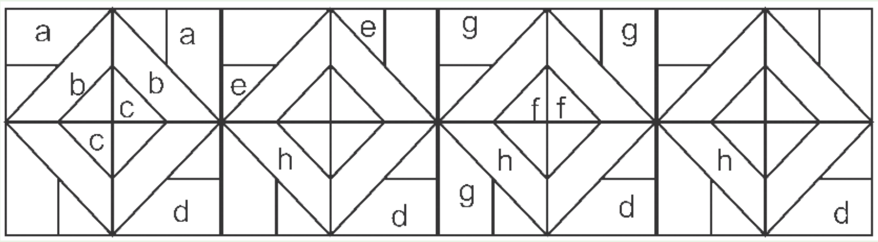
c)



d)



4. Observa la siguiente imagen y colorea las figuras que tienen una misma letra en su parte interior, de acuerdo con la transformación geométrica correspondiente: traslación de color verde, rotación de rojo y simetría de amarillo.



5. Considera las siguientes figuras.


(P)


(Q)


(R)


(S)

I. Q es una traslación de P.
II. R es una rotación en 180° de P.
III. S es un rotación en 180° de R.

¿Cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera?

a) Solo II y III. **b)** Solo III. **c)** Solo I y II. **d)** Solo II.

6. Por el aniversario de la I. E. Illathupa de Huánuco, se convocó a un concurso de diseños artísticos y quedaron tres finalistas. Relaciona los diseños finalistas con el tipo de transformación geométrica utilizado:

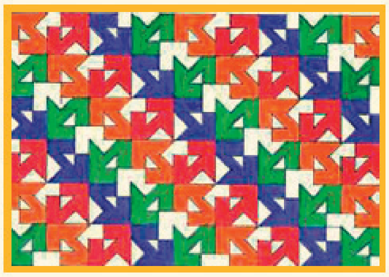


Fig. 1

Traslación

Fig. 2

Rotación

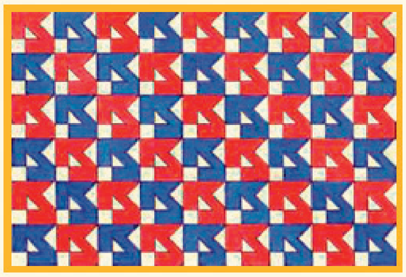


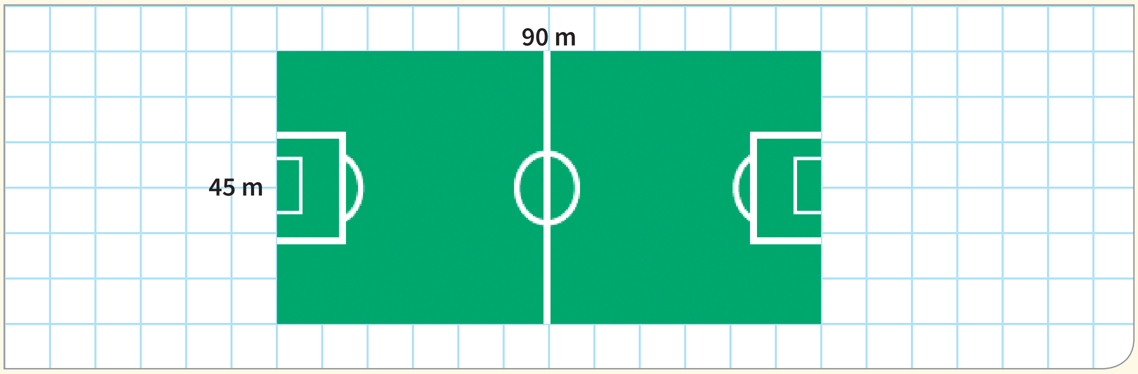
Fig. 3

Homotecia

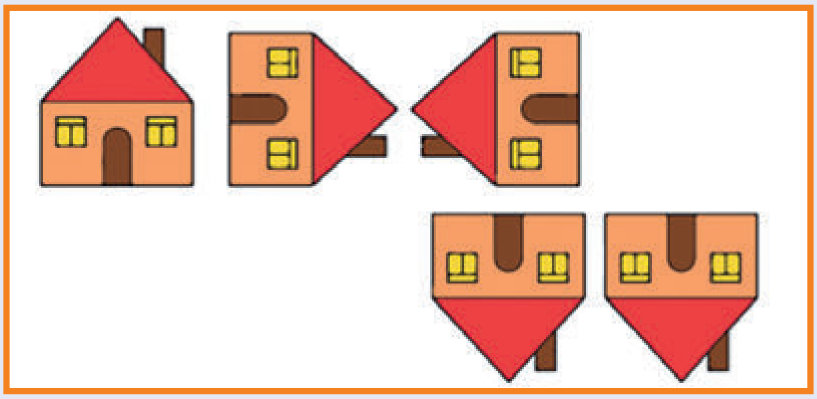
¿Cuál de las siguientes alternativas relaciona incorrectamente el diseño artístico con el tipo de transformación geométrica?

a) Fig. 1 – rotación **b)** Fig. 3 – traslación **c)** Fig. 2 – homotecia **d)** Fig. 3 – homotecia

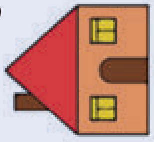
7. La figura muestra las medidas del campo de fútbol de la G.U.E. Leoncio Prado. Felipe quiere realizar la representación reduciendo las medidas a su tercera parte. Grafica el campo de fútbol y responde: ¿Cuánto mide el perímetro del campo reducido?

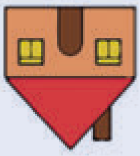


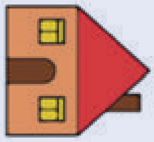
8. Encuentra el patrón con el que fueron generadas las figuras. ¿Cuál es la figura que sigue?



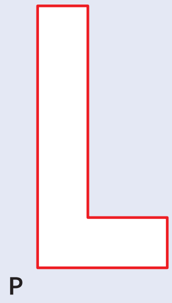
a) 

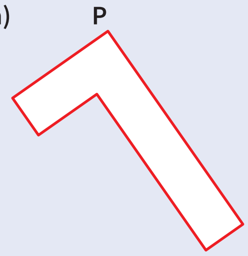
b) 

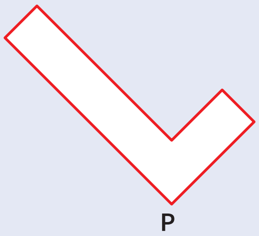
c) 

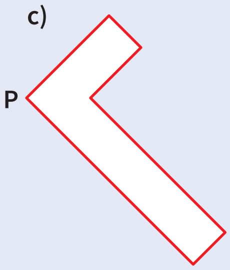
d) 

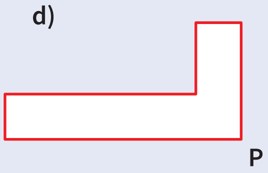
9 ¿Cuál de las siguientes alternativas representa una rotación de la figura en 45° con centro P?



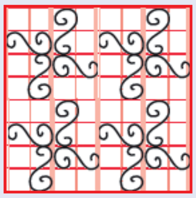
a) 

b) 

c) 

d) 

10. Maricielo necesita cercar su jardín, así que decide elaborar una reja utilizando las transformaciones geométricas. Diseña dos modelos diferentes de reja decorativa a partir de la figura mostrada.

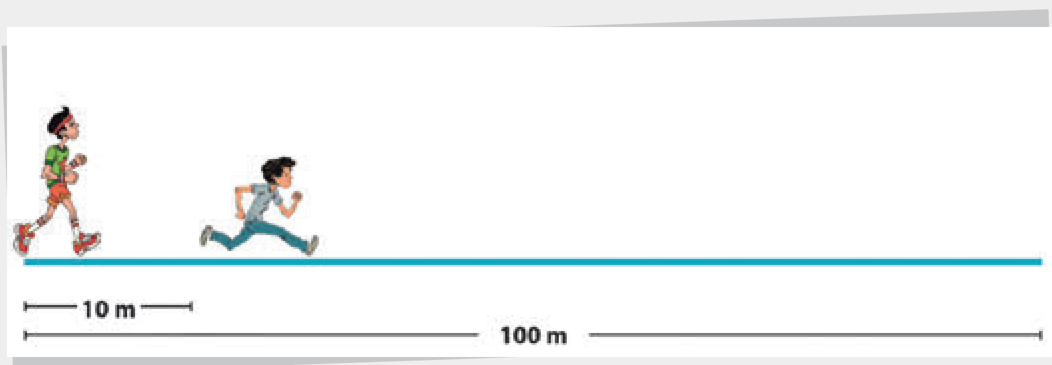


Ficha 13 Carrera entre amigos

COMPETENCIA	CAPACIDADES	DESEMPEÑOS
Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio	Traduce datos y condiciones a expresiones algebraicas y gráficas.	Establece relaciones entre datos, relaciones de equivalencia o variación entre dos magnitudes y transforma esas relaciones a expresiones algebraicas o gráficas (modelos) que incluyen la regla de formación de funciones lineales y afines.
	Usa estrategias y procedimientos para encontrar equivalencias y reglas generales.	Selecciona y combina recursos, estrategias heurísticas y el procedimiento matemático más conveniente a las condiciones de un problema para evaluar el conjunto de valores de una función lineal.

Aprendemos

Mauricio le propone a su amigo Héctor hacer una carrera de 100 metros en la pista atlética de su colegio, donde las distancias en dicha pista están señaladas con ciertas medidas. Como Mauricio es atleta, le da a su amigo una ventaja de 10 metros. Se sabe que Héctor recorre 4 metros por cada segundo y Mauricio, 6 metros en el mismo tiempo; además, estas velocidades son constantes en todo el recorrido.



Responde:

1. ¿En cuánto tiempo alcanzará Mauricio a su amigo Héctor?
2. Establece la expresión matemática que representa la distancia que recorre cada uno de ellos en un determinado tiempo e identifica la función lineal y la función afín.
3. ¿En cuánto tiempo terminará cada uno la carrera?

Comprendemos el problema

1. ¿Qué significa que las velocidades son constantes?

2. ¿Con qué datos cuentas?

3. ¿Qué te pide el problema?

Diseñamos o seleccionamos una estrategia o plan

1. .¿Qué estrategia usarías para resolver el problema? Justifica tu respuesta.

a) Establecer submetas.

b) Dividir el problema en partes.

c) Elaborar una tabla.

Ejecutamos la estrategia o plan

1. Elaboramos la tabla correspondiente.

Tiempo transcurrido	Distancia recorrida por Mauricio: D	Distancia recorrida por Héctor: d

2. Usa la tabla y responde la pregunta: ¿En cuánto tiempo alcanzará Mauricio a su amigo Héctor?

3. ¿Cuál sería el modelo para determinar la distancia recorrida por Mauricio? Fíjate en la tabla.

4. Determina el modelo matemático del recorrido de Héctor.

5. Aplica los modelos para determinar el tiempo usado para terminar la carrera.

Reflexionamos sobre el desarrollo

1. Describe y explica la estrategia que seleccionaste para resolver la situación.

2. ¿Qué diferencia hay entre el modelo matemático de Mauricio y de Héctor?

Analizamos

Situación A

Un automóvil tiene 8 años de antigüedad y su valor actual es de S/20 000, pero hace 4 años su valor era de S/45 000. Si el valor del sistema varía de forma lineal con el tiempo, determina:

a) ¿Cuál es el modelo matemático que expresa el valor del automóvil con respecto al tiempo transcurrido?

b) ¿Cuál fue el costo inicial del automóvil?

c) ¿Cuál será su valor después de diez años de antigüedad?

Resolución

a) Para hallar el modelo matemático:

Llenamos la tabla tomando los datos del problema.

+ 25 000

Valor (S/)	20 000				45 000	...	
Tiempo	8				4	...	

- 4

$\Rightarrow \dfrac{25\ 000}{4} = 6250$

Teniendo en cuenta que varía linealmente, completamos la tabla:

Valor (S/)	20 000	26 250	32 500	38 750	45 000
Tiempo	8	7	6	5	4

Luego hallamos el modelo matemático:

Si al valor en soles del automóvil le asignamos la letra v y al tiempo, t. El modelo matemático es:

$$v(t) = at + b$$

Si: $t = 8 \rightarrow 8a + \cancel{b} = 20\ 000$... (1)

$t = 7 \rightarrow 7a + \cancel{b} = 26\ 250$... (2)

Restando miembro a miembro (1) y (2):

$$a = -6250$$

Reemplazando en (1):

$$8\,(-6250) + b = 20\ 000$$

$$b = 70\ 000$$

∴ El modelo matemático es:

$$v(t) = -6250 \cdot t + 70\ 000$$

b) Para hallar el costo inicial del automóvil, se deduce que el tiempo es 0 años, pues es el momento de adquisición del automóvil.

Del modelo matemático, $v(t) = -6250 \cdot t + 70\ 000 \Rightarrow$ $v(t) = -6250 \cdot 0 + 70\ 000 \Rightarrow v(t) = 70\ 000$

Por lo tanto, su costo inicial fue de 70 000 soles.

c) Hallamos su valor después de diez años.

Si reemplazamos en el modelo matemático el valor de 10 en t, obtenemos: $v(t) = 7500$.

Su valor será de 7500 soles.

Respuesta:

a) El modelo matemático es: $v(t) = -6250 \cdot t + 70\ 000$

b) Su costo inicial fue de 70 000 soles.

c) El valor después de 10 años será de 7500 soles.

1. ¿Qué estrategia se aplicó para resolver la situación?

2. Describe el procedimiento realizado en la resolución del problema.

Situación B

El gimnasio Power Gym cobra un derecho de inscripción de 260 soles y una mensualidad de 120 soles, mientras que el gimnasio Gym Extreme cobra 140 soles por derecho de inscripción y 160 soles de mensualidad. Ambos gimnasios se ubican en la misma avenida y tienen instalaciones semejantes y las mismas máquinas. Suponiendo que están transcurriendo los meses, ¿en cuál de los meses se llegó a pagar la misma cantidad?

Resolución

a) Determinamos la función de lo que se paga en Power Gym en t meses:

$$P(t) = 260 + 120\,t$$

b) Determinamos la función de lo que se paga en Gym Extreme en t meses:

$$P(t) = 140 + 160\,t$$

Igualamos ambas funciones para averiguar por cuántos meses se paga lo mismo en los dos gimnasios:

$$260 + 120\,t = 140 + 160\,t$$

Luego: $t = 3$ meses.

Respuesta:

Se llegó a pagar la misma cantidad en el tercer mes.

1. ¿Cuál fue la estrategia que se aplicó para resolver el problema?

2. ¿Habrá otra forma de resolver el problema?

3. Si realizas la gráfica de ambas expresiones en el mismo plano cartesiano, ¿cuál es el punto de intersección de ambas gráficas? ¿Qué significa este valor?

Situación C

Para ingresar a la feria gastronómica "Mix Culinaria" se paga S/15,00 por entrada de niños o adultos. Se sabe que dentro de la feria cualquier plato de comida está S/8,00.

a) ¿Cuál es el modelo matemático para representar el gasto total para la visita a la feria gastronómica?

b) Si se sabe que Lila acudió a la feria y consumió 7 platos, ¿cuál es el gasto generado?

Resolución

(Encuentra el error)

Seguimos los siguientes pasos:

a) Para hallar el modelo matemático, llenemos la tabla para deducir el modelo:

N.° de platos	1	2	3	4
Costo total	8	16	24	48

Entonces, se deduce que el gasto en total avanza de 8 en 8.

El modelo será:

$$y = 8x$$

b) El gasto generado por Lila será:

Usando el modelo:

$$y = 8x$$
$$y = 8(7)$$
$$y = 56$$

Respuesta:

a) El modelo será: $y = 8x$

b) El gasto generado por Lila es S/56,00.

1. ¿Son correctas las respuestas? De no serlas, propón la solución.

2. ¿Qué estrategia se aplicó para resolver el problema?

Practicamos

1. Jorge consigue un trabajo en telefonía móvil, donde le pagan diariamente. Por día recibe 15 soles; adicionalmente, le dan 2 soles por cada chip de celular que vende. ¿Cuál es el modelo matemático que representa dicha situación? ¿Cuántos chips de celular vendió si recibió ese día la suma de 43 soles?

a) $f(x) = 15x + 2$; 8 chips **b)** $f(x)) = 15 + 2x$; 14 chips

c) $f(x) = 15 + 2x$; 29 chips **d)** $f(x) = 2x$; 21 chips

2. El precio de una radio es de S/200 al contado, pero si se cancela en cuotas, deberá pagarse un interés mensual fijo de S/11. ¿Cuál es la expresión matemática que representa la relación del costo de la radio con el número de cuotas? ¿Cuánto debe pagarse en 12 cuotas?

a) $y = 11x$; 132 soles **b)** $y = 200 + 11x$; 200 soles

c) $y = 200 + 11x$; 332 soles **d)** $y = 200 + 11x$; 211 soles

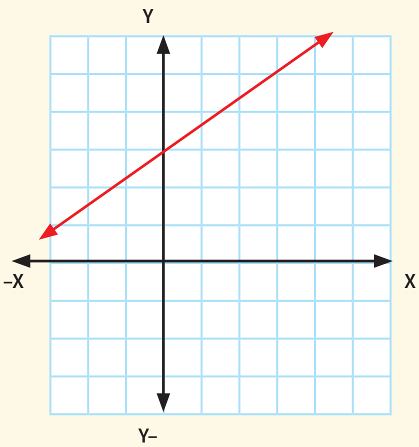
3. En la bodega de don Lucho se exhibe un letrero que dice: “Oferta: bolsa de arroz de 750 g a S/2,40”. ¿Cuánto será el costo de 3 kg de arroz?

a) S/9,60 **b)** S/8,50 **c)** S/7,60 **d)** S/4,80

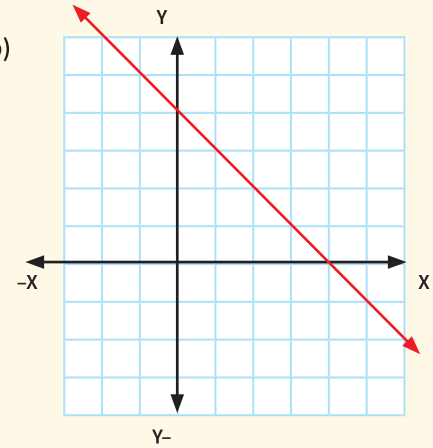
4. Si a los lados de un cuadrado de 3 centímetros de longitud se le aumentan x centímetros a cada lado, ¿cuál es la función que relaciona el perímetro con el lado del cuadrado original?

5. Indica cuál de los siguientes gráficos representa la función afín: $f(x) = \frac{1}{4}x + 3$

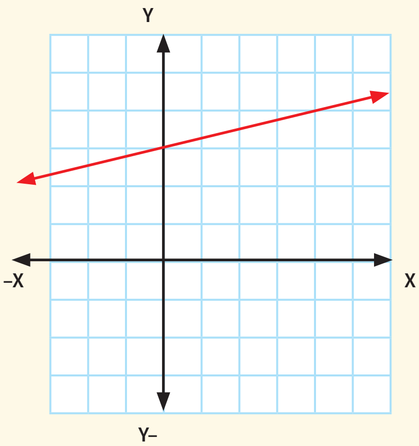
a)



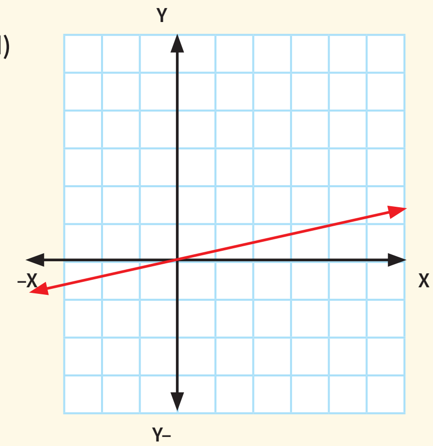
b)



c)



d)



6. La entrada para un parque de diversiones cuesta S/50 por adulto y S/25 por niño. Durante un día ingresaron 300 personas y pagaron en total S/12 250. ¿Cuántos niños y adultos ingresaron al parque?

a) 190 adultos y 110 niños

b) 110 adultos y 190 niños

c) 50 adultos y 25 niños

d) 245 adultos y 490 niños

7. En un torneo deportivo, 38 personas están jugando 13 partidos de tenis de mesa. Mientras algunos partidos son individuales, es decir, dos personas participan en él, otros son dobles, por lo que cuatro personas lo practican. ¿Cuántos partidos individuales y dobles se están jugando?

