

Cuaderno de trabajo de Matemática

# RESOLVAMOS PROBLEMAS

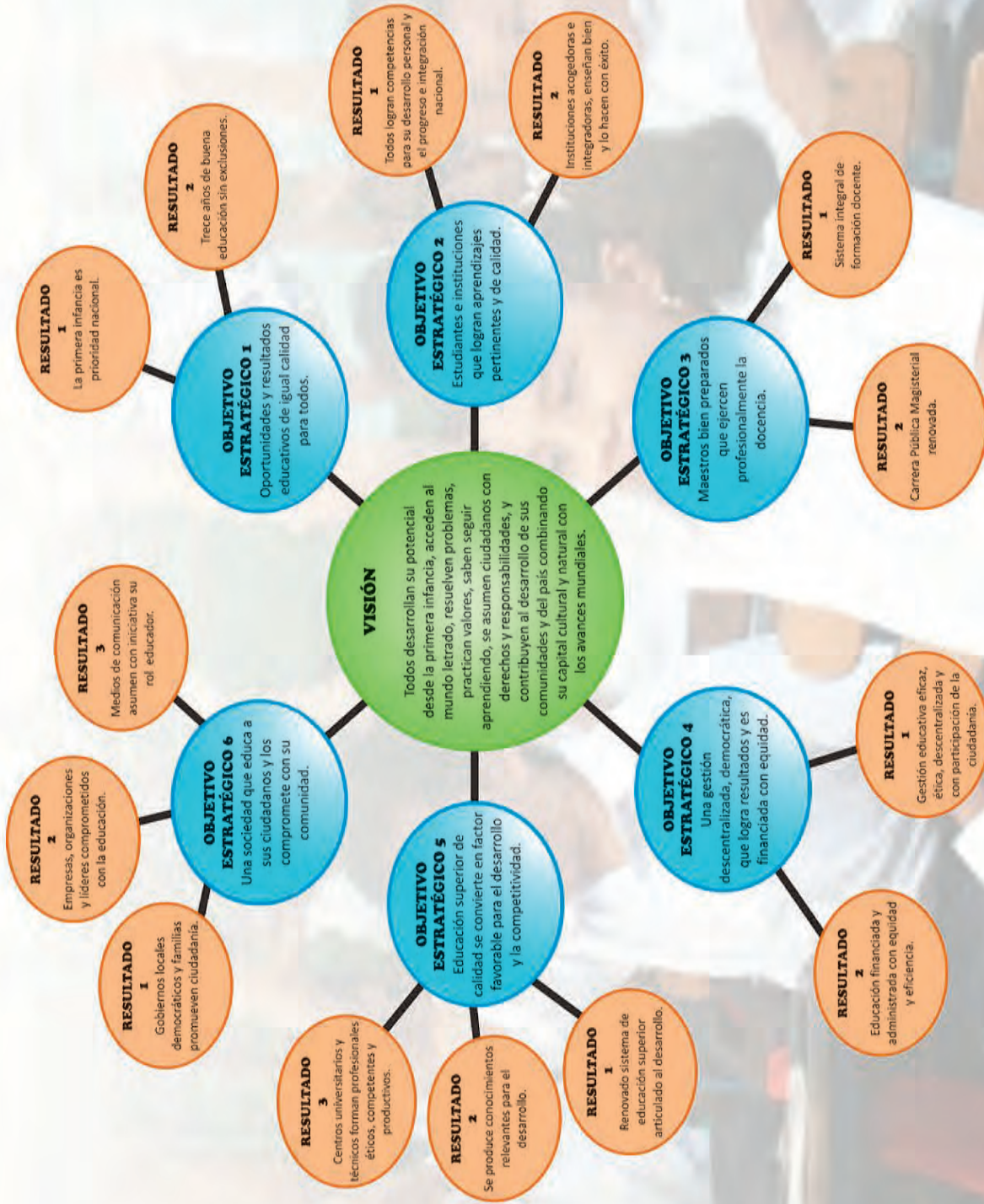
S E C U N D A R I A

4



MINISTERIO DE EDUCACIÓN

# PROYECTO EDUCATIVO NACIONAL AL 2021



Cuaderno de trabajo de Matemática

# RESOLVAMOS PROBLEMAS

S E C U N D A R I A

4



MINISTERIO DE EDUCACIÓN



## Resolvamos problemas 4

Cuaderno de trabajo de Matemática

### Editado por:

Ministerio de Educación  
Calle Del Comercio N.° 193, San Borja  
Lima 41, Perú  
Teléfono: 615-5800  
www.minedu.gob.pe

### Propuesta de contenidos:

Larisa Mansilla Fernández  
Olber Muñoz Solís  
Juan Carlos Chávez Espino  
Hugo Luis Támara Salazar  
Carlos Enrique Martín Baca Pacheco  
Javier Saturnino Álvarez Quirhuayo

### Revisión pedagógica:

Olber Muñoz Solís  
Larisa Mansilla Fernández  
Juan Carlos Chávez Espino

### Revisión académica:

Concepción Florencia Suca Meza  
Richard del Pino Vásquez

### Diseño y diagramación:

Carlos Héctor Boza Loayza

### Corrección de estilo:

Martha Silvia Petzoldt Diaz

**Primera edición:** setiembre de 2017

**Segunda edición:** agosto de 2019

**Tiraje:** 424 208 ejemplares

### Impreso por:

Industria Gráfica **Cimagraf** S.A.C.  
Se terminó de imprimir en octubre de 2019, en los talleres gráficos de Industria Gráfica Cimagraf S.A.C., sito en pasaje Santa Rosa N.° 140, Lima-Ate.

©Ministerio de Educación

Todos los derechos reservados. Prohibida la reproducción de este libro por cualquier medio, total o parcialmente, sin permiso expreso del Ministerio de Educación.

Hecho el Depósito Legal en la Biblioteca Nacional del Perú N.° 2019-08859

Impreso en el Perú / *Printed in Peru*



## Estimada/o estudiante:

Es de sumo agrado para nosotros poner en tus manos el cuaderno de trabajo *Resolvamos problemas 4*, que estamos seguros te ayudará a descubrir la presencia de la matemática en la vida cotidiana y a utilizarla de manera adecuada y creativa en la resolución de problemas vinculados a la realidad.

Este cuaderno ha sido elaborado para ti. En él encontrarás diversas estrategias heurísticas, como hacer diagramas tabulares, diagrama de árbol o diagramas lineales; particularizar y plantear ecuaciones, utilizar ensayo y error, entre otras, que te serán útiles en el proceso de resolución de problemas.

En su estructura, el cuaderno te propone una diversidad de fichas de trabajo, cada una de las cuales se encuentra organizada en tres secciones: *Aplicamos nuestros aprendizajes*, *Comprobamos nuestros aprendizajes* y *Evaluamos nuestros aprendizajes*.

En la primera sección, *Aplicamos nuestros aprendizajes*, te presentamos una situación relacionada con la vida cotidiana, que será abordada a través de interrogantes que pretenden movilizar tus capacidades y conocimientos, lo cual te ayudará a comprender el problema, diseñar o seleccionar una estrategia o plan, ejecutar la estrategia y reflexionar sobre lo desarrollado.

En la segunda sección, *Comprobamos nuestros aprendizajes*, te planteamos tres situaciones de contexto, en cuyo desarrollo podrás explicar el proceso de resolución, identificando estrategias y describiendo procedimientos utilizados. Este análisis te permitirá plantear otros caminos de resolución, así como identificar errores y realizar tu propia corrección.

Finalmente, en la tercera sección, *Evaluamos nuestros aprendizajes*, te presentamos situaciones de diverso grado de complejidad en contextos variados y apoyados en gráficos. Al desarrollar las actividades que contienen, te darás cuenta de tus progresos.

Esperamos que con esta experiencia sientas que hacer matemática es un reto posible de alcanzar. Disfrútalo.



**Ficha 1**

Resuelve problemas de gestión de datos e incertidumbre.

- Evaluamos la atención al cliente 13
- Comprobamos nuestros aprendizajes 17
- Evaluamos nuestros aprendizajes 23

**Ficha 5**

Resuelve problemas de gestión de datos e incertidumbre.

- Las medidas estadísticas para tomar decisiones 67
- Comprobamos nuestros aprendizajes 70
- Evaluamos nuestros aprendizajes 75

**Ficha 2**

Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio.

- La leyenda del juego de ajedrez 29
- Comprobamos nuestros aprendizajes 32
- Evaluamos nuestros aprendizajes 36

**Ficha 6**

Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio.

- Entradas al teatro 81
- Comprobamos nuestros aprendizajes 84
- Evaluamos nuestros aprendizajes 87

**Ficha 3**

Resuelve problemas de cantidad.

- Conozcamos sobre la presión arterial 41
- Comprobamos nuestros aprendizajes 44
- Evaluamos nuestros aprendizajes 48

**Ficha 7**

Resuelve problemas de cantidad.

- Un poco de historia 93
- Comprobamos nuestros aprendizajes 96
- Evaluamos nuestros aprendizajes 99

**Ficha 4**

Resuelve problemas de forma, movimiento y localización.

- La glorieta del parque 55
- Comprobamos nuestros aprendizajes 58
- Evaluamos nuestros aprendizajes 61

**Ficha 8**

Resuelve problemas de forma, movimiento y localización.

- Las áreas verdes mejoran nuestra vida 105
- Comprobamos nuestros aprendizajes 108
- Evaluamos nuestros aprendizajes 112

## Ficha 9

Resuelve problemas de gestión de datos e incertidumbre.

- **Registramos la asistencia a la biblioteca** 119
- **Comprobamos nuestros aprendizajes** 122
- **Evaluamos nuestros aprendizajes** 127

## Ficha 13

Resuelve problemas de gestión de datos e incertidumbre.

- **Tomamos decisiones** 169
- **Comprobamos nuestros aprendizajes** 172
- **Evaluamos nuestros aprendizajes** 175

## Ficha 10

Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio.

- **El repartidor de pizzas** 133
- **Comprobamos nuestros aprendizajes** 136
- **Evaluamos nuestros aprendizajes** 139

## Ficha 14

Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio.

- **¿Dónde se encontrarán?** 181
- **Comprobamos nuestros aprendizajes** 184
- **Evaluamos nuestros aprendizajes** 188

## Ficha 11

Resuelve problemas de cantidad.

- **Calculamos el crédito hipotecario para vivienda** 145
- **Comprobamos nuestros aprendizajes** 148
- **Evaluamos nuestros aprendizajes** 151

## Ficha 15

Resuelve problemas de cantidad.

- **Utilicemos con responsabilidad el gas** 195
- **Comprobamos nuestros aprendizajes** 198
- **Evaluamos nuestros aprendizajes** 201

## Ficha 12

Resuelve problemas de forma, movimiento y localización.

- **Elaboramos una quena** 157
- **Comprobamos nuestros aprendizajes** 161
- **Evaluamos nuestros aprendizajes** 164

## Ficha 16

Resuelve problemas de forma, movimiento y localización.

- **El mandala andino** 209
- **Comprobamos nuestros aprendizajes** 212
- **Evaluamos nuestros aprendizajes** 215

## Conociendo algunas estrategias

Un buen resolutor de problemas debe llegar a desarrollar la capacidad de resolver un problema con diversos métodos; además, necesita estar en capacidad de combinar estrategias creativamente. En cada etapa de desarrollo de la solución, debemos definir qué estrategia se utilizará en la siguiente fase.

### 1. Estrategias de comprensión

#### Lectura analítica

Leer analíticamente un texto es dividirlo en unidades que proporcionen algún tipo de información y establecer, luego, cómo estas partes se interrelacionan y muestran el panorama de lo que se quiere decir. Al leer un problema de manera analítica, uno puede hacerse estas preguntas: ¿quiénes participan en la historia?, ¿qué es lo que no varía a lo largo de la historia?, ¿cuáles son las condiciones del texto?, ¿cuáles son los datos que nos proporciona?, ¿qué datos son relevantes para resolver el problema?, ¿qué debemos encontrar?, ¿qué condiciones se imponen a lo que buscamos?, entre otras interrogantes que ayudarán a que el estudiante se familiarice y le pierda temor a resolver el problema.

La lectura analítica ayuda mucho en la comprensión lectora del problema, pero no garantiza el camino a su solución. Leer analíticamente no es identificar las palabras claves ni buscar *tips* para encontrar la variable (estos son procesos mecánicos que no ayudan a comprender cabalmente un problema). En la vida real, los problemas matemáticos pueden no contener esas palabras claves que aparecen en problemas diseñados para libros de texto, por lo que el estudiante enfocará erradamente un problema si hace uso de este mecanismo.

La lectura analítica es importante en la comprensión de problemas, pues estos textos contienen elementos matemáticos como números,

diagramas, relaciones dentro de una historia o un contexto real complejo, por lo que no es lo mismo que leer un cuento o un ensayo. De hecho, hay personas que comprenden perfectamente textos humanísticos, pero no aquellos que contienen elementos matemáticos.

#### Parafrasear

Parafrasear es decir algo de otro modo para clarificar y comprender un texto. Explicar un problema con nuestras propias palabras ayuda mucho en el proceso de comprensión. Se debe decir que parafrasear no implica aprenderse de memoria un texto y repetirlo; es señalar lo más importante de una historia y expresarlo con palabras, evitando en lo posible particularidades como números, fechas, nombres, locaciones, etc.

Veamos un ejemplo:

Problema	Parafraseo
Jaime fue el organizador de la fiesta de fin de año de su colegio. Él proyectó ganar S/4800, para lo cual repartió 200 tarjetas; pero, lamentablemente, solo se vendieron 130, lo que le causó una pérdida de S/150. ¿Cuánto invirtió en la fiesta?	Una persona organiza una fiesta. Para ganar necesita vender una cantidad de tarjetas; pero vende menos y pierde.  Nos piden saber cuánto invirtió en la fiesta.

Se sugiere que el/la docente tome todos los problemas del cuaderno y realice una lectura analítica de ellos, que produzca sus propios esquemas de comprensión y realice al menos dos parafraseos por cada problema presentado. Esos ejercicios le ayudarán a mejorar su desempeño en la conducción de las tareas en el aula.

#### Hacer esquemas

La capacidad de representar una situación compleja mediante esquemas es algo que se



va aprendiendo desde los primeros años de escolaridad y continúa en proceso de construcción toda la vida. Hacer e interpretar esquemas son algunas de las capacidades más necesarias en nuestra vida laboral adulta. En diversas situaciones cotidianas se requiere de la esquematización de los sistemas, las situaciones, los procesos, con el fin de comprenderlos mejor. Un esquema apunta a encontrar una estrategia de solución; no existe una relación directa entre hacer un esquema y dar solución a un problema, pero ayuda mucho en este proceso.

## 2. Estrategias de resolución

Una estrategia importante en la búsqueda de soluciones es representar el problema mediante algún organizador visual. Aquí presentamos algunos organizadores de información que se utilizan frecuentemente en el proceso de resolver problemas matemáticos.

### Diagramas de tiras

Se utilizan mayormente cuando la cantidad que interviene en el problema varía en el tiempo o es dividida en partes que se relacionan entre sí.

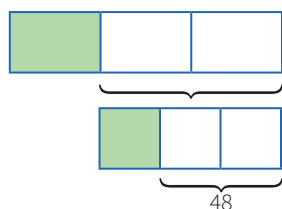
#### Ejemplo:

La tercera parte de las entradas para el estreno de una película se vendieron días antes de la función, y  $\frac{1}{3}$  del resto se vendió el día del estreno. Finalmente, quedaron 48 entradas sin vender. ¿Cuál era el número total de entradas previsto para la función de estreno?

#### Solución:

Cantidad: Número total de entradas.

Elabora un diagrama de tiras.



### Diagramas tabulares (tablas)

Se emplean cuando se brinda información sobre características que relacionan dos grupos. También en problemas sobre edades o de proporcionalidad, en los que se debe buscar algún patrón o regla de formación.

#### Ejemplo:

Dos amigos tienen lápices, borradores y tajadores en sus cartucheras. Hay 8 borradores en total. Mónica tiene el doble de lápices que Felipe, quien tiene 5 tajadores más que lápices. Mónica tiene tantos tajadores como lápices posee Felipe. Mónica tiene 18 útiles y ningún borrador. ¿Cuántos lápices, tajadores y borradores tiene cada uno?

#### Solución:

Grupo 1: Mónica, Felipe.

Grupo 2: Lápices, borradores, tajadores.

	Lápices	Borradores	Tajadores	TOTAL
Mónica	$2x$	0	$x$	18
Felipe	$x$	8	$x + 5$	
TOTAL		8		

### Diagramas analógicos

Se suelen utilizar en problemas geométricos. Son dibujos que representan la realidad de manera similar, pero esquemática, sin considerar los elementos irrelevantes para el problema.

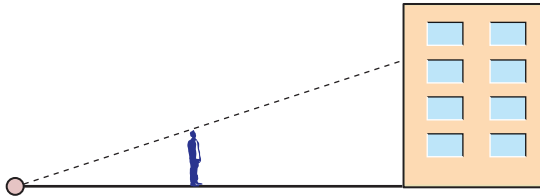
Mediante esta representación es posible visualizar las relaciones entre los datos y las incógnitas.

#### Ejemplo:

Un hombre de 1,8 m de estatura camina hacia un edificio a razón de 1,5 m/s. Si hay una lámpara sobre el suelo a 15 m del edificio, ¿cuánto mide la sombra del hombre sobre el edificio cuando se encuentra a 9 m de este?

## Resolución:

Hagamos un diagrama que represente la situación narrada.



## Diagramas de flujo

Se emplean cuando una cantidad varía a lo largo de la historia o si tenemos la situación final de esta cantidad. También cuando se dan secuencias de pasos para encontrar objetos matemáticos, entre otras aplicaciones.

### Ejemplo:

Un número se duplica, luego se le resta 8 y después se invierten las cifras de este número. Finalmente, se divide por 6 y se obtiene 8. ¿Cuál era el número?

## Resolución:

Haremos un diagrama que indique las fases por las que pasó el número.



## Diagramas conjuntistas

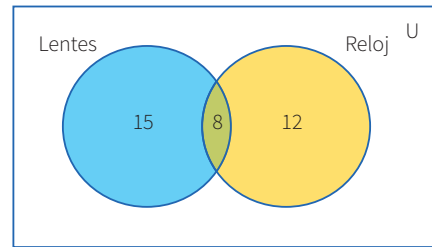
Se suele recurrir a estos cuando se trata de información acerca de dos o más grupos cuyos elementos pueden pertenecer a más de un conjunto. También cuando se deben realizar clasificaciones. Los más conocidos son los diagramas de Venn y los de Carroll.

### Ejemplo:

De los 35 estudiantes de un aula, 23 usan lentes y 20, reloj. ¿Cuántos usan ambas cosas?

## Resolución:

Grupo 1: Estudiantes que usan lentes.  
Grupo 2: Estudiantes que usan reloj.



## Diagramas cartesianos

Son de gran utilidad cuando se requiere representar funciones o si tenemos pares ordenados o relaciones entre dos variables.

### Ejemplo:

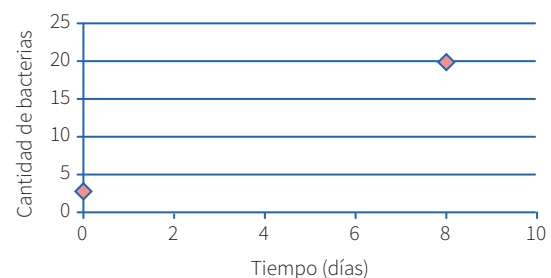
El crecimiento de un grupo de bacterias se da con el paso de los días de manera constante. Al inicio, había 3 bacterias, y después de 8 días llegan a 20. ¿Cuántos días transcurrirán desde el inicio para que la colonia tenga 400 bacterias?

## Resolución:

Cantidad:

Organizaremos los datos en un gráfico cartesiano.

Pares ordenados: (0; 3) (8; 20)



## Diagramas lineales

Se usan cuando se cuenta con información acerca de una característica de un solo grupo. Generalmente se emplean para ordenar los elementos del grupo con respecto a esa característica.

### Ejemplo:

Si tanto Roberto como Alfredo están más alegres que Tomás, mientras que Alberto se encuentra menos alegre que Roberto, pero más alegre que Alfredo, ¿quién está menos alegre?

**Resolución:**

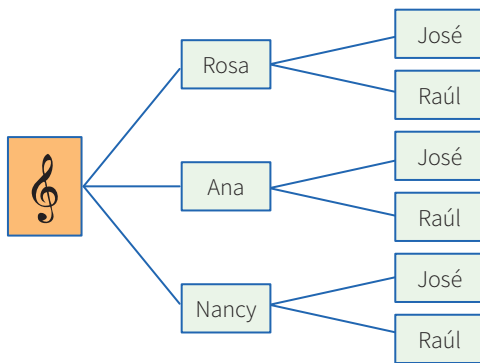
Tomás, Alfredo, Alberto, Roberto.



**Diagrama de árbol**

Se suelen utilizar en conteos de casos posibles o para hacer listas sistemáticas. Es la representación gráfica de los principios de adición y multiplicación.

**Ejemplo:** Un productor de cumbia quiere armar un dúo mixto (varón y mujer). Puede elegir entre 3 cantantes mujeres y 2 cantantes varones. ¿Cuántos dúos mixtos diferentes puede formar?



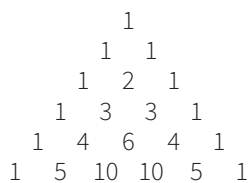
**3. Otras estrategias**

**Busca patrones**

En algunos problemas es necesario experimentar con varios casos con el fin de encontrar pautas o regularidades que después se podrán emplear para llegar a la solución.

**Ejemplo:**

El arreglo mostrado se conoce como el triángulo de Pascal.



Escribe las tres filas siguientes de este arreglo. Como observas, cada fila empieza por uno. ¿Qué número sigue al 1 en la fila 75?, ¿cuál es la suma

de los números que ocupan la fila número veinte?, ¿puedes encontrar un patrón en las diagonales del triángulo de Pascal?

**Haz una lista sistemática**

En los casos en que se requiere la enumeración de objetos matemáticos, es conveniente realizar un conteo o listado organizado, con el fin de no dejar de lado ninguna posibilidad. Esta estrategia es muy útil al buscar soluciones en una ecuación polinómica, para encontrar espacios muestrales o resolver problemas de permutaciones o combinaciones.

**Ejemplo:**

¿Cuántos triángulos hay en la siguiente figura?

Pongamos una etiqueta a cada uno de los cuatro triángulos en que se ha dividido el triángulo mayor.

**Resolución:**

- Contemos ahora los triángulos identificándolos por el número de letras:  
 Triángulos con una letra: a-b-c-d  
 Triángulos con dos letras: ab-bc-cd  
 Triángulos con tres letras: abc-bcd  
 Triángulos con cuatro letras: abcd
- En total tenemos:  $4 + 3 + 2 + 1 = 10$  triángulos.

**Generaliza**

En algunos problemas puede ser muy útil simbolizar las expresiones o averiguar si lo que piden se refiere a un caso particular de alguna propiedad general; a esto se conoce como *la paradoja del inventor*. A veces, es conveniente investigar más de lo que piden.

## Ejemplo:

Halla el valor de  $(234\ 756\ 474)^2 - (234\ 756\ 473)^2$ .

## Solución:

Se observa que elevar al cuadrado cada número y luego realizar la resta sería demasiado laborioso, así que se trata de ver en la estructura del problema alguna particularidad. Lo primero que se observa es que consiste en una diferencia de cuadrados, lo que nos hace recordar las fórmulas algebraicas pertinentes. Además, se aprecia que los números son consecutivos.

- Al generalizar el problema, se observa que se solicita:

$$(n + 1)^2 - n^2, \text{ cuando } n \text{ vale } 234\ 756\ 473$$

- Factorizando por diferencia de cuadrados, se tiene:

$$(n + 1 + n) (n + 1 - n) = (n + 1) + n$$

- Luego, podemos afirmar que, para cualquier  $n$  entero positivo, se cumple:

$$(n + 1)^2 - n^2 = (n + 1) + n = 2n + 1$$

- Ahora el problema se ha simplificado bastante; para hallar la respuesta, solo basta duplicar el número dado y aumentarle 1.

Entonces:

$$(234\ 756\ 474)^2 - (234\ 756\ 473)^2 = 469\ 512\ 947$$

## Particulariza

Conviene siempre utilizar casos particulares para familiarizarse con el problema; de este modo, es posible observar algún método que guíe hacia la solución de un problema genérico.

## Ejemplo:

En una tienda de remates te ofrecen un descuento del 12 %, pero, al mismo tiempo, debes pagar el impuesto general a las ventas (18 %). ¿Qué preferirías que calculasen primero, el descuento o el impuesto?

## Solución:

- Particularicemos para algunos casos: Si el artículo vale  $S/100$  y elijo primero el descuento, termino pagando  $S/106$ . Pero si elijo pagar el impuesto antes, entonces termino pagando la misma cantidad.
- Podemos probar con otros precios y obtener un resultado análogo. Esta experimentación me da pie para inferir que es lo mismo elegir primero el descuento o el impuesto.
- Ahora deberé evaluar mi conjetura.

## Razona lógicamente

El razonamiento lógico es muy importante al resolver problemas, pues gracias a él podemos engarzar los pasos y comprender las secuencias y cadenas de razonamientos que se producen en el desarrollo de su solución. Un ejemplo clásico es el siguiente acertijo.

## Ejemplo:

José, Jaime, Tito y Rosa son guardias en un museo. Ellos hacen guardia cuatro días a la semana. Dos personas solamente hacen guardia cada día. Nadie hace tres días de guardia seguidos. ¿Cuál de los tres hombres no hace guardia con Rosa?

## Solución:

- Veamos una lista parcial que muestra los días de la semana en los que cada uno hace guardia:

Dom.	Lun.	Mar.	Miér.	Juev.	Vier.	Sáb.
José	Tito	Rosa	José	Jaime	Tito	Rosa
Jaime						

## Empieza por el final

La estrategia de utilizar el pensamiento regresivo se utiliza mayormente en problemas en los cuales tenemos información de una situación final; también para demostrar desigualdades. La

combinación de métodos progresivos y regresivos es una potente técnica para demostrar teoremas.

La utilización del razonamiento regresivo nos evitará tener que trabajar con ecuaciones complicadas.

**Ejemplo:**

El nivel del agua de un pozo desciende 3 centímetros por debajo de su mitad en cada hora, hasta quedar vacío luego de 4 horas. ¿Qué profundidad tenía el agua inicialmente?

**Solución:**

- “3 cm debajo de su mitad” se interpreta como  $\div 2, -3$ .
- Esto ocurre en cada hora y se repite 4 veces, ya que todo el suceso ocurre en 4 horas; de modo que al final el nivel es cero (0).
- Las operaciones directas serían así:  
 $x \rightarrow (\div 2, -3, \div 2, -3, \div 2, -3, \div 2, -3) \rightarrow 0$
- Ahora, operando al revés, obtenemos:  $x = 90$

**Plantea una ecuación**

Una de las técnicas de modelación por excelencia a nivel elemental es el planteo de ecuaciones. Lo primordial para poderla aplicar con éxito es el entrenamiento que se tenga en la traducción del lenguaje cotidiano al lenguaje algebraico. Es conveniente ponerse de acuerdo en cuanto a convenciones generales de redacción para no crear ambigüedades.

**Ejemplo:**

Dos velas de la misma longitud se encienden al mismo tiempo. La primera se consume en 4 horas y la segunda, en 3. ¿Cuánto tiempo pasa, después de haberse encendido, hasta que la primera vela tenga el doble de longitud que la segunda?

**Solución:**

- La primera vela se consume en su cuarta parte cada hora.

- La segunda se consume en su tercera parte cada hora.

Tiene que verificarse; por tanto:

$L - (1/4)Lx = 2 [L - (1/3)Lx]$ ; simplificando:

$1 - (1/4)x = 2 - (2/3)x$ ; de donde  $x = 2,4$  horas

- Es decir, pasan 2 horas 24 minutos.

**Establece submetas**

Muchas veces, para llegar a la solución de un problema, se deben resolver problemas más pequeños. Es como escalar una gran montaña: se sabe que se debe llegar a alturas menores para conquistar la cima. De igual manera, para resolver un problema original, se necesita de un problema auxiliar que sirva de medio.

**Ejemplo:**

Supongamos que la población actual del Perú es de 22 millones de habitantes y se sabe que la tasa de crecimiento es de un 5 % anual. ¿En cuánto tiempo se duplicará la población?



©Shutterstock

**Solución:**

- La primera meta es hallar una fórmula que modele el comportamiento de la población, y solo después de formada se igualará a 44 millones. Si bien aquí la incógnita es el tiempo, se busca en su lugar la relación entre el tiempo y el número de habitantes.

## Utiliza el ensayo y error

Tantear es una estrategia muy útil cuando se hace de forma organizada y evaluando cada vez los ensayos que se realizan. En realidad, algunos métodos específicos de solución, como el de regulación o el de aproximaciones sucesivas, se basan en el uso sistemático de numerosos ensayos y sus respectivas correcciones. La idea es que cada rectificación conduzca a un ensayo que se acerque más a la respuesta.

### Ejemplo:

Un libro se abre al azar. El producto de las dos páginas observadas en ese momento es 3192. ¿Cuál es el número de las páginas en las que se abrió el libro?



©Shutterstock

### Solución:

- Primero se observa que  $50 \times 50 = 2500$ , número que no llega; y que  $60 \times 60 = 3600$ , el cual se pasa. Con esto observamos que los números están en el rango entre 50 y 60.
- $55 \times 56$  no puede ser, pues el producto termina en 0. Se quiere que termine en 2 y que los números sean consecutivos.
- Al probar  $53 \times 54 = 2862$ , el resultado no corresponde.
- Pero, al hacer la prueba con  $56 \times 57 = 3192$ , se observa que cumple con el resultado que plantea el problema.
- Entonces, las páginas que se observaron fueron la 56 y la 57.

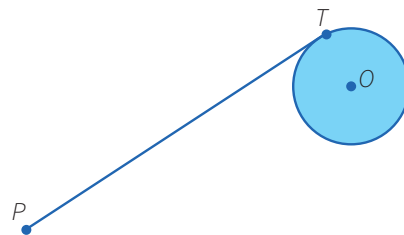
## Supón el problema resuelto

### Ejemplo:

Usando solo regla y compás construye una tangente a una circunferencia dada, desde un punto exterior a ella.

### Solución:

Para resolver este problema, se supone que se debe hallar la tangente a una circunferencia, trazada desde un punto exterior a ella.



- El punto  $T$  es de tangencia. Entonces, ¿qué relación existe entre la tangente y algún elemento de la circunferencia? ¿Hay algún teorema que los relacione?
- Existe un teorema que nos dice que el radio es perpendicular a la tangente en el punto de tangencia.
- Por tanto, si unimos  $O$  con  $T$ , tendremos que  $OT$  es perpendicular a  $PT$ .
- Además, como tenemos tres puntos involucrados,  $P$ ,  $T$  y  $O$ , es posible hacer un triángulo uniendo el punto  $P$  con el punto  $O$ . Se observa que el triángulo es rectángulo.



## Aplicamos nuestros aprendizajes

**Propósito:** Representamos las características de la muestra de una población mediante el estudio de variables cuantitativas con medidas de tendencia central como la media. Asimismo, seleccionamos procedimientos para determinar e interpretar la media para un conjunto de datos agrupados.

### Evaluamos la atención al cliente

Un banco solo dispone de dos ventanillas para atender al público. Se quiere realizar un estudio el cual busca evaluar la eficiencia de la atención, para lo cual se registra el tiempo que invierte cada cliente desde que ingresa al banco, hace la fila y es atendido en una de las ventanillas. Los datos se representan en la siguiente tabla:



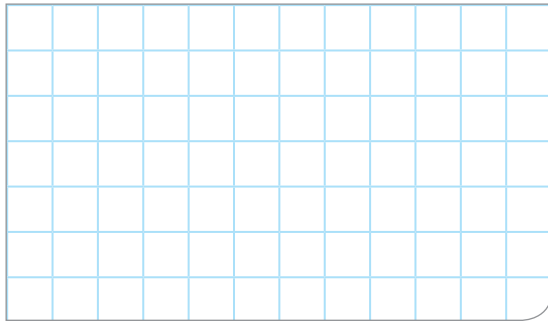
Fuente: <https://goo.gl/1GWFou>

Tiempo (min) [L <sub>i</sub> ; L <sub>s</sub> )	Ventanilla 1	Ventanilla 2
[0; 10[	10	18
[10; 20[	12	13
[20; 30[	8	10
[30; 40[	7	5
[40; 50[	10	5
[50; 60[	15	2
[60; 70[	12	4
[70; 80]	16	3

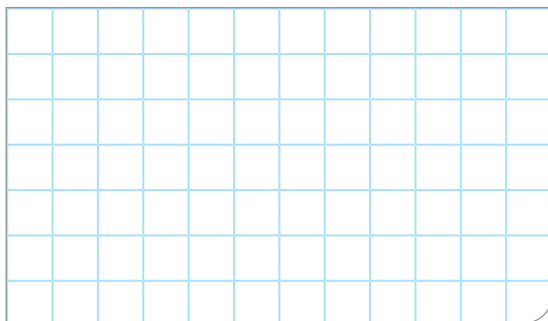
1. ¿Cuánto es el tiempo promedio que demora un cliente en la ventanilla 1?
2. ¿Cuál es el tiempo promedio que demora un cliente en la ventanilla 2?
3. ¿A qué conclusión llega el banco con respecto a la evaluación de la eficiencia de atención al público?

## Comprendemos el problema

1. ¿Qué es lo que quiere evaluar el banco con el presente estudio?




2. ¿Qué datos corresponden a la ventanilla 1?



3. ¿Qué datos corresponden a la ventanilla 2?



4. ¿Qué te piden calcular las preguntas de la situación significativa?



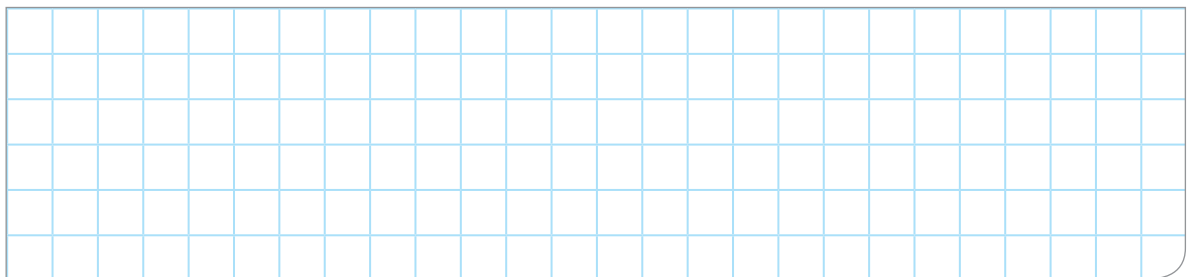
## Diseñamos o seleccionamos una estrategia o plan

1. De las siguientes medidas de tendencia central, ¿cuál te ayudaría a evaluar la eficiencia de la atención de los clientes en el banco? ¿Por qué?

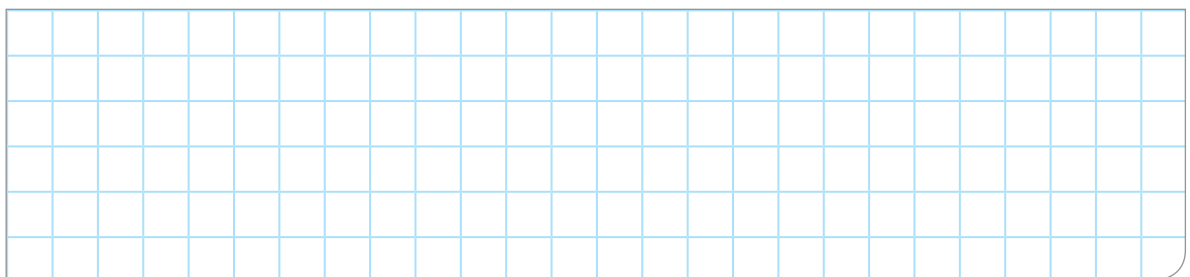
a) Media

b) Mediana

c) Moda



2. Describe el procedimiento que realizarías para dar respuesta a las preguntas de la situación significativa.

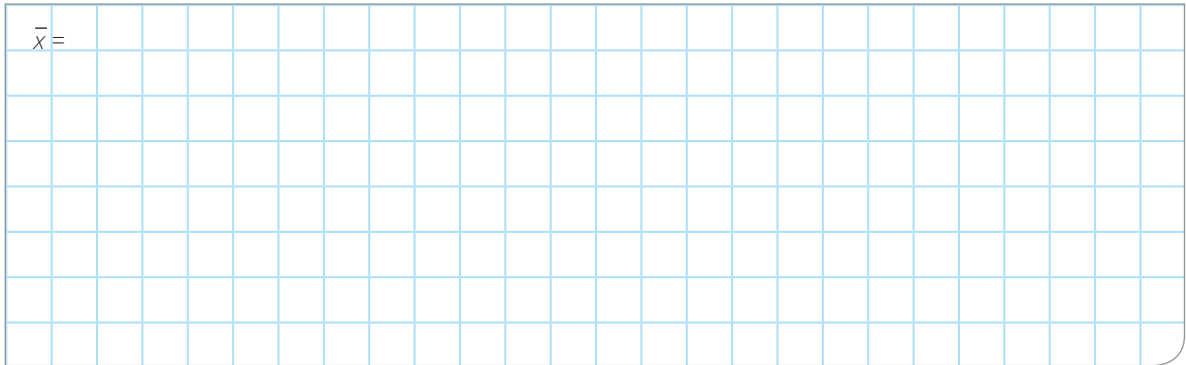




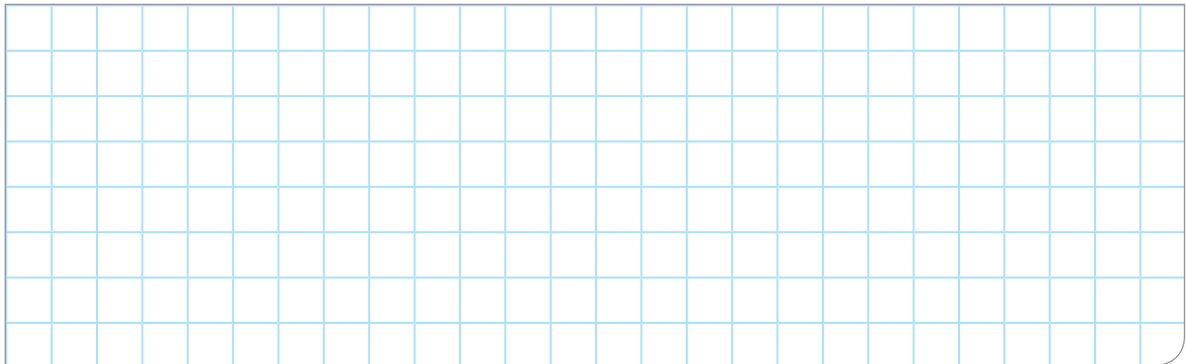


4. Según los datos de la tabla de la pregunta anterior, que corresponde a la ventanilla 2, calcula la media y responde la segunda pregunta de la situación significativa.

$\bar{x} =$

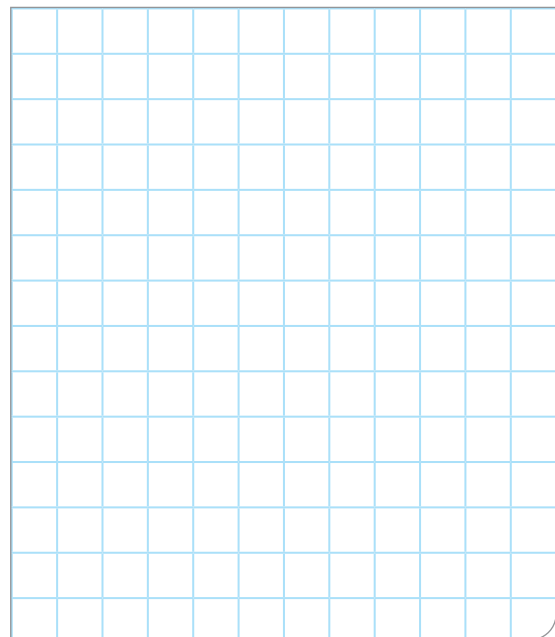
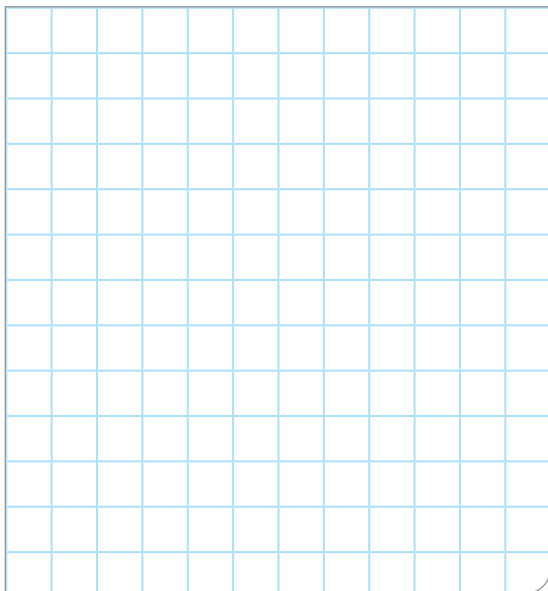


5. Con las respuestas a las preguntas 1 y 2, responde la tercera pregunta de la situación significativa.



### **Reflexionamos sobre el desarrollo**

1. ¿Por qué se utilizó la media y no otra medida de tendencia central para el presente estudio de la situación significativa? Justifica tu respuesta.
2. ¿Qué acciones crees que tomaría el banco después de conocer los resultados del estudio?





## Comprobamos nuestros aprendizajes

**Propósito:** Expresamos con diversas representaciones y lenguaje matemático nuestra comprensión de la desviación estándar en relación con la media para datos agrupados y el significado de los cuartiles en una distribución de datos según el contexto. Asimismo, reconocemos errores en las conclusiones y proponemos mejoras.

### Situación significativa A

María ha registrado la estatura en centímetros de 8 estudiantes del 4.º grado A y del 4.º grado B para convocarlos a la selección de básquet que participará en los Juegos Deportivos Escolares Nacionales del 2020 organizados por el Ministerio de Educación.



Sección \ Estudiante	Estudiante							
	1	2	3	4	5	6	7	8
A	148	149,5	154,8	152	156	157,5	160,2	162
B	140,5	143,5	145	153,5	151,6	163,4	167	175,5

- Calcula la media.
- Calcula e interpreta la desviación estándar.

### Resolución

- a. Calculamos la media de cada una de las secciones.

$$\bar{x}_A = \frac{148 + 149,5 + 154,8 + 152 + 156 + 157,5 + 160,2 + 162}{8} = \frac{1240}{8} = 155$$

$$\bar{x}_B = \frac{140,5 + 143,5 + 145 + 153,5 + 151,6 + 163,4 + 167 + 175,5}{8} = \frac{1240}{8} = 155$$

- b. Para calcular la desviación estándar, primero calculamos la varianza.

La varianza ( $V$ ) es la media de los cuadrados de las diferencias entre cada dato y el promedio.

$$V = \frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{x})^2}{n}$$

Donde:

$\bar{x}$ : media aritmética o el promedio

$X_i$ : cada uno de los datos de la distribución

$n$ : número de datos

- Para estudiantes de la sección A:

Estudiantes de la sección A	Estatura (cm) ( $X_i$ )	$(X_i - \bar{x})^2$
Estudiante 1	148	$(148 - 155)^2 = 49$
Estudiante 2	149,5	$(149,5 - 155)^2 = 30,25$
Estudiante 3	154,8	$(154,8 - 155)^2 = 0,04$
Estudiante 4	152	$(152 - 155)^2 = 9$
Estudiante 5	156	$(156 - 155)^2 = 1$
Estudiante 6	157,5	$(157,5 - 155)^2 = 6,25$
Estudiante 7	160,2	$(160,2 - 155)^2 = 27,04$
Estudiante 8	162	$(162 - 155)^2 = 49$
<b>Total</b>		$\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{x})^2 = 171,58$

Reemplazando en la fórmula:

$$V_A = \frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{x})^2}{n} = \frac{171,58}{8} \approx 21,45$$

- Para estudiantes de la sección B:

Estudiantes de la sección B	Estatura (cm) ( $X_i$ )	$(X_i - \bar{x})^2$
Estudiante 1	140,5	$(140,5 - 155)^2 = 210,25$
Estudiante 2	143,5	$(143,5 - 155)^2 = 132,25$
Estudiante 3	145	$(145 - 155)^2 = 100$
Estudiante 4	153,5	$(153,5 - 155)^2 = 2,25$
Estudiante 5	151,6	$(151,6 - 155)^2 = 11,56$
Estudiante 6	163,4	$(163,4 - 155)^2 = 70,56$
Estudiante 7	167	$(167 - 155)^2 = 144$
Estudiante 8	175,5	$(175,5 - 155)^2 = 420,25$
<b>Total</b>		$\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{x})^2 = 1091,12$

Reemplazando en la fórmula:

$$V_B = \frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{x})^2}{n} = \frac{1091,12}{8} \approx 136,4$$

Luego, calculamos la desviación estándar.

La desviación estándar ( $s$ ) es la raíz cuadrada de la varianza:  $s = \sqrt{V}$

- Para estudiantes de la sección A:

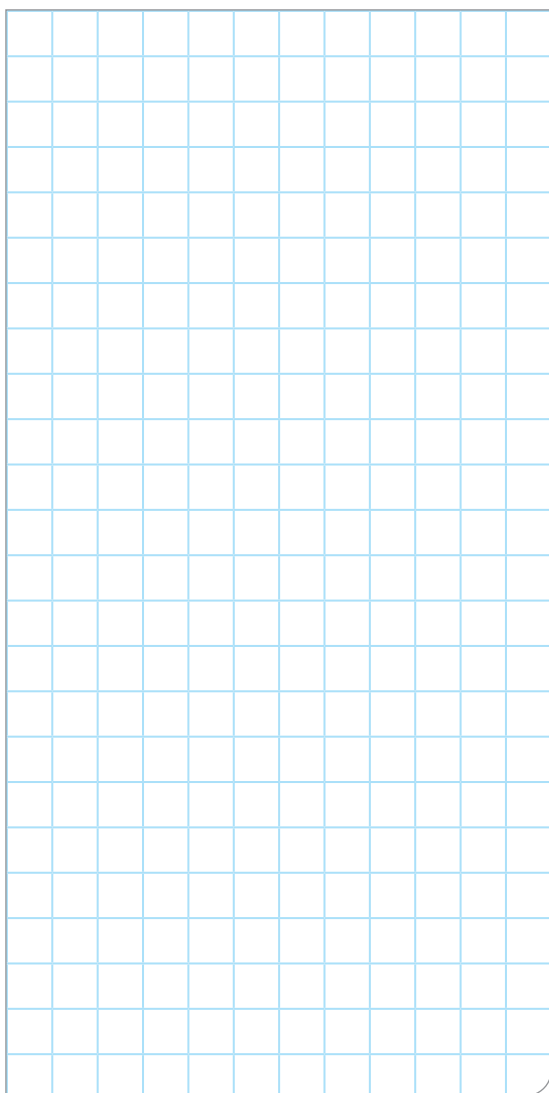
$$s_A = \sqrt{V_A} = \sqrt{21,45} \approx 4,6$$

- Para estudiantes de la sección B:

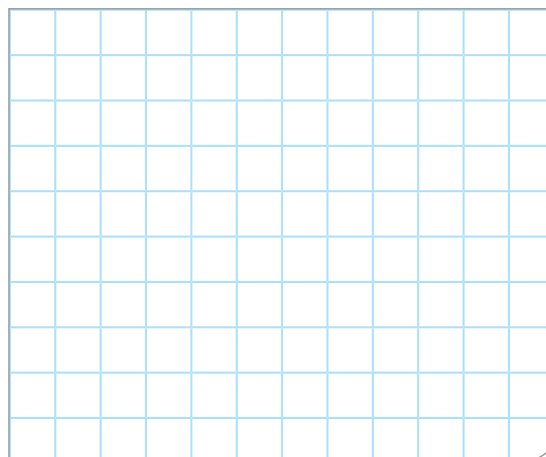
$$s_B = \sqrt{V_B} = \sqrt{136,4} \approx 11,7$$

La desviación estándar de la estatura de los estudiantes de la sección A es 4,6 y de la sección B es 11,7. Eso significa que las estaturas de los estudiantes de la sección A, por tener menor desviación, están más concentradas alrededor de la media.

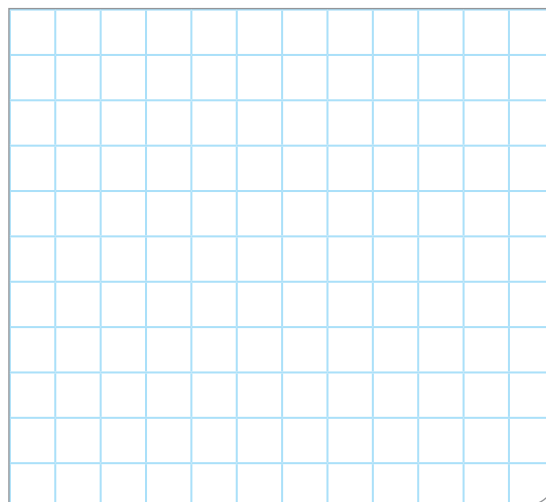
1. Describe el procedimiento realizado para determinar la media de la estatura de los estudiantes y las medidas de dispersión.



2. ¿Qué afirmarías sobre la desviación estándar de las estaturas de los estudiantes de la sección B?



3. ¿En cuál de las secciones se tiene mayor rango de los datos? ¿Qué relación tiene este resultado con la desviación estándar?



### Situación significativa B

Los datos de la masa corporal de 40 estudiantes del cuarto grado se distribuyen del siguiente modo:

Masa corporal (kg) [L <sub>i</sub> ; L <sub>s</sub> [	f <sub>i</sub>
[35,5 ; 42,5[	2
[42,5 ; 49,5[	11
[49,5 ; 56,5[	13
[56,5 ; 63,5[	9
[63,5 ; 70,5]	3
[70,5 ; 77,5]	2

- Calcula la masa corporal media de los estudiantes e interprétala.
- Calcula e interpreta el percentil ochenta.

### Resolución

En la tabla de distribución de frecuencias, agregamos columnas para determinar la marca de clase y la frecuencia absoluta acumulada.

Masa corporal (kg) [L <sub>i</sub> ; L <sub>s</sub> [	X <sub>i</sub>	f <sub>i</sub>	F <sub>i</sub>
[35,5 ; 42,5[	39	2	2
[42,5 ; 49,5[	46	11	13
[49,5 ; 56,5[	53	13	26
[56,5 ; 63,5[	60	9	35
[63,5 ; 70,5]	67	3	38
[70,5 ; 77,5]	74	2	40
Total		40	

- a. Utilizamos la fórmula de la media para datos agrupados:  $\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n X_i \cdot f_i}{n}$ ,

$$\bar{x} = \frac{39 \times 2 + 46 \times 11 + 53 \times 13 + 60 \times 9 + 67 \times 3 + 74 \times 2}{40} = \frac{2162}{40} = 54,05$$

Por lo tanto, la masa corporal media de los estudiantes del cuarto grado es 54,05 kg.

- b. Para calcular el percentil ochenta, utilizamos la fórmula del cuantil (C<sub>j</sub>):

$$C_j = L_i + \left( \frac{\frac{j \cdot n}{N} - F_{i-1}}{f_i} \right) \cdot A \rightarrow P_{80} = L_i + \left( \frac{\frac{j \cdot n}{N} - F_{i-1}}{f_i} \right) \cdot A$$

C<sub>j</sub>: cuantil j (puede ser cuartil, decil o percentil)

L<sub>i</sub>: límite inferior del intervalo del cuantil

n: número total de datos

N: número de partes en que se divide el cuantil

F<sub>j-1</sub>: frecuencia absoluta acumulada anterior a la del intervalo del cuantil

f<sub>i</sub>: frecuencia absoluta del intervalo del cuantil

A: amplitud del intervalo

El percentil (P) divide a la distribución en 100 partes iguales, cada una de las cuales engloba el 1 % de las observaciones.

- Identificamos el intervalo del percentil 80, correspondiente a la primera frecuencia absoluta acumulada ( $F_j$ ) que contenga el valor de  $\frac{j \cdot n}{N}$

$$\frac{j \cdot n}{N} = \frac{80 \cdot 40}{100} = 32$$

- Observamos la columna de la frecuencia absoluta acumulada ( $F_j$ ) para identificar el intervalo donde se encuentra el percentil 80 ( $P_{80}$ ). El intervalo será: **56,5; 63,5**, y se observa en la fila pintada de verde en la tabla.
- Calculamos el percentil 80 ( $P_{80}$ ), reemplazando los valores correspondientes:

$$P_{80} = 56,5 + \left( \frac{\frac{80 \cdot 40}{100} - 26}{9} \right) \cdot 7 = 56,5 + 4,666... \approx 61,2$$

- Interpretación: La masa corporal del 80 % de estudiantes es, como máximo, de 61,2 kg; el 20 % restante tiene una masa corporal mayor que 61,2 kg.

- 1.** Describe el procedimiento realizado para determinar la media de la masa corporal de los estudiantes y el percentil ochenta.

- 2.** El valor que se obtiene al calcular el percentil cincuenta, ¿será igual al valor de la mediana? Justifica tu respuesta.

- 3.** ¿Qué son los deciles (D), en cuántas partes dividen la distribución de datos y qué significa cada parte?

### Situación significativa C

Karina, estudiante del cuarto grado, realiza una encuesta a sus compañeros del colegio para saber cuántos hermanos o hermanas tienen. Los resultados de la encuesta son los siguientes:

3 - 2 - 4 - 5 - 4 - 1 - 3 - 3 - 5 - 2 - 3 - 6 - 2 - 4 - 5

3 - 4 - 3 - 3 - 4 - 2 - 2 - 4 - 2 - 2 - 4 - 2 - 7 - 5

- Calcula la desviación estándar a partir de una distribución de frecuencias, considerando tres intervalos de clase.

### Aprendemos a partir del error

#### Resolución

- Distribución de frecuencias:  
Rango:  $R = 7 - 1 = 6$
- Tomando  $K = 3$  intervalos de clase, de igual amplitud, se tiene  $A = \frac{6}{3} = 2$
- Luego:

Hermanos y hermanas [L <sub>i</sub> ; L <sub>s</sub> [	$X_i$	$f_i$
[1; 3[	2	10
[3; 5[	4	14
[5; 7]	6	6
Total		30

Utilizamos la fórmula de la media para datos agrupados:

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n X_i \cdot f_i}{n} = \frac{(2)(10) + (4)(14) + (6)(6)}{30} \approx 3,73$$

- A continuación, encontramos la varianza muestral mediante el uso de la siguiente fórmula:

$$S^2 = \frac{\sum_{i=1}^n |X_i - \bar{x}| \cdot f_i}{n}$$
$$S^2 = \frac{|2 - 3,73| \times 10 + |4 - 3,73| \times 14 + |6 - 3,73| \times 6}{30}$$
$$S^2 = \frac{(-1,73)^2 + (0,27)^2 + (2,27)^2}{30} = \frac{(-1,73 + 0,27 + 2,27)^2}{30}$$

$$S^2 = 1,156666$$

- Calculamos la desviación estándar:

$$S = \sqrt{1,156666} \approx 1,25$$

#### Respuesta:

La desviación estándar es 1,25. Se observa que la desviación estándar es pequeña; por lo tanto, existe mayor concentración hacia la media.

1. ¿Es correcto el procedimiento en la resolución de la situación significativa? Explica.

2. En el caso de que hubiera un error en el procedimiento, ¿cuál sería su corrección?





3. Un estudiante de una universidad en uno de sus cursos debe rendir cinco prácticas, un examen parcial y un examen final. El siguiente cuadro muestra los puntajes de sus cinco prácticas y de su examen parcial:

P1	P2	P3	P4	P5	Ex. parcial	Ex. final
12	14	11	12	11	16	

El puntaje final del curso se obtiene asignando ciertos pesos al promedio de prácticas, al examen parcial y al examen final. Estos pesos son 40 %, 30 % y 30 %, respectivamente.

¿Cuál debe ser el puntaje mínimo que debe obtener el estudiante en el examen final para que el puntaje final del curso sea, por lo menos, 15?

- a) 16                                      b) 17                                      c) 18                                      d) 19

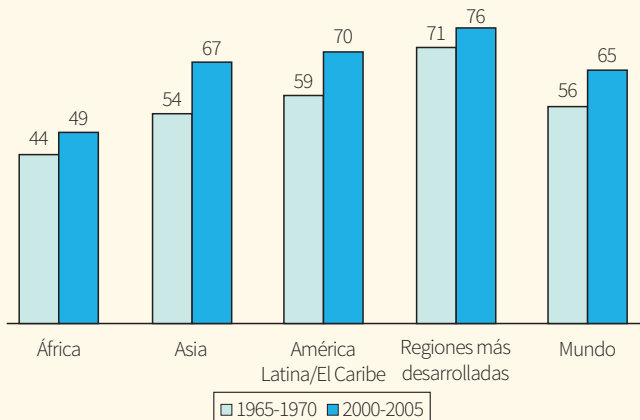
4. La tabla muestra las estaturas de los estudiantes del 4.º G de la Institución Educativa Emblemática Carlos Wiese. Calcula e interpreta el cuartil uno y el cuartil medio.

Estatura (m) [L <sub>i</sub> ; L <sub>s</sub> [	f <sub>i</sub>	F <sub>i</sub>
[1,38; 1,46[	2	
[1,46; 1,54[	4	
[1,54; 1,62[	9	
[1,62; 1,70[	11	
[1,70; 1,78]	4	
Total		

5. El siguiente gráfico muestra la variación, en años, de la esperanza de vida para la población mundial y para cuatro de sus regiones.

Con base en la gráfica mostrada, se puede afirmar que:

- I. Asia ha experimentado el mayor crecimiento en la esperanza de vida desde finales de los años sesenta.
- II. El promedio aritmético del aumento en la esperanza de vida para las cuatro regiones del mundo consideradas es de exactamente 8,5 años.
- III. Las regiones más desarrolladas han experimentado un mayor crecimiento en la esperanza de vida que los países africanos.



Son ciertas:

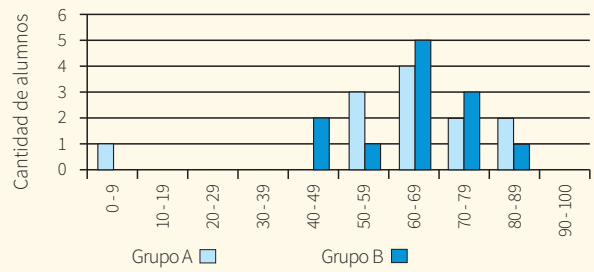
- a) Solo II
- b) Solo III
- c) Solo I y II
- d) Solo II y III

6. De la selva peruana se suele transportar frutas en camiones que se dirigen hacia la capital. La siguiente tabla de frecuencias muestra la cantidad de gasolina que consume una flota de camiones diariamente.

Gasolina (galón) $[L_i; L_s[$	$f_i$
[10; 20[	8
[20; 30[	15
[30; 40[	11
[40; 50[	17
[50; 60]	25

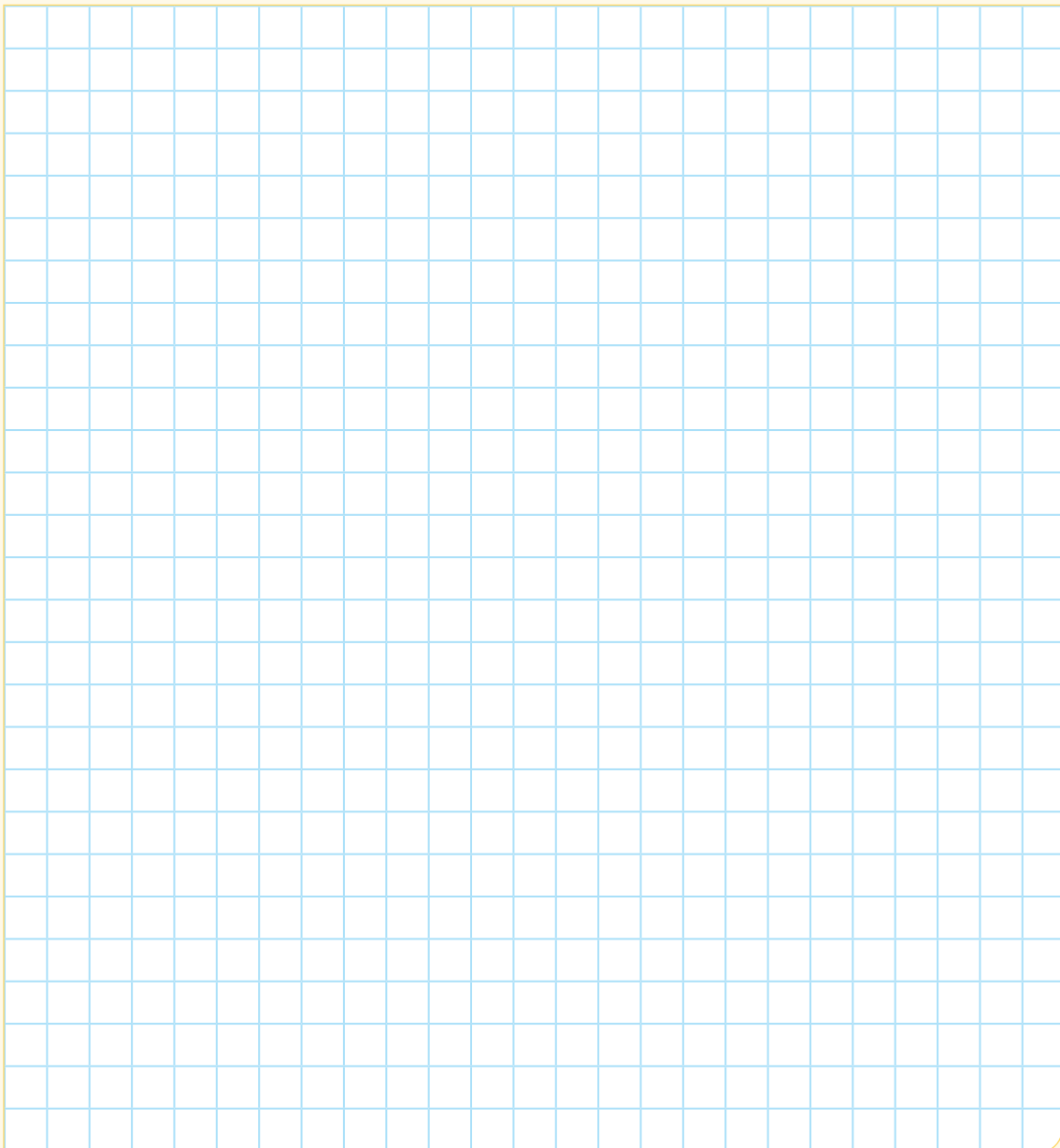
¿En qué intervalo se encuentra el percentil veinte?, ¿qué significa ese valor?

7. El diagrama de la derecha muestra los resultados en un examen de Matemática para dos grupos, A y B, de una institución educativa. La puntuación media del grupo A es 62,0 y la media del grupo B, 64,5. Los estudiantes aprueban este examen cuando su puntuación es 50 o más.



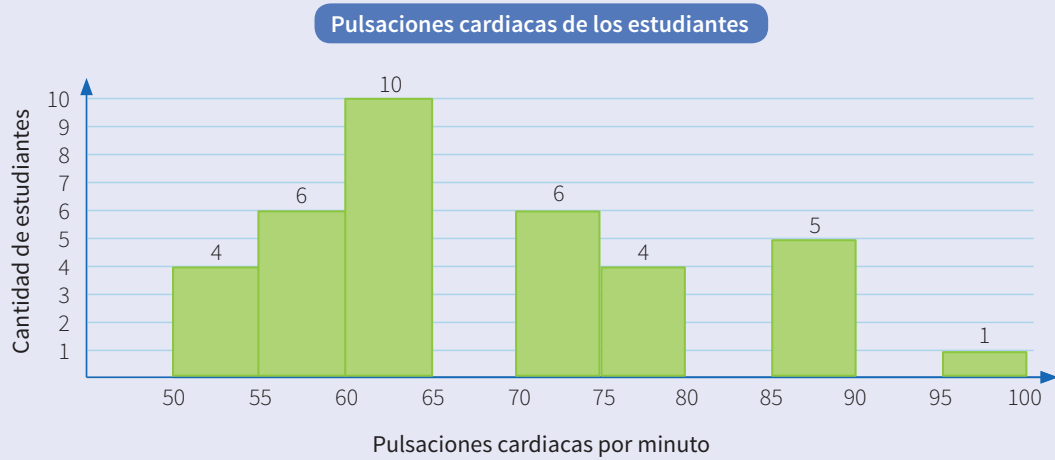
Al observar el diagrama, el profesor afirma que en este examen el grupo B fue mejor que el grupo A.

Los estudiantes del grupo A no están de acuerdo con su profesor, por lo que intentan convencerlo de que el grupo B no tiene por qué haber sido necesariamente el mejor en este examen. Da un argumento matemático, utilizando la información del diagrama, que puedan utilizar los estudiantes del grupo A.

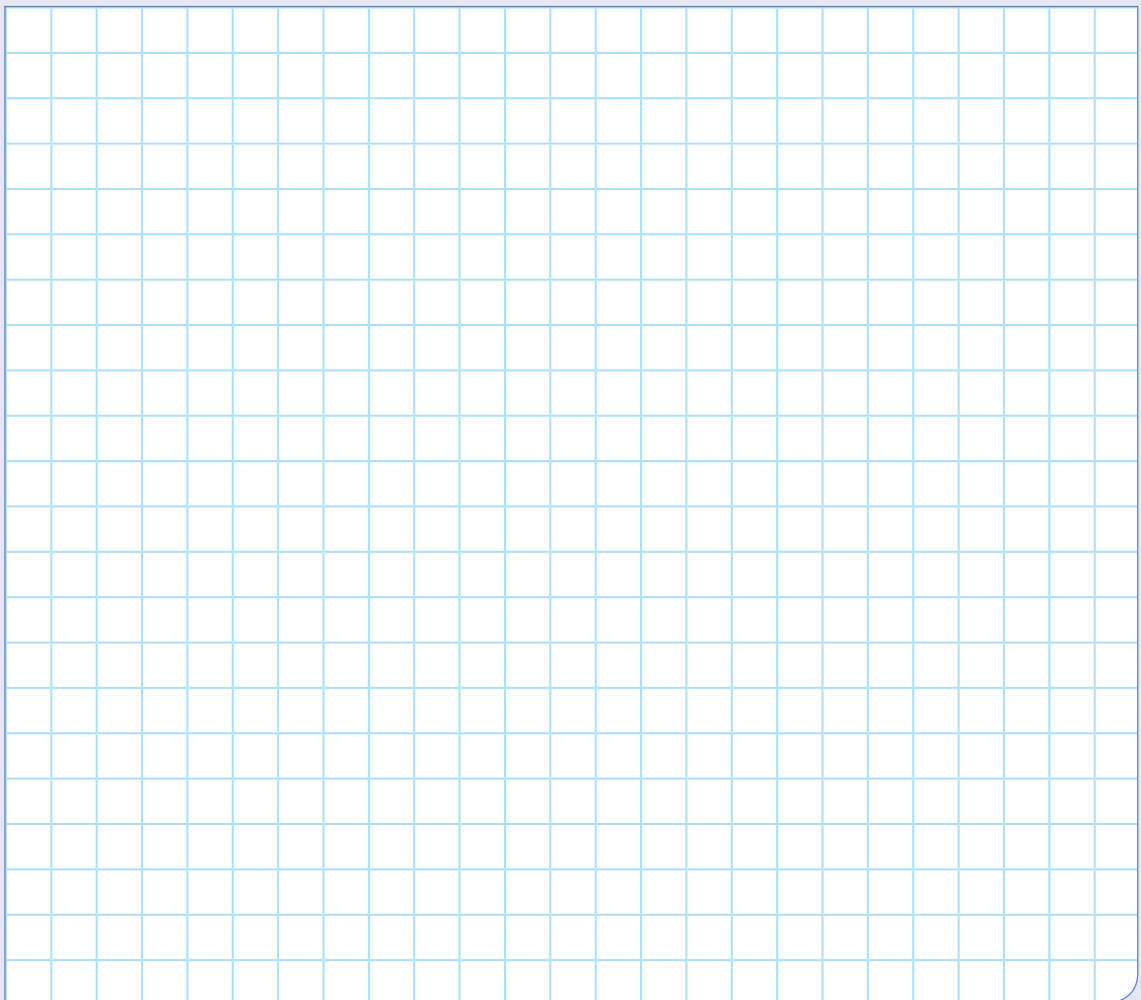




10. Las pulsaciones cardiacas por minuto de un grupo de 36 estudiantes del cuarto grado se muestran en el siguiente diagrama:



Construye la tabla de distribución de frecuencias, luego calcula e interpreta las medidas de dispersión.





## Aplicamos nuestros aprendizajes

**Propósito:** Establecemos relaciones entre datos, valores desconocidos, regularidades y condiciones de equivalencia de una progresión geométrica. También combinamos y adaptamos estrategias heurísticas, recursos, métodos gráficos, procedimientos y propiedades para determinar la suma de términos de una progresión geométrica.

### La leyenda del juego de ajedrez

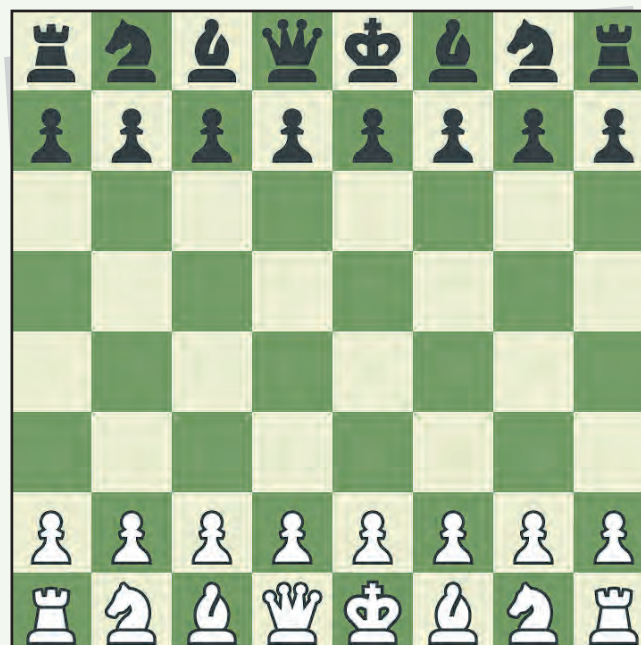
Antiguamente, los árabes solían entretenerse con problemas como este:

Estando en peligro la vida de un príncipe, acudió alguien en su ayuda. El príncipe, agradecido por tan sublime acto, le pidió al salvador que le dijera qué quería como recompensa. Tal salvador pensó un poco y luego hizo un pedido que el príncipe consideró muy simple y poca cosa. ¿Cuál era este pedido? Veamos.

Tomó un tablero de ajedrez y pidió que le colocaran un grano de trigo en la primera casilla, el doble en la segunda, el doble de lo anterior en la tercera, y así sucesivamente hasta la casilla número 64.

Lo que no sabía el príncipe es que la cantidad total de granos que pedía su salvador era realmente grande, ya que se trataba de miles de millones que podrían significar la cosecha en grandes extensiones de tierras en todo el mundo durante varios años.

(Adaptación de la leyenda de Sisa, que explica el origen del juego de ajedrez)



Fuente: <https://bit.ly/2Zkzv6Y>

1. ¿Cuántos granos de trigo pidió en total el salvador? Puedes utilizar calculadora.
2. ¿Qué expresión matemática te ayudaría a resolver la situación significativa?

## Comprendemos el problema

1. ¿Qué nos pide hallar la situación significativa?

2. ¿De qué datos dispone la situación dada?

3. ¿Cuántos casilleros tiene el tablero de ajedrez?

4. ¿Cuántos granos de trigo pidió el salvador por el primer y el segundo casillero?

5. ¿Existe alguna relación entre la cantidad de trigo del primero, segundo y tercer casillero? Explica.

## Diseñamos o seleccionamos una estrategia o plan

1. ¿Qué estrategia es la más conveniente para resolver la situación significativa?

a) Buscar patrones

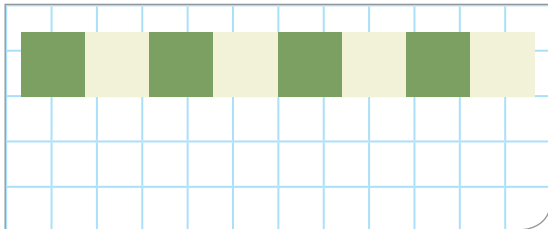
b) Diagramas tabulares

c) Establecer submetas

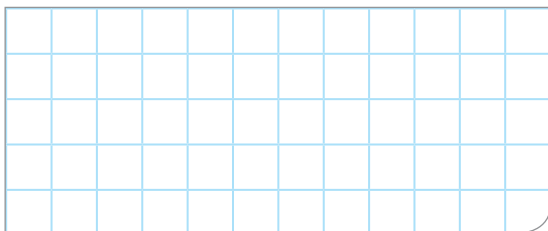


## Ejecutamos la estrategia o plan

1. Anota en cada casilla de la primera fila del tablero de ajedrez la cantidad de granos que se debe colocar.



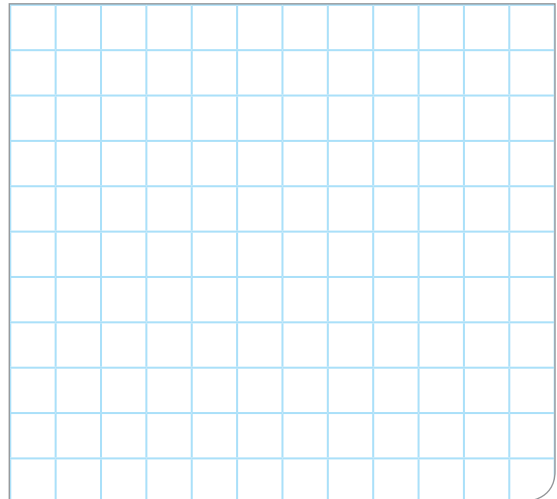
2. Expresa las cantidades de la actividad anterior como potencias de un número.



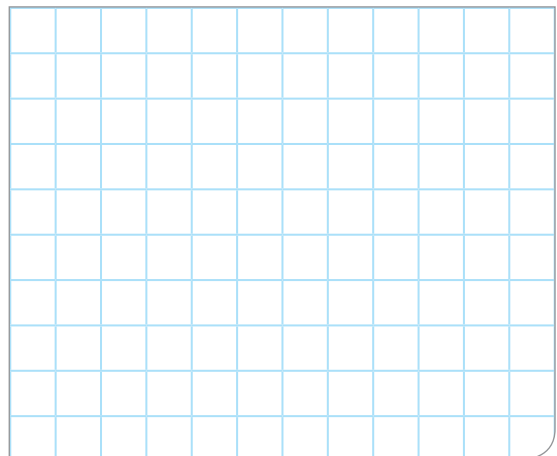
3. Completa la tabla para poder expresar lo solicitado.

N.º de recuadro	Cantidad de trigo	Representación en potencia
1	1	$2^0$
2	2	$2^1$
3	4	$2^2$
4		
5		
6		
7		
8		
⋮		
64		

4. ¿Cuántos granos de trigo en total debe entregar el príncipe?



5. Escribe la expresión matemática que facilite el cálculo de la cantidad de granos para "n" casilleros.

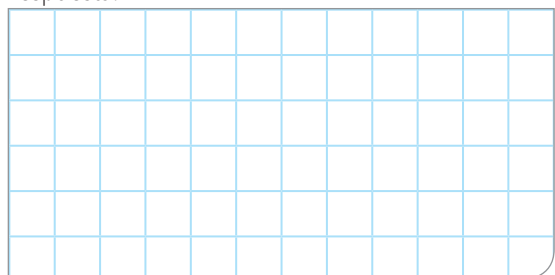


## Reflexionamos sobre el desarrollo

1. Describe otro procedimiento para dar respuesta a las preguntas de la situación significativa.



2. En la sucesión formada con las cantidades de trigo para cada casilla del tablero de ajedrez, ¿puede afirmarse que la razón es geométrica? Explica tu respuesta.