8. Una empresa en la que se fabrican computadoras debe cancelar, por concepto de luz, agua y renta del local, una cantidad mensual fija de S/2500. Por otro lado, cada computadora que se produce genera un gasto de S/900 en materia prima y S/350 en mano de obra. Si la empresa vende cada computadora a S/1500, ¿cuál será la utilidad que resulte de vender 300 computadoras al final del mes?

a) S/75 200 **b)** S/72 500 **c)** S/67 500 **d)** S/65 200

9 Un técnico en computación pone un negocio de reparación de computadoras y asesoría en cómputo. Después de formular cálculos, estima que el costo mensual para mantener el negocio se describe con la siguiente ecuación: $y = 20x + 460$, donde x es el número de clientes. Asimismo, concluye que sus ingresos mensuales son representados con la siguiente ecuación: $y = 65x - 1700$. ¿Cuántos clientes necesita para no ganar ni perder dinero y cuánto ganaría si tuviera 74 clientes?

a) 48 clientes; 1170 soles **b)** 28 clientes; 1170 soles **c)** 26 clientes; 1170 soles **d)** 84 clientes; 1170 soles

10. Una empresa vende un producto en S/65 la unidad. Los costos por unidad son de S/20 por materiales y S/27,50 por trabajo. Los costos fijos anuales son de S/100 000. ¿Cuál es la función de la utilidad de la empresa y cuánta utilidad se obtuvo si la venta anual fue de 20 000 unidades?

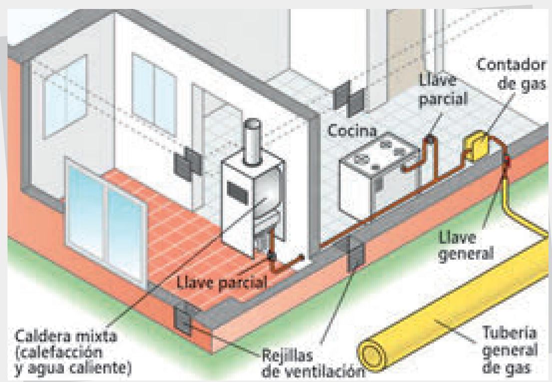
Ficha 14

Economizamos con el gas natural

COMPETENCIA	CAPACIDADES	DESEMPEÑOS
Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio	Traduce datos y condiciones a expresiones algebraicas y gráficas.	Establece relaciones entre datos, valores desconocidos y transforma esas relaciones a expresiones algebraicas que incluyen la regla de formación de progresiones aritméticas con números enteros.
	Usa estrategias y procedimientos para encontrar equivalencias y reglas generales.	Selecciona y combina recursos, estrategias heurísticas y el procedimiento matemático más conveniente a las condiciones de un problema para determinar términos desconocidos o la suma de "n" términos de una progresión aritmética.

Aprendemos

Cada vez serán más los peruanos que empiecen a disfrutar de las ventajas de contar con gas natural (GN) en sus hogares. La compañía encargada tiene un plan de expansión, que consiste en ampliar la cobertura en 25 distritos de Lima. Por ello, el primer día de noviembre empezaron las instalaciones en 24 viviendas; el segundo día, en 50 viviendas; el tercer día, en 76 viviendas; el cuarto día, en 102 viviendas; y así continuará implementándose el proyecto.



Fuente: *https://goo.gl/EpuJZj*

Responde:

1. Encuentra un patrón para averiguar la cantidad de viviendas que ya tienen gas natural relacionada con los días transcurridos.
2. ¿Cuántas viviendas ya tienen gas natural desde el 1 hasta el 25 de noviembre?

Comprendemos el problema

1. ¿Qué datos te proporciona el problema? Explica.

2. ¿Qué tienes que calcular?

Diseñamos o seleccionamos una estrategia o plan

1. ¿Cómo organizarías los datos de los días y número de viviendas beneficiadas con gas?

2. ¿Qué estrategia usarías para resolver el problema?
   a) Establecer submetas.
   b) Buscar un patrón.
   c) Plantear una ecuación.

Ejecutamos la estrategia o plan

1. Organiza los datos en la siguiente tabla.

Día	1	2								
N.° de viviendas con gas	24	50								

2. Vamos a establecer un patrón.

   Propón una expresión que relacione el número de días y la cantidad de las instalaciones día a día, de modo que resulte el número de viviendas.

3. Usa el patrón y determina el valor para los 25 días.

4. Responde las preguntas del problema.

Reflexionamos sobre el desarrollo

1. De la situación planteada, se forma la siguiente progresión aritmética:

24, 50, 76, 102, 128, 154

Identifica los elementos:

Último término: a_n = _____

Primer término: a_1 = _____

Número de términos: n = _____

Diferencia o razón: d = _____

2. Para hallar el total de viviendas que tiene gas hasta el 25 de noviembre, cómo usarías la siguiente expresión: $a_n = a_1 + (n - 1).d$.

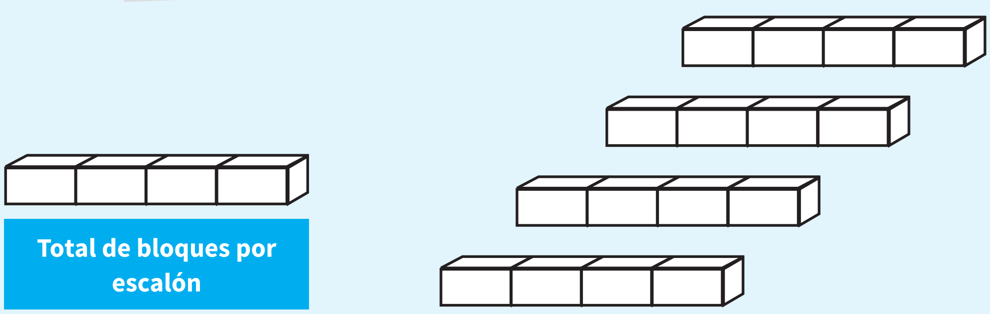
Explica tus operaciones.

¿? Analizamos

Situación A

El alcalde de Lima va a construir escaleras con bloques de cemento, como se muestra en la ilustración. ¿Cuántos bloques de cemento se necesitarán para construir una escalera de 240 escalones?

Fuente: *https://goo.gl/voG3uU*



Resolución

Analizando la situación se deduce que:

Para 1 escalón: 4.

Para 2 escalones: 8.

Para 3 escalones: 12.

Para 4 escalones: 16.

Notamos que: $a_1 = 4$ y $d = 4$

Calculando a_{240}:

$$a_{240} = 4 + 239.d$$

$$a_{240} = 4 + 239\ (4)$$

$$a_{240} = 960$$

Respuesta:

Para poder construir 240 escalones se necesitan 960 bloques de cemento.

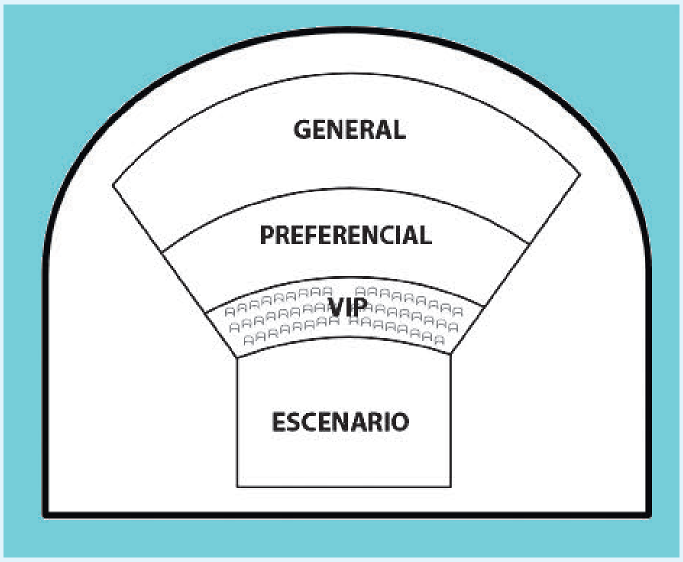
1. Para dar solución a la situación, ¿qué estrategia se desarrolló?

2. ¿Puedes emplear la estrategia en algún otro problema? Explícalo.

Situación B

Un anfiteatro tiene las características como la figura adjunta. Sus 40 filas están distribuidas de la siguiente manera: las primeras 8 filas conforman la zona vip; las siguientes 12 filas, la zona preferencial, y las últimas 20 filas, la zona general. Si la primera fila cuenta con 20 asientos; la segunda, con 22; la tercera, con 24; y así sucesivamente:

a) ¿Cuántos asientos hay en la zona vip y cuántos en la zona preferencial?



Resolución:

Organizando los datos:

$$\underbrace{1.^a \text{ fila, } 2.^a \text{ fila, } 3.^a \text{ fila....... } 8.^a \text{ fila,}}_{\textbf{Zona vip}} \quad \underbrace{9.^a \text{ fila,.............. } 20.^a \text{ fila,}}_{\textbf{Zona preferencial}} \quad \underbrace{21.^a \text{ fila,..................... } 40.^a \text{ fila}}_{\textbf{Zona general}}$$

Calculando el total de asientos en la zona vip:

$$20; 22; 24; \ldots\ldots\ldots\ldots\; a_8$$

$$a_8 = 20+7(2) = 34$$

$$S_8 = \left(\frac{20+34}{2}\right).8 = 216$$

Respuesta:

Hay 216 asientos en la zona vip.

Calculando el total de asientos en la zona preferencial:

$$36 ; 38 ; 40 ; \ldots\ldots\ldots\ldots\; a_{12}$$

$$a_{12} = 36+(11)(2) = 58$$

$$S_{12} = \left(\frac{36+58}{2}\right).12 = 564$$

Respuesta:

Hay 564 asientos en la zona preferencial.

1. ¿Qué estrategia se utilizó para resolver la situación?

2. Describe los procedimientos aplicados para resolver el problema.

3. ¿Cómo puedes verificar el resultado?

Situación C

Un ciclista baja por una pendiente con su bicicleta. En el primer segundo recorre 3 m; en el segundo, 6 m; en el tercero, 9 m; en el cuarto, 12 m; y así sucesivamente. Si llega hasta la parte baja de la pendiente en 10 segundos, encuentra la distancia total recorrida.

Fuente: *https://goo.gl/x7ucd3*

Resolución

(Encuentra el error)

Según los datos, se tiene:

1.^{er} segundo: 3 m

2.º segundo: 6 m

3.^{er} segundo: 9 m

4.º segundo: 12 m

Y así sucesivamente.

En el décimo segundo habrá recorrido.

$$a_{10} = 3 + 9(3) = 30 \text{ m}$$

Distancia total recorrida:

$$S_{10} = \left(\frac{12 + 30}{2}\right).10 = 210$$

Respuesta:

La distancia total recorrida fue de 210 m.

1. ¿Habrá algún error en la solución? De ser así, indica dónde.

2. ¿Cuál sería su corrección?

3. Busca otra forma de resolver el problema.

Practicamos

1. Con el fin de prepararse para una carrera, un deportista comienza corriendo 3 km y aumenta 1,5 km su recorrido cada día. ¿Cuántos días tiene que entrenar para llegar a un recorrido de 15 km?

a) 5 días b) 7 días c) 8 días d) 9 días

2. Una ONG se dedica a atender problemas de salud de personas en estado de pobreza. Si todos los meses se incorporan 5 personas y al final del primer mes hay 125 voluntarios, ¿cuántas personas trabajarán en la ONG al cabo de 2 años y medio?

a) 130 voluntarios b) 150 voluntarios c) 270 voluntarios d) 345 voluntarios

3. El alquiler de una cuatrimoto durante la primera hora cuesta S/10, y S/6 más cada nueva hora. ¿Cuánto se debe pagar si el alquiler fue por 12 horas?

a) S/76 b) S/78 c) S/82 d) S/92

4. Relaciona mediante flechas la ley de formación que corresponde al desarrollo de una progresión aritmética.

Ley de formación	Desarrollo de una P. A.
$a_n = 3n + 4$	9, 11, 13, 15, 17, ...
$a_n = 8 - 2n$	11, 15, 19, 23, 27, ...
$a_n = 4n + 7$	6, 4, 2, ...
$a_n = 2n + 7$	7, 10, 13, 16, ...

5. Las siguientes figuras han sido construidas con palitos de fósforo:

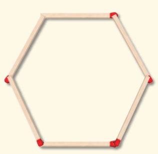


Fig. 1

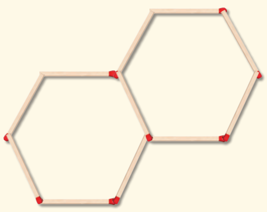


Fig. 2

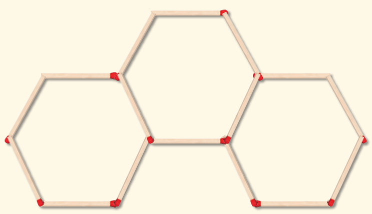


Fig. 3

¿Cuántos palitos de fósforo se necesitan para formar una figura con 24 hexágonos?

a) 144 cerillas b) 130 cerillas c) 128 cerillas d) 121 cerillas

6. En un teatro, la primera fila dista del escenario en 4,5 m, mientras que la octava fila se encuentra a 9,75 m de dicho lugar. ¿A qué distancia del escenario estará la fila 16 si la distancia entre fila y fila es la misma?

a) 14,75 m b) 15,75 m c) 17,35 m d) 18,35 m

7. A inicios del año, Juan decide ahorrar para comprarse una consola de videojuegos. En enero deposita 30 soles en su alcancía y cada mes introduce la misma cantidad del mes anterior más 4 soles. ¿Cuánto dinero habrá ahorrado al finalizar el año?

8. La dosis de medicamento de un enfermo es de 100 mg el primer día y 5 mg menos cada uno de los siguientes días. El tratamiento durará 12 días. ¿Cuántos miligramos debe tomar el enfermo durante todo el tratamiento?

a) 870 mg b) 640 mg c) 570 mg d) 420 mg

9. Un objeto cae de un globo aerostático que se encuentra a una altura de 2304 metros. Si se desprecia la resistencia del aire y, además, sabemos que se desplaza 16 metros en el primer segundo, 48 metros en el siguiente segundo, 80 metros en el tercer segundo, 112 metros en el cuarto, y así sucesivamente, ¿a los cuántos segundos llegará a tierra?

a) 17 segundos
b) 15 segundos
c) 13 segundos
d) 12 segundos

10. Una empresa premia con bonos a sus diez mejores vendedores, para lo cual dispone de S/46 000. Se sabe que el décimo vendedor de la lista recibirá S/1000 y que, además, la diferencia de los bonos entre los vendedores sucesivamente clasificados debe ser constante. Encuentra el bono para cada vendedor.

Ficha 15 Representamos el tiempo libre mediante gráficos estadísticos

COMPETENCIA	CAPACIDADES	DESEMPEÑOS
Resuelve problemas de gestión de datos e incertidumbre	Representa datos con gráficos y medidas estadísticas o probabilidades.	Representa las características de una población en estudio asociándolas a variables cuantitativas discretas y continuas. Expresa el comportamiento de los datos de la población a través de histogramas y polígonos de frecuencias.
	Comunica su comprensión de los conceptos estadísticos y probabilísticos.	Lee tablas y gráficos como histogramas y polígonos de frecuencias.
	Usa estrategias y procedimientos para recopilar y procesar datos.	Recopila datos seleccionando y empleando procedimientos, estrategias y recursos adecuados al tipo de estudio. Los procesa y organiza en tablas. Revisa los procedimientos utilizados y los adecúa a otros contextos de estudio.
	Sustenta conclusiones o decisiones con base en la información obtenida.	Plantea afirmaciones, conclusiones e inferencias sobre las características, tendencias de los datos de una población. Las justifica usando la información obtenida y sus conocimientos estadísticos. Reconoce errores en sus justificaciones y en las de otros, y los corrige.

Aprendemos

Leticia y Margarita son estudiantes del segundo grado A. Ellas realizaron una encuesta entre sus compañeros para identificar la cantidad de horas que hacen uso de Facebook durante una semana. Estas fueron las respuestas de sus compañeros:

2	3	1	5	4	0	2	3
5	8	7	12	14	3	5	7
11	14	10	9	3	0	1	0
5	1	1	6	7	11	10	9
12	15	18	5	4	2	13	10

Fuente: https://goo.gl/rcF1p2

Organiza esta información en un histograma y en un polígono de frecuencias:

Comprendemos el problema

1. ¿Qué información recogieron Leticia y Margarita de los estudiantes del segundo grado A?

2. ¿Cuántos estudiantes fueron encuestados?

3. ¿Qué te solicita el problema?

Diseñamos o seleccionamos una estrategia o plan

1. ¿Cómo hay que agrupar los datos cuando la cantidad de horas dedicadas al Facebook tiene muchas ocurrencias?

2. ¿Qué dato se requiere, además, para elaborar el polígono de frecuencias?

Ejecutamos la estrategia o plan

1. Determina el número de intervalos (k) con la ecuación: $k = \sqrt{n}$, donde n es el número de datos y el rango del recorrido (R) por la fórmula:

   R = dato mayor – dato menor

2. Determina la amplitud del intervalo $A = \frac{R}{K}$ y forma el primer intervalo $[L_i;L_s[$, donde:

   Límite inferior (L_i) y Límite superior (L_s):

   Límite inferior: L_i = ____________

   Límite superior: L_s = ____________

   Primer intervalo I_1 = ____________

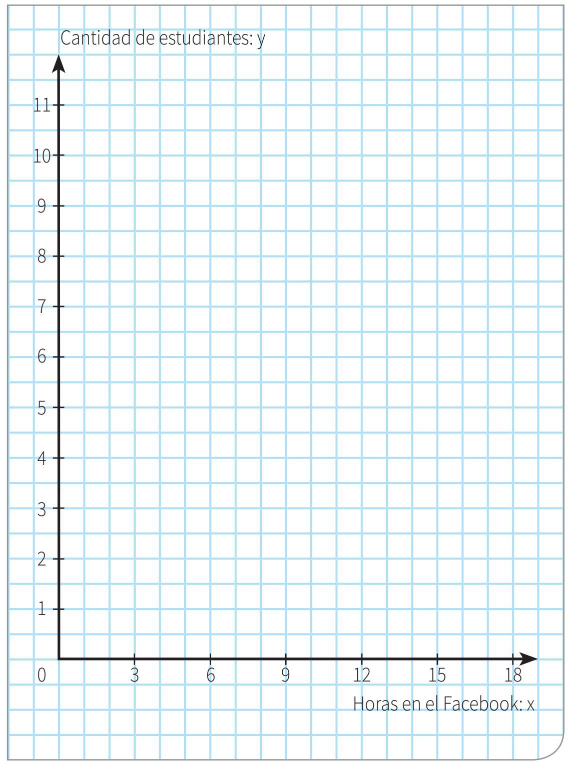
3. Halla la marca de clase de cada intervalo con la fórmula: $X_i = \dfrac{L_i + L_s}{2}$ y completa la tabla:

Horas en Facebook	Intervalo de clase	Marca de clase x_i	N.° de estudiantes f_i
De 0 a 3	[0,3 [		
De 3 a 6			
De 6 a 9			
De 9 a 12			
De 12 a 15			
De 15 a 18			
Total			

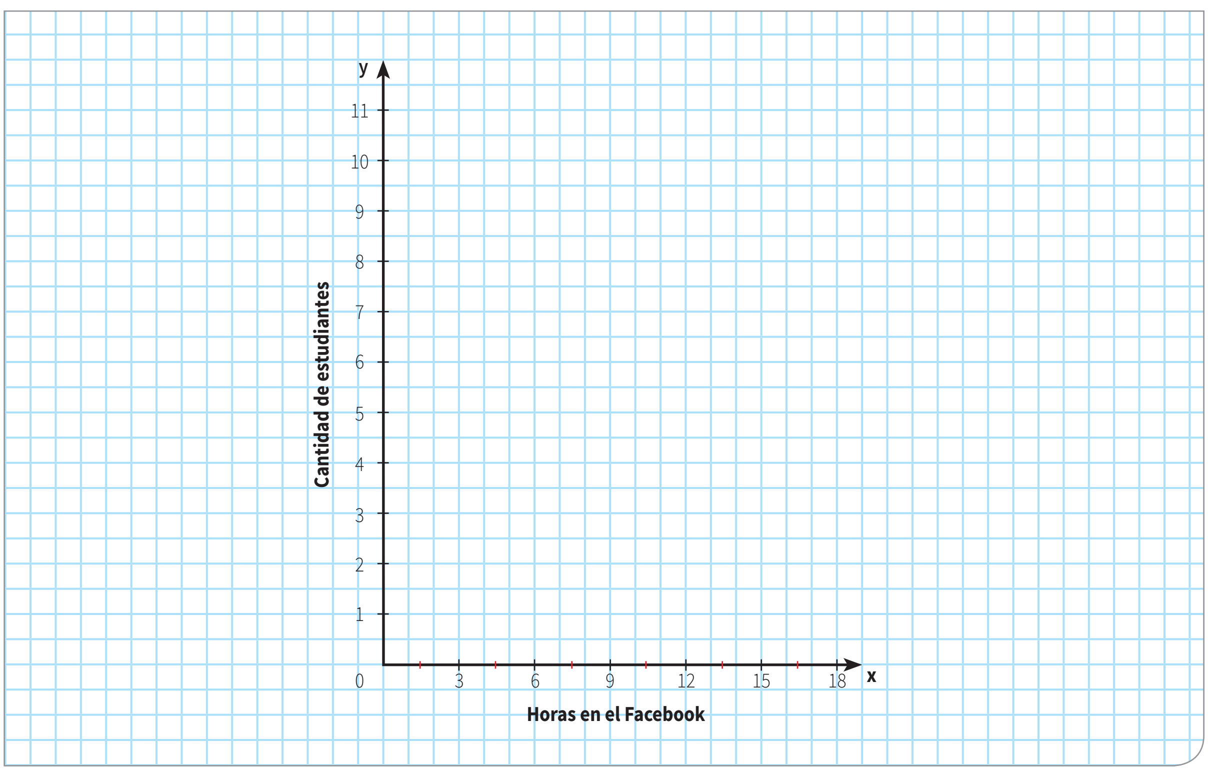
Para graficar el histograma de frecuencias, dibuja rectángulos con ancho igual a la amplitud (A) del intervalo. Colorea cada rectángulo del mismo color.

Para graficar el polígono de frecuencias, traza rectas que parten del origen y se unen, con el punto medio de los rectángulos, en forma sucesiva. El punto medio de cada rectángulo se ubica en la intersección de la recta que parte de las marcas de clase que están sobre el eje horizontal.

4. Grafica el histograma de frecuencias en el siguiente plano cartesiano.



5. Grafica el polígono de frecuencias en el siguiente plano cartesiano:



Reflexionamos sobre el desarrollo

1. ¿Por qué es conveniente utilizar el histograma para organizar los datos del problema?

2. ¿Cuál es la ventaja del polígono de frecuencias respecto al histograma de frecuencias construido?

¿?

Analizamos

Situación A

SUELDO DE LOS TRABAJADORES

En una empresa de fabricación de botellas se cuenta con 40 trabajadores, cuyos salarios son los siguientes:

S/890	S/1050	S/1250	S/950	S/850	S/1320	S/1000	S/1200	S/1300	S/1320
S/1200	S/750	S/880	S/960	S/1400	S/1050	S/1170	S/1200	S/850	S/780
S/850	S/1170	S/1320	S/1400	S/1550	S/1680	S/850	S/1050	S/1570	S/990
S/1000	S/1650	S/1700	S/1650	S/1270	S/1450	S/880	S/960	S/1580	S/1350

Elabora una tabla con intervalos de clase de amplitud S/200 y un polígono de frecuencias para mostrar la información de los sueldos de los trabajadores de esta empresa.

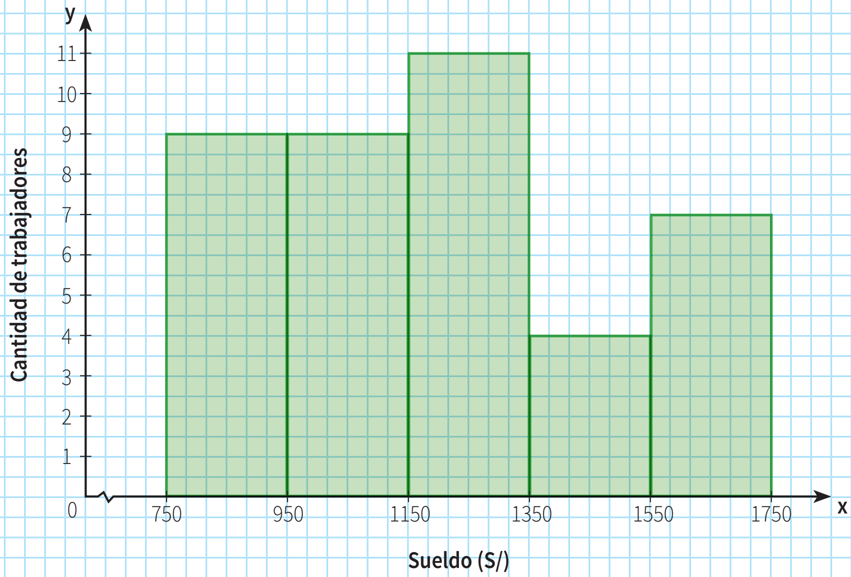
a) Ordeno los sueldos de menor a mayor y los enumero:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
750	780	850	850	850	850	880	880	890	950
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
960	960	990	1000	1000	1050	1050	1050	1170	1170
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
1200	1200	1200	1250	1270	1300	1320	1320	1320	1350
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
1400	1400	1450	1550	1570	1580	1650	1650	1680	1700

b) Elaboro una tabla con intervalos de clase de amplitud S/200.

Intervalo de clase	Marca de clase (x_i)	Frecuencia (f_i)
[750; 950 [	850	9
[950; 1150 [	1050	9
[1150; 1350 [	1250	11
[1350; 1550 [	1450	4
[1550; 1750 [	1650	7
Total		**40**

c) Grafico un polígono de frecuencias.



1. ¿Para qué se ordenaron los sueldos de mayor a menor?

2. ¿En el polígono de frecuencias se puede responder la pregunta de cuántas personas reciben un salario de S/1700? Justifica.

3. Determina la amplitud de intervalo por la fórmula:

$$A = \frac{R}{K}$$

R = dato mayor – dato menor

$$A = \frac{950}{6} = 158{,}333$$

Redondeando al entero: A = 158

4. Elabora una tabla con intervalos de clase de amplitud S/158.

Intervalo de clase	Marca de clase (x_i)	Frecuencia (f_i)
Total		**39**

5. ¿Cuáles serían las limitaciones de seleccionar una amplitud de intervalo de S/158?

Situación B

PESO DE LOS ESTUDIANTES

Para actualizar las fichas de datos de sus estudiantes, el profesor de Educación Física los pesa y luego registra las cifras en una libreta:

Abril: 45,7 kg	Nell: 70,1 kg	Alex: 55,8 kg	Edgar: 65,8 kg
Tomás P.: 51,4 kg	Carlos A.: 76 kg	Hugo: 71,4 kg	Martín: 75,4 kg
Aníbal: 50,6 kg	Salos S.: 57 kg	María: 46 kg	Mónica: 41 kg
Luis: 69,4 kg	Luisa: 49,4 kg	Laura: 49,4 kg	Linda: 49,4 kg
Lucía: 46,8 kg	Luna: 56,9 kg	Silvia T.: 42,8 kg	Enrique: 66,8 kg
Noemí: 40,7 kg	Norma: 42,7 kg	Paola: 50,7 kg	Silvia A.: 40,7 kg
Teresa: 50,5 kg	Tomás R.: 70,5 kg	Tito: 70,5 kg	Ricardo: 73,5 kg
Melquíades: 60,5 kg	Tomás B.: 50,5 kg	Jesús: 80 kg	Mirtha: 50,3 kg

Elabora una tabla de frecuencias y un histograma agrupando datos. ¿Entre qué valores varía el peso de la mayor cantidad de estudiantes? ¿Cuántos estudiantes son los más pesados?

a) Ordeno el peso de los estudiantes de menor a mayor y los enumero.

1	2	3	4	5	6	7	8
40,7	40,7	41	42,7	42,8	45,7	46	46,8
9	10	11	12	13	14	15	16
49,4	49,4	49,4	50,3	50,5	50,5	50,6	50,7
17	18	19	20	21	22	23	24
51,4	55,8	56,9	57	60,5	65,8	66,8	69,4
25	26	27	28	29	30	31	32
70,1	70,5	70,5	71,4	73,5	75,4	76	80

b) Hallo la cantidad de intervalos (k), el recorrido (R) y la amplitud del intervalo (A):

$$k = \sqrt{n} = \sqrt{32} = 5{,}65$$

Redondeando al entero: k = 6

$$R = \text{peso mayor} - \text{peso menor}$$

$$R = 80 - 40{,}7 = 39{,}3$$

Redondeando al entero: R = 39

$$A = \frac{R}{k} = \frac{39}{6} = 6{,}5$$

Redondeando al entero: A = 7

c) Elaboro la tabla de frecuencias:

Intervalo de clase	Marca de clase (x_i)	Frecuencia (f_i)
[40,7; 47,7 [	44,2	8
[47,7; 54,7 [	51,2	9
[54,7; 61,7 [	58,2	4
[61,7; 68,7 [	65,2	2
[68,7; 75,7 [	72,2	7
[75,7; 83,7 [	79,2	2
Total		**32**

d) Dibujo el histograma:

Respuesta:

El peso de la mayor cantidad de estudiantes está entre 47,7 kg y 54,7 kg.

Dos estudiantes son los más pesados, con 76 y 80 kg, respectivamente.

1. ¿Para qué fueron ordenados los datos de menor a mayor peso?

2. ¿En qué parte del gráfico se puede verificar que la amplitud del intervalo es igual a 7?

3. ¿Qué información puedes sacar de las alturas de los rectángulos?

4. ¿Qué representan las marcas de clase en cada intervalo?

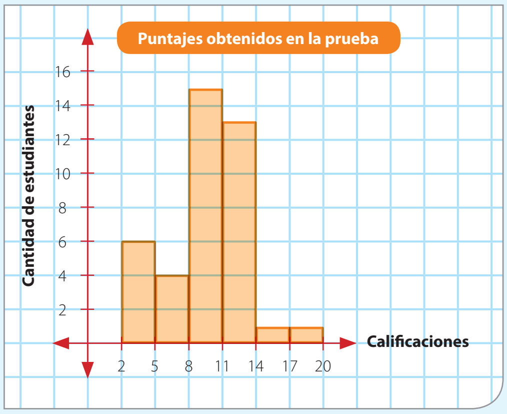
Situación C

PUNTAJE EN UNA PRUEBA

Un grupo de estudiantes dio una prueba de selección. Los resultados se presentaron mediante el gráfico adjunto.

Al revisar las calificaciones, se encuentra que a tres estudiantes del intervalo de clase de 8 a menos de 11 se les debe incrementar 4 puntos, por lo que dos de ellos quedarían en el intervalo de clase de 11 a menos de 14 y uno en el intervalo de clase de 14 a menos de 17.

Dibuja el polígono de frecuencias de esta nueva distribución de los estudiantes. ¿Cuáles son las calificaciones más frecuentes y cuántos estudiantes las obtienen con la nueva distribución?



Resolución

(Encuentra el error)

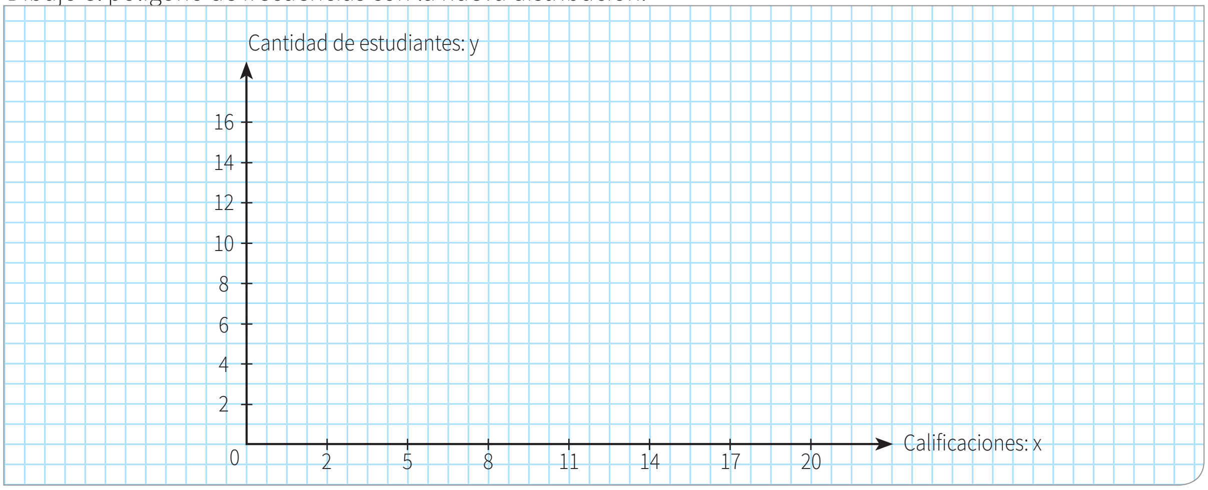
a) Elaboro la tabla de frecuencias a partir del gráfico y realizo los cambios sugeridos.

Intervalo de clase	Marca de clase (x_i)	Frecuencia (f_i)
[2; 5 [	3,5	6
[5; 8 [	6,5	4
[8; 11 [	9,5	15
[11; 14 [	12,5	13
[14; 17 [	15,5	1
[17; 20 [	18,5	1
Total		**40**

b) Elaboro una nueva tabla de frecuencias con los cambios sugeridos:

Intervalo de clase	Marca de clase (x_i)	Frecuencia (f_i)
[2; 5 [	3,5	6
[5; 8 [	6,5	4
[8; 11 [	9,5	
[11; 14 [	12,5	
[14; 17 [	15,5	
[17; 20 [	18,5	1
Total		**40**

c) Dibujo el polígono de frecuencias con la nueva distribución:



Respuesta:

Las calificaciones más frecuentes están entre 11 y 14 y los obtienen 13 estudiantes.

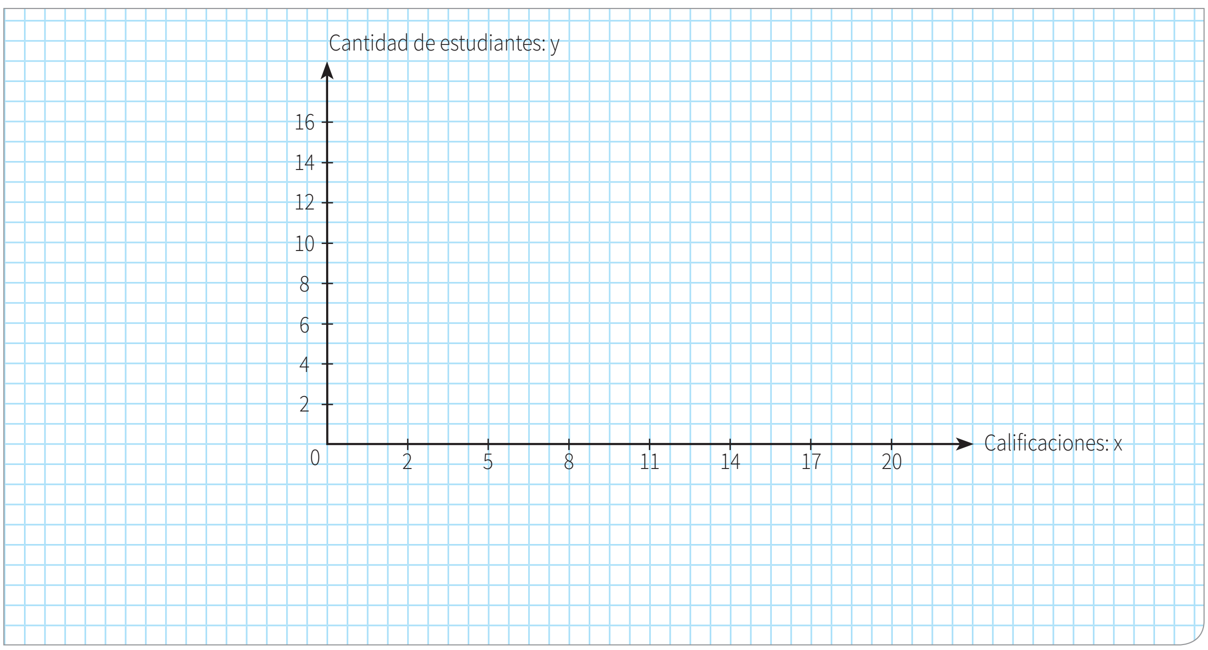
1. ¿Para qué es necesario elaborar dos tablas de frecuencias?

2. De acuerdo a la tabla modificada, ¿cuántos estudiantes obtienen calificaciones entre 11 y 14?

3. De acuerdo con el polígono de frecuencias, ¿cuántos estudiantes obtienen calificaciones entre 11 y 14?

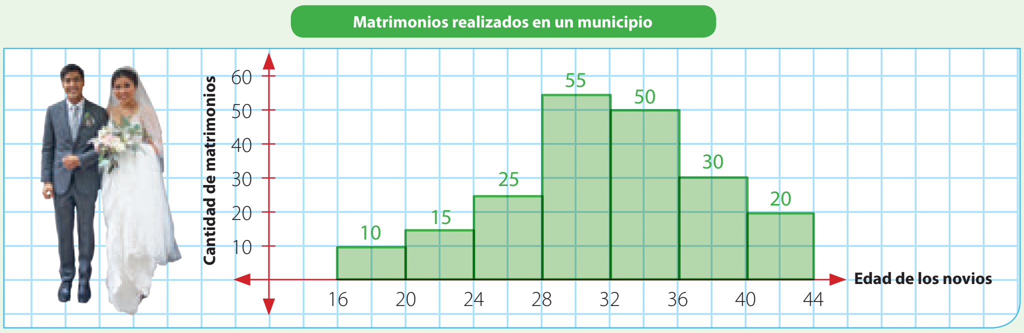
4. ¿Coinciden las respuestas de las preguntas 2 y 3? Si no coinciden, ¿dónde se cometió el error?

5. En el siguiente plano cartesiano, grafica nuevamente el polígono de frecuencias corrigiendo el error.



Practicamos

1. En un municipio, el funcionario de Registro Civil debe presentar como balance de fin de año la cantidad de matrimonios celebrados según la edad de los contrayentes. Para eso elabora el siguiente gráfico:



¿Cuántos contrayentes tienen edades comprendidas en el intervalo de clase de 24 a menos de 36 años de edad?

a) 100 b) 120 c) 125 d) 130

2. ¿Cuántos de los contrayentes tienen menos de 24 años?

a) 10 b) 25 c) 15 d) 50

3. Revisando los documentos del balance del fin de año, se ha determinado que fueron registrados por error 15 contrayentes en el intervalo de 28 a 32 años, de los cuales deben pasar 5 al intervalo de 24 a 28 años y 10 al grupo de 32 a 36 años. ¿Cuántos contrayentes son menores de 32 años?

a) 70 b) 85 c) 95 d) 98

4. Con los datos del histograma de frecuencias de los matrimonios celebrados en el municipio, realiza las siguientes actividades:

a) Elabora la tabla de frecuencias.