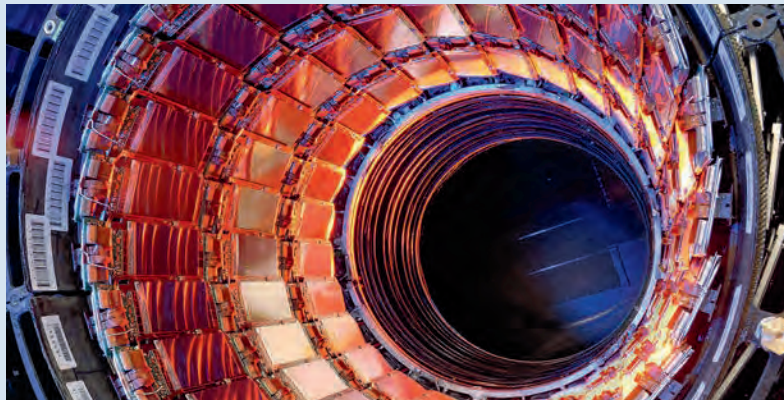


# Comprobamos nuestros aprendizajes

**Propósito:** Expresamos con diversas representaciones gráficas tabulares, simbólicas y con lenguaje algebraico, la comprensión sobre la suma de términos de una progresión geométrica. Asimismo, justificamos con propiedades matemáticas las afirmaciones sobre las características que distinguen a una progresión geométrica y la suma de sus términos.

## Situación significativa A

En un laboratorio de física nuclear, se ha observado que la aceleración de una partícula subatómica es tal que en cada segundo su velocidad se multiplica 15 veces, hasta desaparecer con un destello cuando se acerca a la velocidad de la luz ( $V_{\text{luz}} = 300\,000 \text{ km/s}$ ). A continuación, se presenta una tabla donde se han registrado algunas velocidades de dicha partícula. ¿En qué instante desaparece esta?



Fuente: <https://goo.gl/L3PHyF>

Tiempo (s)	1	2	3	4	5	6	...
Velocidad (km/s)		10					

## Resolución

Considerando los datos, se tiene:

Tiempo (s)	1	2	3	4	5	6	...
Velocidad (km/s)	$\frac{10}{15}$	10	150	2250	33 750	506 250	...

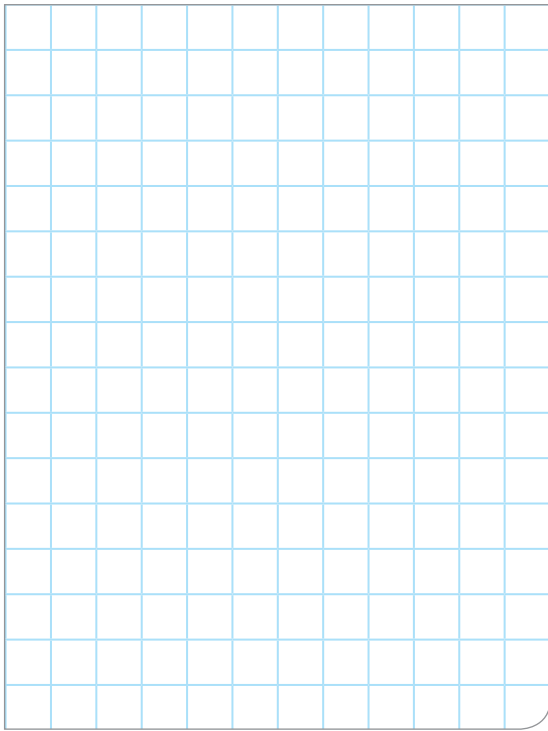
Razón:  $r = 15$

Segundo término:  $a_2 = 10$

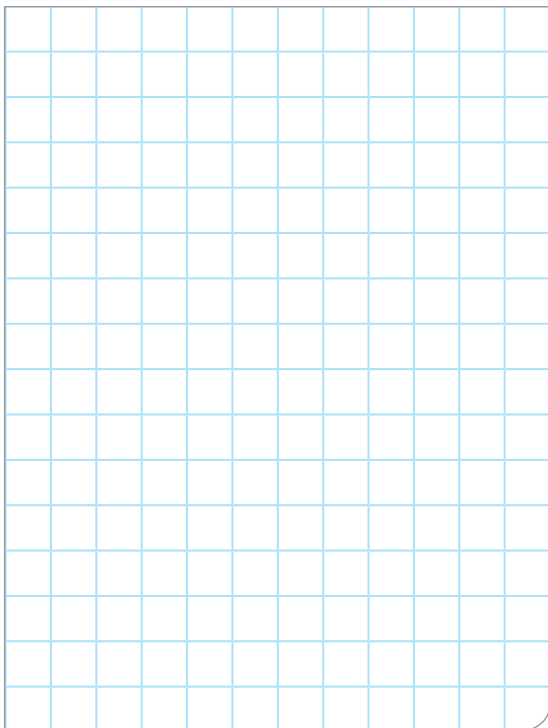
**Respuesta:**

Completando la tabla, se tiene que la partícula mencionada desaparece entre el segundo 5 y el 6.

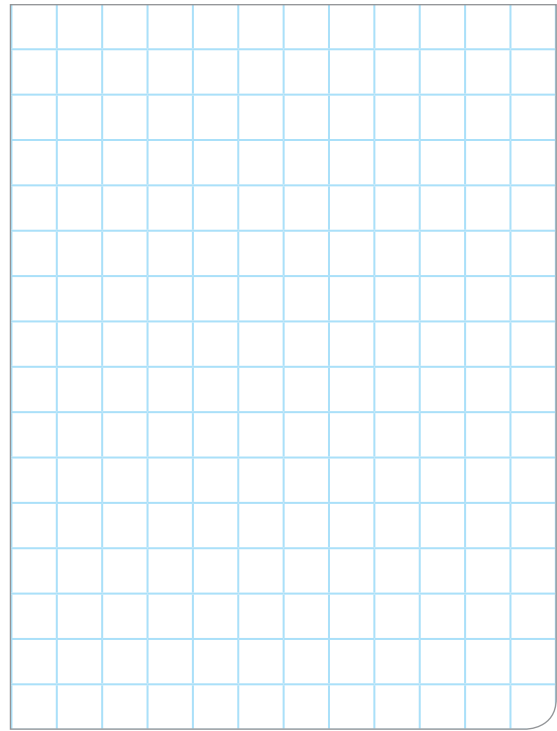
1. ¿Qué procedimiento realizaste para encontrar la velocidad en el primer segundo?



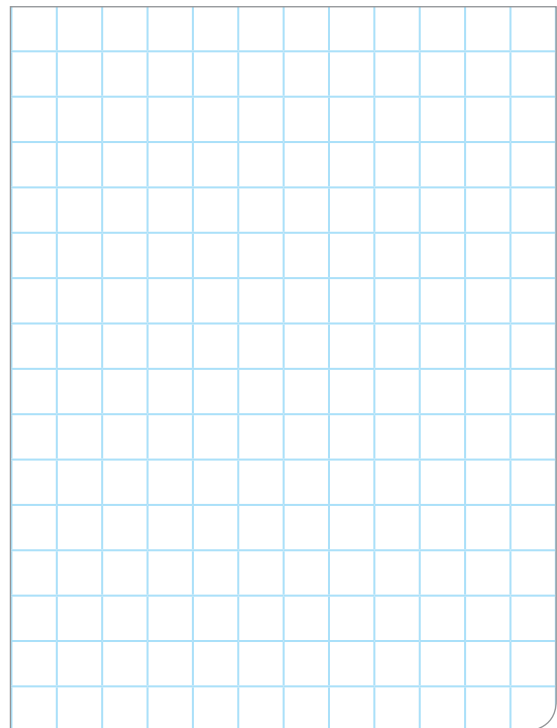
2. Determina la expresión matemática que representa los datos de la tabla.



3. ¿Cómo se pueden comprobar dichos resultados?



4. El cociente de dividir  $\frac{a_2}{a_1}$ , ¿es la razón en dicha progresión? Verifica para los demás pares consecutivos de términos.



### Situación significativa B

Un organismo unicelular muy extraño se reproduce por división, y cada vez que lo hace se divide en tres, dando origen a otros organismos de su especie. En un experimento, se tienen inicialmente cinco de estos organismos y se desea calcular cuántos habrá al cabo de ocho divisiones.

#### Resolución

- Considerando los términos dados, se tiene:

Razón:  $r = 3$

Primer término:  $a_1 = 5$

Noveno término:  $a_9 = ?$

Número de términos:  $n = 9$

- Utilizamos la fórmula  $a_n = a_1 r^{n-1}$
- Luego, reemplazamos  $a_9 = 5 \times 3^{9-1} = 32\ 805$

#### Respuesta:

Al cabo de ocho divisiones, habrá 32 805 organismos unicelulares.

1. ¿Por qué la razón es igual a 3?

2. Describe el procedimiento realizado en la resolución de la situación significativa.

3. ¿Qué fórmula se utilizó para la resolución de la situación significativa?

4. ¿Cómo se puede comprobar dicho resultado?

5. ¿En qué otras situaciones se puede aplicar el procedimiento utilizado para resolver la situación significativa?

### Situación significativa C

La batería de un auto de juguete se está descargando. En los últimos instantes de funcionamiento, se observa que en los primeros cinco segundos recorre dos metros. Luego, en los siguientes cinco segundos se traslada 0,2 m; después, 0,02 m, y así sucesivamente, hasta detenerse completamente. ¿Cuál es la distancia que recorre hasta detenerse? (Se sabe que se detiene al cabo de 22 segundos).

### Aprendemos a partir del error

#### Resolución

- Deduciendo los datos de la situación dada, se tiene:

Razón:  $r = 0,1$

Primer término:  $a_1 = 2$

Quinto término:  $a_5 = ?$

Número de términos:  $n = 5$

Según dato de la situación significativa, el auto se detiene al cabo de 22 segundos, es decir, en el quinto tramo.

- Utilizamos la fórmula:

$$a_n = a_1 \times r_n$$

- Luego hallamos el quinto término:

$$a_5 = 2(0,1)^5$$

$$a_5 = 2(0,00001)$$

$$a_5 = 0,00002$$

#### Respuesta:

La distancia que recorre hasta detenerse es de 0,00002 m.

1. Los pasos realizados en la resolución de la situación significativa, ¿son los adecuados? Explica.

2. En el caso de que hubiera un error, ¿cuál sería su corrección?

3. ¿Cuál sería la respuesta adecuada para la situación significativa?



## Evaluamos nuestros aprendizajes

**Propósito:** Establecemos relaciones entre datos, valores desconocidos, regularidades y condiciones de equivalencia de una progresión geométrica, y expresamos con diversas representaciones gráficas tabulares, simbólicas y con lenguaje algebraico, la comprensión sobre la suma de términos de una progresión geométrica. También combinamos y adaptamos estrategias heurísticas, recursos, métodos gráficos, procedimientos y propiedades para determinar la suma de términos de una progresión geométrica. Asimismo, justificamos con propiedades matemáticas las afirmaciones sobre las características que distinguen a una progresión geométrica y la suma de sus términos.

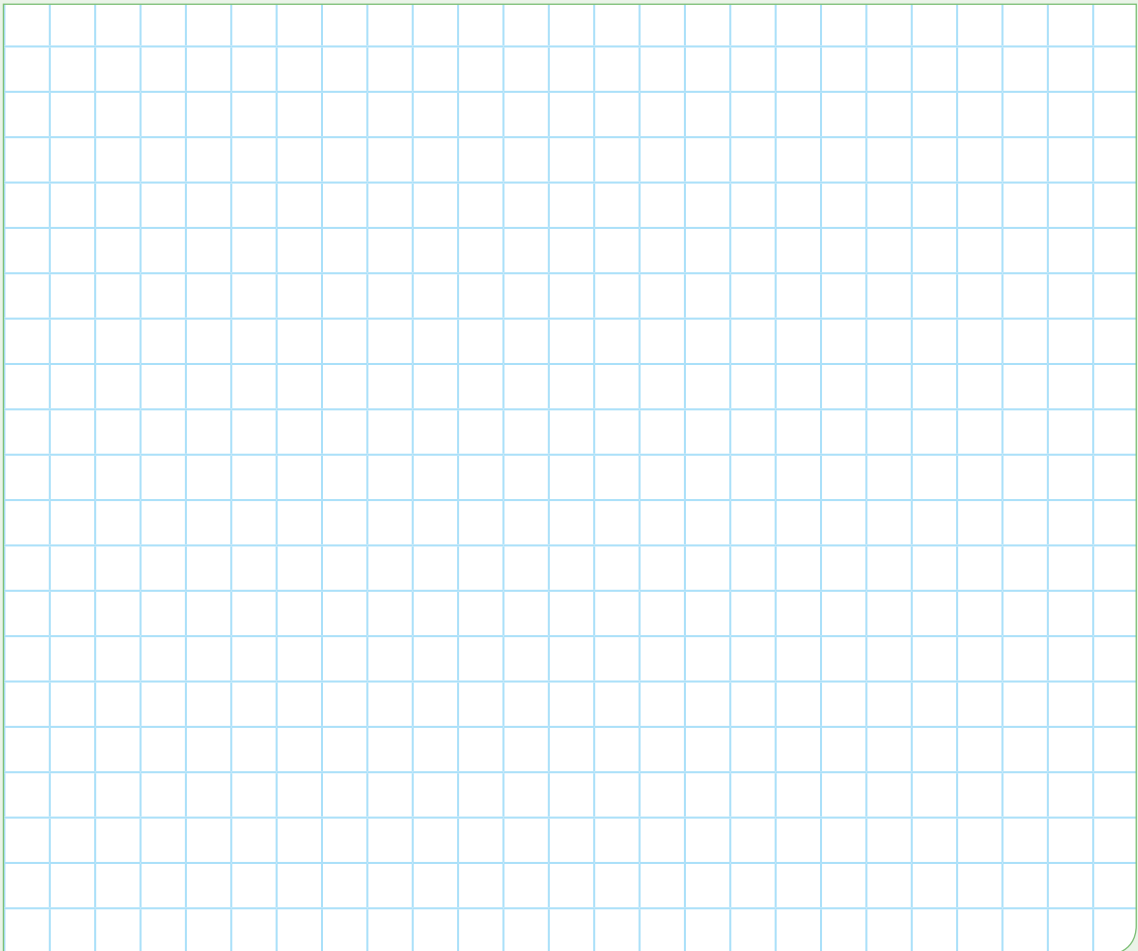
1. En un concurrido estacionamiento para autos cobran 1,50 soles por la primera hora de estacionamiento y, por cada hora siguiente, el doble de lo cobrado en la hora anterior. ¿Cuánto se pagará por estar estacionados durante ocho horas?

a) 12 soles

b) 38,25 soles

c) 192,00 soles

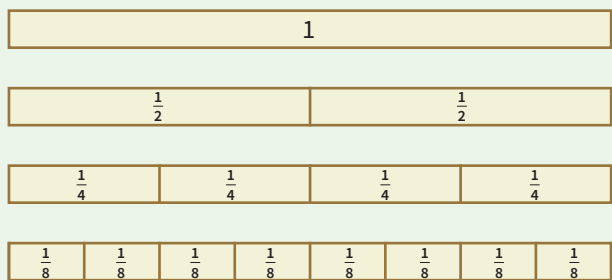
d) 382,5 soles



2. Dejamos caer una pelota desde una altura de un metro. En cada uno de los rebotes que da, sube a una altura igual a la mitad del rebote anterior. ¿Qué altura alcanza en el cuarto rebote?

- a) 462,5 m                      b) 6,25 m                      c) 0,625 m                      d) 0,0625 m

Mario tiene 6 tiras de papel del mismo tamaño, con ellas decide elaborar regletas de fracciones. Las tiras han sido recortadas (excepto la primera), enumeradas y ordenadas de la siguiente manera:



Con la información dada, responde las preguntas 3 y 4.

3. ¿Cuántas regletas obtuvo con la última tira de papel?

- a) 16 regletas                      b) 32 regletas                      c) 64 regletas                      d) 63 regletas

4. Mario utilizó todas las tiras de papel. ¿Cuántas regletas elaboró en total?

- a) 64 regletas                      b) 32 regletas                      c) 63 regletas                      d) 31 regletas

5. José ha ahorrado S/6144 en enero; pero, a partir de ese mes, solo ha logrado ahorrar cada mes la mitad de lo que ahorró el mes anterior. ¿Cuánto ha ahorrado hasta el octavo mes?

a) 12 240 soles

b) 12 000 soles

c) 12 120 soles

d) 12 140 soles



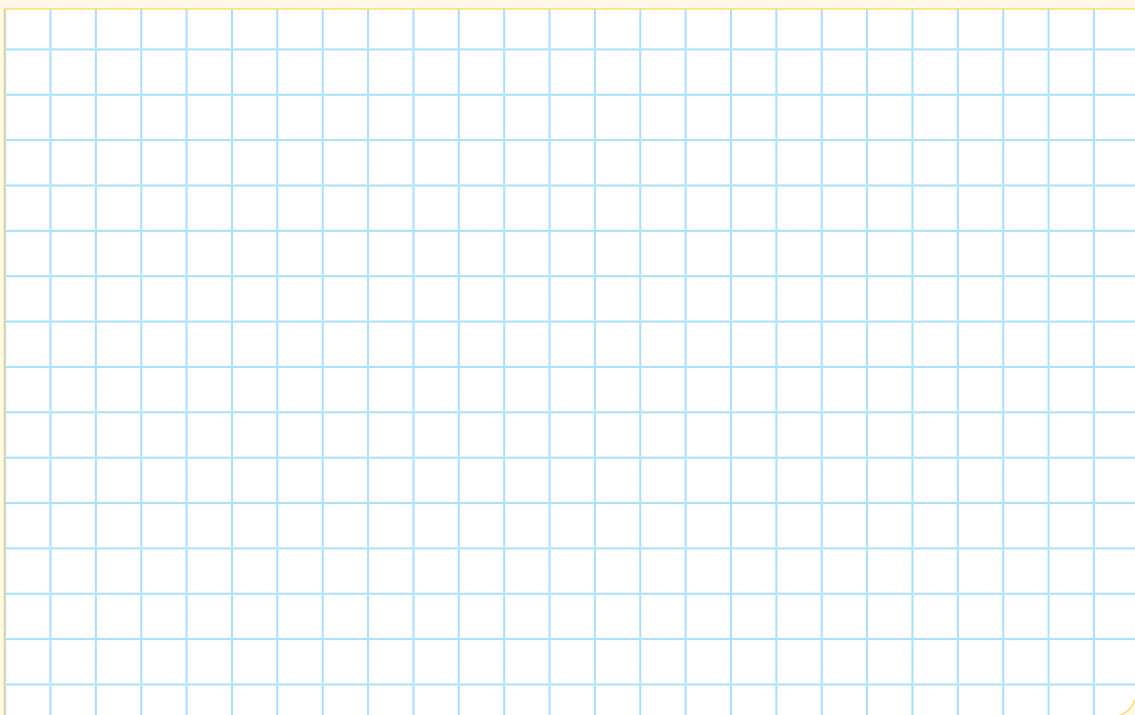
6. Joaquín es un docente de Matemática que acostumbra a dar retos a sus estudiantes. En esta ocasión, les pide calcular el valor del parámetro  $a$ , para que los números  $a + 2$ ,  $3a + 2$ ,  $9a - 2$  sean los tres primeros términos de una progresión geométrica.

a) 1

b) 2

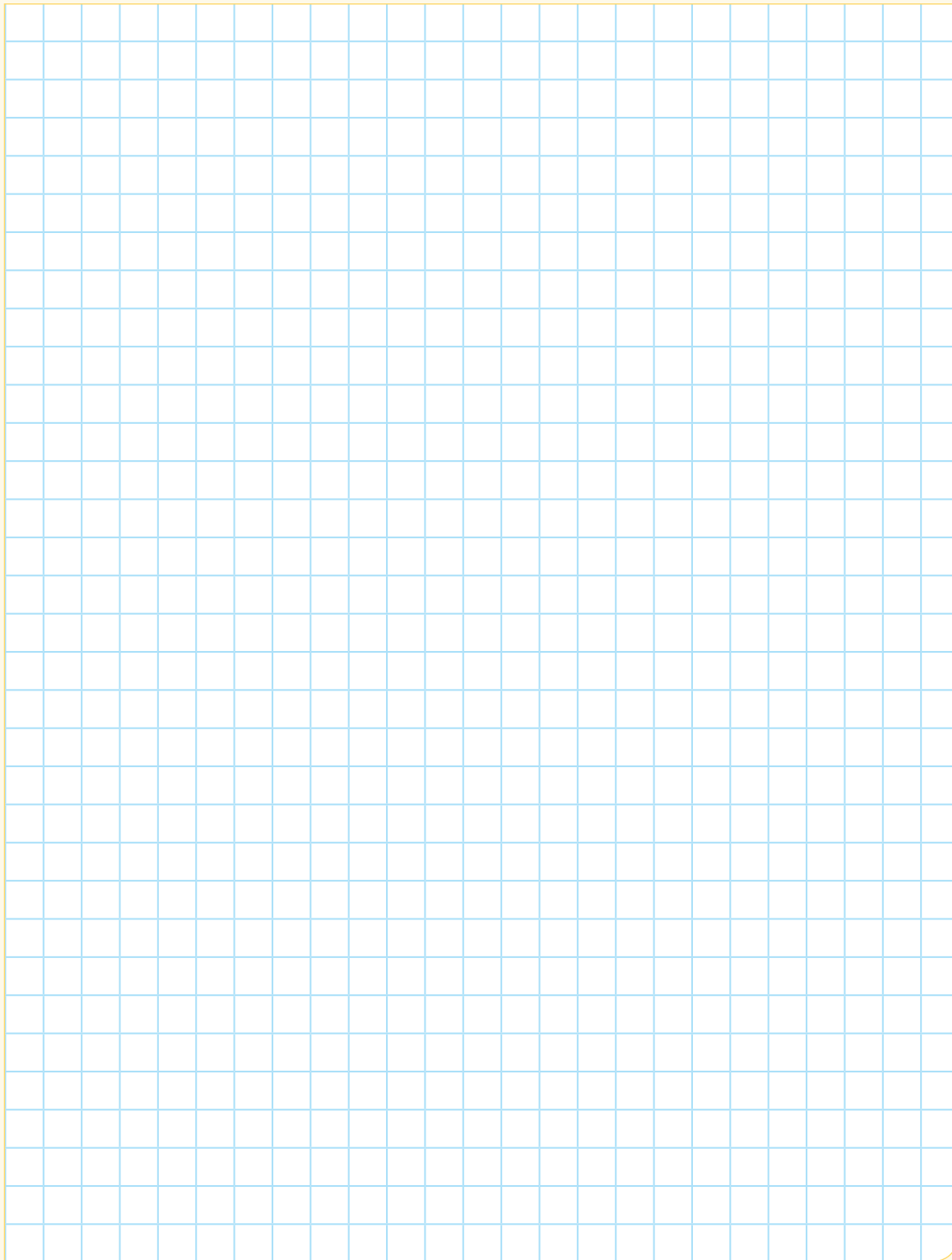
c) 3

d) 4





7. Dado un triángulo equilátero, cuyo perímetro es de 10 cm, se forma un segundo triángulo uniendo los puntos medios del primero. Asimismo, se forma un tercer triángulo juntando los puntos medios del segundo, y así sucesivamente. Determina la suma de todos los perímetros de los triángulos que se van formando hasta el sexto paso.



8. En un Concurso Regional de Matemática, se le pregunta a Marina cuál es la razón de una progresión geométrica de seis términos, sabiendo que la suma de los cinco primeros términos es 170,5 y la suma de los cinco últimos, 682.

a) 4

b) 3

c) 2

d) 1

9. El 15 de abril del presente año se realizó en un laboratorio un experimento para saber cómo se propaga una célula de leucemia en un conejo sano. Para ello, se le inyectó una célula enferma y se observó que esta se dividió en dos células cada mediodía, las cuales, al final del día, se volvieron a dividir. El proceso de división continuó hasta que se formaron más de dos millones de células, y en esos momentos murió el conejo. ¿En qué día después de iniciado el experimento falleció el animal?

a) 23 de abril

b) 24 de abril

c) 25 de abril

d) 26 de abril

10. Supongamos que un atleta está al principio en un punto P, 200 metros detrás de una liebre situada en un punto Q, y que la velocidad de esta es la mitad de la del corredor, quien desea alcanzar al animal. En el momento en que el atleta llega hasta el punto Q, la liebre ha avanzado hasta el punto R, y cuando el corredor llega al punto R, el animal ha avanzado de nuevo; y así sucesivamente. ¿Alcanzará el atleta a la liebre?



## Aplicamos nuestros aprendizajes

**Propósito:** Establecemos relaciones entre datos y las transformamos a expresiones numéricas (modelos) que incluyen operaciones con intervalos. También representamos con lenguaje numérico la comprensión sobre intervalos y seleccionamos estrategias de cálculo, estimación y procedimientos diversos para realizar operaciones con intervalos.

### Conozcamos sobre la presión arterial

Las arterias son vasos sanguíneos que llevan sangre desde el corazón hacia el resto del cuerpo. La presión arterial indica la fuerza que ejerce la sangre al circular por las arterias.

La presión arterial se mide con el tensiómetro, mediante dos números que aparecen en la pantalla. A continuación, se muestra un ejemplo.

# 120

El número superior indica la fuerza de la sangre en las arterias cuando el corazón se contrae (late). Se la denomina presión sistólica.

# 80

El número inferior indica la fuerza de la sangre en las arterias mientras el corazón está relajado (llenándose con sangre entre cada latido). Se la denomina presión diastólica.



Fuente: <https://es.aliexpress.com/item/32869801429.html>

Fuente: <https://goo.gl/iorQuE>

La tabla muestra la clasificación de la presión arterial en adultos de 18 años a más:

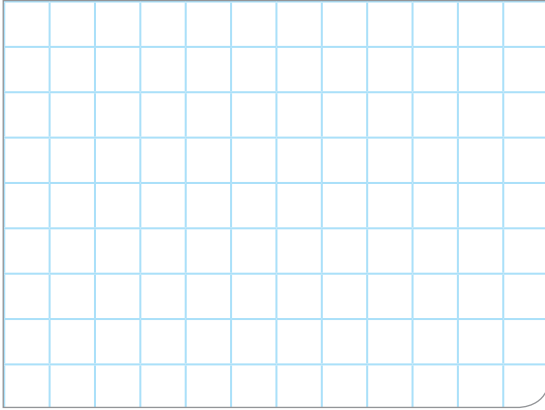
Categoría	Presión sistólica (mmHg)	Presión diastólica (mmHg)
Óptima	Menor que 120	Menor que 80
Normal	De 120 a menos de 130	De 80 a menos de 85
Normal alta	De 130 a menos de 140	De 85 a menos de 90
Hipertensión	Más de 140	Más de 90
Hipertensión Estadío 1	De 140 a menos de 160	De 90 a menos de 100
Hipertensión Estadío 2	De 160 a más	De 100 a más

Adaptado de: <https://bit.ly/2YH1Lk>

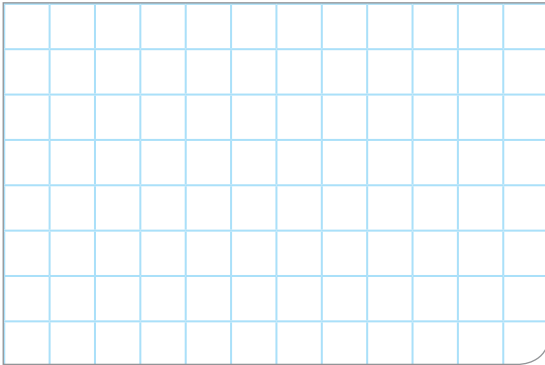
1. Si una persona adulta tiene mmHg/78 mmHg de presión arterial, ¿en qué categoría se encuentra?
2. Expresa mediante intervalos los valores de la presión sistólica y determina si la expresión "más de 140" equivale a decir "de 140 a menos de 160 y de 160 a más". Justifica tu respuesta.

## Comprendemos el problema

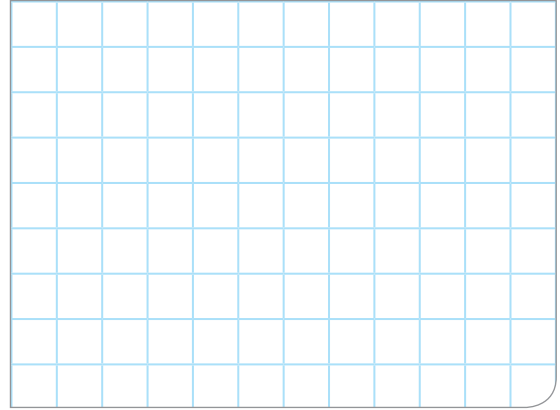
1. ¿Cómo y con qué instrumento mide la presión arterial el profesional de salud en los hospitales?



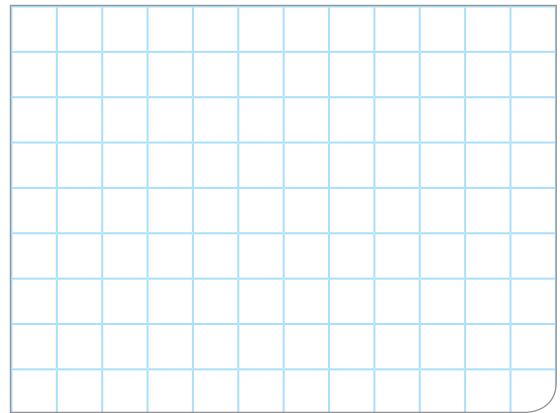
2. Según los datos brindados, ¿en qué categorías está en riesgo la vida de una persona? ¿Qué consecuencias podría causar en la salud de dicha persona?



3. ¿Qué conocimiento matemático puede ayudarnos a responder las interrogantes?



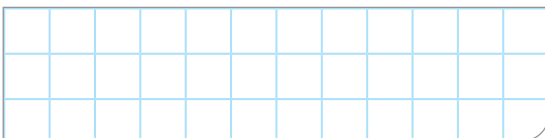
4. ¿Qué piden determinar las preguntas de la situación significativa?



## Diseñamos o seleccionamos una estrategia o plan

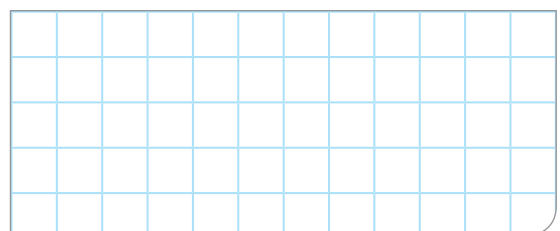
1. Para consolidar en un solo intervalo las categorías que ponen en riesgo la vida de una persona, ¿qué operación se puede realizar con los intervalos? Explica.

- a) Intersección
- b) Unión
- c) Diferencia
- d) Complemento



2. ¿Cuál de las estrategias utilizarías para resolver la pregunta de la situación significativa? Justifica.

- a) Diagrama tabular
- b) Diagrama en la recta numérica
- c) Diagrama de tiras



## Ejecutamos la estrategia o plan

1. En una tabla, escribimos como intervalo y como conjunto todas las categorías.

Categoría	Intervalo de presión sistólica (mmHg)	Como conjunto	Intervalo de presión diastólica (mmHg)	Como conjunto
Óptima	$A = [0; 120[$	$A = \{x \in \mathbb{R} / 0 \leq x < 120\}$	$A = [0; 80[$	$A = \{x \in \mathbb{R} / 60 \leq x < 80\}$
Normal				
Normal alta				
Hipertensión:				
Hipertensión estadio 1				
Hipertensión estadio 1				

2. ¿En qué categoría está la medida de la presión arterial de 115 mmHg/78 mmHg en una persona adulta?

3. Escribe mediante un intervalo la expresión "más de 140 mmHg".

4. En un diagrama de la recta numérica, determinamos gráficamente la unión de los intervalos de las categorías que ponen en riesgo la vida de una persona.

5. Da respuesta a la segunda pregunta de la situación significativa.

## Reflexionamos sobre el desarrollo

1. ¿En qué otros contextos puedes usar los intervalos?

2. Describe y explica las estrategias o procedimientos que seleccionaste para responder las preguntas.



## Comprobamos nuestros aprendizajes

**Propósito:** Representamos con lenguaje numérico la comprensión sobre las operaciones con números e intervalos para interpretar el problema en su contexto. Asimismo, justificamos afirmaciones sobre las propiedades de las operaciones con números e intervalos usando propiedades de los números y operaciones.

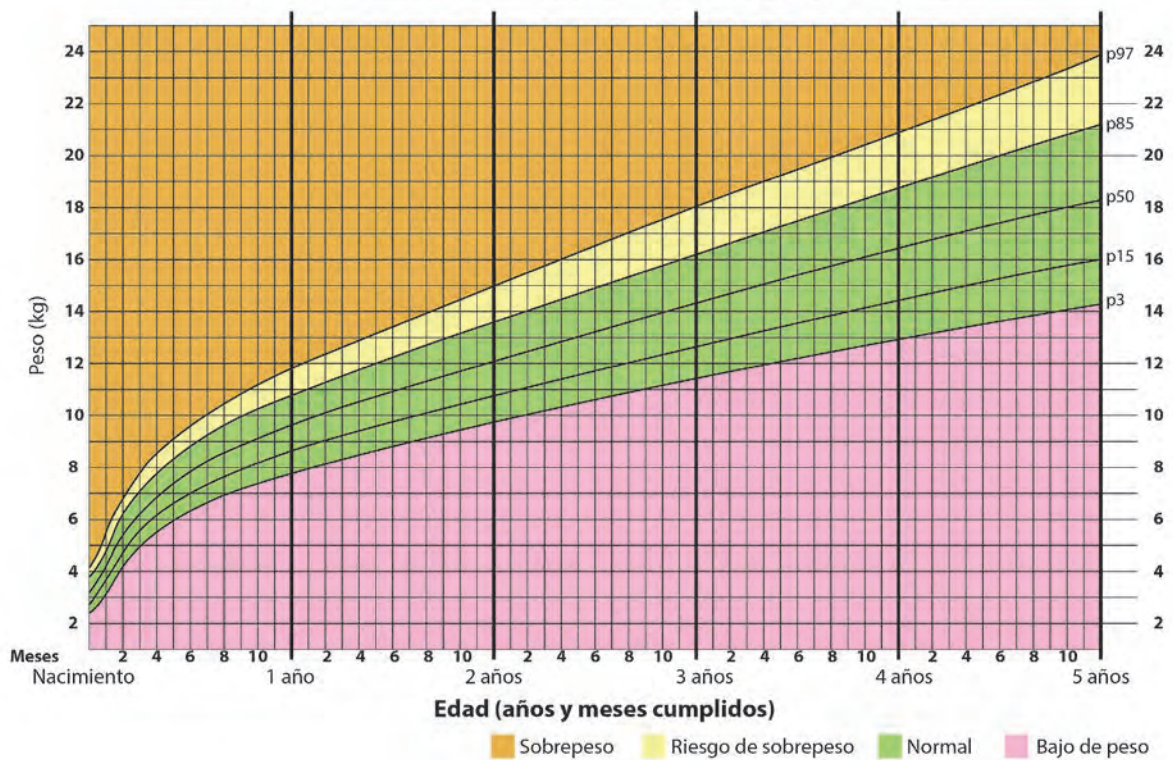
### Situación significativa A

Controlar el peso\* de las niñas y los niños durante los primeros años de su vida es muy importante porque se previenen enfermedades y problemas nutricionales. El siguiente gráfico representa la relación entre la edad y el peso (kg) de niñas y niños menores de 5 años. ¿De qué otra forma se pueden presentar algunos valores de las categorías existentes?



### Peso según edad - NIÑOS

Patrones de crecimiento infantil de la OMS - Nacimiento a 5 años (percentiles)



Fuente: <https://goo.gl/FICosA>

\*En la situación, "peso" se refiere a "masa corporal".

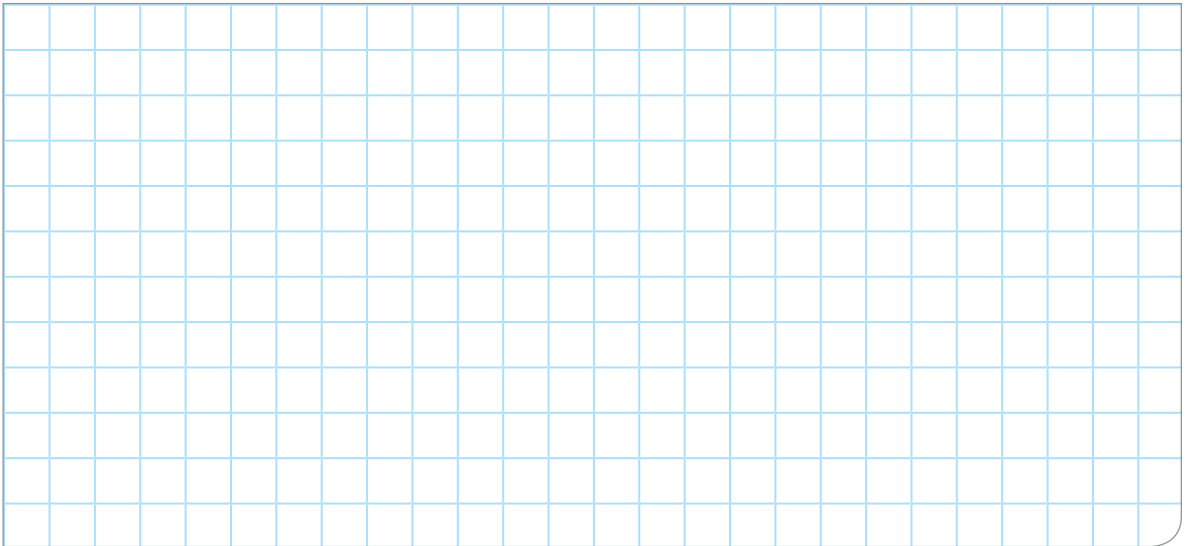
## Resolución

Organizamos la información en una tabla y la relación de la edad y peso del niño.

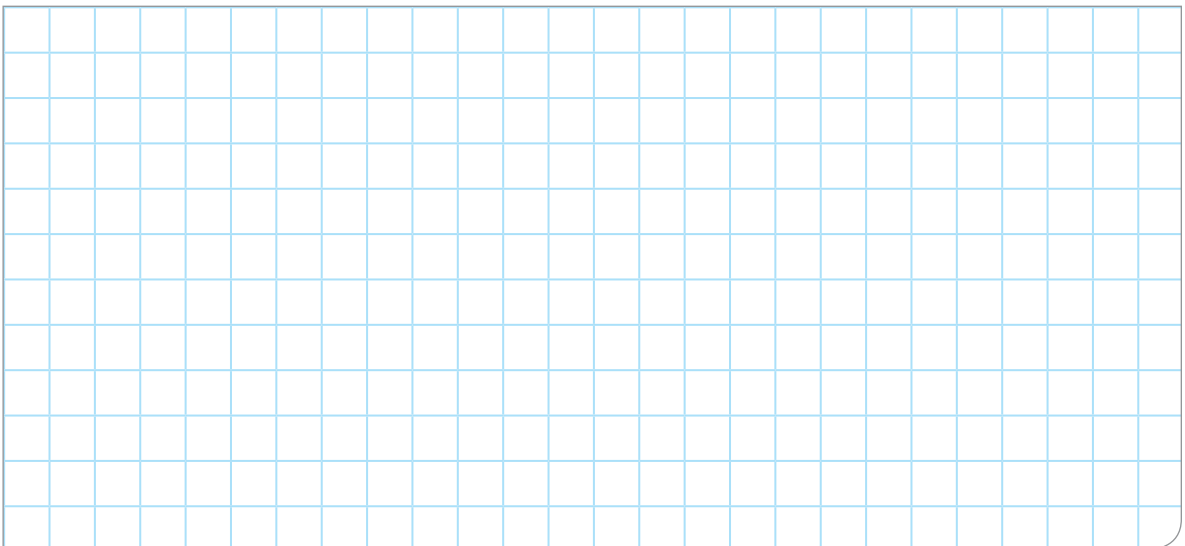
Edad	Sobrepeso (kg)	Riesgo de sobrepeso (kg)	Normal (kg)	Bajo de peso (kg)
2 años	De 15 a más	$[13,5; 15[$	$[9,8; 13,5[$	$[0; 9,8[$
3 años	De 18 a más	$[16,2; 18[$	$[11,5; 16,2[$	$[0; 11,5[$
4 años	De 21 a más	$[18,8; 21[$	$[13; 18,8[$	$[0; 13[$

**Respuesta:** Observando el gráfico mostrado, concluimos que algunos valores de las categorías existentes se pueden presentar en una tabla.

1. ¿En cuál de las representaciones la información que se presenta es la más adecuada en relación con la masa corporal de un niño de 3 años y de una masa corporal de 10 kg?



2. Escribe, mediante intervalos, la información referida a sobrepeso que se presenta en la tabla y determina qué tipo de intervalos son.



## Situación significativa B

De la situación significativa A, escribe intervalos que pertenezcan a cada una de las categorías para un niño de 2 años 6 meses.

### Resolución

Mediante la observación y la lectura del gráfico de la situación significativa anterior, determinamos valores (mínimos y máximos) que pertenecen a las categorías, sin ser necesariamente los valores extremos, porque solo se indica que estos "pertenecan a cada una de las categorías".

#### Respuesta:

- Sobrepeso:  $[16,5; 25]$
- Riesgo de sobrepeso:  $[15; 16,5[$
- Normal:  $[10,5; 15[$
- Bajo de peso:  $[0; 10,5[$

1. ¿Qué tipos de intervalos se han escrito?

3. ¿Qué significan los puntos de 16,25 y 25 en el intervalo  $[16,25 ; 25]$ ?

2. ¿Qué significa el punto 10,5 en el intervalo  $[0; 10,5[$ ?

4. Escribe 5 valores que se encuentran en el intervalo  $[15, 16,5[$ .





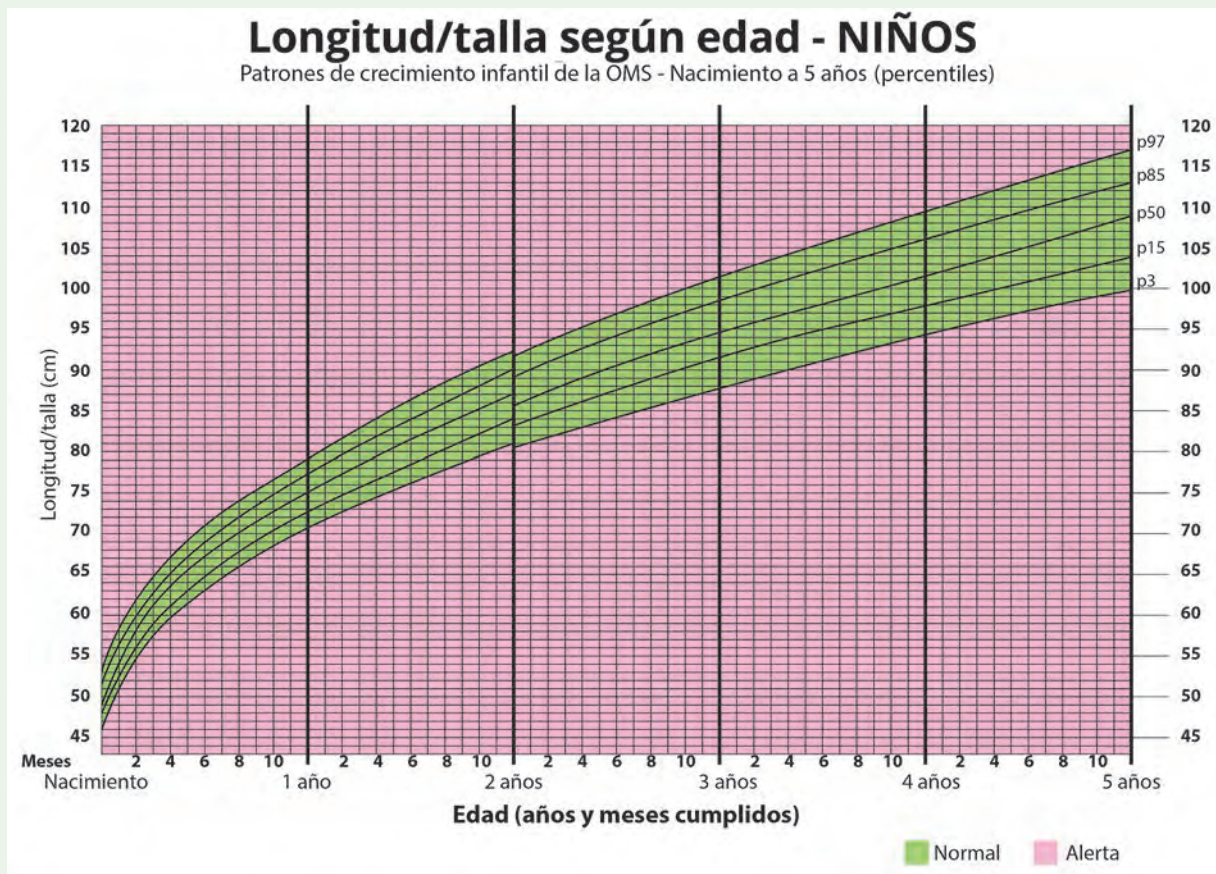


## Evaluamos nuestros aprendizajes

**Propósito:** Establecemos relaciones entre datos y las transformamos a expresiones numéricas (modelos) que incluyen operaciones con intervalos. También representamos con lenguaje numérico la comprensión sobre intervalos y seleccionamos estrategias de cálculo, estimación y procedimientos diversos para realizar operaciones con intervalos. Asimismo, justificamos afirmaciones sobre las propiedades de las operaciones con números e intervalos usando propiedades de los números y operaciones.

### Edad y talla de niñas y niños menores de 5 años

La siguiente gráfica muestra la relación entre la edad y la estatura de niñas y niños de 0 a 5 años de edad.



Fuente: <https://goo.gl/26bmN2>

Con esta información, responde las preguntas 1 y 2.

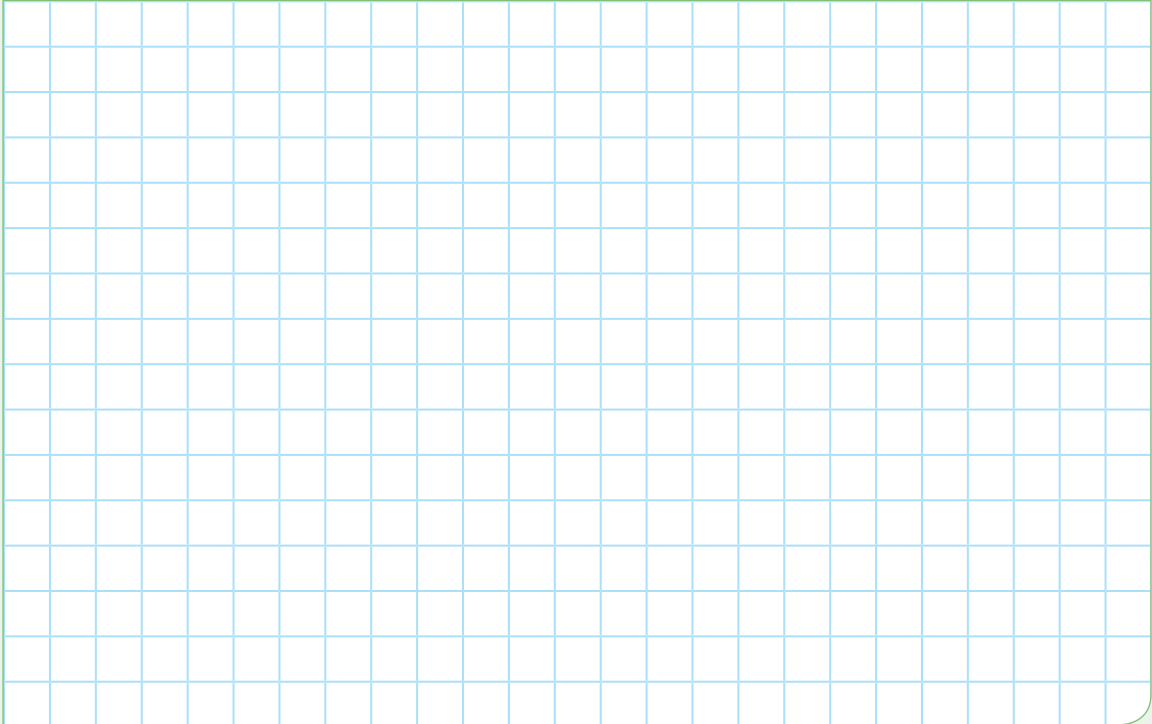
1. ¿Entre qué talla podría tener un niño de 4 años 8 meses de edad para que la relación de talla y edad sea adecuada y se ubique en la categoría "normal"?

a) [94; 111]

b) [100; 120]

c) [98; 114,5]

d) [45; 120]



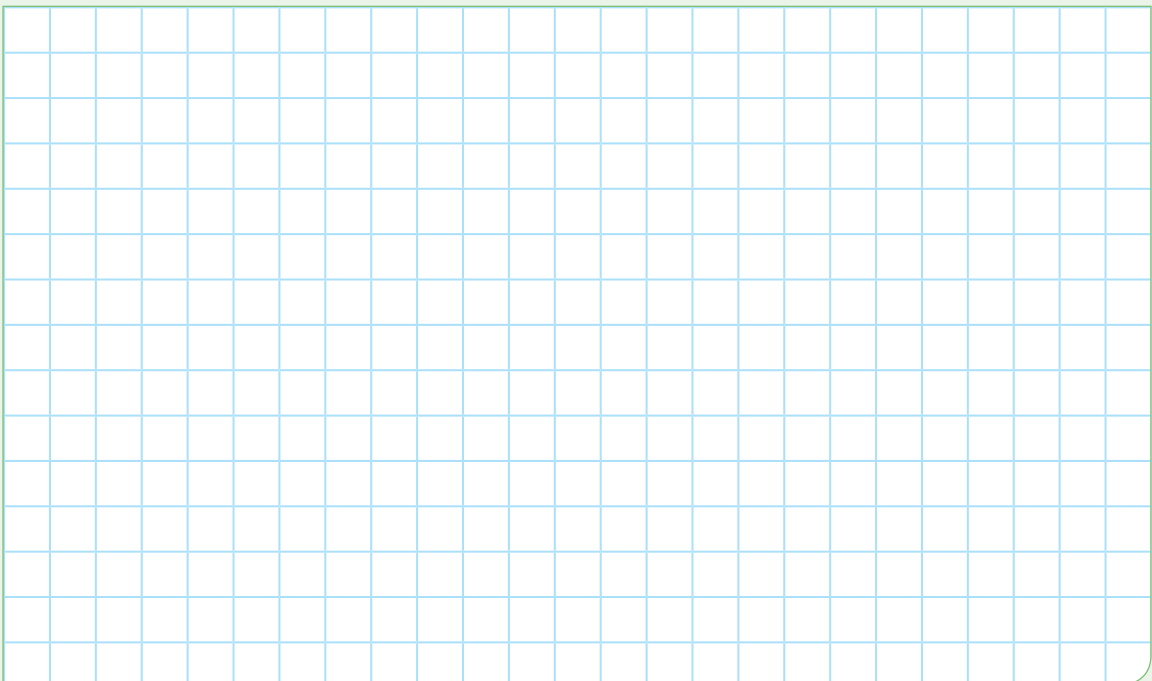
2. ¿Qué intervalo corresponde a un niño de 3 años cuya talla se encuentra en alerta? Sustenta tu respuesta.

a) [88; 100[

b) [0; 88[

c) [88; 100]

d)  $[0; 88] \cup [101; 120]$

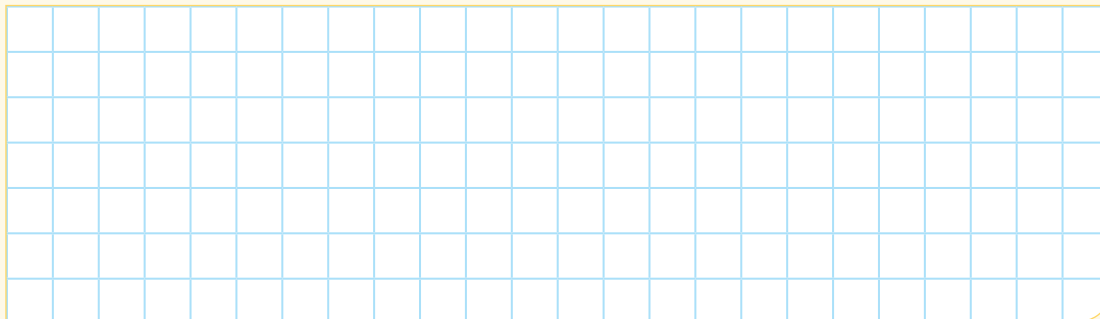






7. Escribe en forma de intervalo y representa gráficamente los enunciados de cada caso:

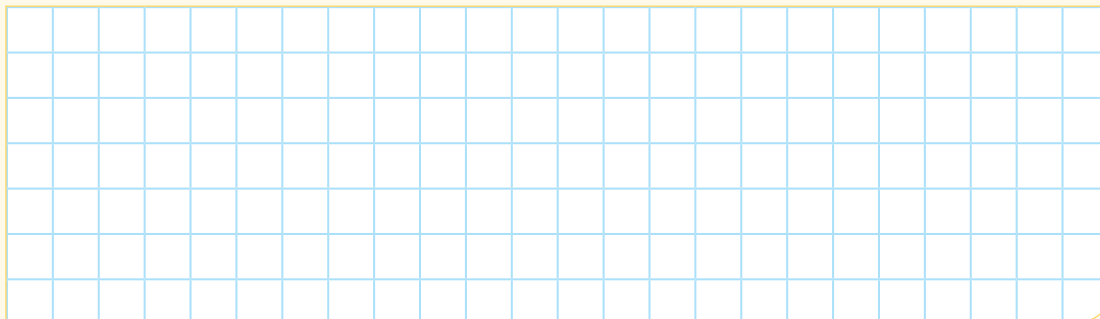
- Todos los números reales comprendidos entre  $-2$  y  $5$ , ambos incluidos.



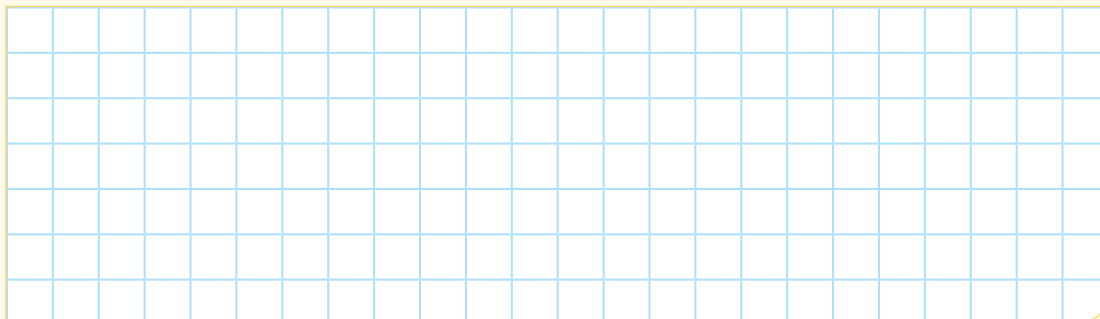
- Todos los números reales menores que  $3$ .



- Todos los números reales comprendidos entre  $-1$  y  $2$ , incluyendo el  $-1$  y no el  $2$ .



- Todos los números mayores o iguales que  $-4$ .





10. Relaciona cada intervalo con su respectiva notación por comprensión.

$] -\infty; 4]$

$[4; +\infty[$

$]4; +\infty[$

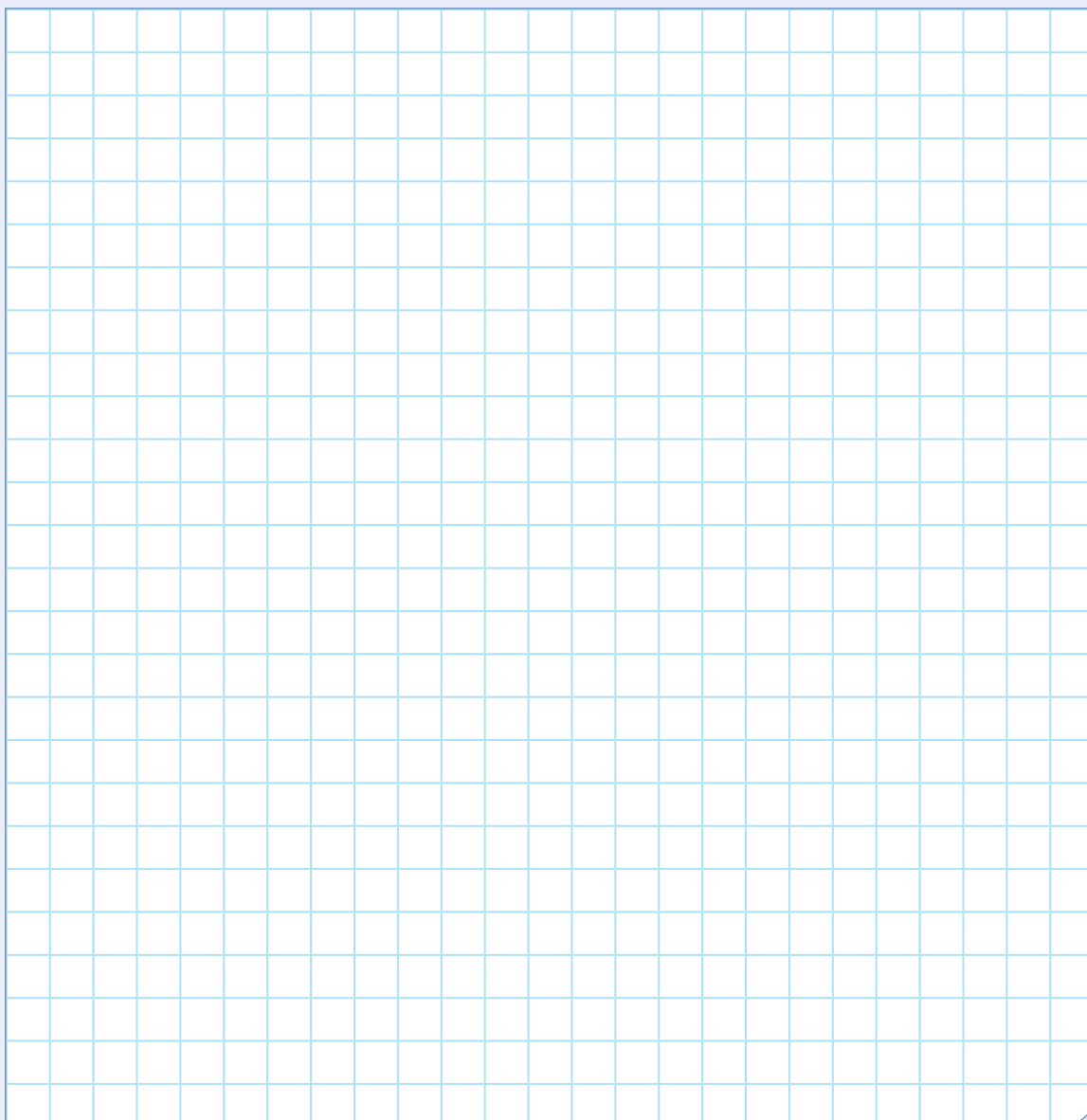
$] -\infty; 4[$

$\{x \in \mathbb{R}/x < 4\}$

$\{x \in \mathbb{R}/x \leq 4\}$

$\{x \in \mathbb{R}/x > 4\}$

$\{x \in \mathbb{R}/x \geq 4\}$





# Ficha 4



## Aplicamos nuestros aprendizajes

**Propósito:** Establecemos relaciones entre las características y los atributos medibles de objetos reales o imaginarios; asociamos estas características y las representamos con formas bidimensionales compuestas y tridimensionales. Asimismo, empleamos estrategias heurísticas, recursos o procedimientos para determinar la longitud, el perímetro, el área o el volumen de prismas y pirámides.

### La glorieta del parque

La Municipalidad de un distrito decide construir una glorieta como la mostrada en la figura. Para armar la estructura, Diego utiliza tubos de acero. Cada barra de estos tubos tiene una longitud de 6 m.

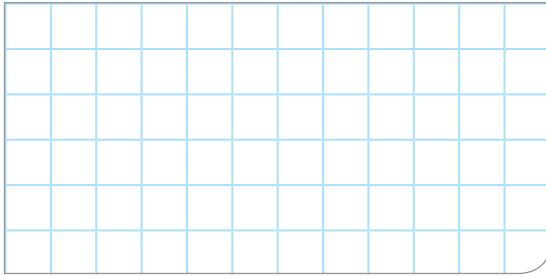


Responde:

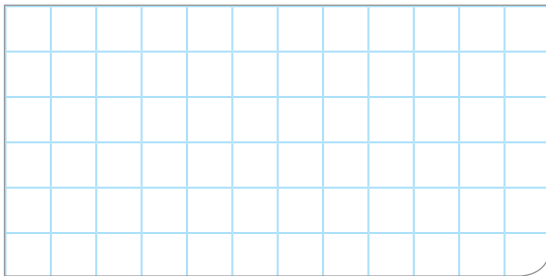
1. ¿Cuántas barras de tubo se necesitarán para armar la estructura de la glorieta?

## Comprendemos el problema

1. ¿Con qué sólidos geométricos se ha compuesto la estructura de la glorieta?



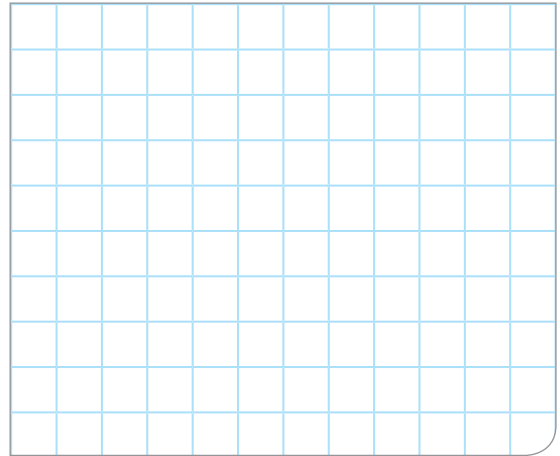
2. ¿Qué forma tiene la base de la glorieta?



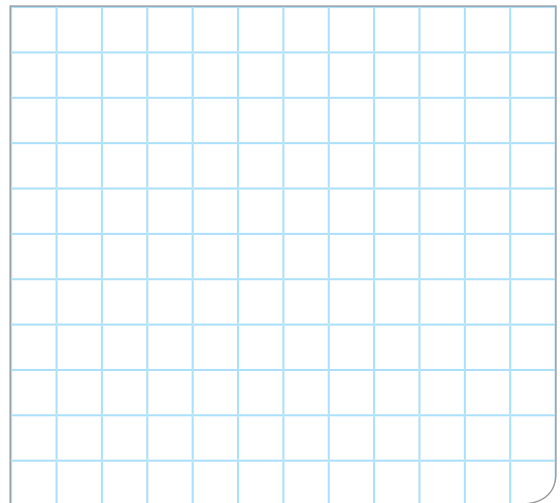
3. ¿Cuántos parantes soportan el techo de la glorieta?, ¿cuánto mide cada uno?



4. ¿Qué datos se disponen en la situación significativa?

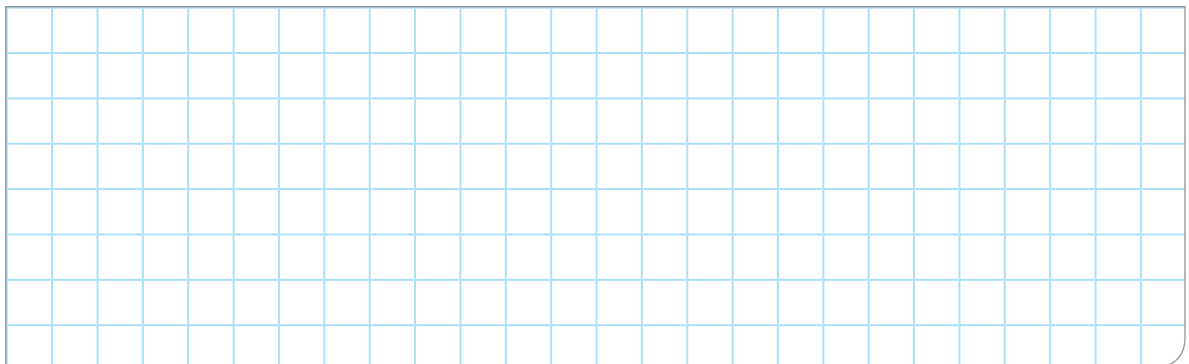


5. ¿Qué nos pide calcular la pregunta de la situación significativa?



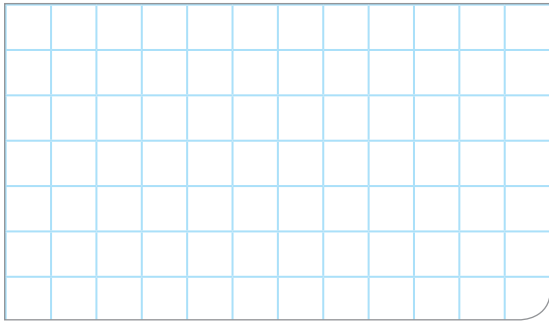
## Diseñamos o seleccionamos una estrategia o plan

1. Describe el procedimiento que realizarías para dar respuesta a la pregunta de la situación significativa.

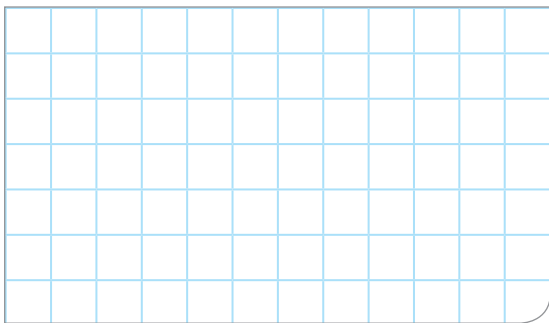


## Ejecutamos la estrategia o plan

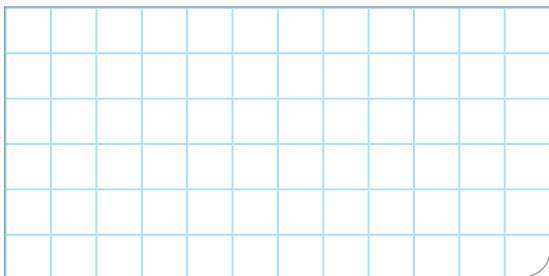
1. Representa gráficamente la estructura de la glorieta.



2. ¿Cuántos metros de tubos de acero se necesitan para los parantes de la glorieta?



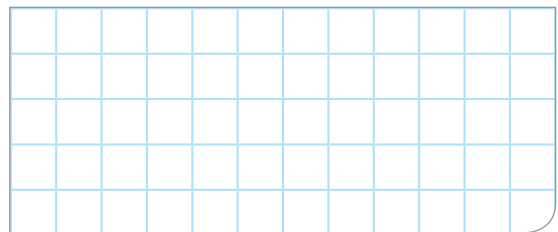
3. ¿Cuántos metros de tubo de acero se necesitarán para los bordes de la base del techo?



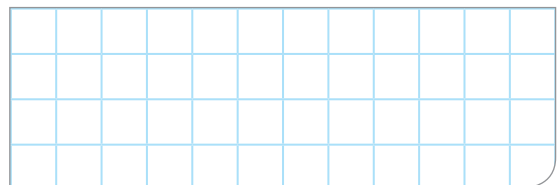
4. ¿Cuántos metros mide cada listón de la estructura del techo?



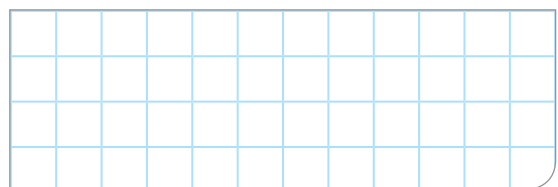
5. ¿Cuántos metros de tubo se necesitarán para los listones de la estructura del techo?



6. ¿Cuántos metros de tubo se necesitarán para toda la estructura de la glorieta?



7. Responde la pregunta de la situación significativa.

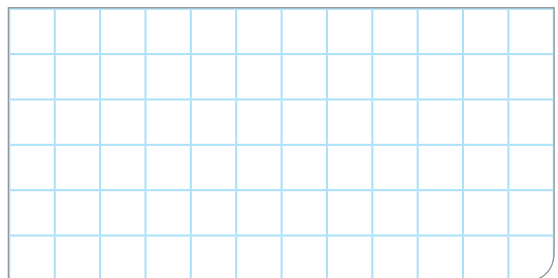


## Reflexionamos sobre el desarrollo

1. El procedimiento realizado permitió dar respuesta a la pregunta de la situación significativa. ¿Por qué?



2. Describe cómo hallarías el área de la base de la glorieta.





## Comprobamos nuestros aprendizajes

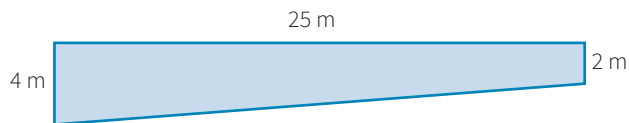
**Propósito:** Expresamos con dibujos y con lenguaje geométrico la comprensión sobre las propiedades de los prismas y las pirámides. Asimismo, planteamos afirmaciones sobre las relaciones y propiedades que descubrimos entre el prisma y la pirámide, sobre la base de experiencias directas.

### Situación significativa A

En el verano del presente año, la Dirección General de Salud (DIGESA) del Ministerio de Salud presentó la relación de todas las piscinas aptas para bañistas. A Noemí le gusta mucho ir a la piscina con sus mejores amigas, por lo que decide ir a una de estas. Ella desea calcular el volumen de dicha piscina, que tiene 25 m de largo y 12 m de ancho, una profundidad de 2 m y 4 m en los extremos, y su suelo tiene un ángulo de inclinación constante. ¿Qué cantidad de agua en litros cabe en la piscina?

### Resolución

- Con los datos que se tienen, podemos esbozar la sección vertical de la piscina.



- Luego, podemos considerar que la piscina es un prisma, cuya base es el trapecio de la figura y su altura es 12 m (el ancho de la piscina).
- Para obtener el volumen ( $V$ ) de la piscina, calculamos el área del trapecio ( $A$ ) y la multiplicamos por la altura.

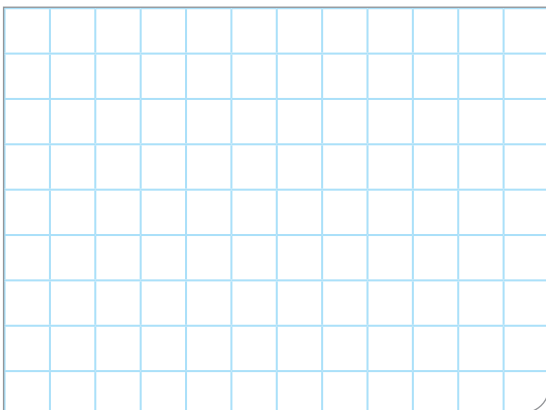
$$\text{Área de la base: } A = (4 + 2) \times \frac{25}{2} = 75 \text{ m}^2$$

Volumen: Área de la base por altura

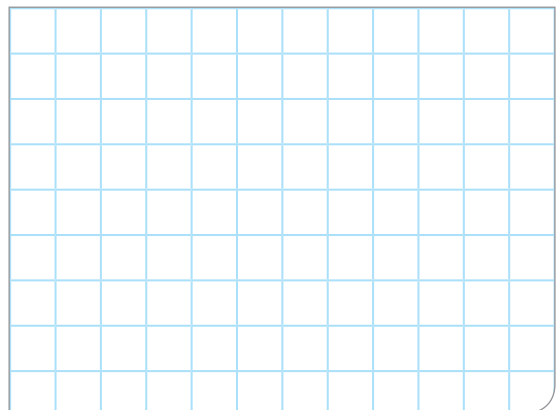
$$V = 75 \times 12 = 900 \text{ m}^3 \cong 900\,000 \text{ litros}$$

**Respuesta:** En la piscina caben 900 000 litros de agua.

- Describe el procedimiento realizado para dar respuesta a la pregunta de la situación significativa.



- Desarrolla otro procedimiento que te permita dar respuesta a la pregunta de la situación significativa.





### Situación significativa C

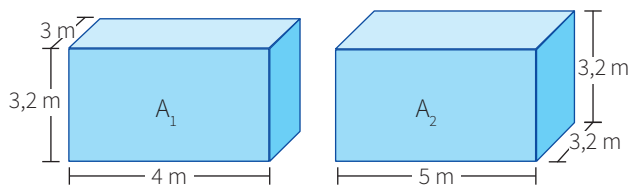
Los padres de familia de la Institución Educativa N.º 3059 de Lima Norte desean pintar las paredes de dos aulas que tienen una altura de 3,2 m. Las aulas son de bases rectangulares, de 3 m × 4 m y 3,2 m × 5 m. En los baldes de pintura que se utilizarán, se lee que cada uno rinde para pintar 40 m<sup>2</sup>. ¿Cuántos baldes deberán comprar?

### Aprendemos a partir del error

#### Resolución

Calculamos el área lateral de cada habitación con la siguiente expresión:

El área lateral es igual al perímetro de la base por la altura, es decir:  $A_{\text{Lateral}} = P_{\text{Base}} \cdot h$



$$A_1 = (3 + 3 + 4 + 4) \times 3,2 = 14 \times 3,2 = 44,8 \text{ m}^2$$

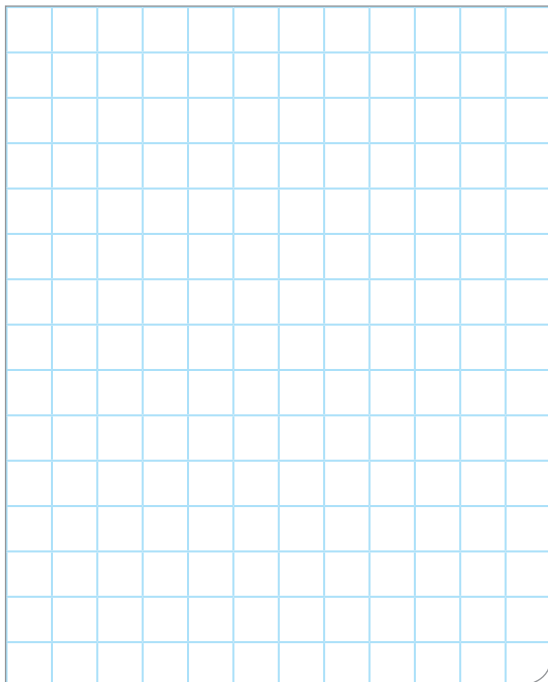
$$A_2 = (3,2 + 3,2 + 5 + 5) \times 3,2 = 16,4 \times 3,2 = 52,48 \text{ m}^2$$

$$A_1 + A_2 = 44,8 + 52,48 = 97,28 \text{ m}^2$$

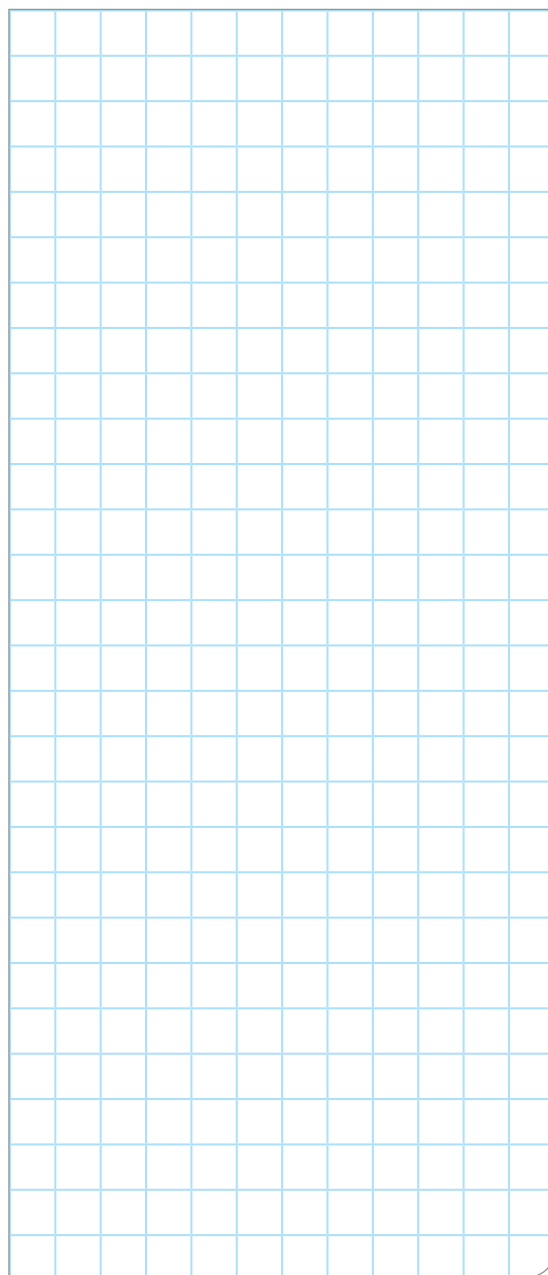
$$\text{N.º de baldes: } \frac{97,28}{40} = 2,432$$

**Respuesta:** Deberán comprar dos baldes de pintura.

1. Verifica el procedimiento y corrige si estuviera errado.



2. ¿Podrías realizar otro procedimiento para dar respuesta a la pregunta de la situación significativa? Explica cómo.