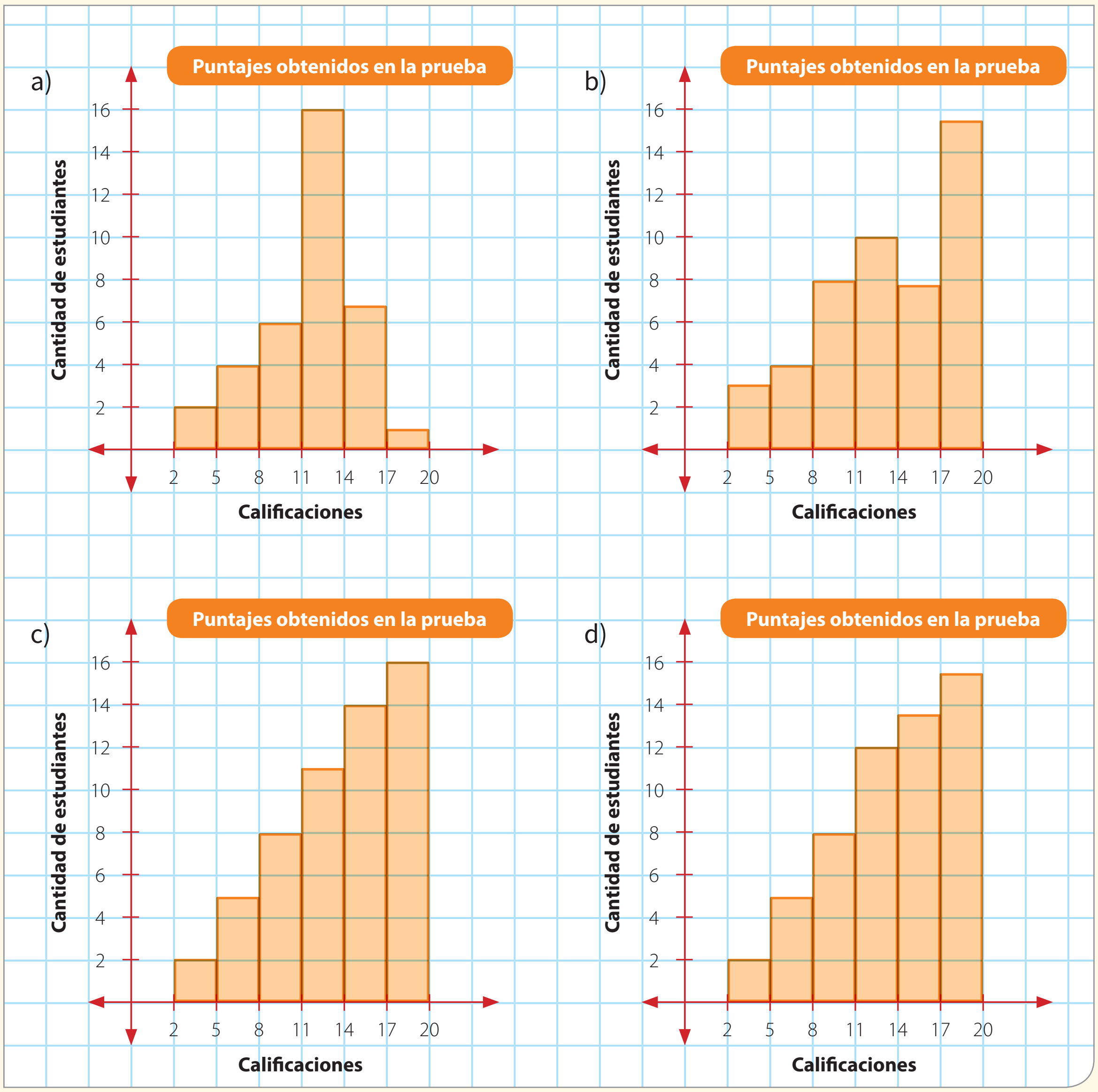
b) Dibuja el polígono de frecuencias

c) ¿Entre qué edades hay mayor incremento de la cantidad de contrayentes de matrimonio y cuánto es el incremento?

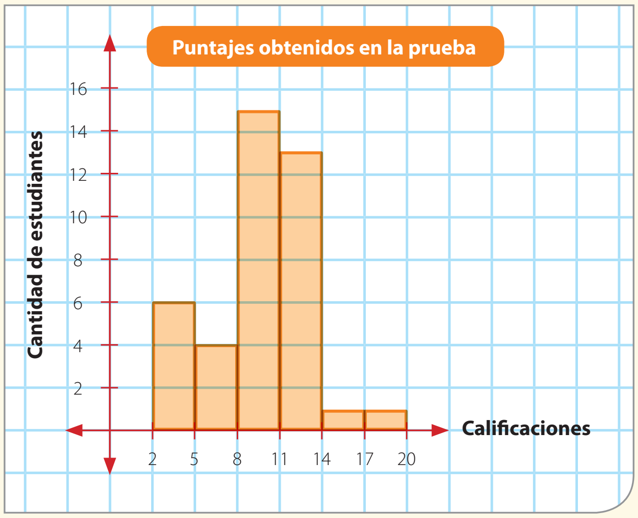
5. Un grupo de estudiantes dio una prueba de selección. Los resultados se presentaron mediante la siguiente tabla de frecuencias:

Calificación	Marca de clase (x_i)	Frecuencia (f_i)
De 2 a menos de 5	3,5	2
De 5 a menos de 8	6,5	5
De 8 a menos de 11	9,5	8
De 11 a menos de 14	12,5	11
De 14 a menos de 17	15,5	14
De 17 a menos de 20	18,5	16

¿Cuál de los histogramas corresponde a la tabla de frecuencias?



6. En el histograma se muestran los resultados de una prueba de selección de un grupo de estudiantes.



Si la puntuación mínima aprobatoria es 11, ¿cuántos estudiantes desaprobaron?

a) Desaprobaron 15 estudiantes.

b) Desaprobaron 2 estudiantes.

c) Desaprobaron 13 estudiantes.

d) Desaprobaron 25 estudiantes.

7. Se tiene la tabla de frecuencias del sueldo de trabajadores de una empresa de fabricación de botellas.

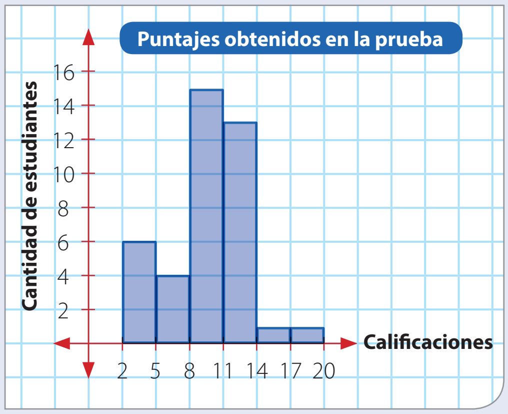
Intervalo de clase	Marca de clase (x_i)	Frecuencia (f_i)
[750; 950 [	850	9
[950; 1150 [	1050	9
[1150; 1350 [	1250	11
[1350; 1550 [	1450	4
[1550; 1750 [	1650	7
Total		**40**

a) Grafica el histograma para el conjunto de datos.

b) ¿Cuántos trabajadores reciben los sueldos más bajos y cuántos trabajadores reciben los sueldos más altos?

c) Se ha aumentado en S/600 el sueldo de 5 trabajadores que ganan de S/750 a S/950. Grafica el histograma de frecuencias considerando el aumento de sueldo.

8. Para el siguiente histograma de frecuencias de los puntajes obtenidos en una prueba de selección:



¿Cuál es la tabla de frecuencias que le corresponde?

a)

Calificación	Marca de clase (x_i)	Cantidad de estudiantes
De 2 a menos de 5	3,5	6
De 5 a menos de 8	6,5	4
De 8 a menos de 11	9,5	14
De 11 a menos de 14	12,5	12
De 14 a menos de 17	15,5	1
De 17 a menos de 20	18,5	1

b)

Calificación	Marca de clase (x_i)	Cantidad de estudiantes
De 2 a menos de 5	3,5	2
De 5 a menos de 8	6,5	5
De 8 a menos de 11	9,5	8
De 11 a menos de 14	12,5	11
De 14 a menos de 17	15,5	14
De 17 a menos de 20	18,5	17

c)

Calificación	Marca de clase (x_i)	Cantidad de estudiantes
De 2 a menos de 5	3,5	6
De 5 a menos de 8	6,5	4
De 8 a menos de 11	9,5	15
De 11 a menos de 14	12,5	13
De 14 a menos de 17	15,5	1
De 17 a menos de 20	18,5	1

d)

Calificación	Marca de clase (x_i)	Cantidad de estudiantes
De 2 a menos de 5	3,5	7
De 5 a menos de 8	6,5	7
De 8 a menos de 11	9,5	7
De 11 a menos de 14	12,5	7
De 14 a menos de 17	15,5	6
De 17 a menos de 20	18,5	6

9. Dada la siguiente tabla de distribución de frecuencias de los sueldos de los trabajadores de una empresa de fabricación de botellas:

Intervalo de clase	Marca de clase (x_i)	Frecuencia (f_i)
[750,950 [	850	9
[950,1150 [	1050	9
[1150,1350 [	1250	11
[1350,1550 [	1450	4
[1550,1750 [	1650	7
Total		**40**

Se desea incrementar el sueldo en S/300 a los trabajadores que ganan menos de S/1350, y en S/200 a los que ganen de S/1350 a más. ¿Cuánto dinero significa para la empresa este aumento de sueldo?

a) S/10 700 b) S/10 800 c) S/10 850 d) S/10 900

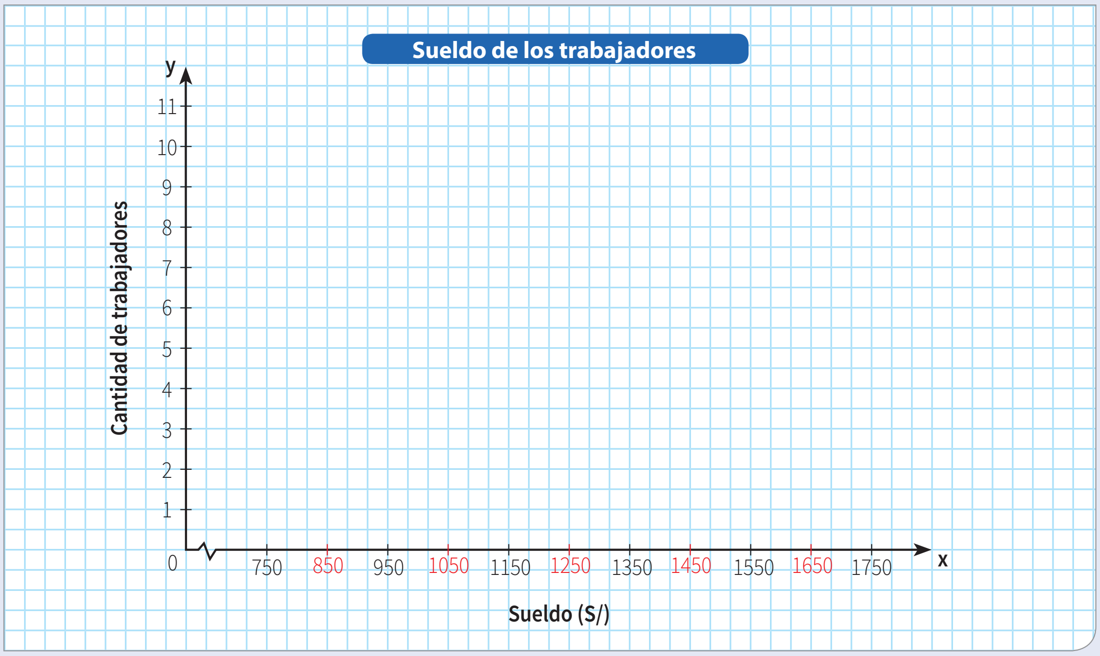
10. Dada la siguiente tabla de frecuencias, realiza las siguientes actividades:

a) Completa los datos de la columna de las frecuencias acumuladas (F_i).

Intervalo de clase	Marca de clase (x_i)	Frecuencia (f_i)	Frecuencia (F_i)
[750; 950 [	850	9	
[950; 1150 [	1050	9	
[1150; 1350 [	1250	11	
[1350; 1550 [	1450	4	
[1550; 1750 [	1650	7	
Total		**40**	

b) ¿Qué porcentaje de los trabajadores tiene un sueldo menor a S/1350?

c) Con los datos de la tabla, dibuja el polígono de frecuencias en el siguiente plano cartesiano:



d) ¿Entre qué marcas de clase está la mayor caída de la cantidad de trabajadores y en cuántos trabajadores disminuye este valor?

Ficha 16
Las medidas de tendencia central y los Juegos Panamericanos

COMPETENCIA	CAPACIDADES	DESEMPEÑOS
Resuelve problemas de gestión de datos e incertidumbre	Representa datos con gráficos y medidas estadísticas o probabilísticas.	Representa las características de una población en estudio asociándolas a variables cuantitativas discretas y continuas. Expresa el comportamiento de los datos a través de medidas de tendencia central.
	Comunica su comprensión de los conceptos estadísticos y probabilísticos.	Expresa con diversas representaciones y lenguaje matemático su comprensión sobre la pertinencia de usar la media, la mediana o la moda de datos agrupados y no agrupados para representar un conjunto de datos según el contexto de la población en estudio.
	Usa estrategias y procedimientos para recopilar y procesar datos.	Selecciona y emplea procedimientos para determinar la mediana, la moda y la media de datos agrupados. Revisa sus procedimientos y resultados.
	Sustenta conclusiones o decisiones con base en la información obtenida.	Plantea afirmaciones o conclusiones sobre las características, tendencia de los datos de una población. Las justifica usando la información obtenida y sus conocimientos estadísticos. Reconoce errores en sus justificaciones y en las de otros, y los corrige.

Aprendemos

Los Juegos Panamericanos se celebran cada cuatro años entre los países de América, nuestro continente. Miles de atletas compiten en diversas disciplinas deportivas. Actualmente, en los juegos participan 42 países con más de 5000 competidores en 36 deportes y cerca de 400 eventos. Los puestos primero, segundo y tercero en cada evento reciben medallas de oro, plata y bronce, respectivamente.

En la siguiente tabla se muestra la relación de los 10 países que han ganado más medallas de oro en los últimos siete juegos. La tabla se ha elaborado con el nombre de los países por orden alfabético.

País	Cantidad de medallas de oro ganadas en los Juegos Panamericanos						
	La Habana 1991	Mar del Plata 1995	Winnipeg 1999	Santo Domingo 2003	Río de Janeiro 2007	Guadalajara 2011	Toronto 2015
Argentina	11	40	25	16	11	21	15
Brasil	21	18	25	29	52	48	-
Canadá	22	47	64	29	39	30	78
Chile	2	2	1	2	6	3	5
Colombia	5	5	7	11	14	24	27
Cuba	140	112	70	72	59	58	36
Estados Unidos	130	170	106	117	97	92	103
México	14	23	11	20	18	42	22
Rep. Dominicana	0	1	1	10	6	7	-
Venezuela	4	9	7	16	12	11	8

Ordena los países por orden de mérito, del puesto 1 al puesto 10, considerando el número de medallas de oro ganadas en los últimos siete Juegos Panamericanos.

Comprendemos el problema

1. ¿Qué representan los números de cada fila de la tabla?

2. ¿Qué representan los números de cada columna de la tabla?

3. ¿En qué orden están los países en la primera columna de la tabla?

4. ¿Qué te solicita el problema?

Diseñamos o seleccionamos una estrategia o plan

1. ¿Qué operación puedes realizar para establecer el puesto que ocupan los países en estos siete juegos?

2. ¿Qué estrategia emplearías para establecer el orden de mérito? ¿Por qué?
   a) Hacer un diagrama.
   b) Plantear una ecuación.
   c) Hacer una tabla.

Ejecutamos la estrategia o plan

1. Determina la media o el promedio aritmético ($\overline{x}$) de la cantidad de medallas de oro ganadas por Argentina en los siete juegos, mediante la fórmula:

$$\overline{x} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + \ldots + x_n}{n} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n}$$

donde:

x: N.° de medallas de oro ganadas en una sede

n: N.° de juegos en los que ha participado

2. Determina el promedio ($\overline{x}$) de la cantidad de medallas de oro ganadas por los demás países y completa la siguiente tabla:

País	Promedio ($\overline{x}$)
Argentina	
Brasil	
Canadá	
Chile	
Colombia	
Cuba	
Estados Unidos	
México	
Rep. Dominicana	
Venezuela	

3. Ordena los países de mayor a menor promedio y escribe el puesto ocupado por cada país.

País	Promedio ($\overline{x}$)	Puesto

4. Escribe la interpretación del valor promedio de Estados Unidos.

Reflexionamos sobre el desarrollo

1. ¿En qué parte del problema has tenido mayor dificultad?

2. ¿Cómo superaste la dificultad encontrada?

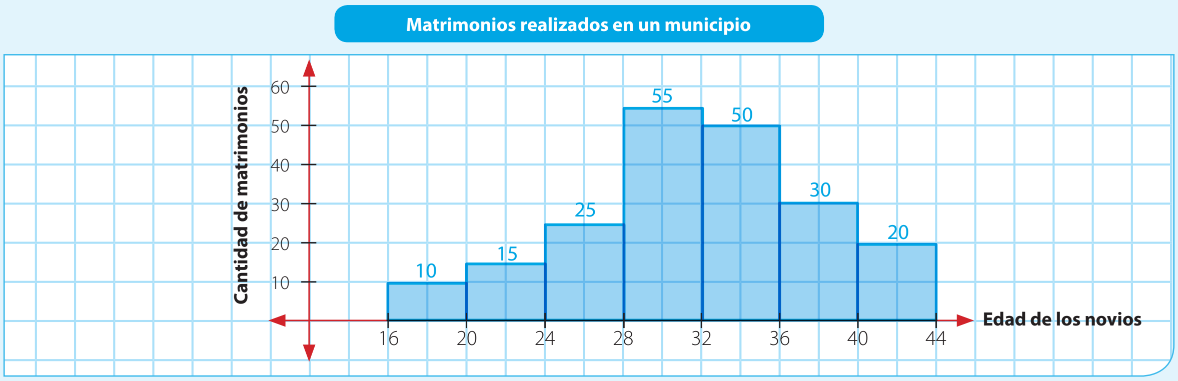
3. ¿Es posible que EE. UU. haya ganado 116,43 medallas?

Analizamos

Situación A

REGISTRO CIVIL DE MATRIMONIOS

En el siguiente histograma se presenta la distribución de la cantidad de matrimonios según la edad de los novios en un municipio.



Resolución:

a) Elaboro la tabla de frecuencias para hallar la media por la fórmula: $\bar{x} = \dfrac{\sum_{i=1}^{n} f_i x_i}{n}$

Intervalo de clase	Marca de clase (x_i)	Frecuencia (f_i)	$f_i x_i$
[16; 20 [	18	10	180
[20; 24 [	22	15	330
[24; 28 [	26	25	650
[28; 32 [	30	55	1650
[32; 36 [	34	50	1700
[36; 40 [	38	30	1140
[40; 44 [	42	20	840
Total		205	6490

$$\bar{x} = \frac{6490}{205} = 31{,}66$$

La media o promedio de las edades de los novios es 31,66 años.

b) Para determinar la mediana, realizo lo siguiente. Primero busco el lugar de la mediana:

$$\frac{n}{2} = \frac{205}{2} = 102{,}5$$

Intervalo de clase	Marca de clase (x_i)	Frecuencia (f_i)	Frecuencia acumulada (F_i)
[16; 20 [	18	10	10
[20; 24 [	22	15	25
[24; 28 [	26	25	50
[28; 32 [	30	55	105
[32; 36 [	34	50	155
[36; 40 [	38	30	185
[40; 44 [	42	20	205
Total		205	

Calculo la mediana:

$$Me = L_i + \left(\frac{\frac{n}{2} - F_{i-1}}{f_i} \right).A$$

$$Me = 28 + \left(\frac{102{,}5 - 50}{55} \right).4$$

Operando:

$$Me = 31{,}82$$

c) Para determinar la moda, identifico la clase modal y la frecuencia modal:

La clase modal es [28, 32 [y la frecuencia modal $f_{modal} = 55$.

El límite inferior es:

$$L_i = 28$$

Calculo la moda por la fórmula:

$$Mo = L_i + \left(\frac{d_1}{d_1 + d_2} \right) \cdot A$$

donde: A es la amplitud de la clase modal

$$Mo = 28 + \left(\frac{30}{30 + 5} \right) \cdot 4$$

$$Mo = 28 + 3{,}43$$

$$Mo = 31{,}43$$

1. ¿Cuál es la interpretación de la media ($\overline{x}$) o el promedio aritmético calculado?

2. ¿Cuál es la interpretación de la mediana (Me)?

3. ¿Cuál es la interpretación de la moda (Mo) en el contexto de la situación?

4. Explica por qué la frecuencia de la clase mediana (f_m) es igual a 55.

Situación B

HISTORIAL MEDALLERO DE LOS JUEGOS PANAMERICANOS

En las siguientes tablas se muestran el puesto ocupado y la cantidad de medallas de plata ganadas por los 42 países participantes en los Juegos Panamericanos hasta Toronto 2015.

Puesto	País	Plata
1	Estados Unidos	1455
2	Cuba	593
3	Canadá	656
4	Brasil	359
5	Argentina	331
6	México	289
7	Colombia	147
8	Venezuela	205
9	Chile	91
10	República Dominicana	63
11	Puerto Rico	81
12	Ecuador	30
13	Jamaica	46
14	Guatemala	16
15	Uruguay	25
16	Trinidad y Tobago	23
17	Bahamas	15
18	Perú	33
19	Antillas Neerlandesas	9
20	Costa Rica	6
21	Panamá	19

Puesto	País	Plata
22	Surinam	2
23	Guyana	4
24	El Salvador	8
25	Bermudas	4
26	Islas Caimán	4
27	Antigua y Barbuda	0
28	Santa Lucía	0
29	Nicaragua	4
30	Islas Vírgenes de EE. UU.	4
31	Barbados	4
32	Haití	2
33	Dominica	2
34	San Cristóbal y Nieves	2
35	Paraguay	2
36	Bolivia	2
37	Honduras	2
38	Granada	2
39	Belice	0
40	San Vicente y las Granadinas	0
41	Aruba	0
42	Islas Vírgenes Británicas	0

¿Cuál es la medida de tendencia central más representativa para la cantidad de medallas de plata obtenidas por todos los países? Determina el valor de esta medida.