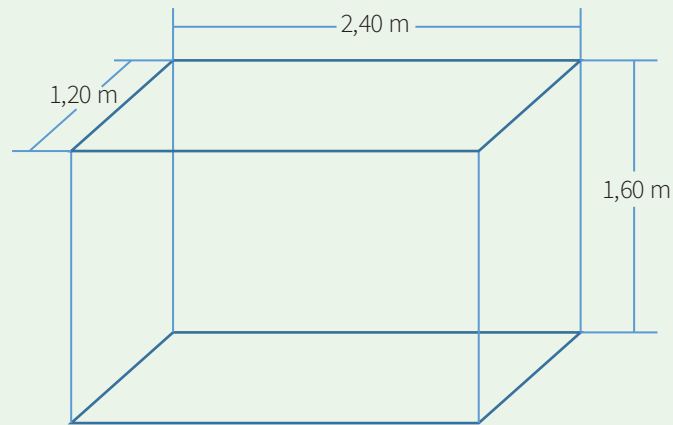




## Evaluamos nuestros aprendizajes

**Propósito:** Establecemos relaciones entre las características y los atributos medibles de objetos reales o imaginarios; asociamos estas características y las representamos con formas bidimensionales compuestas y tridimensionales. Así también, empleamos estrategias heurísticas, recursos o procedimientos para determinar la longitud, el perímetro, el área o el volumen de prismas y pirámides, y expresamos con dibujos y con lenguaje geométrico la comprensión sobre las propiedades de los prismas y las pirámides. Asimismo, planteamos afirmaciones sobre las relaciones y propiedades que descubrimos entre el prisma y la pirámide, sobre la base de experiencias directas.

Se construye un tanque cisterna con las medidas mostradas en la siguiente figura:



Con la información dada, responde las preguntas 1; 2 y 3.

1. Si se quiere recubrir con un material impermeable las paredes, la base y el techo, ¿cuánto de este material se utilizará?

a)  $5,76 \text{ m}^2$

b)  $11,52 \text{ m}^2$

c)  $17,28 \text{ m}^2$

d)  $4,61 \text{ m}^2$



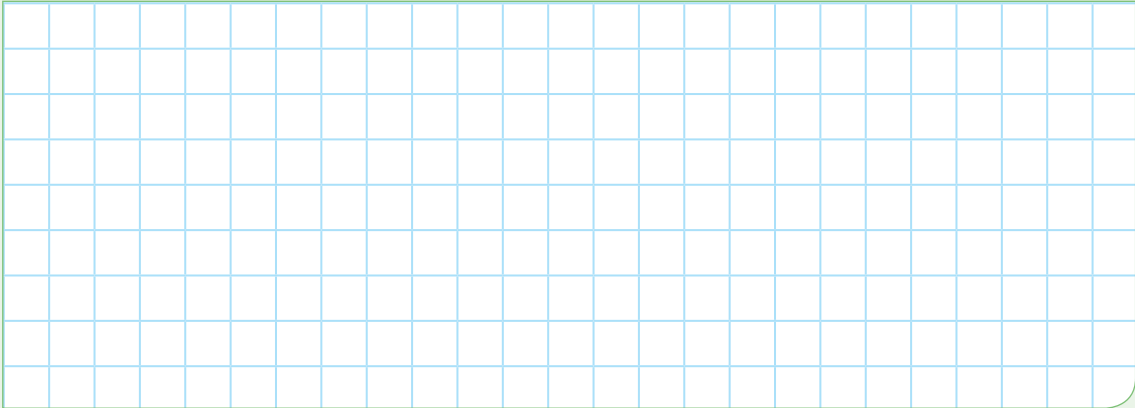
2. Si se vierte agua en el tanque hasta una altura de 1,50 m, ¿qué volumen del tanque será ocupado por el agua?

a) 4,61 m<sup>3</sup>

b) 4,32 m<sup>3</sup>

c) 2,16 m<sup>3</sup>

d) 2,32 m<sup>3</sup>



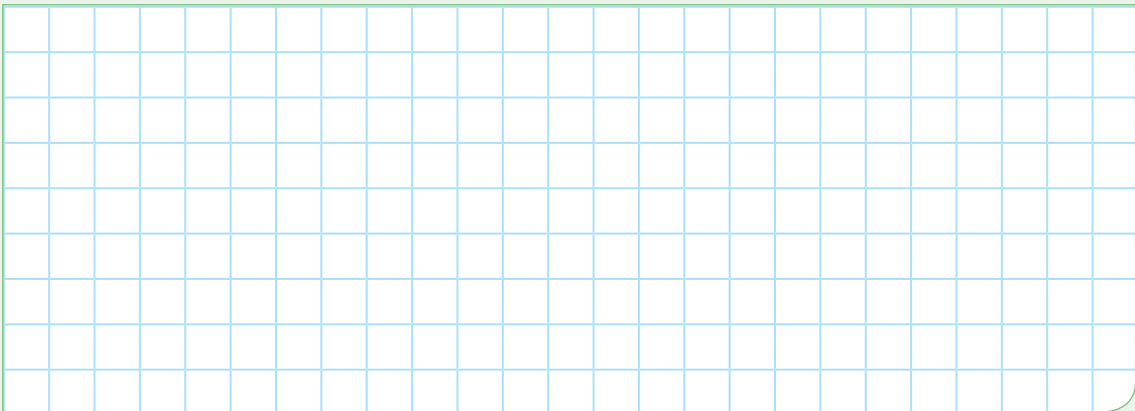
3. Si se desea cubrir con cerámicos las paredes y el piso, ¿cuántos metros cuadrados de cerámico se necesitarán?

a) 5,76 m<sup>2</sup>


b) 11,52 m<sup>2</sup>

c) 17,28 m<sup>2</sup>

d) 14,40 m<sup>2</sup>

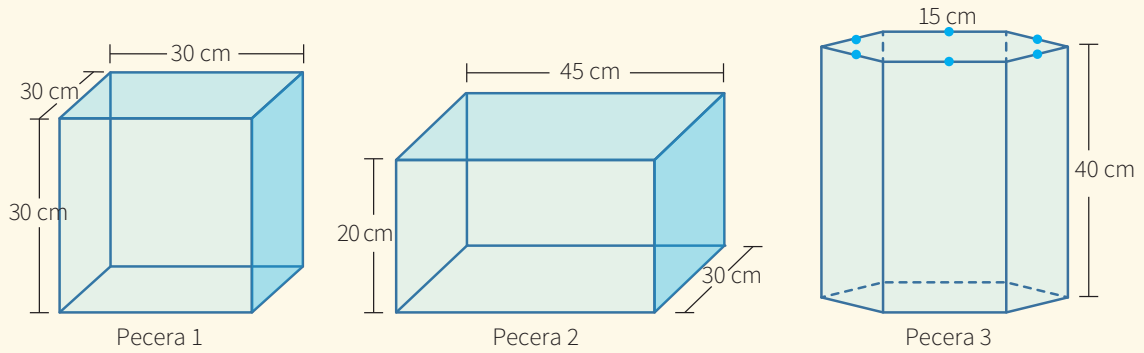


4. La terraza de una casa de campo de 5 m × 25 m tiene los desagües (sumideros) tapados como consecuencia de una prolongada sequía. Un día, llueve con una intensidad de 10 litros por metro cuadrado. ¿Cuántos litros de agua caen en la terraza? (1000 litros ≡ 1 m<sup>3</sup>)





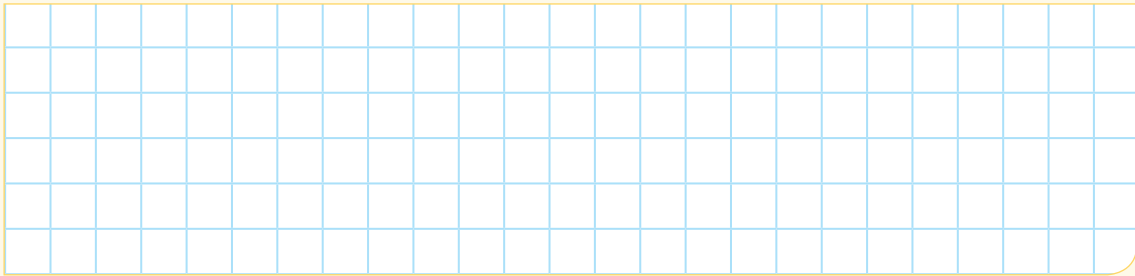
En una vidriería se fabrican estas peceras, las cuales se construyen de vidrio, excepto la base superior:



Con la información dada, responde las preguntas 5 y 6.

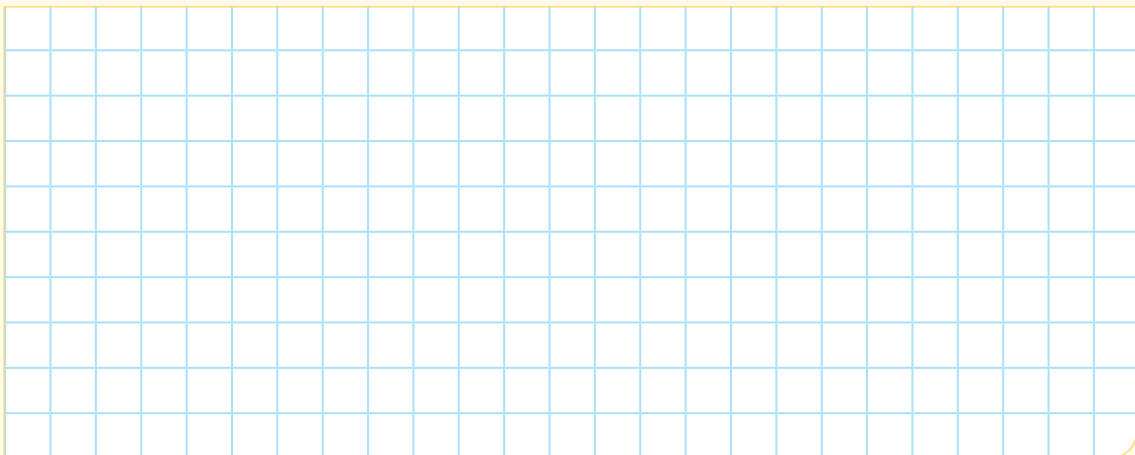
5. ¿En cuál de las peceras se empleará mayor cantidad de vidrio?

- a) Pecera 1
- b) Pecera 2
- c) Pecera 3
- d) Igual cantidad en las tres peceras

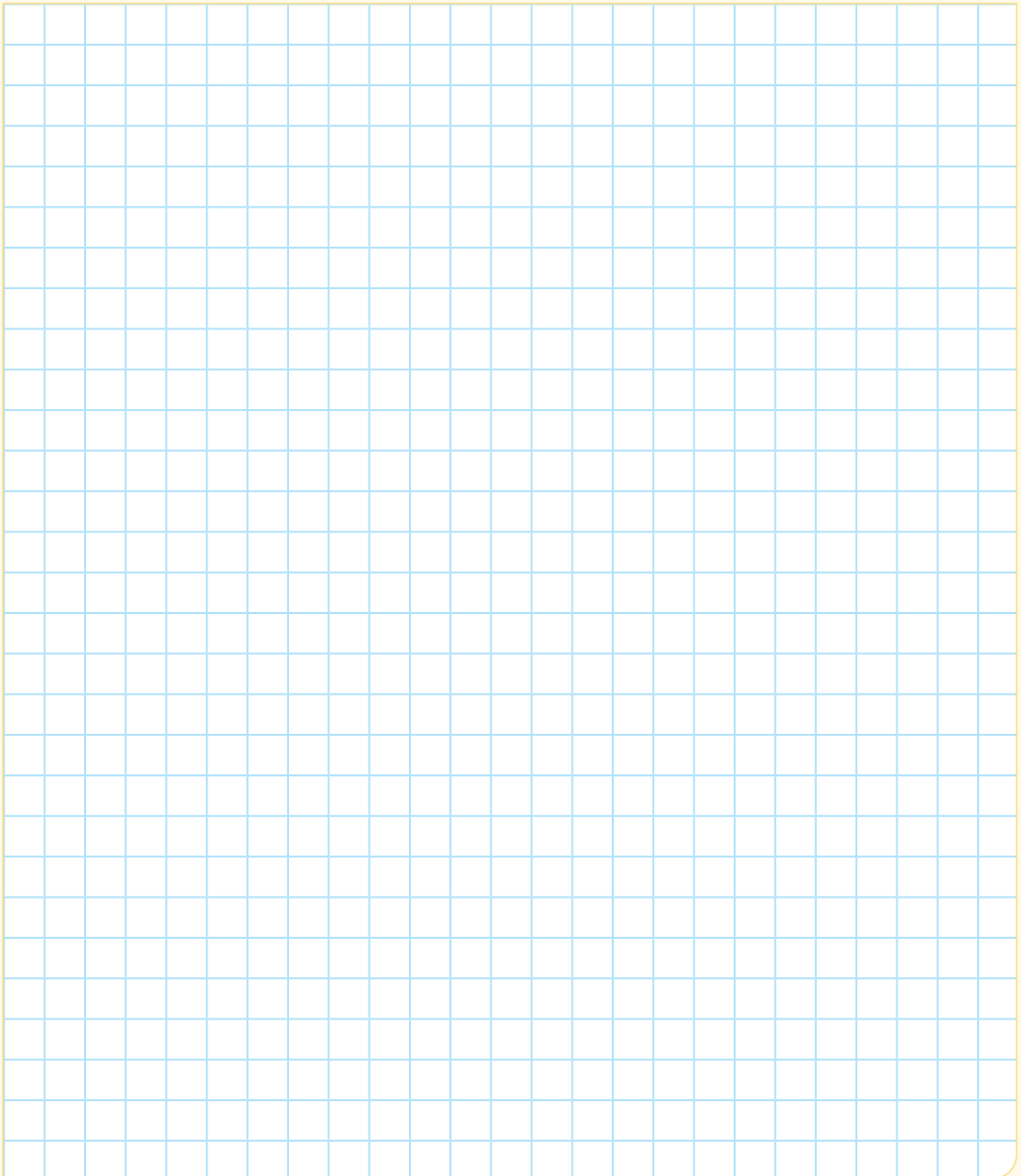


6. Si se llena totalmente con agua la pecera 1 y luego se vierte el contenido en la pecera 2, ¿cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera?

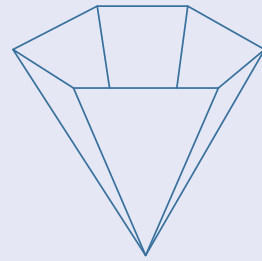
- a) El agua llegará hasta el borde de la pecera 2.
- b) El agua quedará a 3 cm del borde en la pecera 2.
- c) Sobrará una altura de 2 cm de agua en la pecera 1.
- d) Sobrará la tercera parte del agua en la pecera 1.



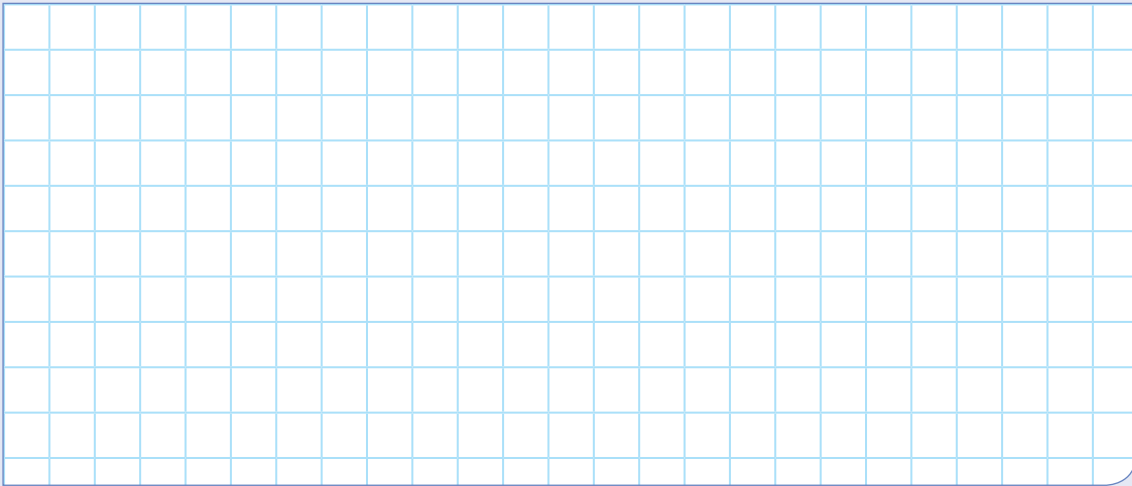
7. La gran pirámide de Keops tiene una base cuadrangular regular cuya arista mide 250 m y su altura, 160 m. Calcula el volumen de dicha pirámide.



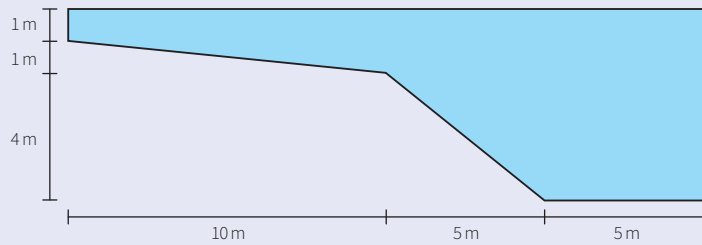
8. Un recipiente con forma de pirámide regular tiene la parte superior abierta, la cual es un hexágono regular de 10 cm de arista. La altura de dicho recipiente es de 30 cm. Si se van a pintar 1000 de estos recipientes por dentro y por fuera con una pintura que cubre  $45 \text{ m}^2$  por galón, ¿cuántos galones se requieren en total?



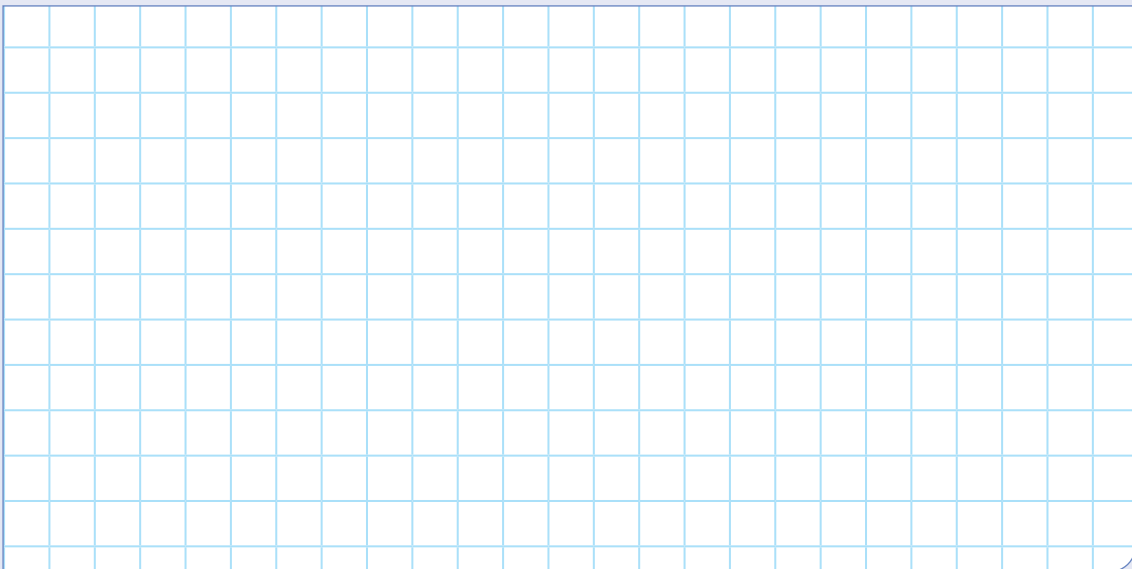
- a) Tres galones
- b) Cuatro galones
- c) Cinco galones
- d) Seis galones



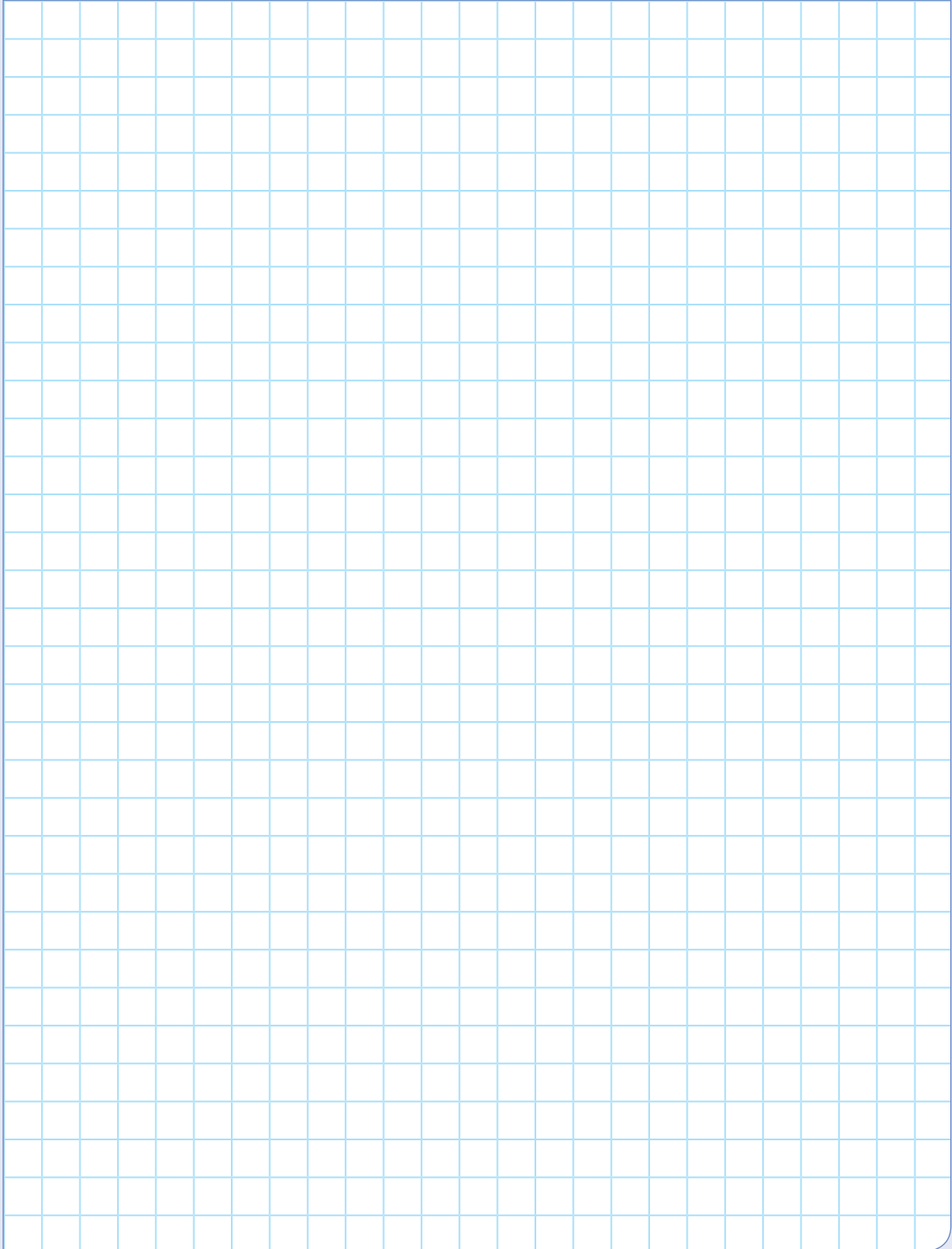
9. Una piscina de 10 m de ancho tiene la sección longitudinal que se muestra en la figura. Calcula la cantidad de agua necesaria para llenarla completamente.



- a)  $500 \text{ m}^3$
- b)  $650 \text{ m}^3$
- c)  $550 \text{ m}^3$
- d)  $600 \text{ m}^3$



- 10 Encuentra la relación entre el volumen de una pirámide cuadrangular y un hexaedro regular, si se sabe que dicha pirámide se encuentra inscrita en el hexaedro regular cuya base coincide con la base de la pirámide; además, el vértice de esta coincide con el centro de la base superior del hexaedro regular.





## Aplicamos nuestros aprendizajes

**Propósito:** Representamos las características de la muestra de una población mediante el estudio de variables cuantitativas con medidas de tendencia central como la media, la mediana y la moda. También seleccionamos, empleamos y adaptamos procedimientos para determinar la media de datos continuos.

### Las medidas estadísticas para tomar decisiones

Todos los días, de lunes a viernes, Felipe sale de casa y va caminando a su institución educativa, que se encuentra a 5 km de distancia. La profesora, quien se encuentra preocupada por la tardanza e inasistencia de algunos estudiantes, le pide que registre en una hoja a qué hora sale de casa y a qué hora llega a la institución. Felipe lo hace así:



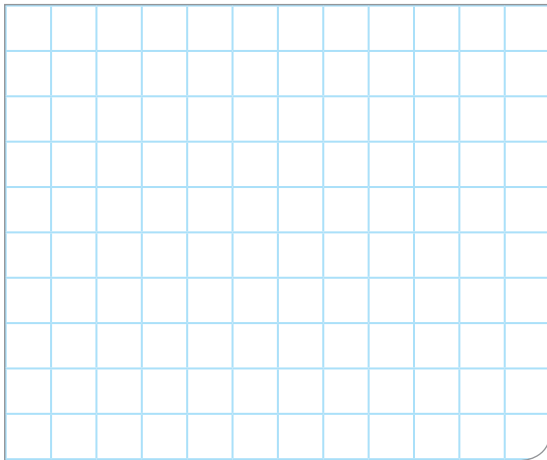
Hora	Lunes	Martes	Miércoles	Jueves	Viernes
Salida	5:20	5:10	6:20	5:30	5:25
Llegada	7:35	8:10	7:20	7:40	7:35

Frente al pedido, Felipe nota que el martes se encontró en el camino con Marco y se detuvieron a lanzar piedras al río, y que el miércoles Alicia lo trajo en su bicicleta. Según la información brindada:

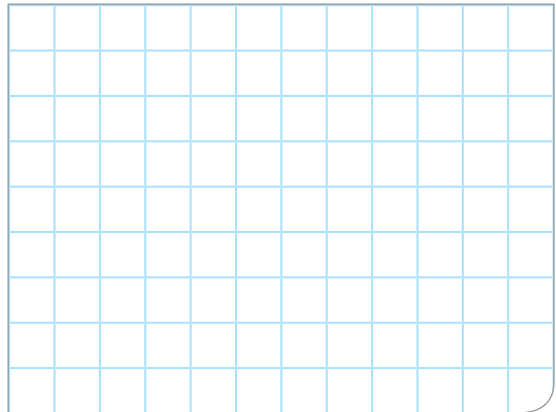
1. ¿Cuál sería el valor más representativo? ¿Por qué?
2. ¿Qué medida o medidas de tendencia central permitirían tomar una decisión para mejorar la puntualidad de Felipe?

## Comprendemos el problema

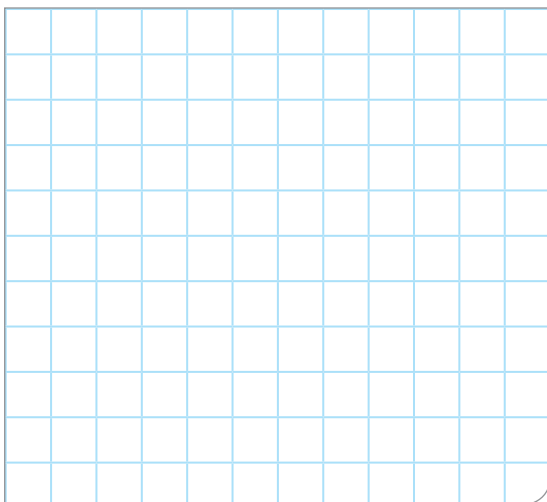
1. ¿De qué trata la situación significativa?



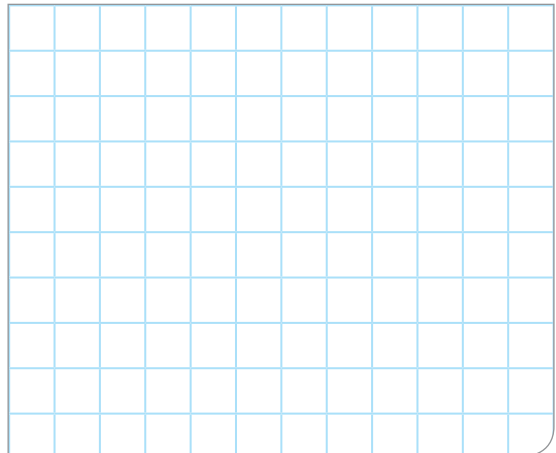
3. ¿Cuáles son consideradas como medidas de tendencia central?



2. ¿Cuáles son los datos que se presentan?

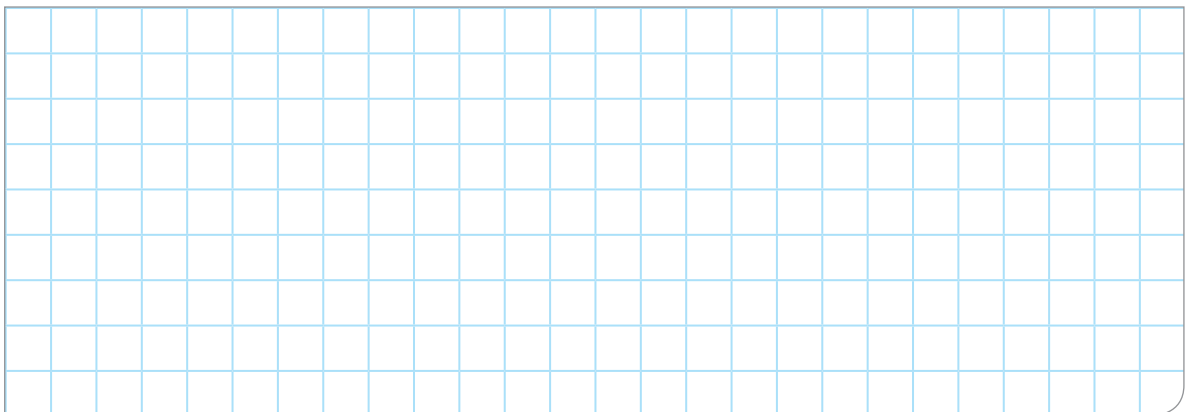


4. ¿Consideras importante determinar el tiempo que demora Felipe en llegar a la institución educativa? Explica por qué.



## Diseñamos o seleccionamos una estrategia o plan

1. Describe el procedimiento que realizarías para responder a las preguntas de la situación significativa.







## Comprobamos nuestros aprendizajes

**Propósito:** Interpretamos tablas y gráficos, así como diversos textos que contengan valores sobre las medidas de tendencia central y de posición. Asimismo, justificamos las afirmaciones sobre la característica o la tendencia de una población estudiada, con ejemplos y con nuestros conocimientos estadísticos.

### Situación significativa A

Los estudiantes del cuarto grado realizan una encuesta en su institución educativa para conocer la edad de los docentes. Los datos obtenidos se organizan en la siguiente tabla:

Edad $[L_i; L_s[$	$f_i$
[30; 35[	8
[35; 40[	10
[40; 45[	18
[45; 50[	12
[50; 55[	8
[55; 60[	3
[60; 65]	1
Total	60

- Calcula e interpreta la mediana.
- Si los docentes que se encuentran por encima del cuartil tres deben pasar una atención médica preventiva, ¿a partir de qué edad pasarán dicha atención?

### Resolución

Para calcular la mediana y el cuartil tres, completamos la tabla considerando las columnas de la clase ( $X_i$ ) y de la frecuencia absoluta acumulada ( $F_i$ ).

$[L_i; L_s[$	$X_i$	$f_i$	$F_i$
[30; 35[	32,5	8	8
[35; 40[	37,5	10	18
[40; 45[	42,5	18	36
[45; 50[	47,5	12	48
[50; 55[	52,5	8	56
[55; 60[	57,5	3	59
[60; 65]	62,5	1	60
Total		60	



a. Calculamos la mediana.

- La mediana (Me) es el punto que divide la distribución de los datos en dos partes iguales. Por debajo de la mediana estará el 50 % del número de casos y por encima estará el otro 50 %. Para datos agrupados, se calcula aplicando la siguiente fórmula:

$$Me = L_i + \left( \frac{\frac{n}{2} - F_{i-1}}{f_i} \right) \cdot A$$

Donde:

$L_i$ : límite inferior del intervalo de la clase mediana

$F_{i-1}$ : frecuencia absoluta acumulada del intervalo anterior al intervalo de la clase mediana

$f_i$ : frecuencia absoluta del intervalo de la clase mediana

$A$ : amplitud del intervalo de la clase mediana

$n$ : número de datos

Identificamos el intervalo de la mediana. Corresponde a la primera frecuencia absoluta acumulada ( $F_j$ ) que contenga el valor de  $\frac{n}{2}$

$$\frac{n}{2} = \frac{60}{2} = 30$$

- Observamos la columna de la frecuencia absoluta acumulada ( $F_j$ ) para identificar el intervalo donde se encuentra la mediana. (Ver la fila pintada de verde). El intervalo será: **40; 45**

$$Me = 40 + \left( \frac{\frac{60}{2} - 18}{18} \right) \cdot 5 = 40 + \left( \frac{12}{18} \right) \cdot 5$$

$$= 43,33$$

- Interpretación:** La edad del 50 % de docentes es, como máximo, de 43,33 años, y el 50 % restante tiene una edad mayor que 43,33 años.

b. Para calcular a partir de cuántos años los docentes pasarán la atención médica, calculamos el cuartil tres ( $Q_3$ )

- El cuartil ( $Q$ ) divide a la distribución en 4 partes iguales, cada una de las cuales engloba el 25 % de las observaciones.
- Identificamos el intervalo del cuartil tres. Corresponde a la primera frecuencia absoluta acumulada ( $F_j$ ) que contenga el valor de  $\frac{j \cdot n}{N}$

Donde:

$j$ : 1; 2; 3

$n$ : número de datos

$N$ : número de partes en el que divide a la distribución

Entonces,  $\frac{j \cdot n}{N} = \frac{3 \cdot 60}{4} = 45$

- Observamos la columna de la frecuencia absoluta acumulada ( $F_j$ ) para identificar el intervalo donde se encuentra el cuartil 3. El intervalo será: **45; 50**, en la fila pintada de amarillo.

- Para calcular el cuartil 3, aplicamos la fórmula del cuartil ( $C_j$ )

$$C_j = L_i + \left( \frac{\frac{j \cdot n}{N} - F_{i-1}}{f_i} \right) \cdot A$$

$$Q_3 = 45 + \left( \frac{\frac{3 \cdot 60}{4} - 36}{12} \right) \cdot 5 = 45 + 3,75 = 48,75$$

- Interpretación:** La edad del 75 % de docentes es, como máximo, de 48,75 años, y el 25 % restante tiene una edad mayor a 48,75 años, lo cual quiere decir que los docentes que tienen más de 48,75 años (que equivale a 48 años con 9 meses) son los que deben pasar la atención médica de prevención.

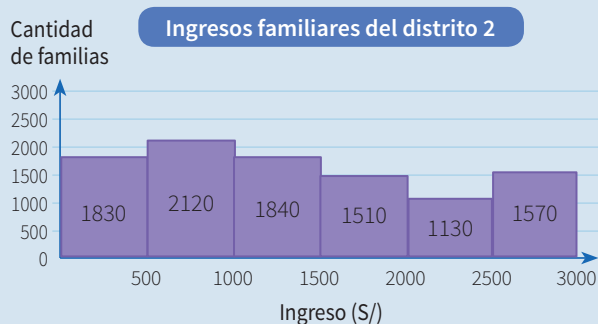
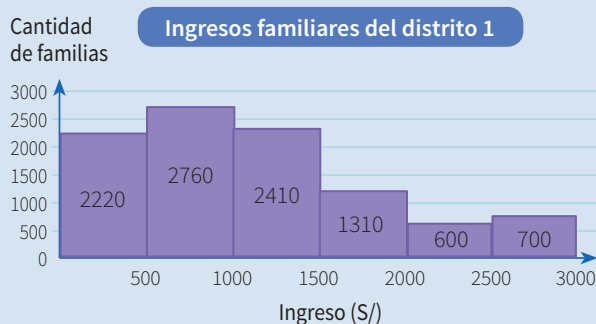
- Describe el procedimiento realizado para determinar la mediana de las edades de los docentes y a partir de cuántos años deben pasar por la atención médica preventiva.


- ¿El valor que se obtiene al calcular el cuartil 2 será igual al valor de la mediana? Justifica tu respuesta.


- ¿Qué porcentaje de docentes no están llamados a participar de la atención médica preventiva? Justifica tu respuesta.


## Situación significativa B

Una encuesta realizada en dos distritos para conocer el ingreso familiar se muestra mediante los siguientes gráficos:



- Si una entidad financiera decide otorgar créditos a la población cuyo promedio de ingreso familiar está por encima de los S/1300, ¿cuál de los distritos tiene la posibilidad de recibir dicho beneficio?
- ¿Cuál es el valor modal? Interpretalo.

## Resolución

Elaboramos la tabla de frecuencias. Encontraremos la marca de clase ( $X_i$ ) para cada intervalo.

- Para el distrito 1

Ingreso (S/) [L <sub>i</sub> ; L <sub>s</sub> [	X <sub>i</sub>	f <sub>i</sub>
[0; 500[	250	2220
[500; 1000[	750	2760
[1000; 1500[	1250	2410
[1500; 2000[	1750	1310
[2000; 2500[	2250	600
[2500; 3000]	2750	700
<b>Total</b>		10 000

- Para el distrito 2

Ingreso (S/) [L <sub>i</sub> ; L <sub>s</sub> [	X <sub>i</sub>	f <sub>i</sub>
[0; 500[	250	1830
[500; 1000[	750	2120
[1000; 1500[	1250	1840
[1500; 2000[	1750	1510
[2000; 2500[	2250	1130
[2500; 3000]	2750	1570
<b>Total</b>		10 000

- Para saber qué distrito podrá recibir el beneficio del crédito, calculamos la media de cada uno de los distritos, aplicando la fórmula de la media para datos agrupados.

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n f_i \cdot x_i}{n}$$

- Para el distrito 1

$$\bar{x} = \frac{2220 \times 250 + 2760 \times 750 + 2410 \times 1250 + 1310 \times 1750 + 600 \times 2250 + 700 \times 2750}{10\,000} = \frac{11\,205\,000}{10\,000} = 1120,5$$

- Para el distrito 2

$$\bar{x} = \frac{1830 \times 250 + 2120 \times 750 + 1840 \times 1250 + 1510 \times 1750 + 1130 \times 2250 + 1570 \times 2750}{10\,000} = \frac{13\,850\,000}{10\,000} = 1385$$

## Respuesta:

El distrito que tiene la posibilidad de obtener el beneficio del crédito es el distrito 2, porque la media supera los S/1300.