Resolución:

a) Determino el rango (R) para estimar la dispersión de los datos:

R = dato mayor – dato menor

R = 1455 – 0 = 1455

El rango es alto, lo que indica que los datos están muy dispersos.

b) Determino la mediana, que es la medida más representativa.

Hallo el promedio de los valores centrales: 21 y 22.

$$Me = \frac{21+22}{2} = 21,5$$

c) Determino la moda del conjunto de datos:

La cantidad de medallas de plata ganadas en los juegos que más se repite es 2.

$$Mo = 2$$

1. ¿Por qué la media o promedio aritmético no se considera como la medida más representativa?

2. ¿Cuál es la interpretación de la mediana en el contexto de la situación?

3. ¿Es representativo del conjunto de datos el valor de la moda?

Situación C

PROMEDIO DE LAS ESTATURAS

José, Luis y Manuel miden 1,65 m; 1,72 m y 1,68 m, respectivamente. ¿Cuál es la estatura de Miguel si la talla promedio de los 4 amigos es 1,70 m?

Resolución

(Encuentra el error)

Planteo una ecuación para hallar la estatura de Miguel.

Sea “x” la estatura de Miguel, entonces:

$$\frac{\text{suma de las estaturas conocidas}}{4} = x$$

$$\frac{1{,}65 + 1{,}72 + 1{,}68 + 1{,}70}{4} = x$$

$$\frac{6{,}75}{4} = x$$

$$x = 1{,}6875$$

Finalmente: **x = 1,69 m**

Respuesta:

La estatura de Miguel es 1,69 m.

1. ¿Estás de acuerdo con los procedimientos propuestos? Justifica tu respuesta.

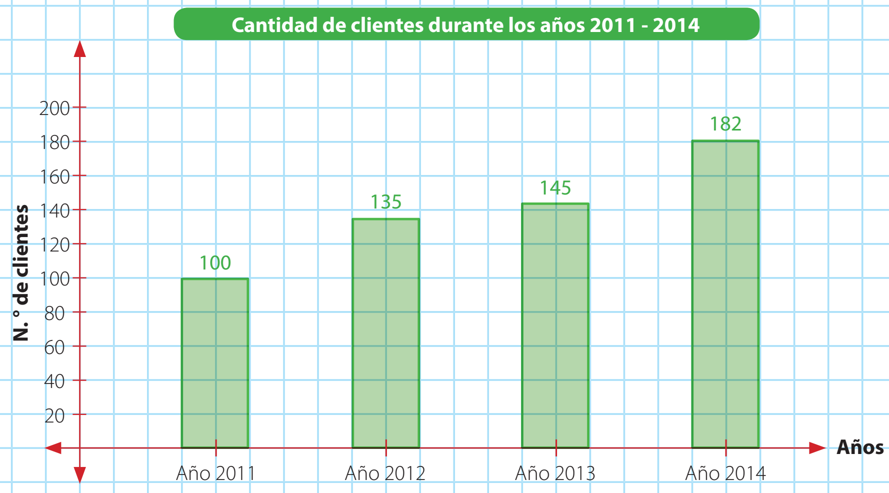
2. En el caso de que hubiera un error, ¿cuál sería su corrección?

Practicamos

1. Los siguientes datos son las edades de los integrantes del coro que representará a la institución educativa en un concurso de canto: 5; 7; 8; 8; 10; 10; 11; 11; 12; 13; 14; 17. Calcula el valor que representa la edad de los integrantes de dicho coro. ¿Qué medida de tendencia central es?

a) 15,5; media aritmética
b) 13,5; mediana
c) 12,5; moda
d) 10,5; media aritmética

2. Según el gráfico, determina el rango y la cantidad promedio de clientes que tuvo una empresa en los últimos cuatro años.

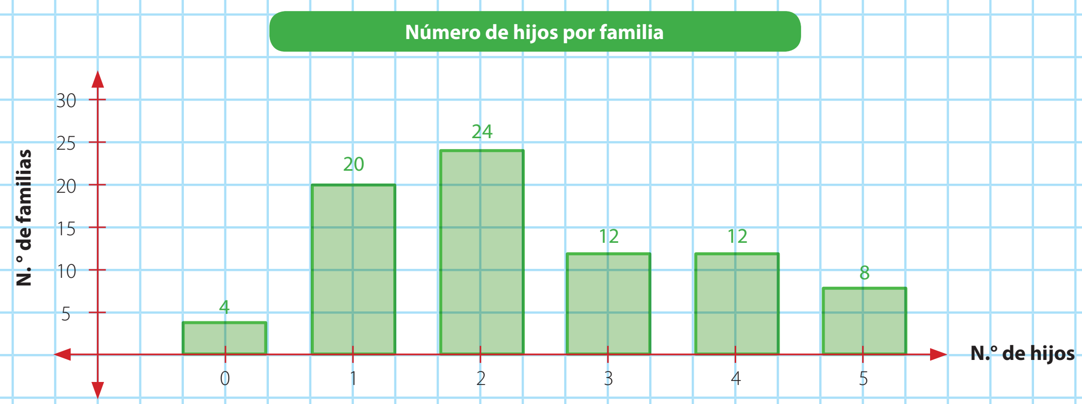


a) Rango: 80. Promedio: 140 clientes
b) Rango: 82. Promedio: 140,5 clientes
c) Rango: 80. Promedio: 562 clientes
d) Rango: 8,2. Promedio: 1405 clientes

3. El peso promedio de un grupo de tres amigas es de 54,5 kg. Si se incorpora al grupo una amiga de 52,5 kg de peso, ¿en cuánto varía el peso promedio del nuevo grupo?

a) Aumentó 0,5 kg.
b) Aumentó 1,5 kg.
c) Disminuyó 0,5 kg.
d) No varía.

4. Según el gráfico, determina la cantidad de familias encuestadas y responde: ¿qué cantidad representa al número de hijos que tiene la mayoría de las familias?



5. A este conjunto de datos (13; 14; 14; 15; 18) se agregan dos datos más, de modo que después su mediana es igual a 15; su promedio, 16; y su moda, 14. ¿Qué datos se habrán agregado?

a) Se agregaron 14 y 24. b) Se agregaron 17 y 21.

c) Se agregaron 18 y 20. d) Se agregaron 16 y 20.

6. Durante el cuarto bimestre, Marco ha obtenido las siguientes notas en Matemática: 08; 10; 10; 11; 13; 13; 14; 14; 14; 15. ¿Qué afirmación de las siguientes es correcta?

a) La nota de Marco en el cuarto bimestre será 14.

b) La nota promedio de Marco es 13.

c) En el cuarto bimestre, Marco obtuvo 11 en la libreta.

d) El rango de dichas notas es 7.

7. Para elegir al estudiante que represente a la institución educativa en un campeonato de natación de 100 metros estilo libre, el profesor de Educación Física convoca a los tres mejores nadadores en esta disciplina, los hace competir 5 veces y les registra el tiempo en la siguiente tabla:

Estudiantes	Tiempo en segundos				
	1.ª	2.ª	3.ª	4.ª	5.ª
Julio	61,7	61,7	62,3	62,9	63,1
Luis	61,5	62,9	62,9	63,7	63,7
Alfredo	60,7	62,4	62,7	62,7	61,2

¿Qué estudiante representará mejor a la institución educativa?

8. Determina cuáles de las siguientes afirmaciones son verdaderas:

I. La media aritmética es siempre menor que la moda.

II. La moda siempre se encuentra en el centro de un conjunto ordenado de datos.

III. Puede haber más de una moda en un conjunto de datos.

IV. La mediana y la media aritmética son siempre iguales.

a) Solo I. b) II y III. c) Solo III. d) III y I.

9. La siguiente tabla indica el número de trabajadores de una fábrica con sus respectivos sueldos. ¿Qué cantidad representa mejor el sueldo de los trabajadores y cuál es la medida de tendencia central?

a) S/1100, promedio.

b) S/1580, mediana.

c) S/1640, moda.

d) S/1722, media aritmética.

N.° de trabajadores	Sueldo (S/)
2	1100
3	1520
4	1640
1	3900

10. La siguiente distribución de frecuencias representa los puntajes obtenidos por un grupo de estudiantes en una prueba de comprensión lectora. Halla la mediana en este conjunto de datos y argumenta tus procedimientos.

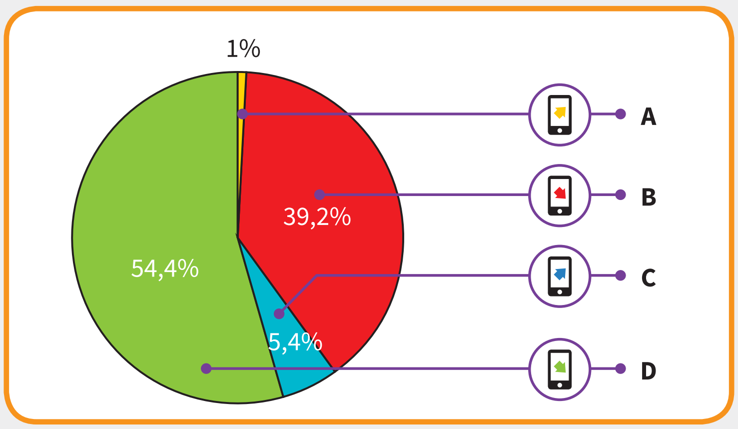
Puntajes	N.° de estudiantes
[00 - 04 [	2
[04 - 08 [	13
[08 - 12 [	14
[12 - 16 [	12
[16 - 20]	9
Total	50

Ficha 17 Conocemos el uso de las probabilidades

COMPETENCIA	CAPACIDADES	DESEMPEÑOS
Resuelve problemas de gestión de datos e incertidumbre	Comunica su comprensión de los conceptos estadísticos y probabilísticos.	Expresa con diversas representaciones y lenguaje matemático su comprensión sobre el valor de la probabilidad para caracterizar como segura o imposible la ocurrencia de sucesos de una situación aleatoria.
	Usa estrategias y procedimientos para recopilar y procesar datos.	Selecciona y emplea procedimientos para determinar la probabilidad de sucesos de una situación aleatoria mediante la regla de Laplace.
	Sustenta conclusiones o decisiones con base en la información obtenida.	Plantea afirmaciones o conclusiones sobre la probabilidad de ocurrencia de sucesos en estudio. Las justifica usando la información obtenida y sus conocimientos estadísticos. Reconoce errores en sus justificaciones y en las de otros, y los corrige.

Aprendemos

A fines de 2017, Osiptel publicó un informe sobre la participación de dos operadores móviles más en el Perú: el operador C y el operador A. En el informe publicado por dicha entidad, se presentaron datos sobre la cobertura de las empresas en la población, como se aprecia en el siguiente gráfico:



Responde:

1. Osiptel ha programado una reunión de empresarios para informarles sobre la tendencia de participación de la empresa en telefonía, ¿cuál es la probabilidad de que un asistente a esa reunión tenga un celular del operador B?
2. Si a la reunión asisten 250 personas, ¿cuántas de ellas posiblemente usan el operador B?

Comprendemos el problema

1. ¿Qué te piden en el problema?

2. ¿Qué datos te proporciona el problema?

Diseñamos o seleccionamos una estrategia o plan

1. ¿Has desarrollado un problema parecido?, ¿cómo lo has hecho?

2. ¿Podrías aplicar los procesos anteriores en este problema?

Ejecutamos la estrategia o plan

1. Empieza a desarrollar el plan elegido.

   Determinamos el porcentaje por cada sector:

2. Calcula la probabilidad del sector rojo.

3. Determina el total de personas que usan el operador B, sabiendo que fueron 250 a la reunión.

Reflexionamos sobre el desarrollo

1. ¿Es necesario hacer cálculos para determinar qué operador tiene mayor probabilidad de uso?

2. Si consultaras a un compañero para que eligiera usar una compañía de teléfono, ¿cuál de ellas es poco probable que elija? ¿Por qué?

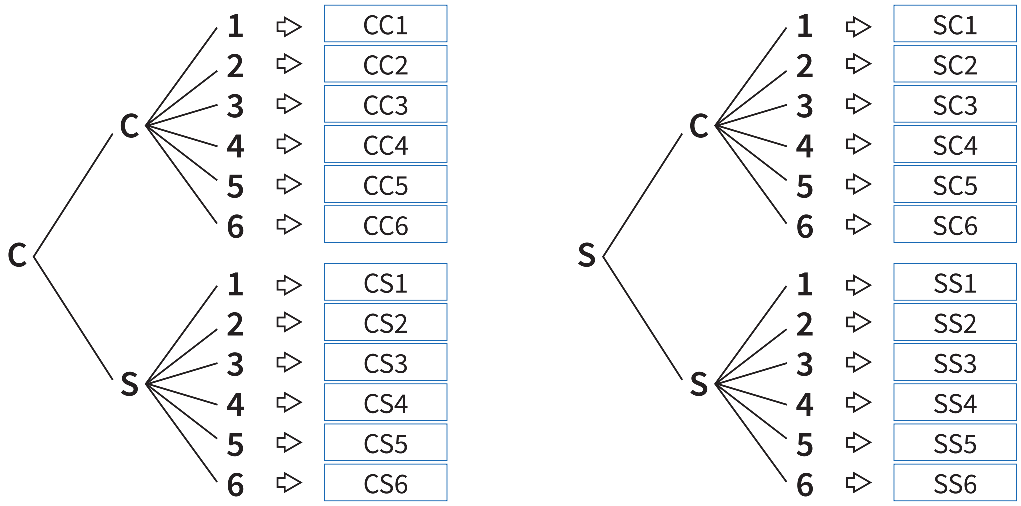
¿?
Analizamos

Situación A

Al lanzar dos monedas y un dado, ¿cuál es la probabilidad de obtener una cara y un número impar?

Resolución

Primero determinamos el espacio muestral:



Entonces el espacio muestral está dado por:

$$\Omega=\{CC1,CC2,CC3,CC4,CC5,CC6,CS1,CS2,CS3,CS4,CS5,CS6,\ SC1,SC2,SC3,SC4,SC5,SC6,SS1,SS2,SS3,SS4,SS5,SS6\}$$

$$n(\Omega)=24$$

$$A=\{CS1,\ CS3,\ CS5,\ CS1,\ CS3,\ CS5\}$$

$$n(A)=6$$

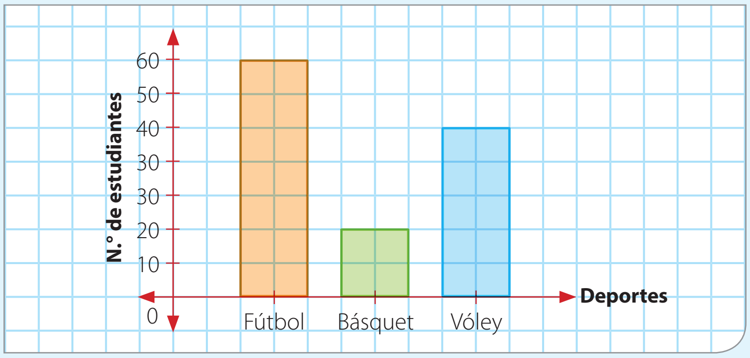
$$P(A)=\frac{6}{24}=0{,}25$$

1. Describe las estrategias utilizadas para resolver la situación.

2. ¿Es posible aplicar la estrategia en otro problema? Explícalo.

Situación B

Se realizó una encuesta sobre el deporte que más practican los estudiantes de las cuatro secciones del segundo grado de secundaria. Los resultados se colocaron en el siguiente gráfico:



Al conversar con uno de ellos, ¿cuál es la probabilidad de que practique vóley?

Resolución:

El total de estudiantes de las cuatro secciones resulta al sumar 60 + 20 + 40, lo que da un valor de 120.

Por ello: $n(\Omega) = 120$

El suceso favorable, en este caso, está constituido por los estudiantes que practican vóley.

Por lo que: $n(A) = 40$

Entonces:

$$P(A) = \frac{40}{120} = 0{,}33$$

Respuesta:

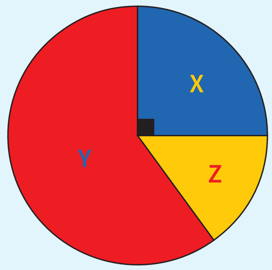
La probabilidad de que practique vóley es 0,33 o 33 %.

1. ¿Qué estrategias se utilizaron para resolver la situación? Describe.

2. ¿Fue necesario determinar el total de estudiantes que practican deporte?

Situación C

Al lanzar un dardo sobre un tablero, ¿cuál es la probabilidad de que caiga en la zona X?



Resolución

(Encuentra el error)

La cantidad de sectores de la circunferencia es 3.

Entonces: $n(\Omega) = 3$

La zona X representaría un caso favorable, es decir, 1.

Luego:

Aplicando la regla de Laplace, tendremos:

$$P(A) = \frac{1}{3} = 0{,}333$$

Redondeando al centésimo: $P(A) = 0{,}33$

Respuesta:

La probabilidad de que el dardo caiga en la zona X es 0,33 o 33 %

1. ¿Es correcto el procedimiento propuesto? Explica.

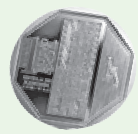
2. En el caso de que hubiera un error, ¿cuál sería su corrección?

Practicamos

1. De una baraja de 52 cartas, ¿cuál es la probabilidad de sacar una carta con el número 3?

a) 0,071 b) 0,076 c) 0,25 d) 0,019

2. Carolina lanza una moneda y un dado, ¿cuál es la probabilidad de obtener un sello y un número mayor que cuatro?



a) $\frac{1}{12}$ b) $\frac{3}{4}$ c) $\frac{1}{6}$ d) $\frac{1}{4}$

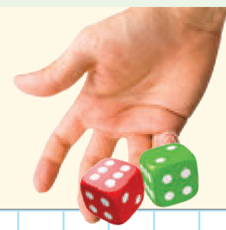
3. En una bolsa hay cuatro bolas blancas y ocho rojas, ¿cuál es la probabilidad de que la bola extraída no sea ni blanca ni roja?

a) 0 b) 0,5 c) 0,33 d) 0,67

4. Juan tiene una baraja de 52 cartas, ¿cuál es la probabilidad de que saque una carta de diamante con un valor menor que seis o mayor que once?

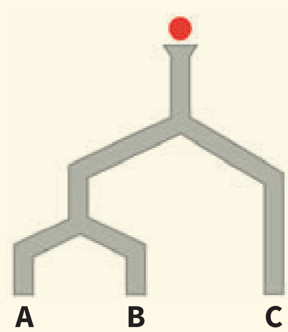
5. Al lanzar dos dados del mismo tamaño pero de distinto color, ¿cuál es la probabilidad de obtener como suma 7?

a) 6 %   b) 8,3 %   c) 16,6 %   d) 19,4 %



6. Se suelta una pelota sobre unas tuberías tal como indica el gráfico, ¿cuál es la probabilidad de que caiga en A?

a) 25 %   b) 33,3 %   c) 50 %   d) 66,7 %



7. En la figura se muestra una ruleta, ¿cuál es la probabilidad de que salga 20 o 40? Fundamenta tu respuesta.

8. Pedro se tiene que realizar una operación en el hospital y le han dicho que, de 300 operaciones similares, 18 pacientes no la han resistido. Al someterse a esa operación, ¿cuál es el rango de probabilidad de que salga bien?

a) Poco probable.

b) Menos probable.

c) Más probable.

d) Muy probable.

9. En una caja hay 24 bolas de tres colores diferentes. Si al sacar una bola cualquiera la probabilidad de que sea roja es 0,5, de que sea verde es 0,375 y de que sea azul es 0,125, ¿en cuánto excede el número de bolas rojas a la cantidad de azules?

a) El número de bolas rojas excede en 9 a las bolas azules.

b) El número de bolas rojas excede en 7 a las bolas azules.

c) El número de bolas rojas excede en 12 a las bolas azules.

d) El número de bolas rojas excede en 6 a las bolas azules.

10. La policía de tránsito estima que la probabilidad de que un chofer no use el cinturón de seguridad es del 30 %. Si en el control de tránsito detienen 30 vehículos, ¿probablemente cuántos choferes no estén usando el cinturón de seguridad? Argumenta tu respuesta.

Ficha 18

El crecimiento de las bacterias

COMPETENCIA	CAPACIDADES	DESEMPEÑOS
Resuelve problemas de cantidad	Traduce cantidades a expresiones numéricas.	Establece relaciones entre datos y acciones de comparar e igualar cantidades y las transforma a expresiones numéricas (modelos) que incluyen operaciones de potencias con exponente entero.
	Comunica su comprensión sobre los números y las operaciones.	Expresa con lenguaje numérico su comprensión sobre las propiedades de la potenciación con exponente entero. Usa este entendimiento para asociar o secuenciar operaciones.
	Usa estrategias y procedimientos de estimación y cálculo.	Selecciona, emplea y combina estrategias de cálculo y procedimientos diversos para realizar operaciones con números enteros (potenciación), de acuerdo a las condiciones de la situación planteada.
	Argumenta afirmaciones sobre las relaciones numéricas y las operaciones.	Plantea afirmaciones sobre las propiedades de la potenciación. Las justifica y sustenta con ejemplos. Reconoce errores o vacíos en sus justificaciones y en las de otros, y los corrige.