**b.** Calculamos la moda.

- La moda ( $M_o$ ) de un conjunto de datos es el valor más repetido. Cuando los datos son agrupados, se utiliza la siguiente fórmula:

$$M_o = L_i + \left( \frac{d_1}{d_1 + d_2} \right) \cdot A$$

Donde:

$$d_1: f_{M_o} - f_{M_o-1}$$

$$d_2: f_{M_o} - f_{M_o+1}$$

Además:

$L_i$ : límite inferior del intervalo modal

$f_{M_o}$ : frecuencia absoluta del intervalo modal

$f_{M_o-1}$ : frecuencia absoluta anterior al intervalo modal

$f_{M_o+1}$ : frecuencia absoluta posterior al intervalo modal

$A$ : amplitud del intervalo modal

- Ubicamos el intervalo modal, que es aquel que tiene la mayor frecuencia absoluta.
  - Para el distrito 1, el intervalo modal está ubicado en el  $I_2$  (intervalo pintado de color verde):

$$M_o = 500 + \left( \frac{2760 - 2220}{(2760 - 2220) + (2760 - 2410)} \right) \cdot 500$$

$$M_o = 500 + \left( \frac{540}{540 + 350} \right) \cdot 500 = 500 + 303,37 \approx 803,37$$

- Para el distrito 2, el intervalo modal está ubicado en el  $I_2$  (intervalo pintado de color verde):

$$M_o = 500 + \left( \frac{2120 - 1830}{(2120 - 1830) + (2120 - 1840)} \right) \cdot 500$$

$$M_o = 500 + \left( \frac{290}{290 + 280} \right) \cdot 500 = 500 + 254,39 \approx 754,39$$

**Respuesta:** Por lo tanto, en el distrito 1 la moda del ingreso es de S/803,37 y en el distrito 2 la moda es de S/754,39.

- 1.** Calcula e interpreta la mediana del ingreso familiar de cada distrito.

- 2.** ¿Qué porcentaje de familias tiene ingresos iguales o superiores a 2000 soles?

### Situación significativa C

En un restaurante, debido al reclamo de los comensales por la demora en la atención y para mejorar el servicio, se decide tomar nota del tiempo que se emplea en atender un pedido. En la tabla de distribución de frecuencias de la derecha, se muestran los datos organizados.

¿Cuál de las medidas de tendencia central es la más adecuada para representar el tiempo que demoran en atender un pedido en dicho restaurante y cuál es su valor?

Tiempo [L <sub>i</sub> ; L <sub>s</sub> [	X <sub>i</sub>	f <sub>i</sub>	F <sub>i</sub>
[0; 5[	2,5	6	6
[5; 10[	7,5	12	18
[10; 15[	12,5	15	33
[15; 20[	17,5	26	59
[20; 25[	22,5	8	67
[25; 30]	27,5	3	70
Total		70	

### Aprendemos a partir del error

#### Resolución

Calculamos las medidas de tendencia central.

- Media

Puesto que conocemos los tiempos medios (marcas) de cada clase, que son seis, entonces:

$$\bar{x} = \frac{2,5 + 7,5 + 12,5 + 17,5 + 22,5 + 27,5}{6} = 15,08$$

- Mediana

Ubicamos la posición de la mediana:  $\frac{n}{2} = 35$ . Ya que este valor está en la frecuencia acumulada 59, deducimos que la clase mediana es [15 – 20[ y el punto medio o mediana sería  $\frac{15 + 20}{2} = 17,5$

- Moda

Aplicamos directamente su fórmula:  $Mo = L_i + \frac{f_i - f_{i-1}}{(f_i - f_{i-1}) + (f_i - f_{i+1})} \cdot A_i$

$$Mo = 15 + \frac{26 - 15}{(26 - 15) + (26 - 8)} \cdot (20 - 15) = 16,95 \approx 17$$

#### Respuesta:

La medida más adecuada es la media, porque tiene el menor valor.

1. El procedimiento realizado en la resolución de la situación significativa, ¿es correcto? Explica.

2. En el caso de que hubiera error, ¿cuál sería su corrección? De estar todo bien, busca otra forma de resolver el problema.



## Evaluamos nuestros aprendizajes

**Propósito:** Representamos las características de la muestra de una población mediante el estudio de variables cuantitativas con medidas de tendencia central como la media, la mediana y la moda. También seleccionamos, empleamos y adaptamos procedimientos para determinar la media de datos continuos. Interpretamos tablas y gráficos, así como diversos textos que contengan valores sobre las medidas de tendencia central y de posición. Asimismo, justificamos las afirmaciones acerca de la característica o la tendencia de una población estudiada, con ejemplos y con nuestros conocimientos estadísticos.

### Campaña de recolección de botellas

La sección del cuarto “A” de la Institución Educativa Saber participó en una campaña de recolección de botellas de plástico con los siguientes resultados:

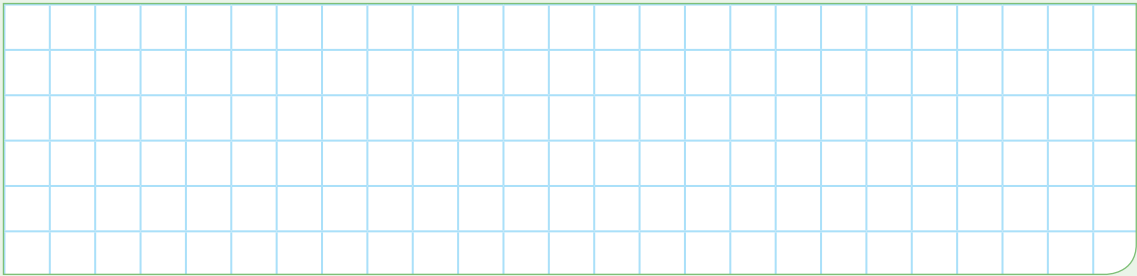
Estudiante	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Cantidad de botellas (kg)	8,1	5,2	6,7	1,5	7,3	6,2	6,7	6,7	8	6,2	6,8	3,2

Con la información dada, responde las preguntas 1; 2; 3 y 4.

1. La media de la cantidad de botellas recolectada por el cuarto “A” es 6,05 kg. Esto quiere decir que:
  - a) La mayoría de los estudiantes de esta sección recolectó 6,05 kg de botellas.
  - b) Es como si todos los estudiantes de esta sección hubiesen recolectado 6,05 kg de botellas.
  - c) Es la cantidad de botellas que recolectó el estudiante ubicado en la posición central, luego de ordenarlas por cantidad de botellas recolectadas.
  - d) Es lo que le falta recolectar al estudiante de la sección que recolectó la menor cantidad de botellas.

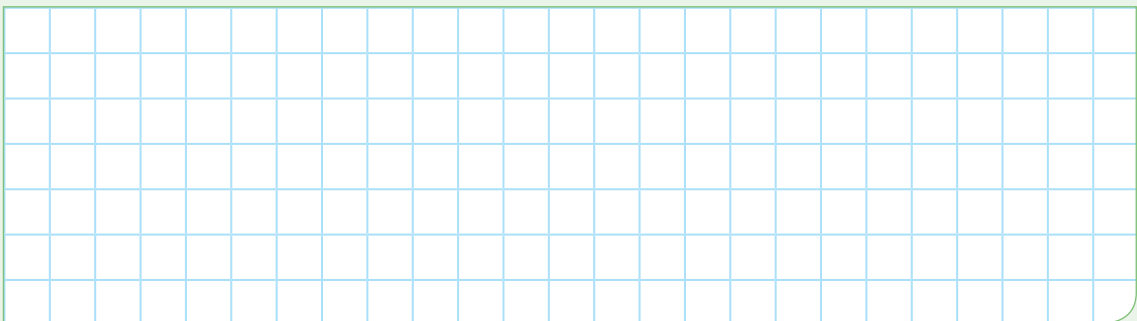
2. La mediana de las botellas recolectadas por el cuarto "A" es 6,7 kg. Esto quiere decir que:

- a) La mayoría de los estudiantes de esta sección recolectó 6,7 kg de botellas.
- b) Es como si todos los estudiantes de esta sección hubiesen recolectado 6,7 kg de botellas.
- c) Es la cantidad de botellas que recolectó el estudiante ubicado en la posición central, luego de ordenarlas por cantidad de botellas recolectadas.
- d) Es lo que le falta recolectar al estudiante de la sección que recolectó la menor cantidad de botellas.

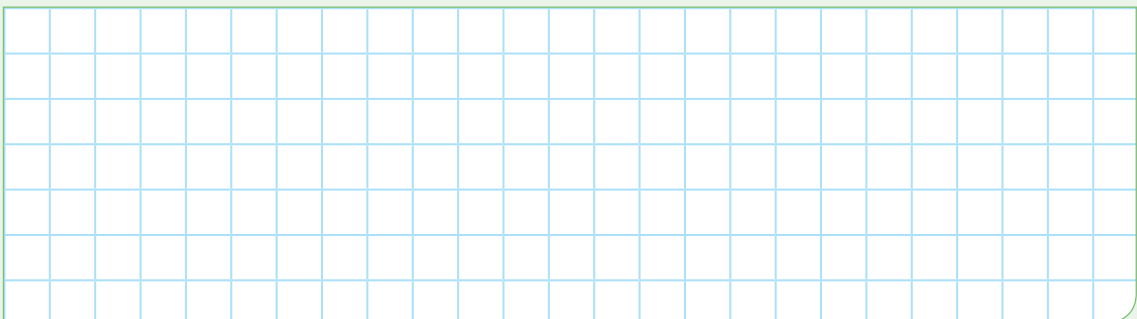


3. La moda de la cantidad de botellas recolectadas por los estudiantes de cuarto "A" es 6,7 kg. Esto quiere decir que:

- a) La mayoría de los estudiantes de esta sección recolectó 6,7 kg de botellas.
- b) Es como si todos los estudiantes de esta sección hubiesen recolectado 6,70 kg de botellas.
- c) Es la cantidad de botellas que recolectó el estudiante ubicado en la posición central, luego de ordenarlas por cantidad de botellas recolectadas.
- d) Es lo que le falta recolectar al estudiante de la sección que recolectó la menor cantidad de botellas.



4. ¿Cuál es la medida de tendencia central más apropiada para representar el conjunto de datos sobre la campaña de recolección de botellas?



## Calificaciones

Las calificaciones de los estudiantes de quinto "A" y quinto "B" en Matemática son las siguientes:

5.° A	5.° B
13; 15; 14; 16; 18; 12; 11; 09; 10; 15; 12; 18; 13; 12; 08; 15; 09; 17; 14; 16	19; 20; 12; 16; 14; 13; 10; 18; 18; 19; 17; 15; 14; 16; 10; 19; 20; 18; 15; 09.

Con la información dada, responde las preguntas 5; 6 y 7.

5. ¿Cuál es el puntaje que supera a la calificación de por lo menos la mitad de los estudiantes de cada sección?

- a) A: 13; B: 15      b) A: 14; B: 13      c) A: 14; B: 17      d) A: 13; B: 14

6. ¿Cuál presenta mejor promedio de calificaciones en cada sección? ¿Cuál es la calificación más frecuente, considerando a todos los estudiantes del quinto grado?

- a) 5.° A; 14 y 15      b) 5.° B; 15 y 18      c) 5.° A; 12 y 18      d) 5.° B; 12 y 14

7. Calcula e interpreta las medidas de dispersión, rango, varianza y desviación estándar de cada sección.

A large grid of graph paper with 20 columns and 30 rows, intended for calculations and interpretation of statistical measures.



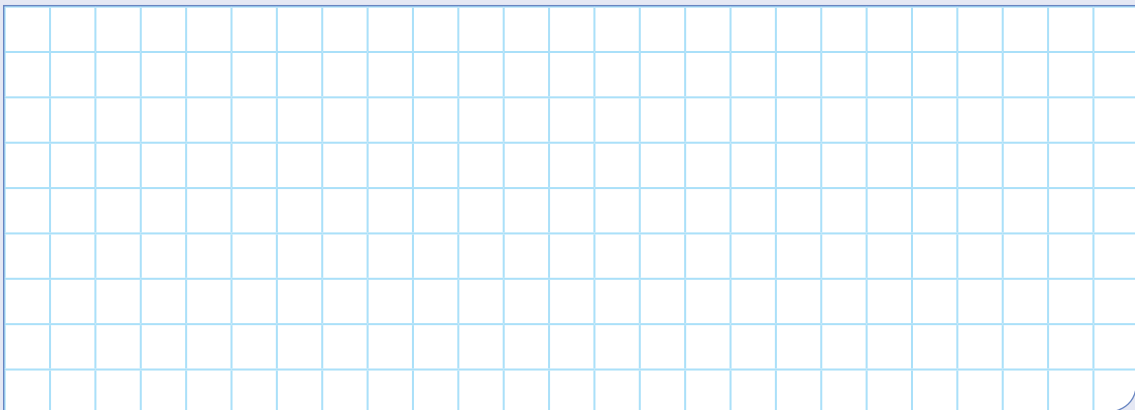
## Matrimonios

En un municipio, se registraron durante un año 1380 matrimonios. Las edades de los contrayentes se organizaron en esta tabla:

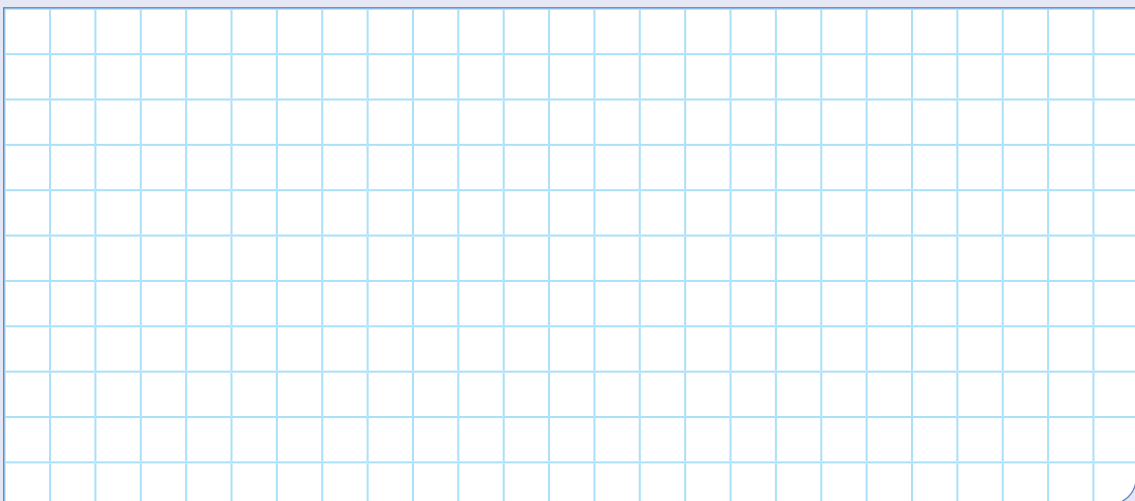
Edad	[15; 20[	[20; 25[	[25; 30[	[30; 35[	[35; 40[	[40; 45[	[45; 50[	[50; 55[	[55; 60]	TOTAL
Hombre	180	300	280	250	220	80	40	20	10	1380
Mujer	180	250	320	220	180	110	60	40	20	1380

Con la información dada, responde las preguntas 8; 9 y 10.

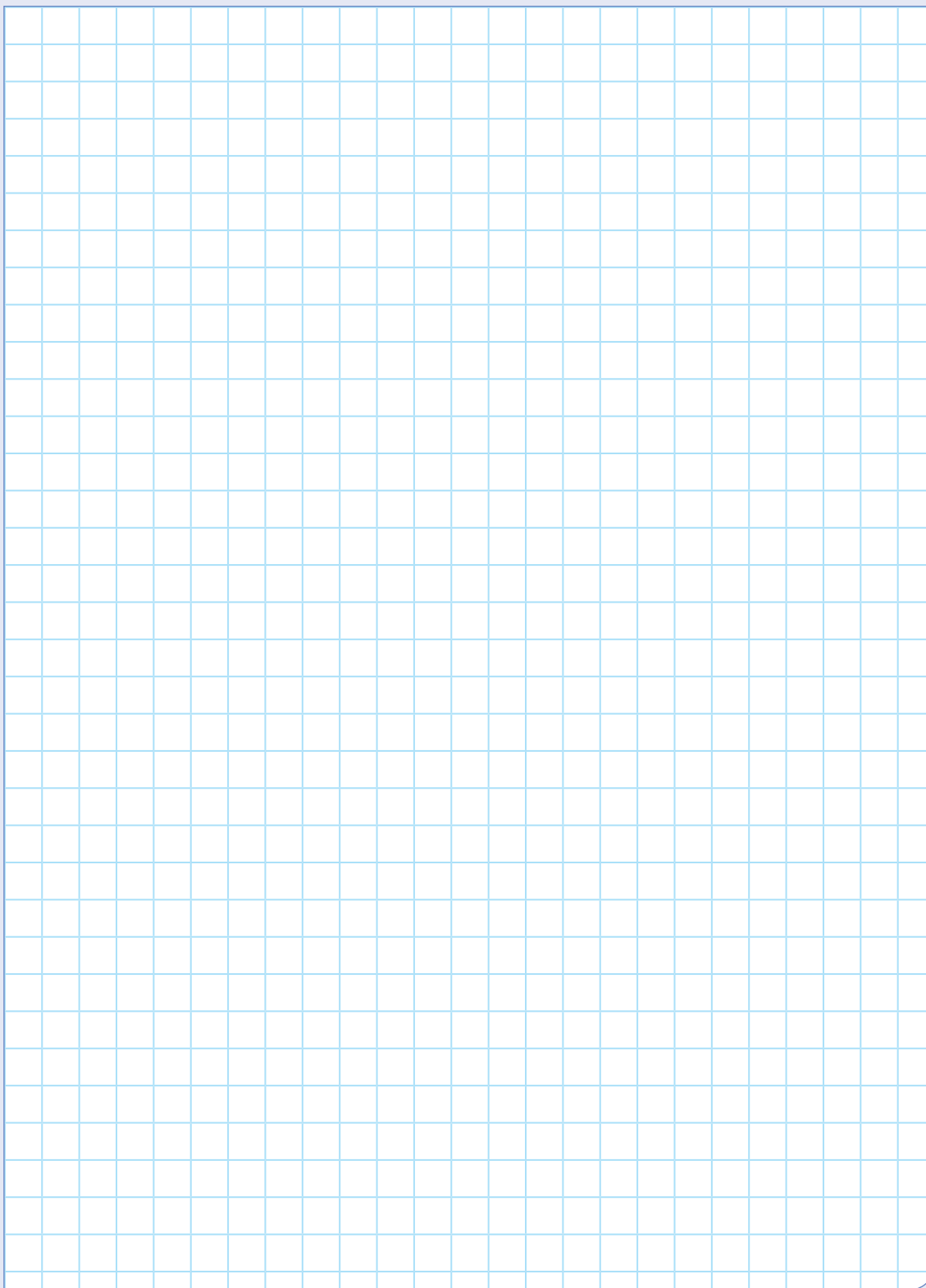
8. El alcalde quiere conocer el promedio de edades de las mujeres y hombres contrayentes para su informe final de cierre de año.
- a) 29,6 años y 28,3 años, respectivamente.                      c) 30,5 y 30,6 años, respectivamente.
- b) 28,3 años y 29,6 años, respectivamente.                      d) 30,6 años y 29,6 años, respectivamente.



9. Un regidor solicitó que calculasen la edad máxima del 50% de hombres y del 50% de mujeres respectivamente.
- a) 24,75 años y 27,86 años, respectivamente.                      c) 29,25 años y 31,25 años, respectivamente.
- b) 28,75 años y 29,06 años, respectivamente.                      d) 27,85 y 29,06 años, respectivamente.



- 10 Si los hombres cuya edad se encuentra por encima del cuartil tres serán exonerados del pago por acuerdo de alcaldía, ¿a partir de qué edad no realizarán el pago por derecho de matrimonio? Justifica tu respuesta.





## Aplicamos nuestros aprendizajes

**Propósito:** Establecemos relaciones entre datos, valores desconocidos entre magnitudes y las transformamos a expresiones algebraicas o gráficas que incluyen funciones cuadráticas ( $f(x) = ax^2 + bx + c$ ,  $\forall a \neq 0$  y  $a \notin \mathbb{Q}$ ). Asimismo, combinamos y empleamos estrategias heurísticas, recursos, métodos gráficos, procedimientos y propiedades algebraicas para simplificar expresiones algebraicas y solucionar funciones cuadráticas.

### Entradas al teatro

En una institución educativa se va a realizar una función de teatro. Su auditorio tiene una capacidad para 500 asistentes y se fija el precio de la entrada en  $S/10$ . Sin embargo, debido a gastos adicionales, se ven en la necesidad de incrementar el precio, sabiendo que, por cada  $S/1$  de incremento, desistirán 10 personas de asistir a dicha función. Entonces:



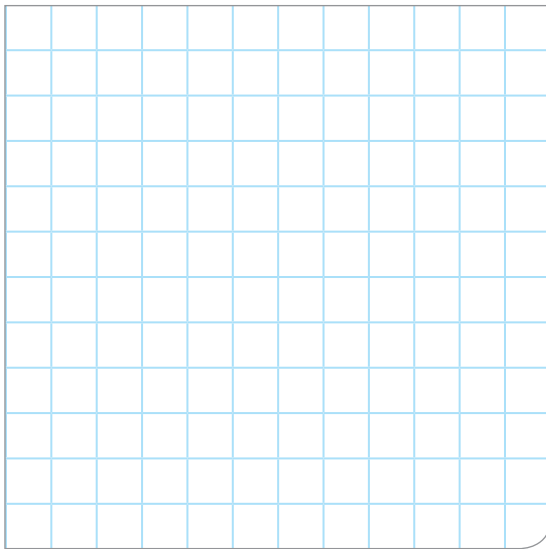
1. ¿Cuál es el mayor ingreso posible?
2. ¿Cuánto es el máximo incremento que se puede hacer, de modo tal que se obtenga el mayor ingreso posible?

## Comprendemos el problema


1. ¿Cuánto es la capacidad del auditorio?



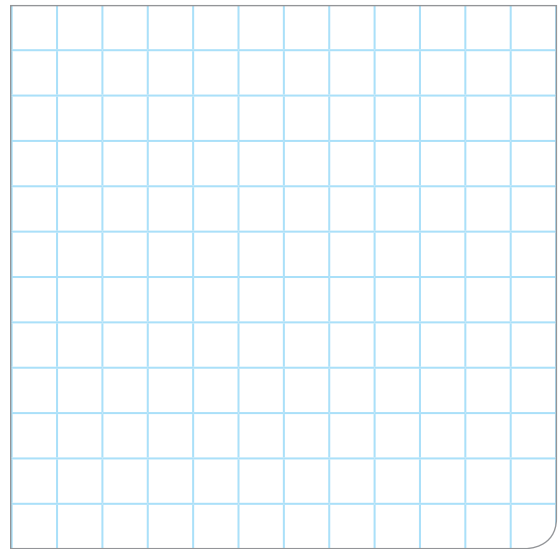
2. ¿Qué datos se presentan en la situación significativa?



3. ¿En cuánto se incrementa el precio de la entrada al teatro?

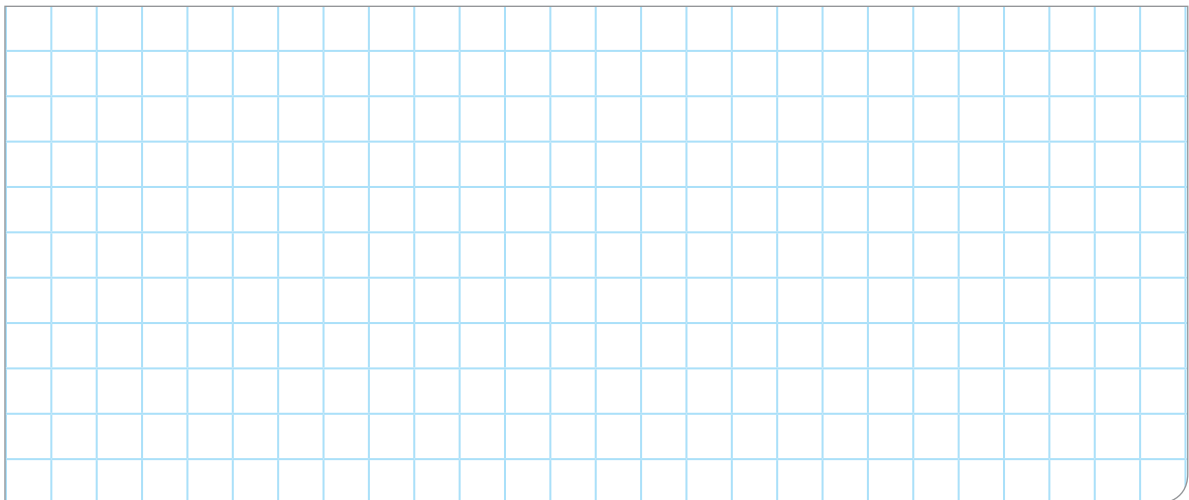


4. ¿A qué se debe que las personas desistan de asistir a la función del teatro?



## Diseñamos o seleccionamos una estrategia o plan

1. Describe el procedimiento que realizarías para dar respuesta a las preguntas de la situación significativa.



## Ejecutamos la estrategia o plan

1. Expresa mediante una operación matemática el ingreso (en soles) por los 500 asistentes al teatro.

2. Expresa mediante una operación matemática el enunciado "que por cada 1 sol desisten 10 personas".

3. ¿Cómo expresarías el precio del ingreso con incremento de 1 sol?

4. Completa la tabla para resolver las preguntas 1 y 2 de la situación significativa.

Precio unitario	Asistentes	Ingreso $I(x)$
10	500	$10 \times 500$
$10 + 1$	$500 - 10(1)$	$(10 + 1) (500 - 10(1))$
$10 + 2$	$500 - 10(2)$	$(10 + 2) (500 - 10(2))$
$10 + x$		

$x$ : incremento al precio de la entrada (S/)

$I(x)$ : ingreso (S/)

5. Expresa matemáticamente el ingreso en función del incremento del precio de la entrada.

6. Responde cada una de las preguntas de la situación significativa.

## Reflexionamos sobre el desarrollo

1. ¿Podrías haber resuelto la situación significativa de otra manera, que también te hubiera permitido responder la primera y segunda pregunta? Justifica tu respuesta.

2. Realiza el gráfico de la expresión matemática que representa al ingreso y al precio de entrada.



## Comprobamos nuestros aprendizajes

**Propósito:** Expresamos con diversas representaciones gráficas tabulares, simbólicas y con lenguaje algebraico la relación entre la variación de sus coeficientes y los cambios que se observan en la representación gráfica de una función cuadrática. Asimismo, justificamos con ejemplos las afirmaciones sobre relaciones de cambio que observamos entre las variables de una función cuadrática, y corregimos errores si los hubiera.

### Situación significativa A

Un horticultor cuenta con 400 m de cerca para delimitar un terreno rectangular. Si quiere aprovechar un muro ya existente para señalar uno de los lados, ¿cuál es la expresión del área del terreno rectangular?

### Resolución



- Denotemos con  $x$  e  $y$  las medidas en metros de los lados del terreno por cercar. Entonces, la longitud de la cerca que delimite los tres lados libres del terreno es  $2x + y$ , que debe ser igual a los 400 m de cerca disponible, es decir:

$$2x + y = 400$$

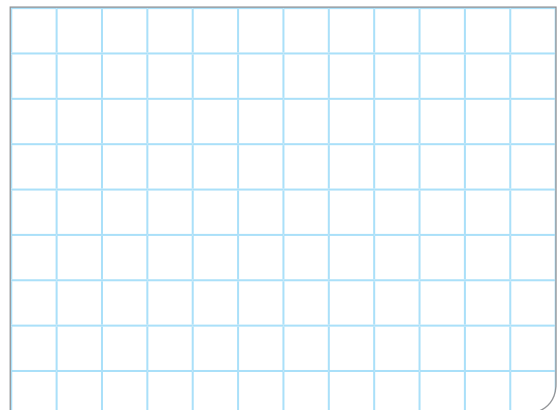
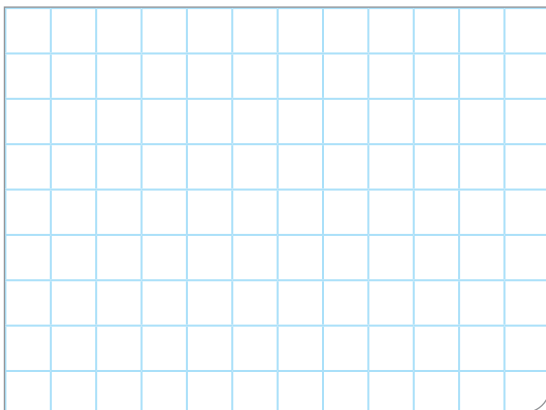
$$y = 400 - 2x$$

El área del terreno es  $A = xy$

- Sustituyendo, obtenemos:

$$A(x) = x(400 - 2x) \rightarrow A(x) = 400x - 2x^2$$

1. ¿Para qué valor de  $x$  se tiene la mayor área del terreno?
2. Representa la expresión matemática del área del terreno en un plano cartesiano.



## Situación significativa B

Desde un submarino en la superficie del mar, se dispara un proyectil dirigido a un barco cuyo punto más cercano se encuentra a 13 m de distancia del punto de partida del proyectil, el cual está al ras del agua. La trayectoria que sigue el proyectil en el aire está dada por la función:

$$y = -x^2 + 12x - 20$$

- ¿El proyectil alcanza al barco? Justifica tu respuesta.
- Si no es así, ¿a qué distancia del punto de lanzamiento el proyectil entra al agua?

## Resolución

- La expresión matemática para la trayectoria que sigue el proyectil es la siguiente:

$$y = -x^2 + 12x - 20$$

- En el momento en que el proyectil toca el agua, el valor de  $y = 0$ .
- Para determinar la distancia en que se encuentra el proyectil desde el punto de lanzamiento hasta tocar el agua, se halla el valor de  $x$  cuando  $y = 0$ .

$$y = -x^2 + 12x - 20$$

$$0 = -x^2 + 12x - 20$$

$$0 = -1(x - 2)(x - 10)$$

$$0 = (x - 2)(x - 10)$$

- Aplicando la propiedad en

$$(x - 2)(x - 10) = 0, \text{ se deduce:}$$

$$x - 2 = 0, \text{ o también } x - 10 = 0$$

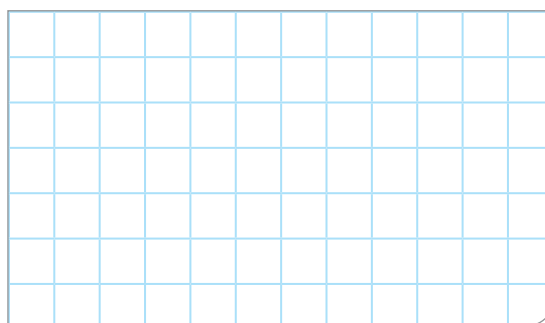
$$\text{Por lo tanto: } x = 2, \text{ o } x = 10$$

- Los valores encontrados de  $x$  nos indican las coordenadas del punto de lanzamiento del proyectil (2; 0) y del punto que representa el momento en que ingresa al agua (10; 0). La diferencia de dichos valores de  $x$  es 8 m.

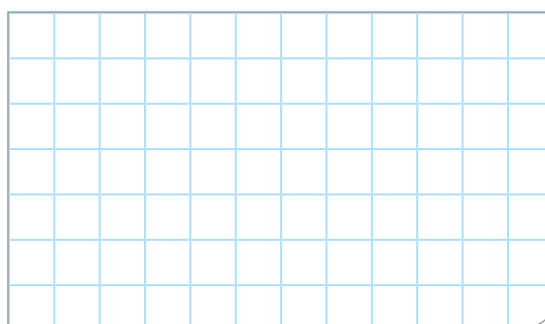
Respuestas:

- El proyectil no alcanza al barco, porque la distancia entre el punto de lanzamiento y el punto que ingresa al agua es de 8 m, y el barco se encuentra a 13 m del punto de lanzamiento.
- El proyectil ingresa al agua a una distancia de 8 m desde el punto de lanzamiento.

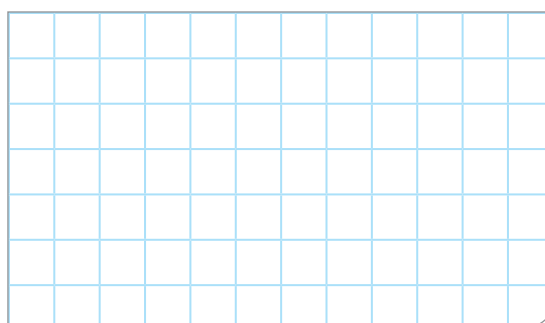
- ¿Qué significado tienen las dos soluciones o valores de  $x$ ?



- ¿Cuánto valen los coeficientes en la ecuación  $y = -x^2 + 12x - 20$ ?



- Grafica en el plano cartesiano la expresión matemática que representa la trayectoria del proyectil.



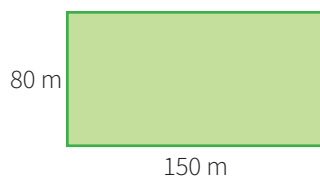
### Situación significativa C

Se tiene un terreno de forma rectangular de 150 m por 80 m. Con motivo de realizar obras públicas, la Municipalidad de Pisco debe recortar en  $x$  m el lado más largo e incrementar en  $x$  m el lado más corto. Expresa mediante un modelo el área del nuevo terreno.

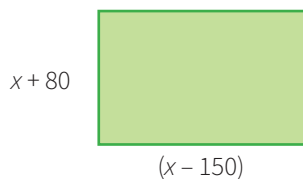
### Aprendemos a partir del error

#### Resolución

- Sea el terreno rectangular original:



- El nuevo terreno tendrá las longitudes de acuerdo con la condición:



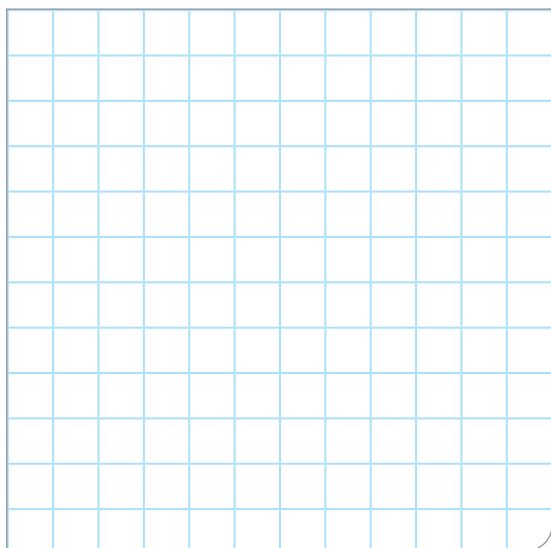
- Luego, el área del nuevo terreno será:

$$A(x) = 2(x - 150) + 2(x + 80)$$

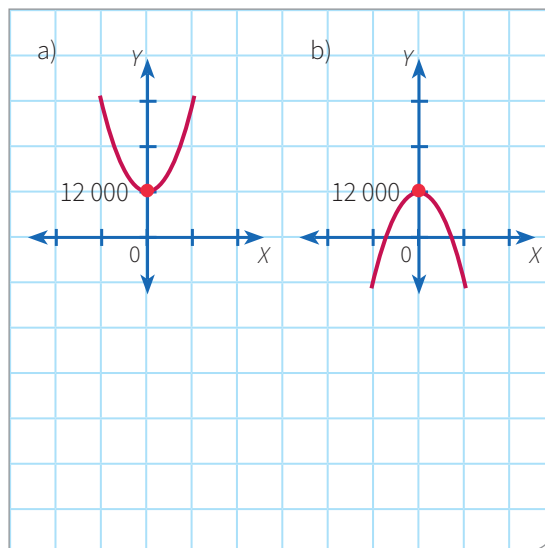
$$A(x) = 2x - 300 + 2x + 160$$

$$A(x) = 4x - 140$$

1. En el caso de que hubiera un error, ¿cuál sería su corrección?



2. ¿Cuál de los gráficos representa la ecuación del área del nuevo terreno?



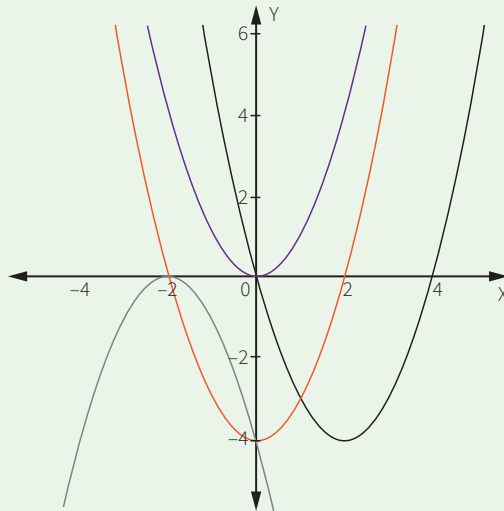




## Evaluamos nuestros aprendizajes

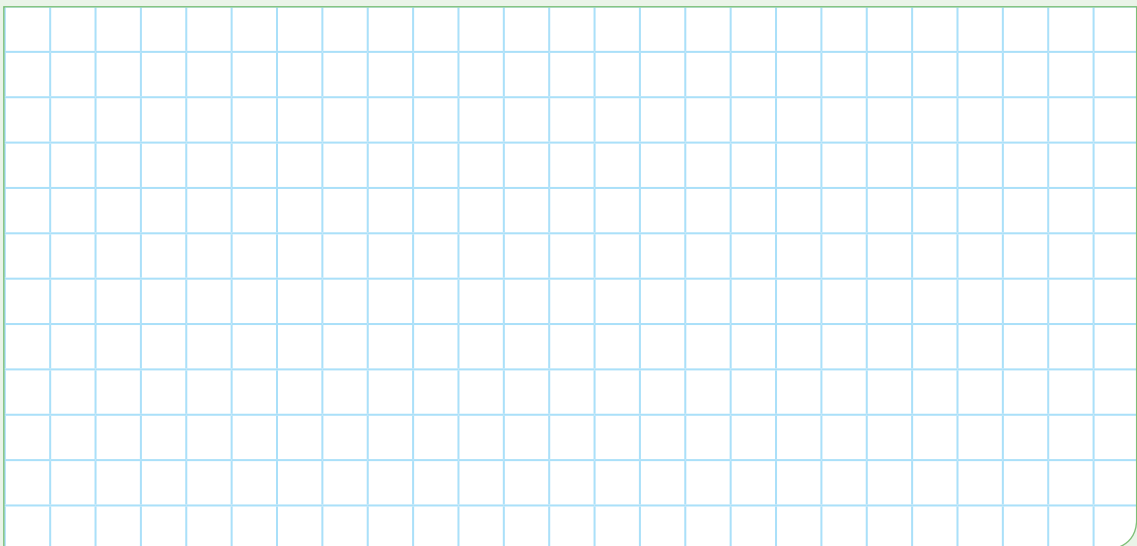
**Propósito:** Establecemos relaciones entre datos, valores desconocidos entre magnitudes y las transformamos a expresiones algebraicas o gráficas que incluyen funciones cuadráticas ( $f(x) = ax^2 + bx + c$ ,  $\forall a \neq 0$  y  $a \notin \mathbb{Q}$ ). Así también, combinamos y empleamos estrategias heurísticas, recursos, métodos gráficos, procedimientos y propiedades algebraicas para simplificar expresiones algebraicas y solucionar funciones cuadráticas, y expresamos con diversas representaciones gráficas tabulares, simbólicas y con lenguaje algebraico la relación entre la variación de sus coeficientes y los cambios que se observan en la representación gráfica de una función cuadrática. Asimismo, justificamos con ejemplos las afirmaciones sobre relaciones de cambio que observamos entre las variables de una función cuadrática y corregimos errores si los hubiera.