Aprendemos

Las bacterias se reproducen exponencialmente, de modo que son capaces de colonizar de forma rápida un medio normalmente vacío.

Sin embargo, luego de alcanzar grandes densidades poblacionales, experimentan reducción en su número e incluso la extinción total, debido a, por ejemplo, la falta de alimento o la acumulación de residuos tóxicos. Tal disminución del número de bacterias puede ser exponencial y expresarse como una potencia de base fraccionaria menor que 1.

Efraín es un científico. Él ha encontrado que un grupo de bacterias disminuye cada día, de forma exponencial, a 3/4 de su población. En un principio, eran 65 536, aproximadamente. ¿Cuántas bacterias han muerto el tercer y el quinto día?

Fuente: *https://goo.gl/R53fSx*

Comprendemos el problema

1. ¿Cómo es la disminución de las bacterias para el caso estudiado por Efraín?

2. ¿Con qué datos cuentas?

3. ¿Qué tienes que averiguar?

4. ¿Cómo se expresaría simbólicamente lo que se reduce el segundo día?

Diseñamos o seleccionamos una estrategia o plan

1. ¿Cuál de los siguientes diagramas utilizarías para ver con facilidad la relación entre el factor de crecimiento y la cantidad de bacterias que queda?

   a) Diagrama de conjuntos

   b) Diagrama sagital

   c) Diagrama tabular

Ejecutamos la estrategia o plan

1. Usamos el diagrama tabular para representar la reducción de las bacterias.

Días transcurridos	Factor de crecimiento	Cantidad de bacterias
0		
1		
2		
3		
4		
5		

2. Apóyate en los datos de la tabla para expresar el factor de decrecimiento de las bacterias en x días.

3. Utiliza el factor de decrecimiento para saber cuántas bacterias han muerto el tercer día y el quinto día.

Reflexionamos sobre el desarrollo

1. ¿Fue necesario emplear el diagrama tabular? ¿Por qué?

2. ¿Qué dificultades encontraste para plantear el factor de decrecimiento?

Analizamos

Situación A

La masa del Sol es, aproximadamente, 330 000 veces la masa de la Tierra. Si la masa de la Tierra es 6×10^{24} kg, ¿cuál será la masa del Sol?

Fuente: *https://goo.gl/4pZTfw*

Resolución

a) Debemos comprender la situación.

Nos piden la masa del Sol.

Para calcularla, debemos multiplicar.

Pero antes convertimos 330 000 a notación científica:

$$330\,000 = 3{,}3 \times 10^5$$

A continuación, hallamos la masa del Sol:

$$3{,}3 \times 10^5 \times 6 \times 10^{24} = 1{,}98 \times 10^{30}$$

1. Describe brevemente el procedimiento que se utilizó para resolver el problema.

2. ¿Cuál es la estrategia para resolver problemas que involucran grandes números?

Situación B

Diego afirma que $(-\frac{1}{3})^2 = -(-\frac{1}{3})^2$. Ante ello, Cinthya le responde que "no es cierto". ¿Estás de acuerdo con Cinthya? Explica utilizando un procedimiento.

Resolución

a) Analizamos cada operación, primero $(-\frac{1}{3})^2$

Hallamos los resultados para la potencia:

$$(-\frac{1}{3})^2 = (-\frac{1}{3})(-\frac{1}{3}) = (-\times-)(\frac{1\times1}{3\times3}) = +\frac{1}{9} = \frac{1}{9}$$

b) Ahora veamos la segunda operación: $-(\frac{1}{3})^2$

En este caso, el signo negativo se encuentra fuera del paréntesis; por lo tanto, solo se operan las cantidades numéricas.

$$-(\frac{1}{3})^2 = -(\frac{1}{3})(\frac{1}{3}) = -(\frac{1\times1}{3\times3}) = -\frac{1}{9}$$

Veamos los dos resultados:

$$-(\frac{1}{3})^2 = -\frac{1}{9}$$

$$(-\frac{1}{3})^2 = \frac{1}{9}$$

Respuesta:

Podemos concluir que Cinthya tuvo razón.

1. ¿Por qué la afirmación de Diego no es correcta? Justifica tu respuesta.

2. Si la respuesta es correcta, ¿cómo la comprobarías?

Situación C

Alicia y Lucía participan en un juego, en el que cada una inicia con cierta cantidad de puntos. Cada vez que el jugador gana, su puntaje se duplica; en cambio, si pierde, su puntaje disminuye hasta la mitad de lo que tenía antes. Alicia empezó con 1 punto, jugó 6 veces y ganó las 6 veces. Lucía tenía 64 puntos, jugó 5 veces y perdió las 5 veces. ¿Cuántos puntos obtuvo Alicia? ¿Con cuántos puntos se quedó Lucía luego de las 5 jugadas? Expresa cada resultado con una sola potencia.

Resolución

(Encuentra el error)

a) Para el caso de Alicia. Como ganó 6 veces, su representación simbólica será la siguiente:

Empieza con 1 punto, pero se duplica.

1.ª jugada $\rightarrow$ $1 \times 2 = 2$

2.ª jugada $\rightarrow$ $2 \times 2 = 4$

3.ª jugada $\rightarrow$ $3 \times 2 = 6$

4.ª jugada $\rightarrow$ $4 \times 2 = 8$

5.ª jugada $\rightarrow$ $5 \times 2 = 10$

6.ª jugada $\rightarrow$ $6 \times 2 = 12$

Para el caso de Lucía:

1.ª jugada $\rightarrow$ $64 - \frac{1}{2}(64) = 32$

2.ª jugada $\rightarrow$ $32 - \frac{1}{2}(32) = 16$

3.ª jugada $\rightarrow$ $16 - \frac{1}{2}(16) = 8$

4.ª jugada $\rightarrow$ $8 - \frac{1}{2}(8) = 4$

5.ª jugada $\rightarrow$ $4 - \frac{1}{2}(4) = 0$

Respuesta:

Alicia obtuvo 12 puntos.

Lucía se quedó con 0 puntos.

1. Completa la siguiente tabla con las puntuaciones de Alicia, sabiendo que jugó 6 veces y ganó todas; por lo tanto, sus puntos se duplican.

Jugada	N.° de puntos	Expresado como potencia
0		
1		
2		
3		
4		
5		
6		

2. Identifica el error en el procedimiento para el caso de Alicia.

3. Prueba con otra tabla el procedimiento para el caso de Lucía.

Jugada	N.° de puntos en cada juego	Expresado como potencia
1		
2		
3		
4		
5		

4. ¿Es correcto el procedimiento aplicado para el caso de Lucía? Identifica el error y explica.

Practicamos

Dada la siguiente tabla de las potencias de base fraccionaria y exponente negativo:

$\left(\frac{1}{4}\right)^{-1}$	$\left(\frac{1}{4}\right)^{-2}$	$\left(\frac{1}{4}\right)^{-3}$	$\left(\frac{1}{4}\right)^{-4}$	$\left(\frac{1}{4}\right)^{-5}$	$\left(\frac{1}{4}\right)^{-6}$
4	16	64	256	1024	4096

1. Usa dicha tabla para expresar el valor 256 × 4096 como potencia de 4.

a) 4^{10} b) 4^{20} c) 4^{30} d) 4^{40}

2. ¿Cuánto resulta al operar $\dfrac{\left(\frac{1}{4}\right)^{-5}}{\left(\frac{1}{4}\right)^{-3}}$?

a) 4^{3} b) 4^{2} c) 4^{4} d) 4^{-2}

Topo o tupu

En el Imperio incaico todas las tierras pertenecían al Sol, al Inca y al Estado. Estas eran distribuidas de forma que cada habitante contaba con una parcela de tierra fecunda para trabajar y alimentar bien a su familia. Esta porción asignada de tierra fue denominada topo o tupu. Los varones recibían un topo (2700 m^2; 0,27 ha; 0,67 acres) al nacer, mientras que las mujeres recibían tan solo medio topo. Aplicando el concepto de topo a una situación actual, responde las preguntas 3 y 4.

3. Juan Cristóbal tiene un terreno de forma cuadrada de 450 m de lado. ¿Cuántos topos comprende este terreno?

a) 45 topos b) 55 topos c) 75 topos d) 6 topos

4. Juan hereda a su hija $\frac{1}{2}$ topo de su terreno, el cual es también de forma cuadrada. ¿Cuánto mide, aproximadamente, el lado del terreno que ha recibido su hija?

5. Una máquina usa $\frac{3}{4}$ de galón de gasolina por cada 30 horas de funcionamiento. ¿Cuántos galones de gasolina usará la máquina en 400 horas?

a) 10 galones b) 11 galones c) 15 galones d) 20 galones

6. Una población de 100 000 insectos decrece por acción de un depredador natural, cada año, con un factor de decrecimiento $\frac{1}{4}$. ¿En cuánto tiempo quedará menos de la cuarta parte?

a) 2 años b) 3 años c) 4 años d) 5 años

7. Una tienda está liquidando sus productos por cambio de domicilio, así que cada semana vende la mitad del *stock*, pero no repone ningún artículo.

Si en un principio tenía 1024 productos, ¿cuántos artículos le quedan luego de dos semanas?

8. Una rueda avanza $\frac{1}{4}$ de metro al dar una vuelta. ¿Cuántas vueltas debe dar para avanzar 10 metros?

a) 10 vueltas

b) 20 vueltas

c) 30 vueltas

d) 40 vueltas

9. La masa de un virus es 10^{-21} kg; la de un hombre, 70 kg. ¿Cuál es la relación entre la masa del hombre y la masa del virus?

a) 17×10^{-22}

b) 7×10^{-24}

c) 7×10^{22}

d) 7×10^{24}

10. Una cinta mide 1,6 cm de ancho y 128 cm de longitud. Para guardarla en una caja que mide 2 cm x 10 cm, debe ser doblada por la mitad en forma sucesiva 4 veces. ¿Cuál es la potencia relacionada con el problema? ¿Cuál es el valor de la longitud de la cinta al término del cuarto doblez?

Ficha 19 Usamos las figuras geométricas para las confecciones

COMPETENCIA	CAPACIDADES	DESEMPEÑOS
Resuelve problemas de forma, movimiento y localización	Modela objetos con formas geométricas y sus transformaciones.	Establece relaciones entre las características y los atributos medibles de objetos reales o imaginarios. Asocia estas características y las representa con formas bidimensionales compuestas. Establece también propiedades del área y perímetro.
	Usa estrategias y procedimientos para medir y orientarse en el espacio.	Selecciona y emplea estrategias heurísticas, recursos o procedimientos para determinar el perímetro y el área de polígonos regulares o irregulares, empleando unidades convencionales (centímetro y metro).
	Argumenta afirmaciones sobre relaciones geométricas.	Plantea afirmaciones sobre las relaciones y propiedades que descubre entre los objetos y formas geométricas, sobre la base de simulaciones y la observación de casos. Las justifica con ejemplos y sus conocimientos geométricos. Reconoce errores en sus justificaciones y en las de otros, y los corrige.

Aprendemos

Nuestros antepasados, como en la cultura Nasca y Wari, llegaron a confeccionar y usar el unku, que es un poncho de forma rectangular y en cuyo diseño se incluyen diversas figuras geométricas.

Sobre la base del modelo del unku y para conservar nuestras creaciones artísticas, la comunidad de tejedores de Chincheros se ha propuesto confeccionar un poncho similar, en el cual se diseñarán hexágonos en el borde. Se sabe que a lo largo ingresan 10 hexágonos regulares. ¿Cuál será la medida del largo del unku si el lado de cada hexágono es de 4 cm?

Unku, poncho ancestral

Modelo para fabricar

Fuente: *https://goo.gl/dbrM4S*

Comprendemos el problema

1. ¿Qué figuras geométricas identificas en las imágenes del problema? Dibújalas.

2. ¿Qué características tiene un hexágono regular? Justifica tu respuesta.

3. ¿Qué te solicita el problema? ¿Qué tienes que hacer?

Diseñamos o seleccionamos una estrategia o plan

1. ¿Qué estrategia será la más adecuada para resolver el problema?

Ejecutamos la estrategia o plan

1. Representa gráficamente uno de los hexágonos que se piensa diseñar en el poncho. Luego traza sus diagonales y determina su valor.

2. Representa gráficamente los 10 hexágonos, consignando los valores de sus diagonales.

Responde: ¿cuál será el valor de la diagonal de los 10 hexágonos?

3. Responde la pregunta del problema: ¿cuál será la medida del largo del poncho?

Reflexionamos sobre el desarrollo

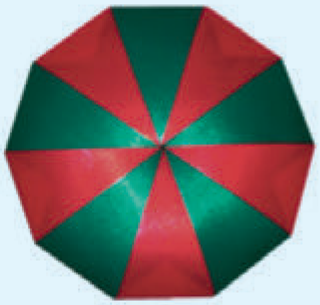
1. ¿Qué sucedería si los hexágonos no fueran regulares?

2. Se sabe que para el ancho del poncho se usan 8 hexágonos, ¿cuánto medirá ese ancho? Explica brevemente la estrategia que utilizaste para resolver el problema planteado.

Analizamos

Situación A

Se muestra una sombrilla vista desde arriba y se desea saber la medida de los ángulos de cada paño triangular. ¿Cuáles son estos valores?



Resolución

a) Identificamos el tipo de polígono.

Observamos que la figura se divide en 10 paños triangulares iguales; por lo tanto, se deduce que es un decágono regular, donde el valor del número de lados es n.

Entonces:

$$n = 10$$

b) Hallamos la medida del ángulo central.

Se tienen 10 paños triangulares iguales, por lo que el ángulo central está dado por:

$$m_{\measuredangle c} = \frac{360°}{10} = 36°$$

c) Cada ángulo interno está dado por:

$$m_{\measuredangle i} = \frac{180°(10-2)}{10} = 144°$$

Este valor se divide entre dos para obtener la otra medida del ángulo del triángulo, que es 72°. Así, las medidas de los ángulos de cada paño son: 36°, 72° y 72°.

1. ¿Qué estrategia se utilizó para resolver el problema?

2. ¿Fue necesario hallar el ángulo central?

3. Si se representa a uno de los paños, se tiene un triángulo. ¿Qué tipo de triángulo es y cuáles son sus características?

Situación B

En la naturaleza encontramos a la *ipomoea* o *morning glory*. Ese es el nombre que reciben cientos de plantas herbáceas trepadoras cuyas flores nacen y mueren cada día. La flor de esta planta presenta la forma de un polígono regular.

¿Cuánto será el valor de un ángulo interno?

Resolución

a) La medida de un ángulo interno está dada por la expresión:

$$m_{\measuredangle i} = \frac{180°(n-2)}{n}$$

El número de lados es: n = 5.

Reemplazamos este valor en la expresión:

$$m_{\measuredangle i} = \frac{180°(5-2)}{5}$$

$$m_{\measuredangle i} = \frac{180°(3)}{5} = \frac{540°}{5} = 108°$$

Respuesta:

La medida de un ángulo interno es 108°.

1. ¿Qué estrategia se utilizó para resolver el problema?

2. ¿Cómo podrías comprobar que los ángulos internos de un polígono regular son iguales?

3. ¿De qué otra forma se podría resolver el problema?

Situación C

¿Cuál es la medida de un ángulo interior de un polígono regular en el que, desde un vértice, se pueden trazar tres diagonales?

Resolución

(Encuentra el error)

a) Si en un polígono se trazan 3 diagonales, entonces:

$$n - 3 = 3$$

$$n = 6$$

b) Reemplazando n en la fórmula de ángulo interior, tenemos:

$$m_{\measuredangle i} = \frac{180°(n-2)}{n} = \frac{180°(\cancel{6}-2)}{\cancel{6}}$$

$$m_{\measuredangle i} = 180° - 2 = 178°$$

Respuesta:

La medida de un ángulo interior es 178°.

1. ¿Puedes identificar algún error en la solución o está correcto el procedimiento?

2. En caso de haber un error, propón los procesos correctos.

Practicamos

1. Relaciona ambas columnas mediante flechas.

Tiene once lados.	Eneágono
No tiene diagonales.	Hexágono
Su ángulo externo es el doble de su ángulo interno.	Cuadrado
Su ángulo central es recto.	Endecágono
Se puede dividir en nueve triángulos congruentes desde su centro.	Triángulo

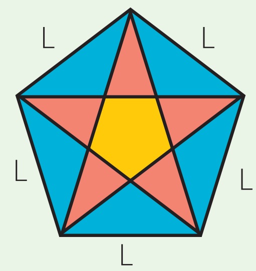
2. ¿Cuál de los polígonos mencionados tiene lados paralelos y perpendiculares?

a) Romboide b) Trapecio c) Rombo d) Rectángulo

3. ¿Cuál es el polígono que tiene la misma cantidad de lados y de diagonales? Compruébalo.

a) Cuadrilátero c) Octágono b) Pentágono d) Eneágono

4. Se tiene una cometa con el diseño que aquí se muestra. ¿Cuáles son las medidas de los tres ángulos del triángulo obtuso más pequeño?



5. Una porción de papel tiene forma de hexágono regular de 15 cm de lado. Al cortarse por una de sus diagonales, se obtienen dos pedazos en forma de cuadriláteros. ¿Cuál es el perímetro de cada cuadrilátero?

a) 75 cm b) 65 cm c) 60 cm d) 45 cm

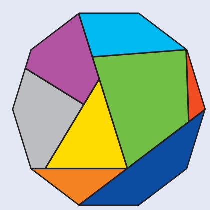
6. La cantidad total de diagonales de un polígono regular es igual al triple de la cantidad de vértices. Calcula la medida de un ángulo central.

a) 10° b) 20° c) 30° d) 40°

7. ¿Cuál es la suma de los ángulos internos del cuerpo de una guitarra que tiene forma de estrella?

Fuente: https://goo.gl/fx97j4

8. Dentro del decágono regular se muestran ocho polígonos de diferente tamaño. ¿Qué medida tiene el menor ángulo formado entre el lado del decágono y la diagonal trazada?



a) 36° b) 72° c) 144° d) 172°

9. Se desea hacer una réplica de la ventana presentada. Si se sabe que tiene los lados iguales, ¿cuál es la medida del ángulo interior formado por dos lados consecutivos?

a) 120°

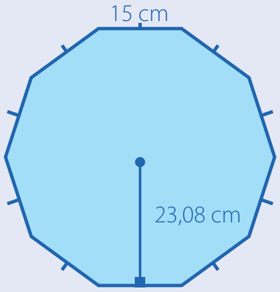
b) 128,6°

c) 252°

d) 102,9°

Fuente: *https://goo.gl/uzmXdy*

10. Si un decágono regular tiene 15 cm de lado y la distancia del centro a uno de sus lados es 23,08 cm, ¿cuál es el área del decágono?

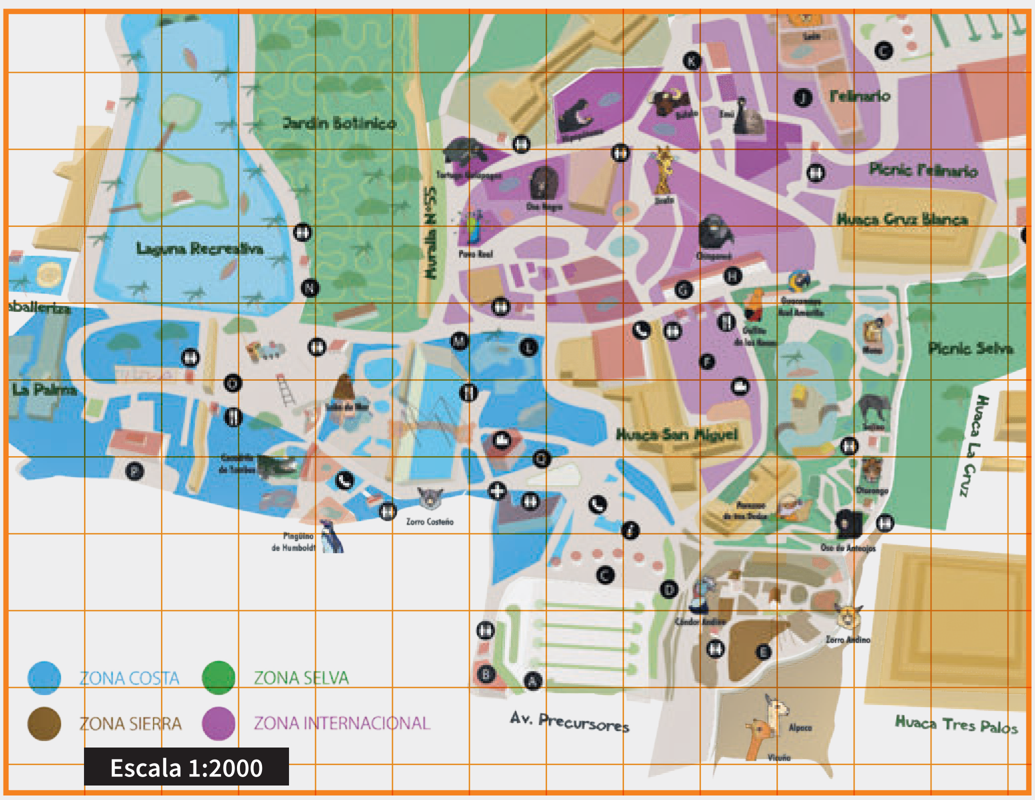


Ficha 20 Un paseo por el Parque de las Leyendas

COMPETENCIA	CAPACIDADES	DESEMPEÑOS
Resuelve problemas de forma, movimiento y localización	Modela objetos con formas geométricas y sus transformaciones.	Describe la ubicación o el recorrido de un objeto real o imaginario, y lo representa utilizando coordenadas cartesianas, planos o mapas a escala.
	Comunica su comprensión sobre las formas y relaciones geométricas.	Lee textos o gráficos que describen características, elementos o propiedades de las formas geométricas bidimensionales. Reconoce propiedades de la semejanza y la composición de transformaciones (ampliación y reducción), para extraer información. Lee planos a escala y los usa para ubicarse en el espacio y determinar rutas.
	Usa estrategias y procedimientos para medir y orientarse en el espacio.	Selecciona y emplea estrategias heurísticas, recursos o procedimientos para describir el movimiento, la localización o las perspectivas (vistas) de los objetos, empleando unidades convencionales (centímetro, metro y kilómetro).

Aprendemos

Antonio y su familia fueron de paseo al Parque de las Leyendas. Al ingresar, les dieron un pequeño mapa de todo el lugar.



Fuente: *https://goo.gl/4vknQV*

A. Ingreso y estacionamiento
B. Mesa de partes
C. Boleterías
D. Garita de control
E. Mina modelo
F. Auditorio Chabuca Granda
G. Acuario de peces
H. Museo Kalinowski
I. Muse de sitio Ernst Middendorf
J. Felinario
K. Museo del petróleo
L. Espejo de agua
M. Sallqa Yachay Wasi
N. Boletería de botes
O. Zona de juegos
P. Caballero Carmelo
Q. Auditorio central

Responde:

1. En el mapa que le entregaron a Antonio al ingresar al parque, cada cuadrícula que se forma equivale a 20 m por lado. ¿A qué distancia de la entrada se encuentra el auditorio central?
2. Si Ana es una visitante que recién llega y desea ir a la zona de juegos, ¿qué orientaciones sobre las coordenadas le darías?

Comprendemos el problema

1. ¿Qué te piden en el problema?

2. ¿Cuál sería una referencia de ubicación? ¿Qué valor le asignarías?

Diseñamos o seleccionamos una estrategia o plan

1. ¿Cómo resolverías el problema? ¿Qué estrategia te servirá para resolverlo?

Ejecutamos la estrategia o plan

1. Aplica tu estrategia elegida.

Primero:

Si la entrada es el punto de referencia, le asignamos el valor de:

Para poder llegar al auditorio central, son 3 cuadrículas al norte.

Segundo:

Hallamos la ditancia solicitada, si sabemos que cada cuadrícula representa:

Distancia de la entrada al auditorio central:

2. Determina las orientaciones para llegar a la zona de juegos.

La zona de juegos se encuentra en el punto:

Como Ana está en la entrada, entonces su punto de referencia es:

A partir del punto de referencia, la orientación para llegar al punto O es:

Las coordenadas para llegar al punto O son:

Reflexionamos sobre el desarrollo

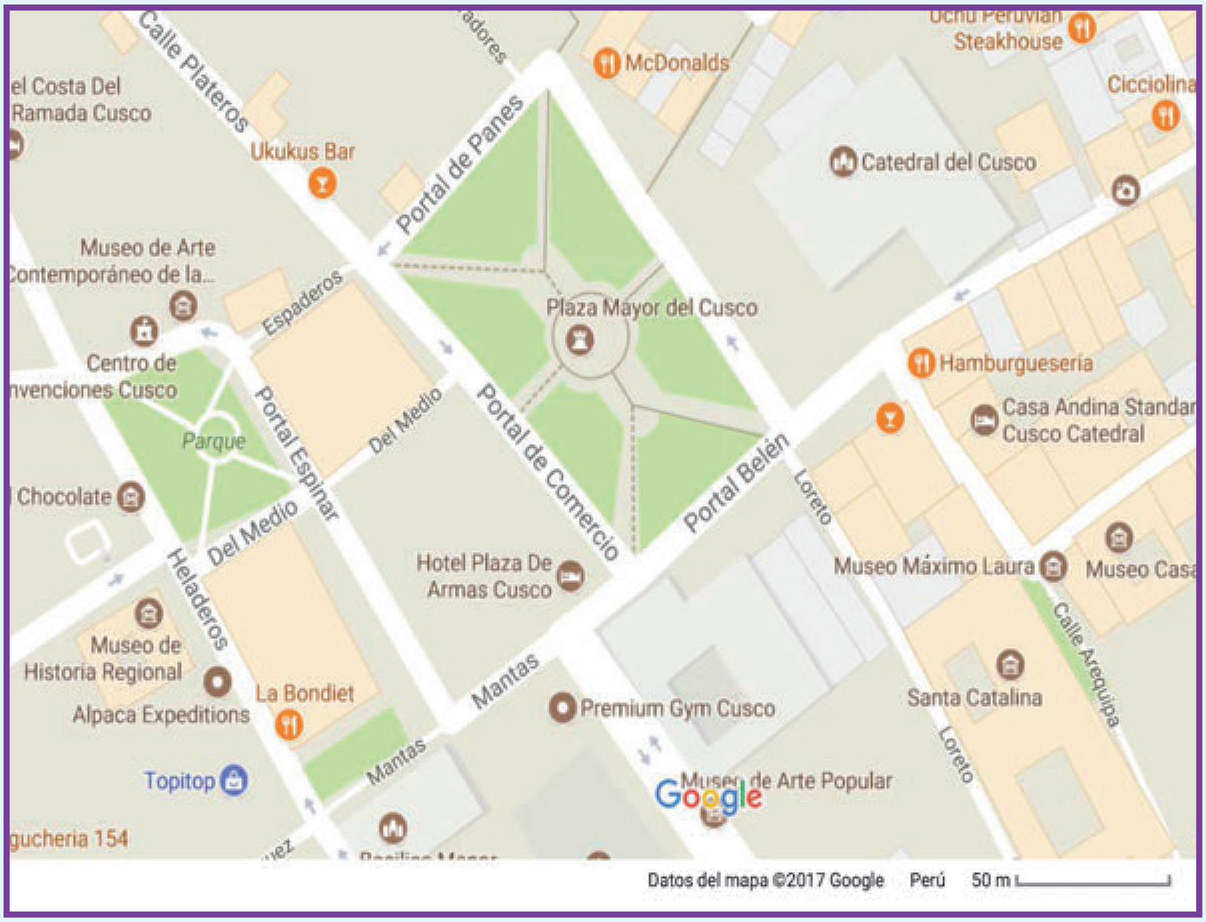
1. ¿A qué lugar llegarías si te dijeran que debes dirigirte a las coordenadas (-1; 5)?

2. ¿Es posible dirigirnos al lugar cuyas coordenadas son (-3; -4) para esta situación?

¿? Analizamos

Situación A

Se desea poner flores alrededor de toda la Plaza de Armas de la ciudad del Cusco. Según el siguiente mapa, ¿cuál es el perímetro de la plaza?



Resolución

Primero:

En la parte inferior derecha del mapa, se indica una escala. El segmento de dicha escala mide 2 cm, que equivale a 50 m en la vida real.

Se sabe que: 1 m = 100 cm

Por lo que: 50 m = 5000 cm

Como 2 cm en el mapa equivalen a 5000 cm en la vida real, deducimos que 1 cm en el mapa equivale a 2500 cm.

Segundo: Se sabe que la escala es 1:2500.

Al medir con la regla el perímetro del parque en el mapa resulta 15,9 cm, por lo que en la vida real será:

15,9 cm × 2500 = 39 750 cm. Para convertirlo a metros, se divide entre 100 y así se obtiene: 397,5 m.

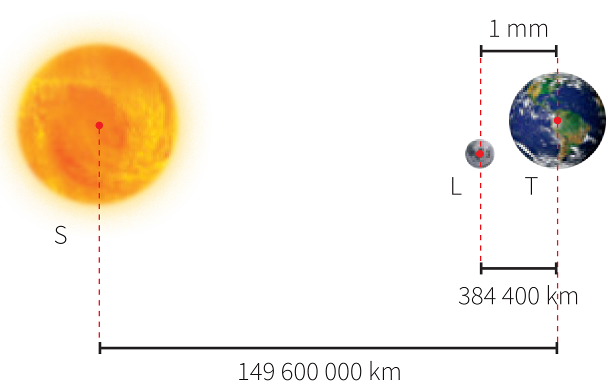
1. ¿Cuál fue la estrategia usada para resolver la situación? Descríbela.

2. ¿Cómo emplearías la estrategia para hallar el perímetro de la catedral del Cusco?

Situación B

La distancia que hay entre la Tierra y el Sol es 149 600 000 km y la distancia de la Tierra a la Luna es 384 400 km. Se desea realizar un dibujo con las distancias proporcionales. Para ello, se ubica a la Luna en un punto L y a la Tierra en un punto T, separados por 1 mm. ¿A qué distancia en centímetros se colocará la Tierra del Sol (punto S), sabiendo que la Luna se encuentra entre ambos?

Resolución



Se sabe que la escala es una proporción entre las distancias reales y las que aparecen en el dibujo, por lo que:

$$\frac{149\,600\,000\ \cancel{\text{km}}}{384\,400\ \cancel{\text{km}}} = \frac{\overline{ST}}{1\text{ mm}}$$

Se eliminan las unidades de km y redondeando al entero se obtiene que:

$$ST = 389\text{ mm}$$

Como 1 cm = 10 mm, entonces se dividirá entre 10.

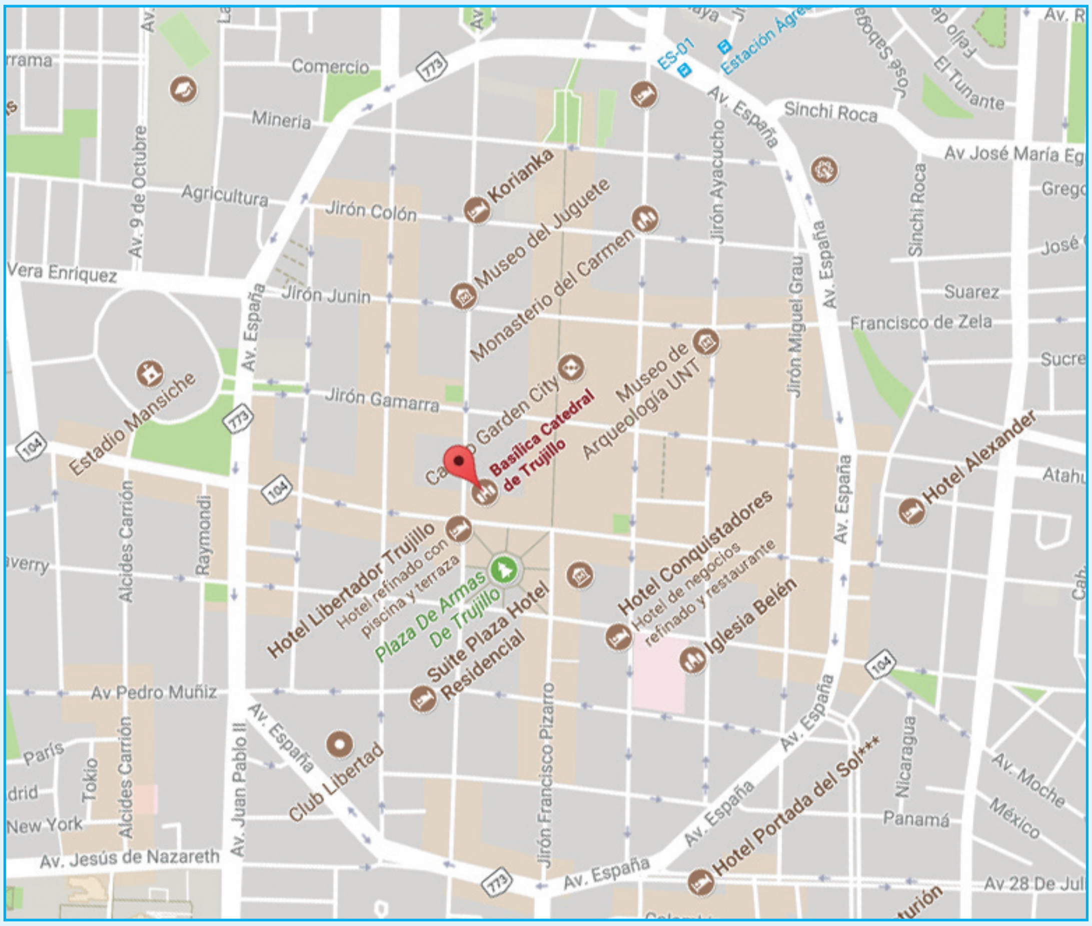
$$ST = 38{,}9\text{ cm}$$

1. ¿Qué estrategias se utilizaron para resolver el problema? Explícalo.

2. ¿En qué otras situaciones se aplicaría la estrategia?

Situación C

En la ciudad de Trujillo, Enrique espera a su primo Felipe, que viene desde Pucallpa y no conoce el lugar. Felipe llama por teléfono a su primo, le dice que se encuentra en la catedral de Trujillo y le pregunta hacia dónde debe ir para llegar a su casa. También le comenta que luego quiere conocer el estadio Mansiche. Si Enrique vive en el cruce entre la Av. España y el Jr. Colón, cerca de la Av. Sinchi Roca, ¿qué indicaciones le debe dar Enrique a su primo?



Fuente: *https://goo.gl/dUhV6L*

Resolución

(Encuentra el error)

Primero:

Enrique considerará que, como Felipe se encuentra en la catedral, entonces este será su punto de referencia u origen de coordenadas. Por ello, su primer mensaje será: “Imagínate que estás en el plano cartesiano y que tu punto de origen es la catedral, es decir, (1; 1)”.

Segundo:

Enrique le dice a Felipe que cada cuadra corresponde a un número, por lo que deberá ubicar el par ordenado (5; 4).

Tercero:

Si quiere conocer primero el estadio Mansiche, deberá seguir las coordenadas (– 4; 2).

Cuarto:

Si Felipe primero llega a la casa de su primo Enrique y toma como punto de referencia dicha casa, las coordenadas para llegar al estadio serán: (–8; –2).

1. ¿La propuesta de solución es correcta? De no ser así, propón su solución.

2. ¿Habrá otra forma de resolver el problema?

Practicamos

1. ¿Qué escala se usó para reproducir el mapa pequeño con respecto al mapa grande?

a) 1:1 b) 1:2 c) 1:4 d) 1:8

Fuente: *https://goo.gl/LPJLnf*

2. En el mapa del Perú durante el Virreinato, tomando como punto de referencia la ciudad de Tarma, ¿cuántas ciudades se muestran en el cuarto cuadrante?

a) 1

b) 3

c) 5

d) 6

Fuente: https://goo.gl/ZgrNTR

3. En el siguiente mapa se presenta un pequeño territorio del distrito de Villa El Salvador, provincia de Lima. Si se toma como punto de referencia el cruce de la Av. Mariano Pastor Sevilla y la Av. El Sol, ¿en qué cuadrante se ubica el Parque Industrial y cuál será la coordenada del cruce de la Av. Separadora Industrial con la Av. José Carlos Mariátegui?

a) I cuadrante; (8; 5) b) II cuadrante; (8; 5) c) I cuadrante; (5; 8) d) II cuadrante; (5; 8)

Fuente: https://goo.gl/1aEFLx

4. Si los números correspondientes a un par ordenado son negativos, ¿en qué cuadrante del plano cartesiano se encuentran?

5. La distancia entre dos pueblos es de 3 km. ¿A qué distancia se encontrarán en el mapa si la escala es 1:600 m?

a) 3 cm b) 5 cm c) 4 cm d) 6 cm

6. Si la medida de la cama grande es de 2 m × 2 m, ¿cuál es el área del departamento sabiendo que de largo equivale a 5,5 camas y de ancho, a 3,5 camas?

Fuente: *https://goo.gl/xrC7jz*

a) 77 m^2

b) 84 m^2

c) 92 m^2

d) 98 m^2

7. En un mapa de América del Sur, elaborado a escala de 1:84 000 000, la mayor distancia de norte a sur corresponde a dos puntos situados a 120 mm; y la mayor distancia de este a oeste corresponde a 100 mm, aproximadamente. ¿Cuántos kilómetros representan estas distancias?

8. En un mapa a escala 1:60 000, la distancia entre dos pueblos es de 12 cm. ¿Cuál será la distancia en la realidad?

a) 1,2 km b) 2,8 km c) 7,2 km d) 8,2 km

9. Luis ha encontrado un mapa y desea saber cuál es la escala con la que se ha confeccionado. Ayuda a Luis a encontrar la respuesta.

a) 1:100 000

b) 1:1 000 000

c) 1:10 000 000

d) 1:100 000 000

Fuente: *https://goo.gl/auCkao*

10. El diámetro de una célula humana mide cuatro millonésimas de metro, y en la pantalla de un microscopio electrónico se ve con un diámetro de 2 cm. ¿Qué escala se ha empleado?

CARTA DEMOCRÁTICA INTERAMERICANA

I

La democracia y el sistema interamericano

Artículo 1

Los pueblos de América tienen derecho a la democracia y sus gobiernos la obligación de promoverla y defenderla.

La democracia es esencial para el desarrollo social, político y económico de los pueblos de las Américas.

Artículo 2

El ejercicio efectivo de la democracia representativa es la base delestado de derecho y los regímenes constitucionales de los Estados Miembros de la Organización de los Estados Americanos. La democracia representativa se refuerza y profundiza con la participación permanente, ética y responsable de la ciudadanía en un marco de legalidad conforme al respectivo orden constitucional.

Artículo 3

Son elementos esenciales de la democracia representativa, entre otros, el respeto a los derechos humanos y las libertades fundamentales; el acceso al poder y su ejercicio con sujeción al estado de derecho; la celebración de elecciones periódicas, libres, justas y basadas en el sufragio universal y secreto como expresión de la soberanía del pueblo; el régimen plural de partidos y organizaciones políticas; y la separación e independencia de los poderes públicos.

Artículo 4

Son componentes fundamentales del ejercicio de la democracia la transparencia de las actividades gubernamentales, la probidad, la responsabilidad de los gobiernos en la gestión pública, el respeto por los derechos sociales y la libertad de expresión y de prensa.

La subordinación constitucional de todas las instituciones del Estado a la autoridad civil legalmente constituida y el respeto al estado de derecho de todas las entidades y sectores de la sociedad son igualmente fundamentales para la democracia.

Artículo 5

El fortalecimiento de los partidos y de otras organizaciones políticas es prioritario para la democracia. Se deberá prestar atención especial a la problemática derivada de los altos costos de las campañas electorales y al establecimiento de un régimen equilibrado y transparente de financiación de sus actividades.

Artículo 6

La participación de la ciudadanía en las decisiones relativas a su propio desarrollo es un derecho y una responsabilidad. Es también una condición necesaria para el pleno y efectivo ejercicio de la democracia. Promover y fomentar diversas formas de participación fortalece la democracia.

II

La democracia y los derechos humanos

Artículo 7

La democracia es indispensable para el ejercicio efectivo de las libertades fundamentales y los derechos humanos, en su carácter universal, indivisible e interdependiente, consagrados en las respectivas constituciones de los Estados y en los instrumentos interamericanos e internacionales de derechos humanos.

Artículo 8

Cualquier persona o grupo de personas que consideren que sus derechos humanos han sido violados pueden interponer denuncias o peticiones ante el sistema interamericano de promoción y protección de los derechos humanos conforme a los procedimientos establecidos en el mismo.