1. Observa la gráfica.



¿Cuál de las siguientes funciones no está graficada?

- a)  $f(x) = x^2$
- b)  $f(x) = x^2 - 4$
- c)  $f(x) = x^2 - 4x$
- d)  $f(x) = -x^2$



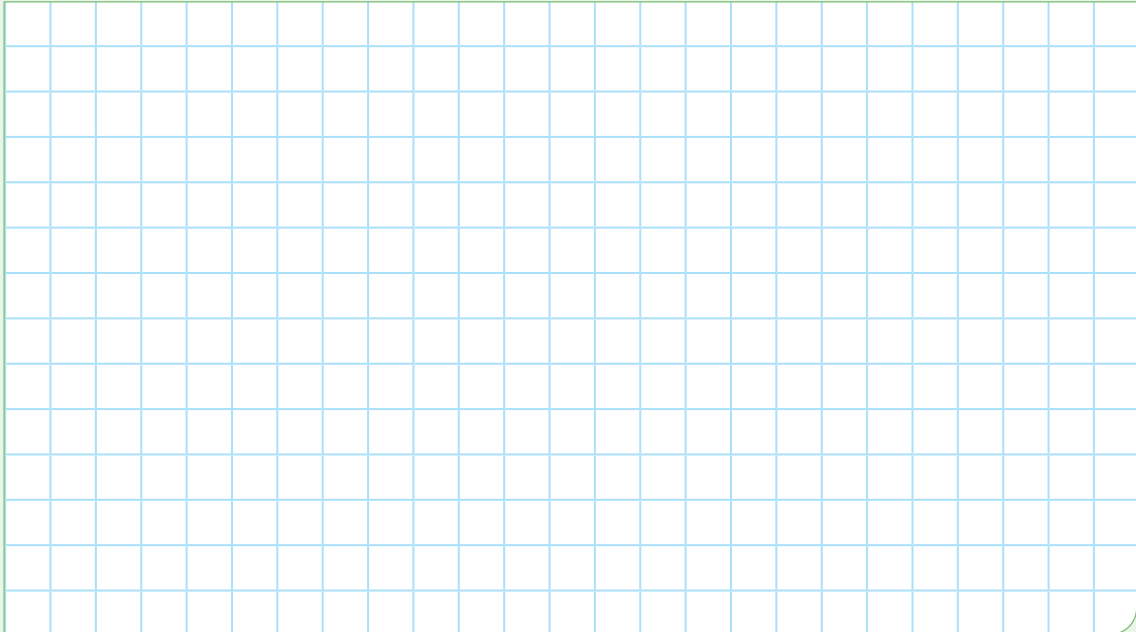
2. Dada la función  $g(x) = x^2 - 8x + 18$ , ¿cuál de las siguientes alternativas representa el rango de dicha función en el conjunto de los números reales?

a)  $[2; +\infty[$

b)  $[4; +\infty[$

c)  $[2; 4[$

d)  $[0; +\infty[$



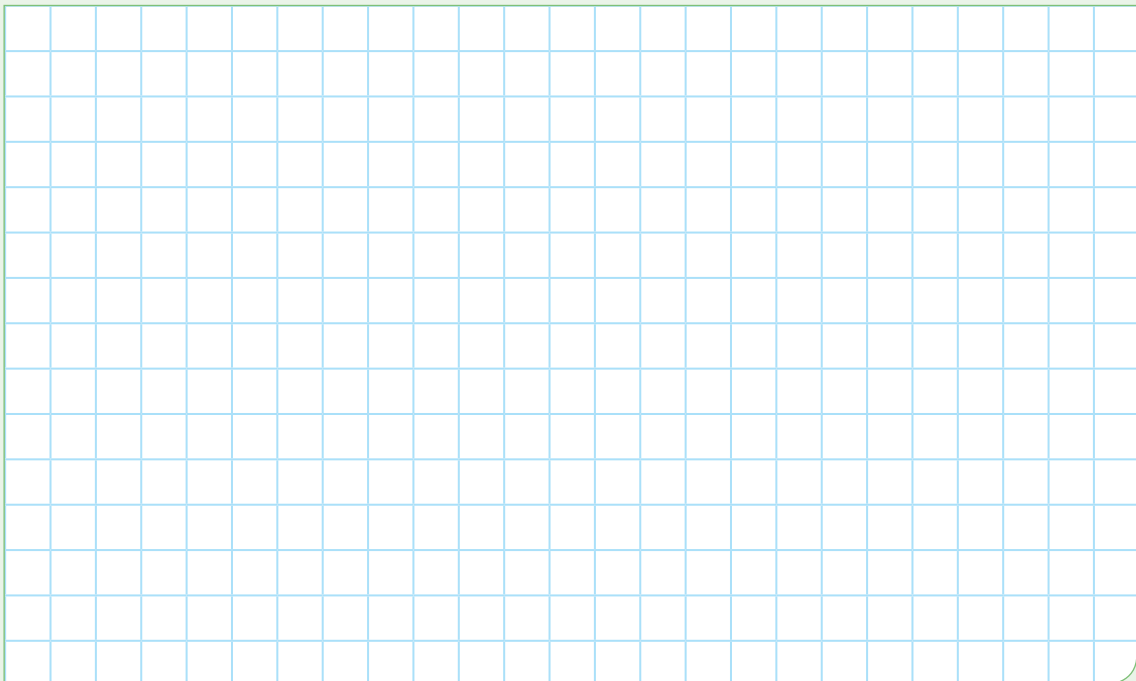
3. La utilidad ( $U$ ) de una empresa, en miles de dólares, está dada por la expresión  $U(x) = -x^2 + 12x - 24$ , donde  $x$  representa el número de cientos de unidades vendidas. Halla el número de unidades que se deben vender para obtener la máxima utilidad posible.

a) 300

b) 400

c) 500

d) 600

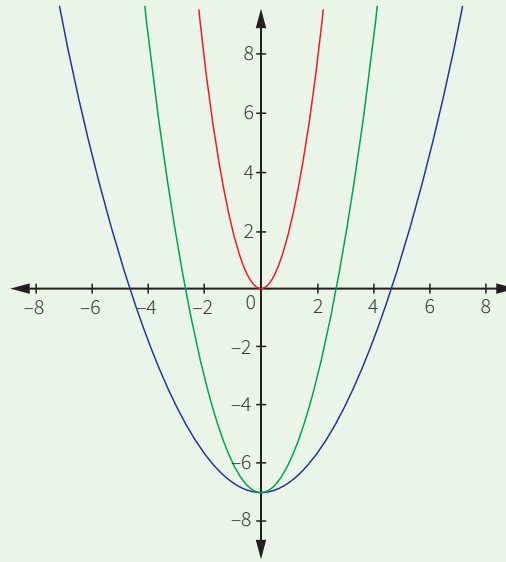


4. Observa la gráfica de las siguientes funciones:

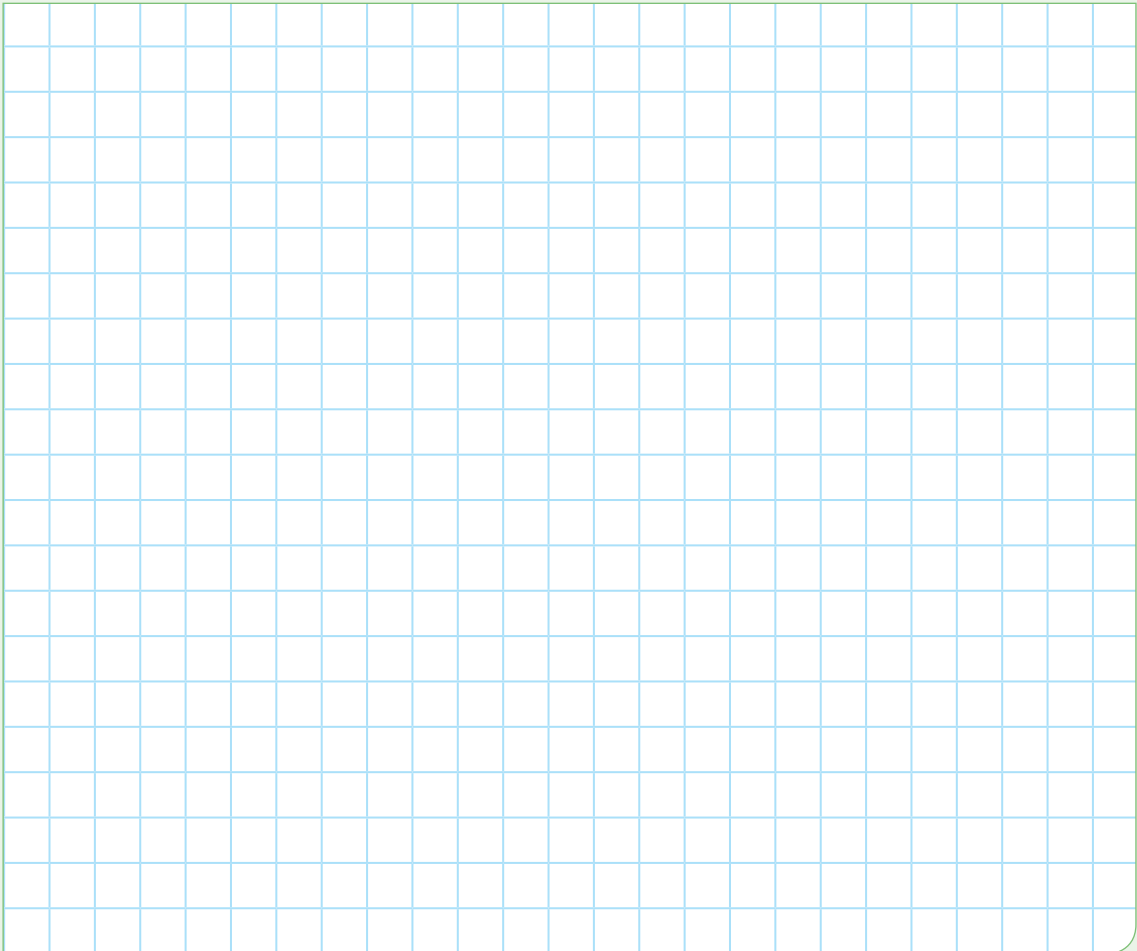
$$f(x) = x^2 - 7$$

$$g(x) = 2x^2$$

$$h(x) = \frac{1}{3}x^2 - 7$$



Si las funciones tienen la forma  $ax^2 + p$ , ¿cuál es el valor de  $p$  en la función  $g$ ? Relaciona cada función con su gráfica.



5. Un edificio tiene 60 minidepartamentos que pueden ser alquilados en su totalidad a S/500 cada uno. Por cada S/10 de aumento en el alquiler, 2 minidepartamentos quedarán sin ser alquilados. Encuentra la expresión que modela el ingreso de los alquileres en este edificio.

a)  $I(x) = 20x^2 + 400x + 30\,000$

c)  $I(x) = -20x^2 - 400x + 30\,000$

b)  $I(x) = 20x^2 - 400x + 30\,000$

d)  $I(x) = 20x^2 + 400x - 30\,000$



6. De las cuatro esquinas de una pieza rectangular de latón, se cortan cuadrados de 1 cm de lado. De esta manera, al doblar los extremos salientes, se obtiene una caja abierta sin tapa, de modo que las medidas de su base difieren en 3 cm. Si la caja resultante presenta  $28\text{ cm}^3$  de volumen, ¿qué medidas tiene la pieza original de latón?

a)  $3\text{ cm} \times 9\text{ cm}$

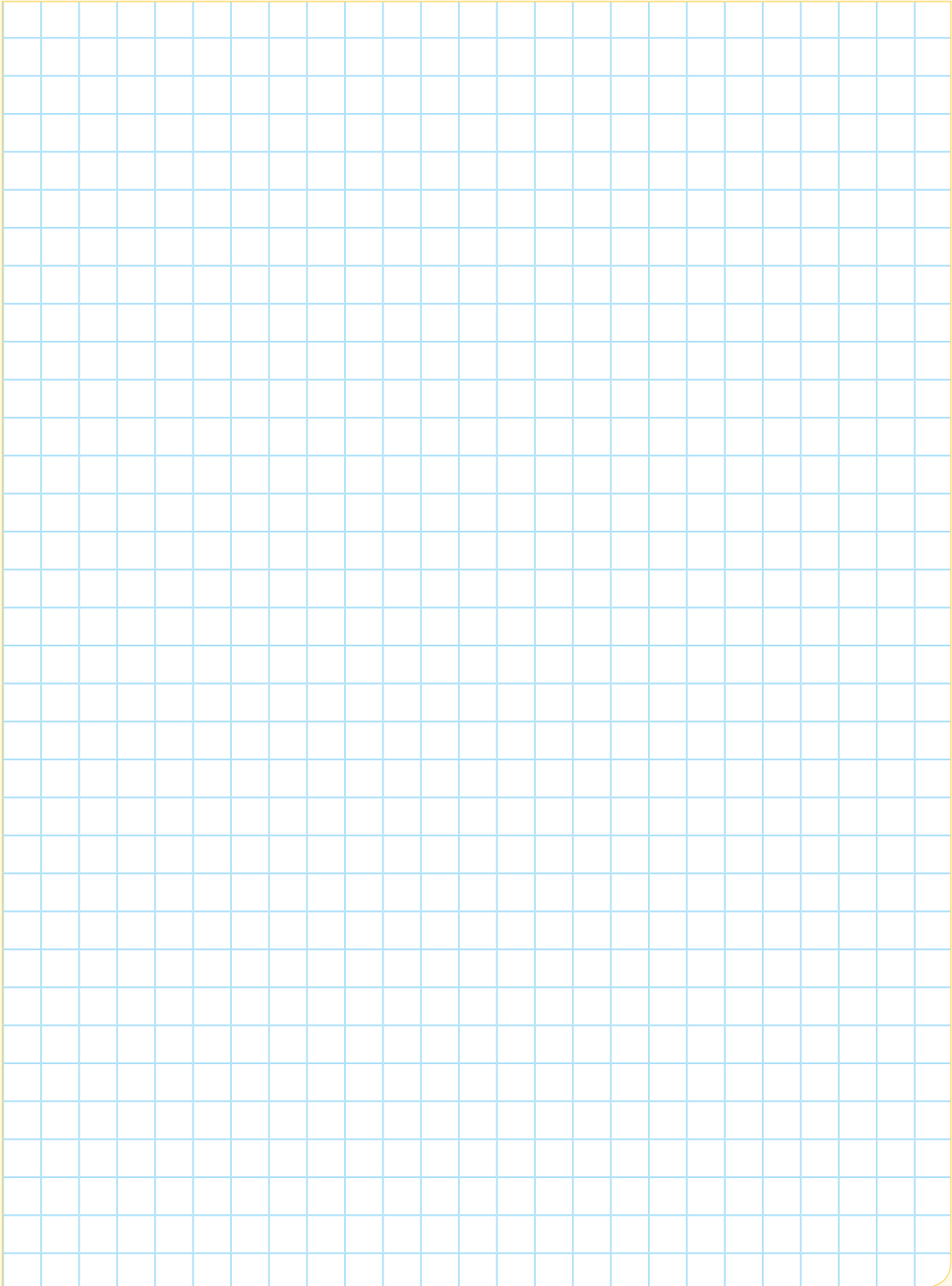
b)  $6\text{ cm} \times 9\text{ cm}$

c)  $6\text{ cm} \times 18\text{ cm}$

d)  $3\text{ cm} \times 18\text{ cm}$



7. Las dimensiones de un parque que tiene la forma de un rectángulo son de 60 m de ancho por 80 m de largo. Al construir una vereda alrededor de él, de ancho uniforme  $x$ , se elimina parte del jardín. Determina el área del nuevo jardín en función del ancho de la vereda.



8. Un campo petrolero tiene 30 pozos, cada uno de los cuales produce 180 barriles diarios de petróleo. Se sabe que, por cada nuevo pozo perforado en el campo, la producción diaria de cada uno de los pozos disminuye en 5 barriles. Determina el número de nuevos pozos que maximiza la producción total  $P$  del campo petrolífero.

- a) 2                                      b) 3                                      c) 4                                      d) 5

9. Dos automóviles parten del mismo punto y al mismo tiempo; al separarse, sus trayectorias forman un ángulo recto. Si luego de una hora se han separado 20 km y uno de los autos viaja 4 km/h más rápido que el otro, ¿cuál es la velocidad del auto más veloz?

- a) 16 km/h                                      b) 20 km/h                                      c) 24 km/h                                      d) 28 km/h

10. Una empresa dedicada a empacar y transportar huevos ha proyectado, con la siguiente función, sus ingresos ( $I$ ) según los miles de huevos empacados ( $h$ ):

$$I(h) = -100h^2 + 1000h + 7500, \text{ con } h \geq 0$$

¿Para qué valores de  $h$  se alcanzan el ingreso máximo y el ingreso nulo?



## Aplicamos nuestros aprendizajes

**Propósito:** Establecemos relaciones entre datos y las transformamos a expresiones numéricas que incluyen operaciones con números racionales e intervalos. Así también, seleccionamos y empleamos estrategias de cálculo, estimación, recursos y procedimientos diversos para realizar operaciones con intervalos.

### Un poco de historia

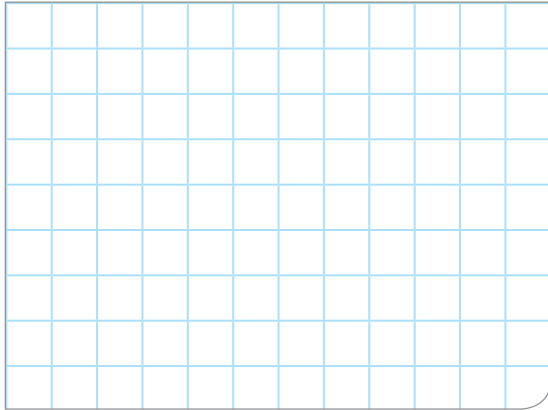
Hasta hace algunos años se consideraba que la cultura más antigua del Perú era chavín, que se desarrolló desde el año 1200 a. C. hasta el 400 a. C. Luego se desarrolló la cultura mochica, desde el año 100 d. C. hasta el 700 d. C., la cual recibió gran influencia de la cultura chavín. En el norte del país también existió la cultura chimú, cuyo periodo de desarrollo abarcó entre el 900 d. C. hasta el 1470 d. C., de cuya orfebrería el Tumi es uno de sus exponentes más representativos. Al sur de Lima, en Ica, se desarrolló la cultura paracas, desde el año 700 a. C. hasta el 200 d. C. Actualmente, se sabe de una cultura que ha superado en antigüedad a chavín, es la cultura caral, considerada como la civilización más antigua de América, a la que le calculan un periodo de desarrollo desde el año 3000 a. C. hasta el 1800 a. C., por lo que se la compara con civilizaciones antiguas como la de Mesopotamia y la egipcia. Estas son algunas de las culturas preincaicas, es decir, que se desarrollaron en nuestras tierras antes del gran apogeo de una de las culturas más organizadas del mundo: la cultura inca, la cual se desarrolló desde el año 1100 d. C. hasta 1532 d. C., con la llegada de los españoles.



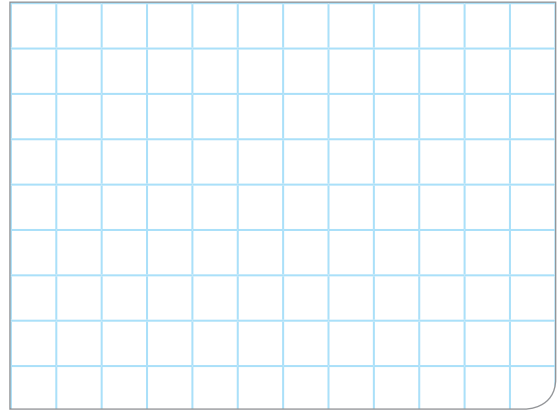
1. Representa en la recta numérica el periodo de desarrollo de la cultura más antigua.
2. Representa en la recta numérica cada uno de los periodos de las culturas preíncas e inca.
3. ¿Entre qué años coincidieron las culturas chavín y paracas?
4. ¿Entre qué tiempos se desarrolló la cultura paracas, pero no chavín ni mochica?
5. Representa, simbólicamente y en intervalos, el tiempo de desarrollo de las culturas chavín y chimú.

## Comprendemos el problema

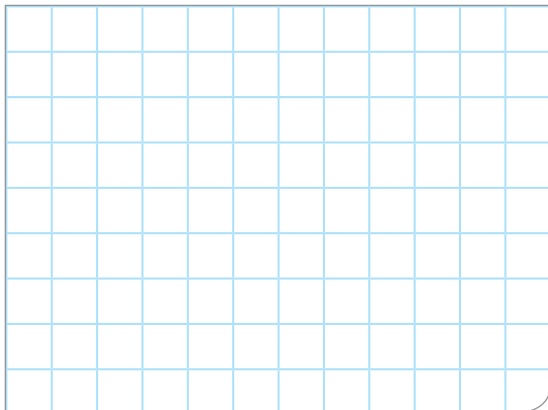
1. ¿Cuál es el periodo que abarcó la cultura chavín y la cultura mochica?



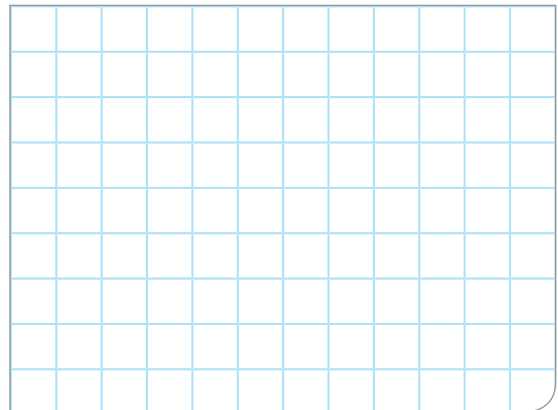
3. ¿Cuál es el periodo de desarrollo que abarcó la cultura más antigua?



2. ¿Cuál es el periodo de desarrollo que abarcó las culturas paracas y chimú?

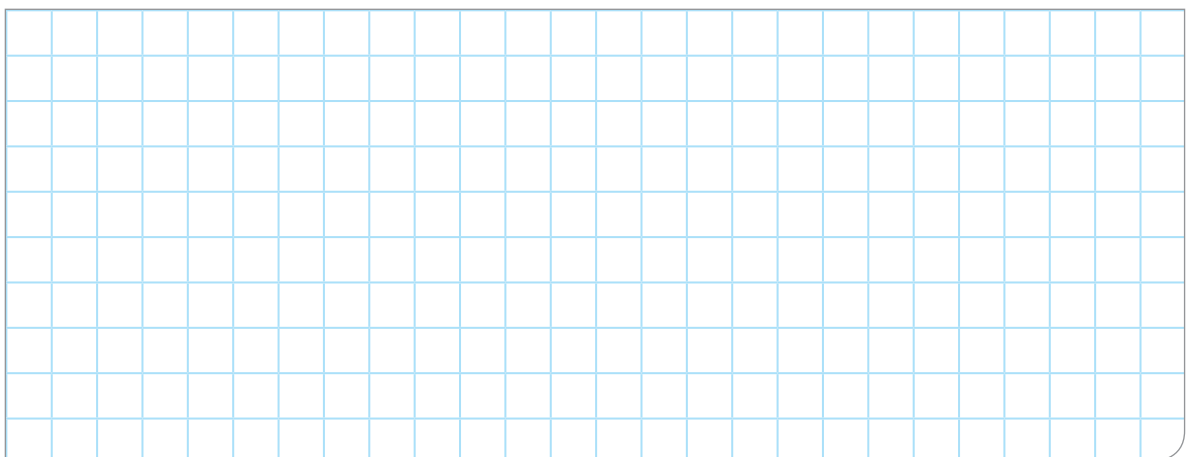


4. ¿Qué nos piden hallar las preguntas de la situación significativa?



## Diseñamos o seleccionamos una estrategia o plan

1. Describe el procedimiento que realizarías para responder a las preguntas de la situación significativa.





## Ejecutamos la estrategia o plan

1. Representa mediante una recta numérica el tiempo de desarrollo de la cultura más antigua y responde la primera pregunta de la situación significativa.

2. Completa en las celdas de la tabla el periodo de desarrollo de cada cultura.

Cultura	Intervalo de tiempo (años)
Chavín	
Caral	
Mochica	
Chimú	
Paracas	
Inca	

3. ¿De qué manera podemos representar en la recta numérica el periodo de cada una de las culturas preínce e inca? Responde la segunda pregunta de la situación significativa.

4. Representa en forma conjuntista cada intervalo de tiempo colocado en la tabla mostrada en la pregunta 2 de *Ejecutamos la estrategia o plan*.

5. Responde las preguntas 3, 4 y 5 de la situación significativa.

## Reflexionamos sobre el desarrollo

1. ¿Qué dificultades tuviste para responder las preguntas de la situación significativa? ¿Cómo las superaste?

2. Desde el año 50 a. C. hasta el año 50 d. C., ¿cuántos años transcurrieron?



### Situación significativa B

Las edades de los estudiantes de una clase varían desde los 16 años 2 meses hasta los 18 años 7 meses. Determina un intervalo en el que estén contenidas estas edades (en meses). Asimismo, encuentra un intervalo en el cual se hallen las edades de los padres, asumiendo que estos tienen el doble de meses de vida que sus hijos. Grafícalos en una recta numérica.

#### Resolución

- $x$  es la edad en meses de los integrantes de la clase.
- 16 años y 2 meses equivalen a 194 meses.
- 18 años y 7 meses equivalen a 223 meses.
- Todo lo anterior podemos expresarlo de esta manera:  $x \in [194 ; 223]$
- Asimismo,  $y = 2x$ , la edad de los padres. Esto lo podemos expresar así:  $y \in [388 ; 446]$

Gráficamente se tiene:



1. ¿La solución es correcta? Explica.

2. ¿Qué procedimientos se realizaron para determinar las operaciones y equivalencias en las edades?

3. Describe el procedimiento realizado en la obtención de la gráfica en la recta numérica.

### Situación significativa C

Alberto, docente del 4.º grado B, solicita a sus estudiantes justificar si las siguientes premisas son verdaderas o falsas:

- I. Los números racionales cubren toda la recta numérica.
- II. Es posible encontrar dos números irracionales cuya suma sea un número racional.
- III. Entre dos números racionales  $a, b$ , con  $a < b$ , siempre es posible encontrar un número racional  $c$  tal que  $a < c < b$ .
- IV. Si  $a < b$ , entonces  $a^2 < b^2$ .

### Aprendemos a partir del error

#### Resolución

Álex, estudiante del 4.º grado, escribe las siguientes justificaciones:

- I. Los números racionales cubren toda la recta numérica.

Es falso, porque no cubren toda la recta numérica; por ejemplo, las raíces cuadradas inexactas como  $\sqrt{2}$  no son números racionales.

- II. Es posible encontrar dos números irracionales cuya suma sea un número racional.

Es falso, porque  $\sqrt{2} + \sqrt{3} = \sqrt{5}$ .

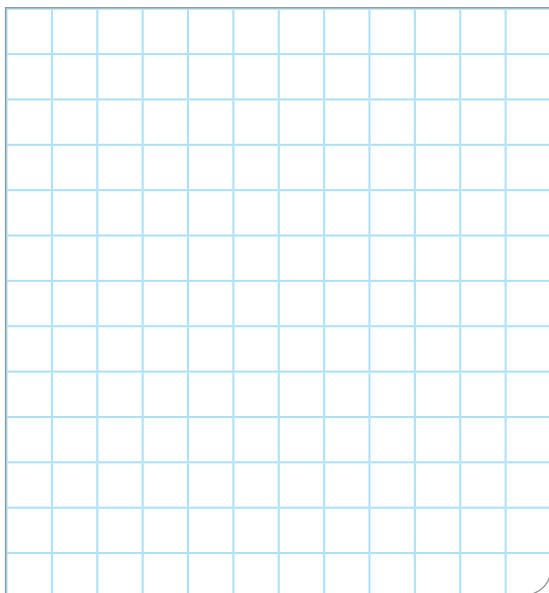
- III. Entre dos números racionales  $a, b$ , con  $a < b$ , siempre es posible encontrar un número racional  $c$  tal que  $a < c < b$ .

Es verdadero, por la densidad en  $\mathbb{Q}$ .

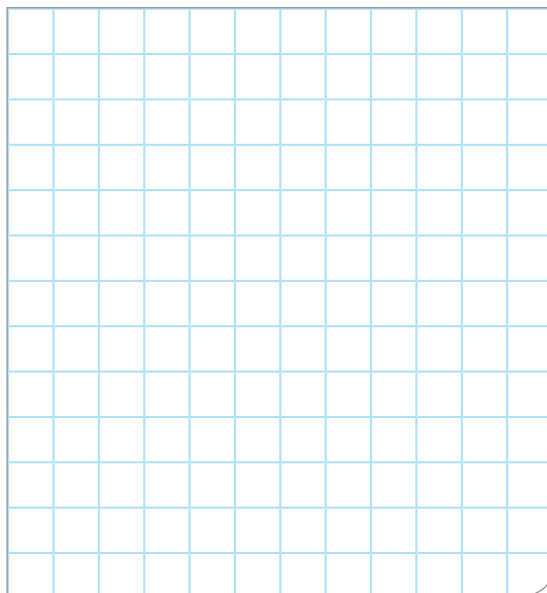
- IV. Si  $a < b$ , entonces  $a^2 < b^2$ .

Es verdadero, porque si  $a = 1$  y  $b = 2$ , entonces se cumple que  $1^2 < 2^2$ ; es decir,  $1 < 4$ .

1. ¿Todas las justificaciones realizadas por Álex son correctas? Explica.



2. En el caso de que hubiera un error, ¿cuál sería su corrección?





## Evaluamos nuestros aprendizajes

**Propósito:** Establecemos relaciones entre datos y las transformamos a expresiones numéricas que incluyen operaciones con números racionales e intervalos. Así también, seleccionamos y empleamos estrategias de cálculo, estimación, recursos y procedimientos diversos para realizar operaciones con intervalos. Expresamos con diversas representaciones nuestra comprensión sobre las operaciones con números racionales e intervalos. Asimismo, justificamos con ejemplos y con nuestros conocimientos las operaciones con números racionales y corregimos errores si los hubiera.

1. La masa corporal de José es más de 61 kg; a lo mucho, 68 kg. Quiere bajar su masa corporal y se inscribe en el gimnasio “Siéntete Bien”, donde le prometieron que en las próximas semanas bajaría un kilo y medio. ¿Entre qué valores oscilará su nueva masa corporal? Expresa el resultado en notación de conjuntos.

a)  $M = \{x/x \in \mathbb{R}; 59,5 < x \leq 66,5\}$

c)  $M = \{x/x \in \mathbb{R}; 59,5 < x \leq 68\}$

b)  $M = \{x/x \in \mathbb{R}; 59,5 \leq x \leq 68\}$

d)  $M = \{x/x \in \mathbb{R}; 59,5 \leq x < 68\}$

<https://brainly.lat/tarea/9796760>

2. El hermano de Javier fue a una entidad bancaria para refinanciar su deuda en el menor tiempo y le propusieron que podía pagarla en un plazo no menor de dos años ni mayor de cinco. Representa la situación con un intervalo. ¿Puede el hermano de Javier cancelar el préstamo en un año y once meses?

a)  $P = ]2 ; 5]$ ; no

b)  $P = ]2 ; 5]$ ; sí

c)  $P = [2 ; 5[$ ; sí

d)  $P = [2 ; 5]$ ; no

3. Si  $A = [-3 ; 1]$ ,  $B = [0 ; 4]$  y  $C = ]-5 ; 2]$  y  $(A \cap C) \cup (B - A) = [x ; y]$ , calcula el valor de  $x + y$ .

a) 1

b) -1

c) 7

d) -7

4. Si  $(2x + 1) \in [-5 ; 4[$ , determina a qué intervalo pertenece  $x$ .

5. Sean los siguientes intervalos:  $A = [-2; 5]$ ,  $B = ]1; 3]$  y  $C = ]-3; 5]$ , ¿qué afirmaciones son verdaderas?

I.  $(A \cup B) \cap C = (A \cap C) \cup (B \cap C)$

II.  $(A \cup C)' = A - B$

III.  $(A - B)' \cap C = \emptyset$

IV.  $A \Delta C = (A - C) \cup (C - A)$

a) I, III

b) I, IV

c) II, III

d) I, II, III y IV

6. Determina la o las proposiciones falsas:

I. En  $\mathbb{R}$  el complemento de  $\mathbb{Q}$  es el conjunto de los números irracionales.

II. Todo número racional tiene su opuesto aditivo, excepto el cero.

III. Todo número entero es un número racional.

IV. Si  $x$  pertenece a  $\mathbb{Q}$ , entonces  $x^{-1}$  también pertenece a  $\mathbb{Q}$ .

a) IV

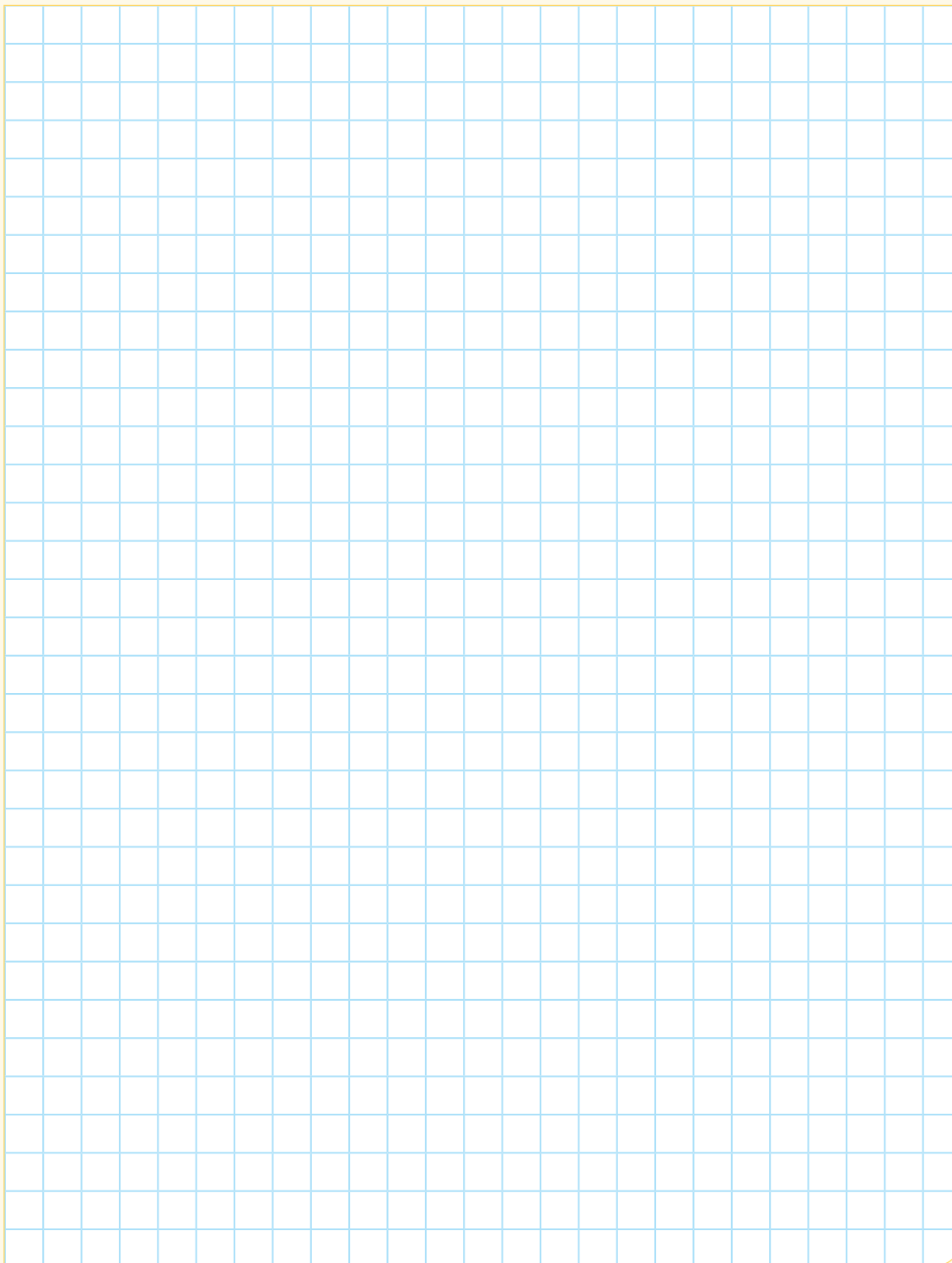
b) IV, II

c) I

d) III

7. Se sabe que entre los números racionales  $\frac{a}{b}$  y  $\frac{c}{d}$ , donde  $\frac{a}{b} < \frac{c}{d}$ , siempre se encuentra el número  $\frac{a+c}{b+d}$ .