Los Estados Miembros reafirman su intención de fortalecer el sistema interamericano de protección de los derechos humanos para la consolidación de la democracia en el Hemisferio.

Artículo 9

La eliminación de toda forma de discriminación, especialmente la discriminación de género, étnica y racial, y de las diversas formas de intolerancia, así como la promoción y protección de los derechos humanos de los pueblos indígenas y los migrantes y el respeto a la diversidad étnica, cultural y religiosa en las Américas, contribuyen al fortalecimiento de la democracia y la participación ciudadana.

Artículo 10

La promoción y el fortalecimiento de la democracia requieren el ejercicio pleno y eficaz de los derechos de los trabajadores y la aplicación de normas laborales básicas, tal como están consagradas en la Declaración de la Organización Internacional del Trabajo (OIT) relativa a los Principios y Derechos Fundamentales en el Trabajo y su Seguimiento, adoptada en 1998, así como en otras convenciones básicas afines de la OIT. La democracia se fortalece con el mejoramiento de las condiciones laborales y la calidad de vida de los trabajadores del Hemisferio.

III

Democracia, desarrollo integral y combate a la pobreza

Artículo 11

La democracia y el desarrollo económico y social son interdependientes y se refuerzan mutuamente.

Artículo 12

La pobreza, el analfabetismo y los bajos niveles de desarrollo humano son factores que inciden negativamente en la consolidación de la democracia. Los Estados Miembros de la OEA se comprometen a adoptar y ejecutar todas las acciones necesarias para la creación de empleo productivo, la reducción de la pobreza y la erradicación de la pobreza extrema, teniendo en cuenta las diferentes realidades y condiciones económicas de los países del Hemisferio. Este compromiso común frente a los problemas del desarrollo y la pobreza también destaca la importancia de mantener los equilibrios macroeconómicos y el imperativo de fortalecer la cohesión social y la democracia.

Artículo 13

La promoción y observancia de los derechos económicos, sociales y culturales son consustanciales al desarrollo integral, al crecimiento económico con equidad y a la consolidación de la democracia en los Estados del Hemisferio.

Artículo 14

Los Estados Miembros acuerdan examinar periódicamente las acciones adoptadas y ejecutadas por la Organización encaminadas a fomentar el diálogo, la cooperación para el desarrollo integral y el combate a la pobreza en el Hemisferio, y tomar las medidas oportunas para promover estos objetivos.

Artículo 15

El ejercicio de la democracia facilita la preservación y el manejo adecuado del medio ambiente. Es esencial que los Estados del Hemisferio implementen políticas y estrategias de protección del medio ambiente, respetando los diversos tratados y convenciones, para lograr un desarrollo sostenible en beneficio de las futuras generaciones.

Artículo 16

La educación es clave para fortalecer las instituciones democráticas, promover el desarrollo del potencial humano y el alivio de la pobreza y fomentar un mayor entendimiento entre los pueblos. Para lograr estas metas, es esencial que una educación de calidad esté al alcance de todos, incluyendo a las niñas y las mujeres, los habitantes de las zonas rurales y las personas que pertenecen a las minorías.

IV

Fortalecimiento y preservación de la institucionalidad democrática

Artículo 17

Cuando el gobierno de un Estado Miembro considere que está en riesgo su proceso político institucional democrático o su legítimo ejercicio del poder, podrá recurrir al Secretario General o al Consejo Permanente a fin de solicitar asistencia para el fortalecimiento y preservación de la institucionalidad democrática.

Artículo 18

Cuando en un Estado Miembro se produzcan situaciones que pudieran afectar el desarrollo del proceso político institucional democrático o el legítimo ejercicio del poder, el Secretario General o el Consejo Permanente podrá, con el consentimiento previo del gobierno afectado, disponer visitas y otras gestiones con la finalidad de hacer un análisis de la situación. El Secretario General elevará un informe al Consejo Permanente, y éste realizará una apreciación colectiva de la situación y, en caso necesario, podrá adoptar decisiones dirigidas a la preservación de la institucionalidad democrática y su fortalecimiento.

Artículo 19

Basado en los principios de la Carta de la OEA y con sujeción a sus normas, y en concordancia con la cláusula democrática contenida en la Declaración de la ciudad de Quebec, la ruptura del orden democrático o una alteración del orden constitucional que afecte gravemente el orden democrático en un Estado Miembro constituye, mientras persista, un obstáculo insuperable para la participación de su gobierno en las sesiones de la Asamblea General, de la Reunión de Consulta, de los Consejos de la Organización y de las conferencias especializadas, de las comisiones, grupos de trabajo y demás órganos de la Organización.

Artículo 20

En caso de que en un Estado Miembro se produzca una alteración del orden constitucional que afecte gravemente su orden democrático, cualquier Estado Miembro o el Secretario General podrá solicitar la convocatoria inmediata del Consejo Permanente para realizar una apreciación colectiva de la situación y adoptar las decisiones que estime conveniente.

El Consejo Permanente, según la situación, podrá disponer la realización de las gestiones diplomáticas necesarias, incluidos los buenos oficios, para promover la normalización de la institucionalidad democrática.

Si las gestiones diplomáticas resultaren infructuosas o si la urgencia del caso lo aconsejare, el Consejo Permanente convocará de inmediato un período extraordinario de sesiones de la Asamblea General para que ésta adopte las decisiones que estime apropiadas, incluyendo gestiones diplomáticas, conforme a la Carta de la Organización, el derecho internacional y las disposiciones de la presente Carta Democrática.

Durante el proceso se realizarán las gestiones diplomáticas necesarias, incluidos los buenos oficios, para promover la normalización de la institucionalidad democrática.

Artículo 21

Cuando la Asamblea General, convocada a un período extraordinario de sesiones, constate que se ha producido la ruptura del orden democrático en un Estado Miembro y que las gestiones diplomáticas han sido infructuosas, conforme a la Carta de la OEA tomará la decisión de suspender a dicho Estado Miembro del ejercicio de su derecho de participación en la OEA con el voto afirmativo de los dos tercios de los Estados Miembros. La suspensión entrará en vigor de inmediato.

El Estado Miembro que hubiera sido objeto de suspensión deberá continuar observando el cumplimiento de sus obligaciones como miembro de la Organización, en particular en materia de derechos humanos.

Adoptada la decisión de suspender a un gobierno, la Organización mantendrá sus gestiones diplomáticas para el restablecimiento de la democracia en el Estado Miembro afectado.

Artículo 22

Una vez superada la situación que motivó la suspensión, cualquier Estado Miembro o el Secretario General podrá proponer a la Asamblea General el levantamiento de la suspensión. Esta decisión se adoptará por el voto de los dos tercios de los Estados Miembros, de acuerdo con la Carta de la OEA.

V

La democracia y las misiones de observación electoral

Artículo 23

Los Estados Miembros son los responsables de organizar, llevar a cabo y garantizar procesos electorales libres y justos.

Los Estados Miembros, en ejercicio de su soberanía, podrán solicitar a la OEA asesoramiento o asistencia para el fortalecimiento y desarrollo de sus instituciones y procesos electorales, incluido el envío de misiones preliminares para ese propósito.

Artículo 24

Las misiones de observación electoral se llevarán a cabo por solicitud del Estado Miembro interesado. Con tal finalidad, el gobierno de dicho Estado y el Secretario General celebrarán un convenio que determine el alcance y la cobertura de la misión de observación electoral de que se trate. El Estado Miembro deberá garantizar las condiciones de seguridad, libre acceso a la información y amplia cooperación con la misión de observación electoral.

Las misiones de observación electoral se realizarán de conformidad con los principios y normas de la OEA. La Organización deberá asegurar la eficacia e independencia de estas misiones, para lo cual se las dotará de los recursos necesarios. Las mismas se realizarán de forma objetiva, imparcial y transparente, y con la capacidad técnica apropiada.

Las misiones de observación electoral presentarán oportunamente al Consejo Permanente, a través de la Secretaría General, los informes sobre sus actividades.

Artículo 25

Las misiones de observación electoral deberán informar al Consejo Permanente, a través de la Secretaría General, si no existiesen las condiciones necesarias para la realización de elecciones libres y justas.

La OEA podrá enviar, con el acuerdo del Estado interesado, misiones especiales a fin de contribuir a crear o mejorar dichas condiciones.

VI

Promoción de la cultura democrática

Artículo 26

La OEA continuará desarrollando programas y actividades dirigidos a promover los principios y prácticas democráticas y fortalecer la cultura democrática en el Hemisferio, considerando que la democracia es un sistema de vida fundado en la libertad y el mejoramiento económico, social y cultural de los pueblos. La OEA mantendrá consultas y cooperación continua con los Estados Miembros, tomando en cuenta los aportes de organizaciones de la sociedad civil que trabajen en esos ámbitos.

Artículo 27

Los programas y actividades se dirigirán a promover la gobernabilidad, la buena gestión, los valores democráticos y el fortalecimiento de la institucionalidad política y de las organizaciones de la sociedad civil. Se prestará atención especial al desarrollo de programas y actividades para la educación de la niñez y la juventud como forma de asegurar la permanencia de los valores democráticos, incluidas la libertad y la justicia social.

Artículo 28

Los Estados promoverán la plena e igualitaria participación de la mujer en las estructuras políticas de sus respectivos países como elemento fundamental para la promoción y ejercicio de la cultura democrática.

EL ACUERDO NACIONAL

El 22 de julio de 2002, los representantes de las organizaciones políticas, religiosas, del Gobierno y de la sociedad civil firmaron el compromiso de trabajar, todos, para conseguir el bienestar y desarrollo del país. Este compromiso es el Acuerdo Nacional.

El acuerdo persigue cuatro objetivos fundamentales. Para alcanzarlos, todos los peruanos de buena voluntad tenemos, desde el lugar que ocupemos o el rol que desempeñemos, el deber y la responsabilidad de decidir, ejecutar, vigilar o defender los compromisos asumidos. Estos son tan importantes que serán respetados como políticas permanentes para el futuro.

Por esta razón, como niños, niñas, adolescentes o adultos, ya sea como estudiantes o trabajadores, debemos promover y fortalecer acciones que garanticen el cumplimiento de esos cuatro objetivos que son los siguientes:

1. Democracia y Estado de Derecho

La justicia, la paz y el desarrollo que necesitamos los peruanos sólo se pueden dar si conseguimos una verdadera democracia. El compromiso del Acuerdo Nacional es garantizar una sociedad en la que los derechos son respetados y los ciudadanos viven seguros y expresan con libertad sus opiniones a partir del diálogo abierto y enriquecedor; decidiendo lo mejor para el país.

2. Equidad y Justicia Social

Para poder construir nuestra democracia, es necesario que cada una de las personas que conformamos esta sociedad, nos sintamos parte de ella. Con este fin, el Acuerdo promoverá el acceso a las oportunidades económicas, sociales, culturales y políticas. Todos los peruanos tenemos derecho a un empleo digno, a una educación de calidad, a una salud integral, a un lugar para vivir. Así, alcanzaremos el desarrollo pleno.

3. Competitividad del País

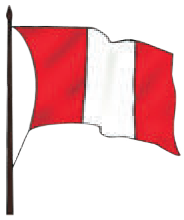
Para afianzar la economía, el Acuerdo se compromete a fomentar el espíritu de competitividad en las empresas, es decir, mejorar la calidad de los productos y servicios, asegurar el acceso a la formalización de las pequeñas empresas y sumar esfuerzos para fomentar la colocación de nuestros productos en los mercados internacionales.

4. Estado Eficiente, Transparente y Descentralizado

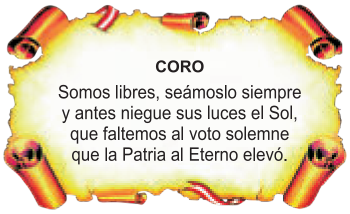
Es de vital importancia que el Estado cumpla con sus obligaciones de manera eficiente y transparente para ponerse al servicio de todos los peruanos. El Acuerdo se compromete a modernizar la administración pública, desarrollar instrumentos que eliminen la corrupción o el uso indebido del poder. Asimismo, descentralizar el poder y la economía para asegurar que el Estado sirva a todos los peruanos sin excepción.

Mediante el Acuerdo Nacional nos comprometemos a desarrollar maneras de controlar el cumplimiento de estas políticas de Estado, a brindar apoyo y difundir constantemente sus acciones a la sociedad en general.

SÍMBOLOS DE LA PATRIA



Bandera Nacional



Himno Nacional

Escudo Nacional

DECLARACIÓN UNIVERSAL DE LOS DERECHOS HUMANOS

El 10 de diciembre de 1948, la Asamblea General de las Naciones Unidas aprobó y proclamó la Declaración Universal de Derechos Humanos, cuyos artículos figuran a continuación:

Artículo 1
Todos los seres humanos nacen libres e iguales en dignidad y derechos y, (...) deben comportarse fraternalmente los unos con los otros.

Artículo 2
Toda persona tiene los derechos y libertades proclamados en esta Declaración, sin distinción alguna de raza, color, sexo, idioma, religión, opinión política o de cualquier otra índole, origen nacional o social, posición económica, nacimiento o cualquier otra condición. Además, no se hará distinción alguna fundada en la condición política, jurídica o internacional del país o territorio de cuya jurisdicción dependa una persona (...).

Artículo 3
Todo individuo tiene derecho a la vida, a la libertad y a la seguridad de su persona.

Artículo 4
Nadie estará sometido a esclavitud ni a servidumbre; la esclavitud y la trata de esclavos están prohibidas en todas sus formas.

Artículo 5
Nadie será sometido a torturas ni a penas o tratos crueles, inhumanos o degradantes.

Artículo 6
Todo ser humano tiene derecho, en todas partes, al reconocimiento de su personalidad jurídica.

Artículo 7
Todos son iguales ante la ley y tienen, sin distinción, derecho a igual protección de la ley. Todos tienen derecho a igual protección contra toda discriminación que infrinja esta Declaración (...).

Artículo 8
Toda persona tiene derecho a un recurso efectivo, ante los tribunales nacionales competentes, que la ampare contra actos que violen sus derechos fundamentales (...).

Artículo 9
Nadie podrá ser arbitrariamente detenido, preso ni desterrado.

Artículo 10
Toda persona tiene derecho, en condiciones de plena igualdad, a ser oída públicamente y con justicia por un tribunal independiente e imparcial, para la determinación de sus derechos y obligaciones o para el examen de cualquier acusación contra ella en materia penal.

Artículo 11
1. Toda persona acusada de delito tiene derecho a que se presuma su inocencia mientras no se pruebe su culpabilidad (...).
2. Nadie será condenado por actos u omisiones que en el momento de cometerse no fueron delictivos según el Derecho nacional o internacional. Tampoco se impondrá pena más grave que la aplicable en el momento de la comisión del delito.

Artículo 12
Nadie será objeto de injerencias arbitrarias en su vida privada, su familia, su domicilio o su correspondencia, ni de ataques a su honra o a su reputación. Toda persona tiene derecho a la protección de la ley contra tales injerencias o ataques.

Artículo 13
1. Toda persona tiene derecho a circular libremente y a elegir su residencia en el territorio de un Estado.
2. Toda persona tiene derecho a salir de cualquier país, incluso el propio, y a regresar a su país.

Artículo 14
1. En caso de persecución, toda persona tiene derecho a buscar asilo, y a disfrutar de él, en cualquier país.
2. Este derecho no podrá ser invocado contra una acción judicial realmente originada por delitos comunes o por actos opuestos a los propósitos y principios de las Naciones Unidas.

Artículo 15
1. Toda persona tiene derecho a una nacionalidad.
2. A nadie se privará arbitrariamente de su nacionalidad ni del derecho a cambiar de nacionalidad.

Artículo 16
1. Los hombres y las mujeres, a partir de la edad núbil, tienen derecho, sin restricción alguna por motivos de raza, nacionalidad o religión, a casarse y fundar una familia (...).
2. Sólo mediante libre y pleno consentimiento de los futuros esposos podrá contraerse el matrimonio.
3. La familia es el elemento natural y fundamental de la sociedad y tiene derecho a la protección de la sociedad y del Estado.

Artículo 17
1. Toda persona tiene derecho a la propiedad, individual y colectivamente.
2. Nadie será privado arbitrariamente de su propiedad.

Artículo 18
Toda persona tiene derecho a la libertad de pensamiento, de conciencia y de religión (...).

Artículo 19
Todo individuo tiene derecho a la libertad de opinión y de expresión (...).

Artículo 20
1. Toda persona tiene derecho a la libertad de reunión y de asociación pacíficas.
2. Nadie podrá ser obligado a pertenecer a una asociación.

Artículo 21
1. Toda persona tiene derecho a participar en el gobierno de su país, directamente o por medio de representantes libremente escogidos.
2. Toda persona tiene el derecho de acceso, en condiciones de igualdad, a las funciones públicas de su país.
3. La voluntad del pueblo es la base de la autoridad del poder público; esta voluntad se expresará mediante elecciones auténticas que habrán de celebrarse periódicamente, por sufragio universal e igual y por voto secreto u otro procedimiento equivalente que garantice la libertad del voto.

Artículo 22
Toda persona (...) tiene derecho a la seguridad social, y a obtener, (...) habida cuenta de la organización y los recursos de cada Estado, la satisfacción de los derechos económicos, sociales y culturales, indispensables a su dignidad y al libre desarrollo de su personalidad.

Artículo 23
1. Toda persona tiene derecho al trabajo, a la libre elección de su trabajo, a condiciones equitativas y satisfactorias de trabajo y a la protección contra el desempleo.
2. Toda persona tiene derecho, sin discriminación alguna, a igual salario por trabajo igual.
3. Toda persona que trabaja tiene derecho a una remuneración equitativa y satisfactoria, que le asegure, así como a su familia, una existencia conforme a la dignidad humana y que será completada, en caso necesario, por cualesquiera otros medios de protección social.
4. Toda persona tiene derecho a fundar sindicatos y a sindicarse para la defensa de sus intereses.

Artículo 24
Toda persona tiene derecho al descanso, al disfrute del tiempo libre, a una limitación razonable de la duración del trabajo y a vacaciones periódicas pagadas.

Artículo 25
1. Toda persona tiene derecho a un nivel de vida adecuado que le asegure, así como a su familia, la salud y el bienestar, y en especial la alimentación, el vestido, la vivienda, la asistencia médica y los servicios sociales necesarios; tiene asimismo derecho a los seguros en caso de desempleo, enfermedad, invalidez, viudez, vejez y otros casos de pérdida de sus medios de subsistencia por circunstancias independientes de su voluntad.
2. La maternidad y la infancia tienen derecho a cuidados y asistencia especiales. Todos los niños, nacidos de matrimonio o fuera de matrimonio, tienen derecho a igual protección social.

Artículo 26
1. Toda persona tiene derecho a la educación. La educación debe ser gratuita, al menos en lo concerniente a la instrucción elemental y fundamental. La instrucción elemental será obligatoria. La instrucción técnica y profesional habrá de ser generalizada; el acceso a los estudios superiores será igual para todos, en función de los méritos respectivos.
2. La educación tendrá por objeto el pleno desarrollo de la personalidad humana y el fortalecimiento del respeto a los derechos humanos y a las libertades fundamentales; favorecerá la comprensión, la tolerancia y la amistad entre todas las naciones y todos los grupos étnicos o religiosos; y promoverá el desarrollo de las actividades de las Naciones Unidas para el mantenimiento de la paz.
3. Los padres tendrán derecho preferente a escoger el tipo de educación que habrá de darse a sus hijos.

Artículo 27
1. Toda persona tiene derecho a tomar parte libremente en la vida cultural de la comunidad, a gozar de las artes y a participar en el progreso científico y en los beneficios que de él resulten.
2. Toda persona tiene derecho a la protección de los intereses morales y materiales que le correspondan por razón de las producciones científicas, literarias o artísticas de que sea autora.

Artículo 28
Toda persona tiene derecho a que se establezca un orden social e internacional en el que los derechos y libertades proclamados en esta Declaración se hagan plenamente efectivos.

Artículo 29
1. Toda persona tiene deberes respecto a la comunidad(...).
2. En el ejercicio de sus derechos y en el disfrute de sus libertades, toda persona estará solamente sujeta a las limitaciones establecidas por la ley con el único fin de asegurar el reconocimiento y el respeto de los derechos y libertades de los demás, y de satisfacer las justas exigencias de la moral, del orden público y del bienestar general en una sociedad democrática.
3. Estos derechos y libertades no podrán en ningún caso ser ejercidos en oposición a los propósitos y principios de las Naciones Unidas.

Artículo 30
Nada en la presente Declaración podrá interpretarse en el sentido de que confiere derecho alguno al Estado, a un grupo o a una persona, para emprender y desarrollar actividades (...) tendientes a la supresión de cualquiera de los derechos y libertades proclamados en esta Declaración.