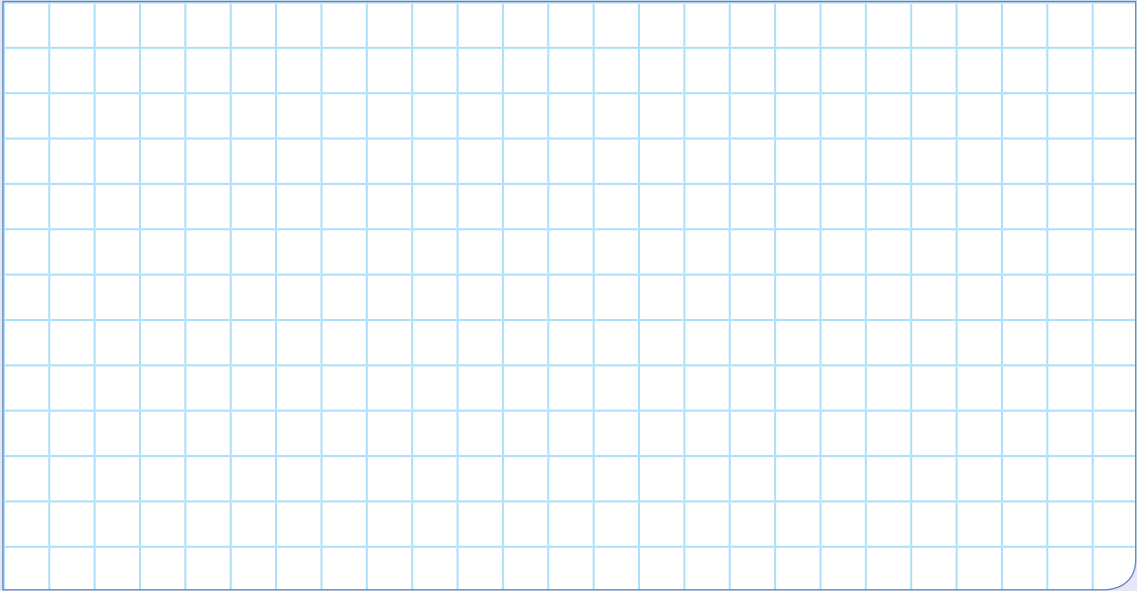
Utiliza la propiedad anterior y encuentra cinco números entre  $\frac{1}{6}$  y  $\frac{3}{7}$ .





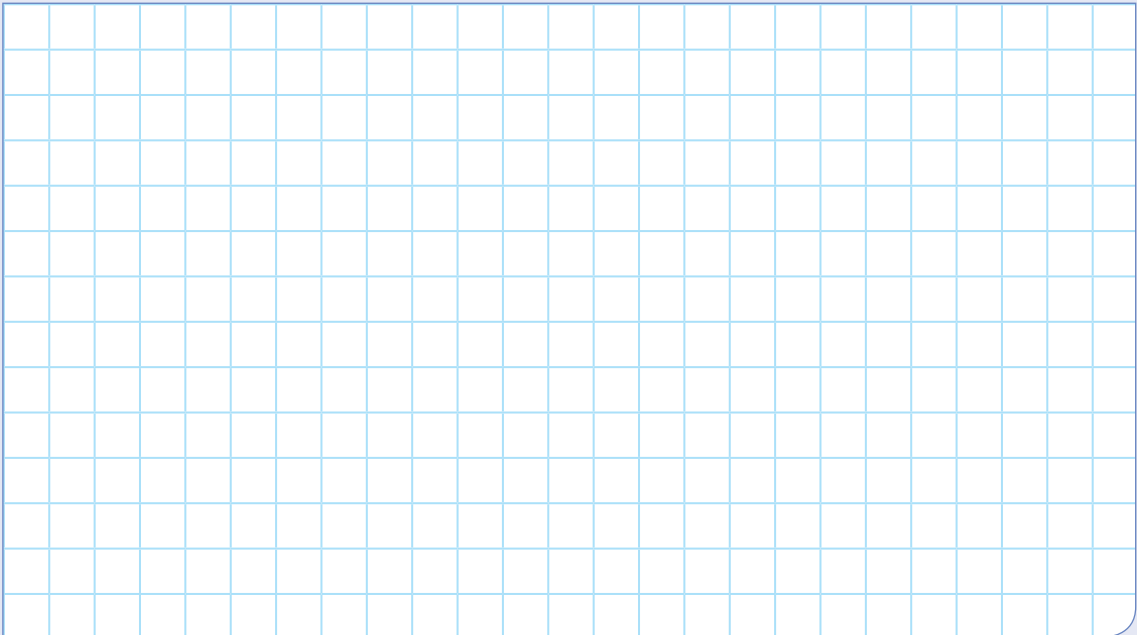
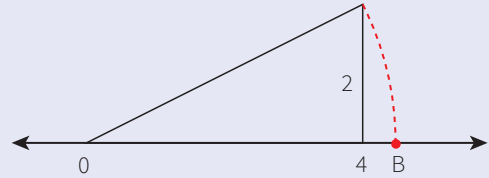
8. La mamá de Amire busca un marco para fotos de forma rectangular y 12 cm de largo. Expresa en un intervalo el conjunto de valores que puede tomar el otro lado para que su perímetro mida más de 30 cm, pero que no supere los 40 cm.

- a)  $[2; 9]$                       b)  $[3; 9]$                       c)  $]4; 10]$                       d)  $]3; 8]$

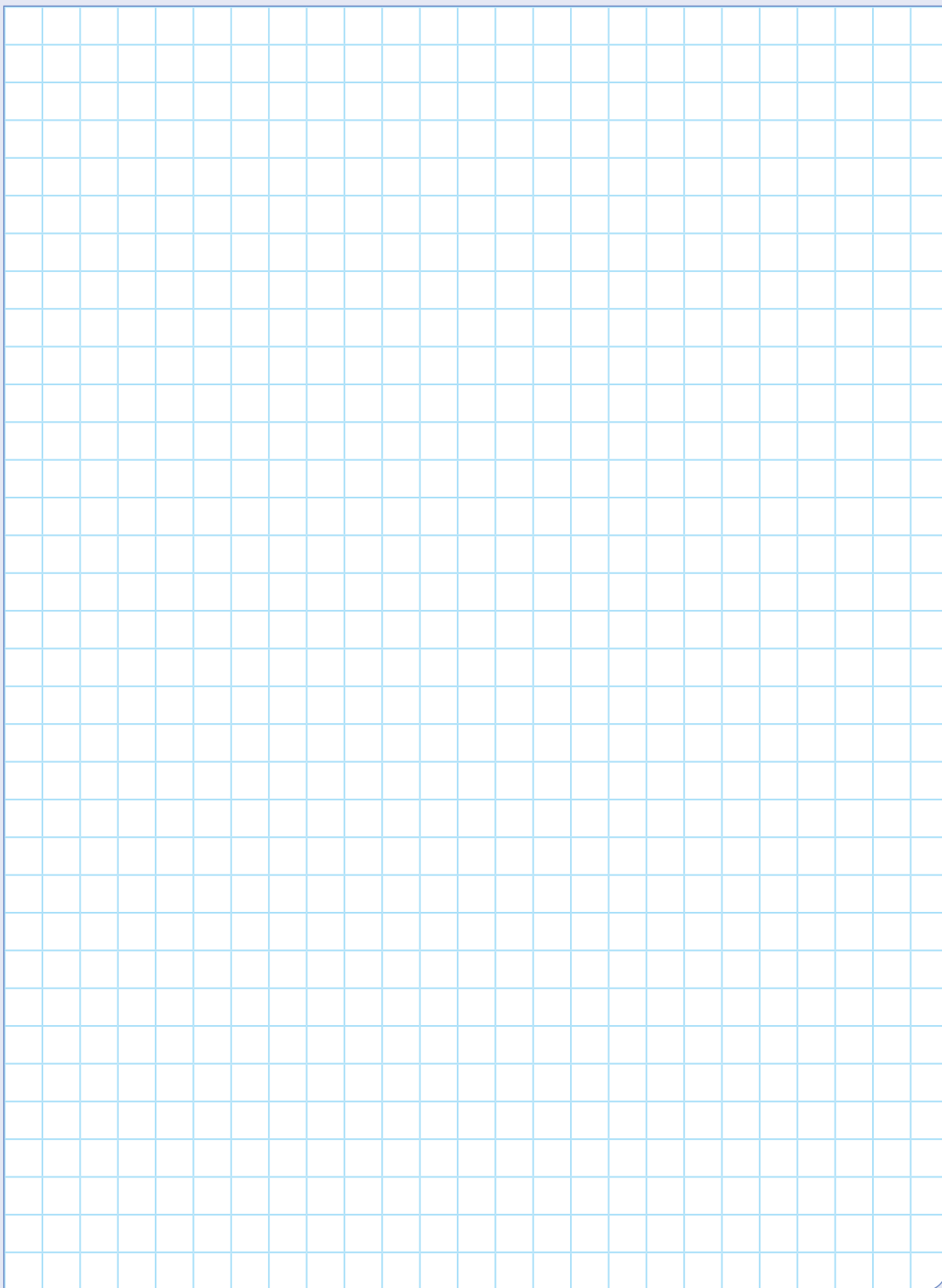


9. En la figura mostrada, ¿qué número representa el punto B en la recta numérica? ¿Y a qué conjunto pertenece?

- a)  $\sqrt{6}$ ;  $\mathbb{R}$                       b)  $2\sqrt{5}$ ;  $\mathbb{I}$                       c)  $\sqrt{2}$ ;  $\mathbb{Q}$                       d) 20;  $\mathbb{N}$



10. Lucía recibió un regalo en una caja. La base de esta caja tiene la forma de un triángulo de lados iguales, cuyo lado es  $3 \cdot \sqrt{2}$  cm. Calcula el área y el perímetro de la base; aproxima al centésimo por redondeo.



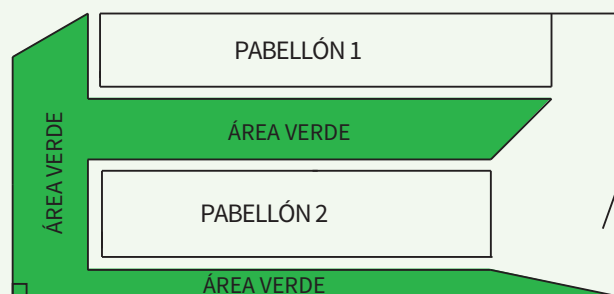


## Aplicamos nuestros aprendizajes

**Propósito:** Establecemos relaciones entre las características y los atributos medibles de objetos reales y las representamos con formas bidimensionales compuestas. Asimismo, combinamos estrategias heurísticas, recursos y procedimientos para determinar la longitud y el área de formas geométricas compuestas, así como para determinar superficies irregulares en planos empleando unidades convencionales.

### Las áreas verdes mejoran nuestra vida

Un grupo de docentes, en coordinación con el director, rediseñan el plano de la institución educativa donde laboran, con la finalidad de implementar áreas verdes junto a los pabellones como se muestra en el plano. Luego de que los albañiles rompen y retiran el piso de cemento, el terreno queda listo para cubrirlo de césped. Con este fin, deciden comprar césped natural,  $1 \text{ m}^2$  a S/7,50.

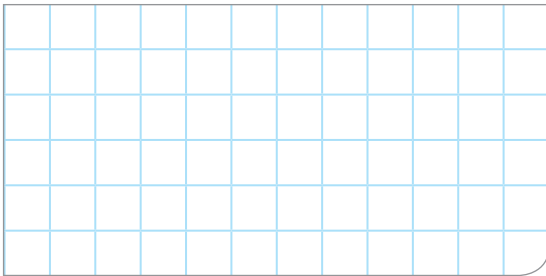


Escala 1:1000

1. ¿Cuáles son las dimensiones reales del pabellón 1?
2. ¿Cuántos metros cuadrados de césped natural es necesario comprar para cubrir toda el área verde?
3. ¿Cuánto se gastó en la compra de césped natural?

## Comprendemos el problema

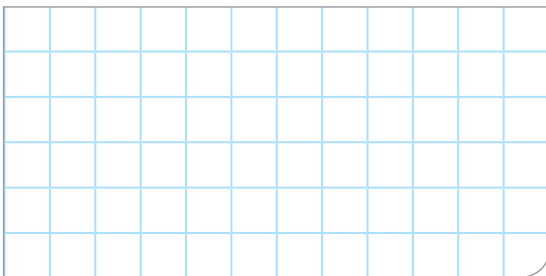
1. ¿Qué figuras geométricas representan los pabellones 1 y 2?



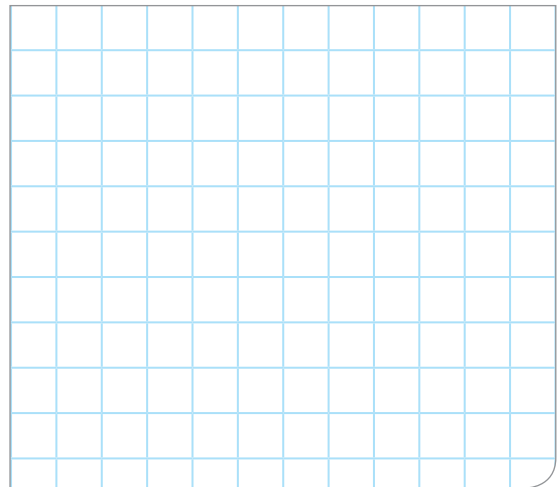
2. ¿De qué figuras geométricas está compuesta el área verde?



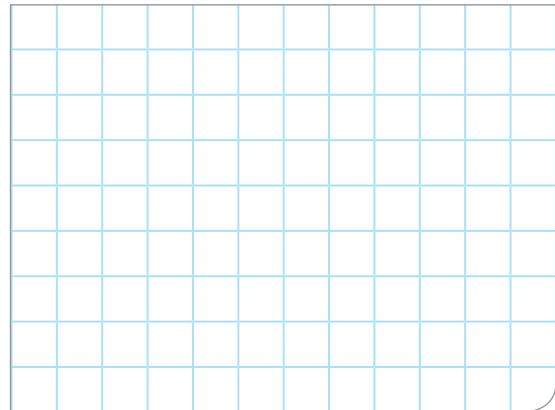
3. ¿Qué representa el valor de la escala 1:1000?



4. ¿Cuánto cuesta el metro cuadrado de césped natural?

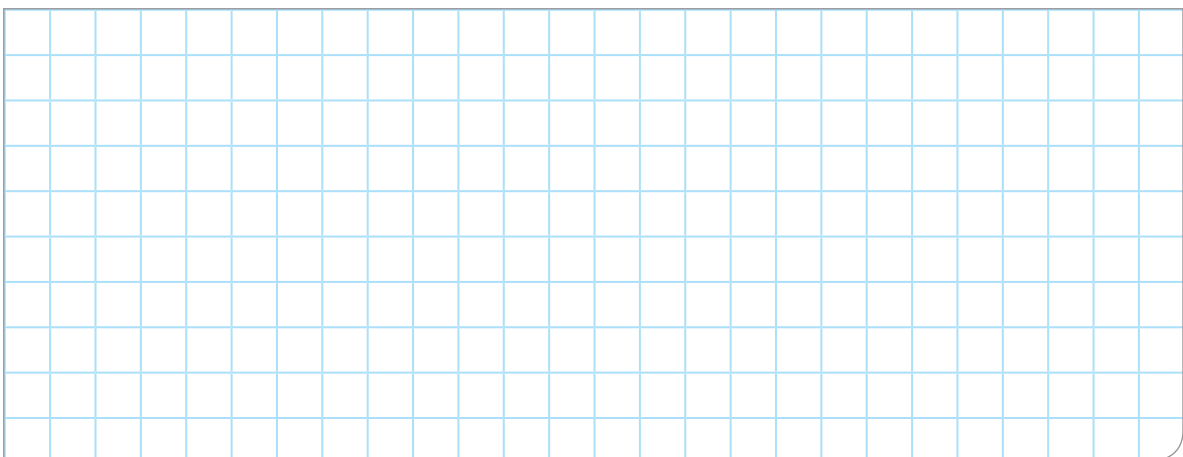


5. ¿Qué nos piden calcular las preguntas de la situación significativa?



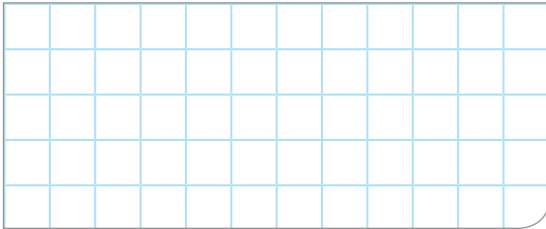
## Diseñamos o seleccionamos una estrategia o plan

1. Describe el procedimiento que nos ayudaría a responder las preguntas de la situación significativa.



## Ejecutamos la estrategia o plan

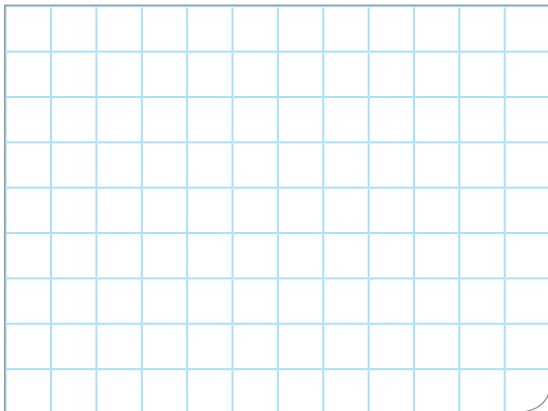
1. Representa gráficamente el pabellón 1 con las medidas del plano. (Utiliza una regla).



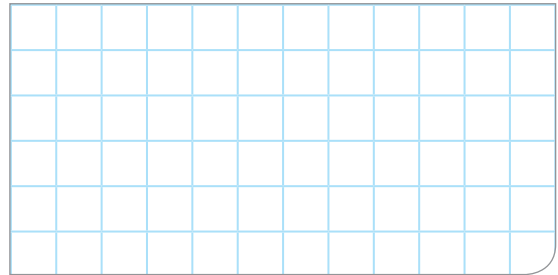
2. Completa la tabla de acuerdo con la escala dada en el plano y responde la primera pregunta de la situación significativa.

Pabellón 1	Dibujo	Realidad
Largo	6 cm	
Ancho	1 cm	

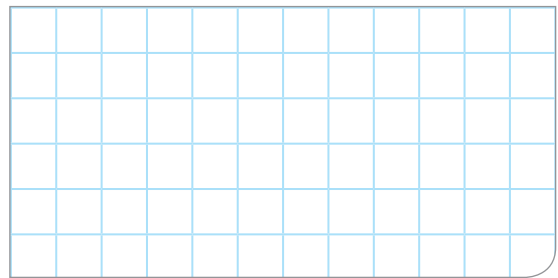
3. Representa gráficamente el área verde con las medidas del plano y descompón la figura en trapecios.



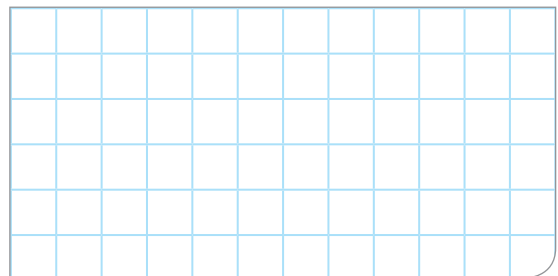
4. Calcula el área de cada trapecio rectángulo.



5. Considerando la respuesta anterior, responde la segunda pregunta de la situación significativa.

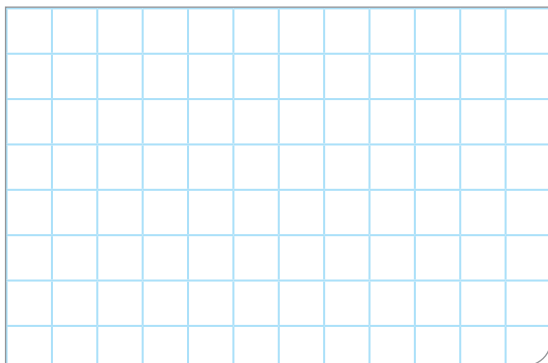


6. Considerando la respuesta anterior, responde la tercera pregunta de la situación significativa.

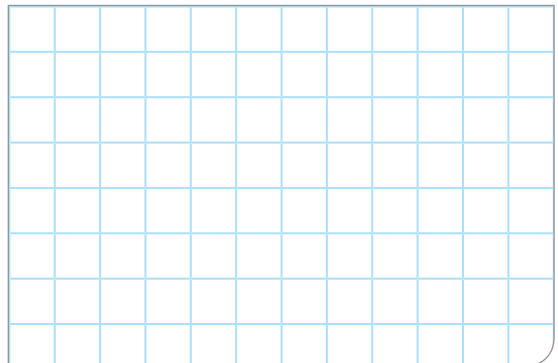


## Reflexionamos sobre el desarrollo

1. ¿Qué ventajas representa la descomposición de un objeto real en figuras geométricas conocidas? Explica.



2. ¿En qué otras figuras geométricas conocidas se puede descomponer el área verde? Dibuja.



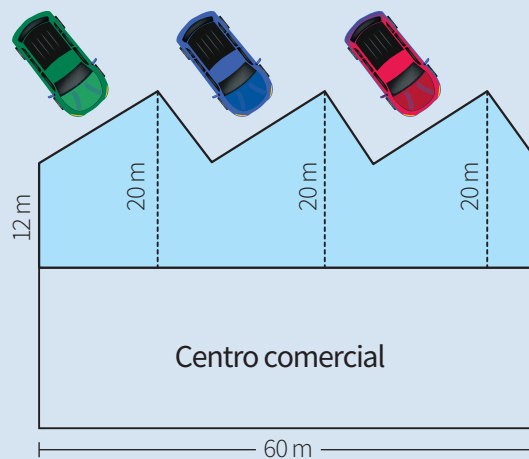


## Comprobamos nuestros aprendizajes

**Propósito:** Expresamos con dibujos y lenguaje geométrico la comprensión sobre las propiedades de las formas geométricas, para interpretar un problema según su contexto y establecer relaciones entre representaciones. Asimismo, planteamos afirmaciones sobre las relaciones y propiedades que descubrimos entre las superficies de las formas geométricas sobre la base de experiencias directas.

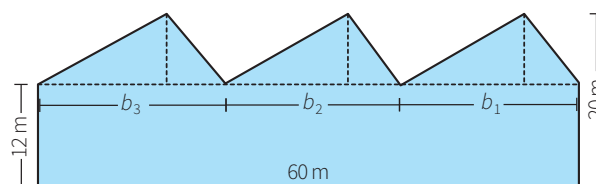
### Situación significativa A

Al frente del centro comercial "Las 3B, bueno, barato y bonito", en Huancayo, hay una vereda junto a la cual se estacionan los autos, tal como se aprecia en la figura. Si los dueños de dicho centro comercial deciden convertir la vereda en área verde, ¿cuántos metros cuadrados de césped natural necesitarán?



### Resolución

- Observamos que la zona que desean convertir en área verde es una figura compuesta, por lo que trazamos una línea horizontal y encontramos tres triángulos de 8 m de altura y un rectángulo con 60 m de largo por 12 m de ancho.



- Calculamos el área total de la zona que se va a convertir en área verde.

$$A_{\text{Rectángulo}} = 60 \times 12 = 720 \text{ m}^2$$

$$A_{\text{Triángulos}} = \frac{b_1 \times 8}{2} + \frac{b_2 \times 8}{2} + \frac{b_3 \times 8}{2}$$

$$A_{\text{Triángulos}} = b_1 \times 4 + b_2 \times 4 + b_3 \times 4$$

- Factorizando, se obtiene:

$$A_{\text{Triángulos}} = 4 \times (b_1 + b_2 + b_3)$$

- Pero se puede observar en el gráfico que:

$$b_1 + b_2 + b_3 = 60 \text{ m}$$

- Entonces, reemplazando se obtiene:

$$A_{\text{Triángulos}} = 4 \times 60 = 240 \text{ m}^2$$

- Finalmente, el área pedida será:

$$A_{\text{Total}} = 720 + 240 = 960 \text{ m}^2$$

**Respuesta:** Se necesitarán 960 m<sup>2</sup> de césped natural.

1. Describe el procedimiento que se realizó para responder la pregunta de la situación significativa.

2. Realiza otro procedimiento para responder la pregunta de la situación significativa.

### Situación significativa B

El alcalde del distrito de San Clemente, en Pisco, proyecta convertir un terreno de su localidad en un parque ecológico. Para ello, en su plano a escala de 1:800, dispone de una zona rectangular para plantar árboles que necesitan de 4 m<sup>2</sup> cada uno para desarrollarse. De acuerdo a la escala y a las medidas del plano, ¿cuántos árboles se pueden plantar en dicha zona?

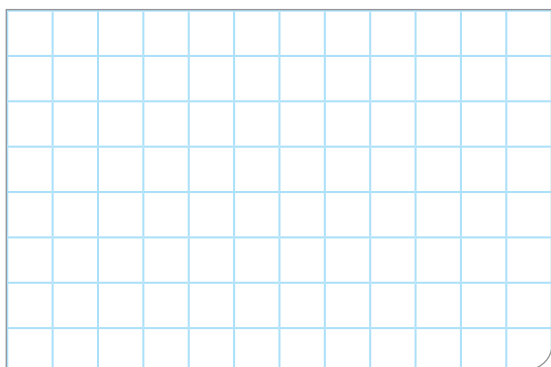


### Resolución

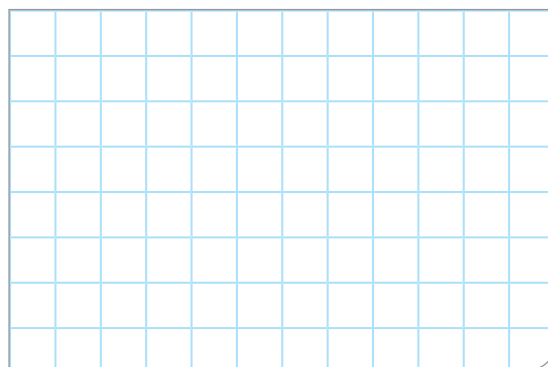
- Usando una regla, medimos las dimensiones de la zona destinada para árboles:  
Largo: 5 cm. Ancho: 4 cm
- Las dimensiones reales de la zona para árboles son:  
Largo:  $\frac{1}{800} = \frac{5}{x}$ ; entonces  $x = 4000$  cm, que equivale a 40 m.  
Ancho:  $\frac{1}{800} = \frac{4}{y}$ ; entonces  $y = 3200$  cm, que equivale a 32 m.
- Calculamos el área real de la zona exclusiva para plantar árboles:  $A = 40 \text{ m} \times 32 \text{ m} = 1280 \text{ m}^2$
- Finalmente, encontramos el número de árboles que se podrán plantar:  $\frac{1280}{4} = 320$  árboles

**Respuesta:** Se podrán plantar 320 árboles.

1. Describe el procedimiento realizado para dar respuesta a la pregunta de la situación significativa.



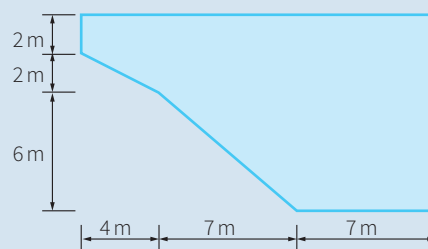
2. ¿Podrías realizar otro procedimiento para responder la pregunta de la situación significativa? Explica cómo.





### Situación significativa C

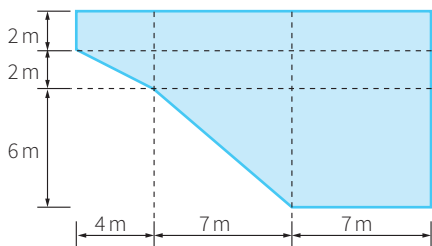
La Municipalidad de Zorritos, en Tumbes, va a cambiar las mayólicas de su piscina municipal. Esta tiene una forma particular, cuyo perímetro mide aproximadamente 51 m, tal como se observa en una vista desde arriba, y una profundidad constante de 1,3 m. ¿Cuántos metros cuadrados de mayólica se necesitan comprar para cubrir todas las superficies interiores?



### Aprendemos a partir del error

#### Resolución

- Trazamos en la figura líneas horizontales y verticales, obteniendo así figuras conocidas.
- Observamos que el área del piso de la piscina está conformada por seis rectángulos y dos triángulos.
- También tenemos en cuenta las caras laterales de la piscina, porque también será revestida de mayólica, cuya área total es el perímetro de la piscina por su altura.



$$A_{\text{TOTAL}} = A_{6 \text{ rectángulos}} + A_{2 \text{ triángulos}} + A_{\text{caras laterales}}$$

$$A_{6 \text{ rectángulos}} = 4 \times 2 + 7 \times 2 + 7 \times 2 + 7 \times 2 + 7 \times 2 + 7 \times 6$$

$$A_{6 \text{ rectángulos}} = 8 + 14 + 14 + 14 + 14 + 42$$

$$A_{6 \text{ rectángulos}} = 106 \text{ m}^2$$

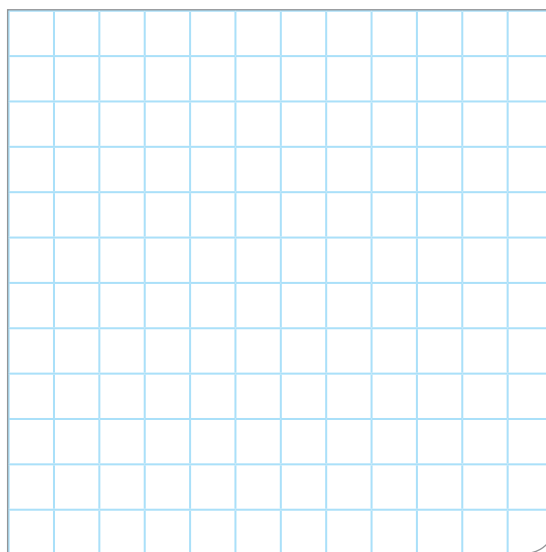
$$A_{2 \text{ triángulos}} = \frac{4 \times 2}{2} + \frac{7 \times 6}{2} = 2 + 21 = 23 \text{ m}^2$$

$$A_{\text{caras laterales}} = 51 \times 1,3 = 66,3 \text{ m}^2$$

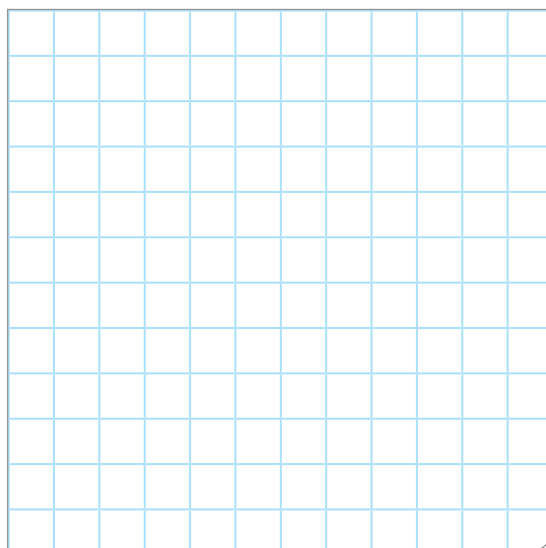
$$\hat{A}_{\text{Total}} = 106 + 23 + 66,3 = 195,3 \text{ m}^2$$

**Respuesta:** Se necesitan 195,3 m<sup>2</sup> de mayólica.

1. Verifica el procedimiento y corrige si está errado.



2. ¿Podrías realizar otro procedimiento para dar respuesta a la pregunta de la situación significativa? Explica cómo.



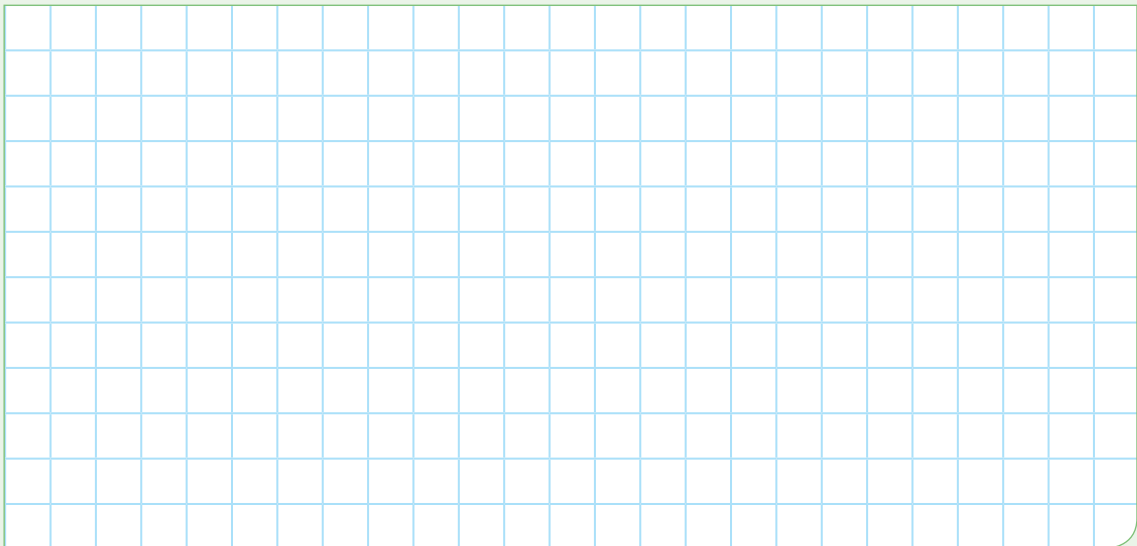
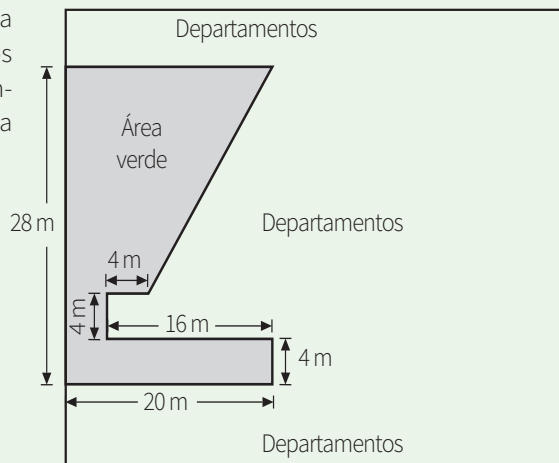


## Evaluamos nuestros aprendizajes

**Propósito:** Establecemos relaciones entre las características y los atributos medibles de objetos reales y las representamos con formas bidimensionales compuestas. Asimismo, combinamos estrategias heurísticas, recursos y procedimientos para determinar la longitud y el área de formas geométricas compuestas, así como para determinar superficies irregulares en planos empleando unidades convencionales. También expresamos con dibujos y lenguaje geométrico la comprensión sobre las propiedades de las formas geométricas, para interpretar un problema según su contexto y establecer relaciones entre representaciones. Además, planteamos afirmaciones sobre las relaciones y propiedades que descubrimos entre las superficies de las formas geométricas sobre la base de experiencias directas.

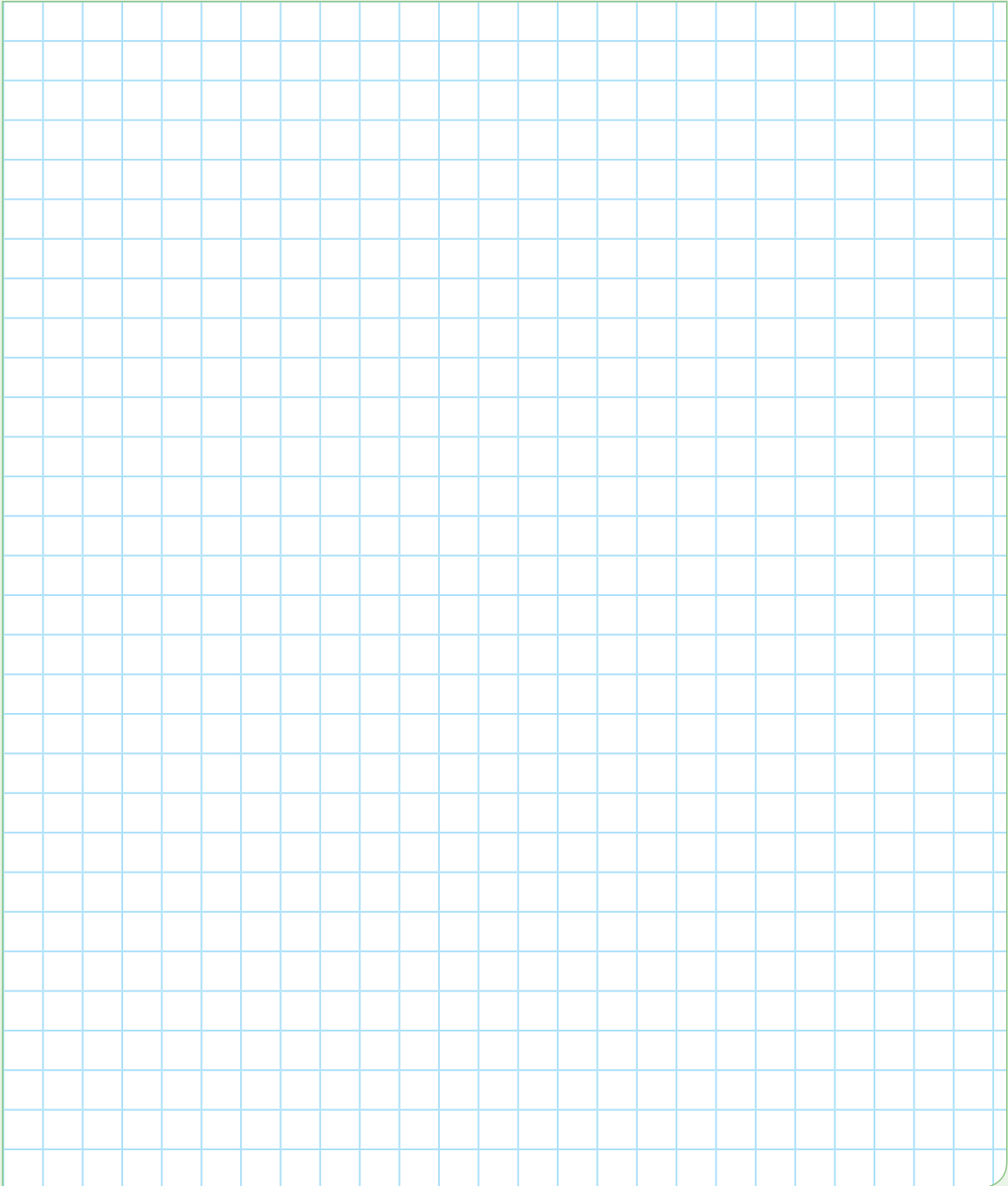
1. Un condominio que toma en cuenta la importancia del cuidado del medioambiente considera espacios de áreas verdes, como se muestra en la figura. ¿Cuántos metros cuadrados se han reservado para el área verde?

- a)  $376 \text{ m}^2$
- b)  $280 \text{ m}^2$
- c)  $360 \text{ m}^2$
- d)  $368 \text{ m}^2$



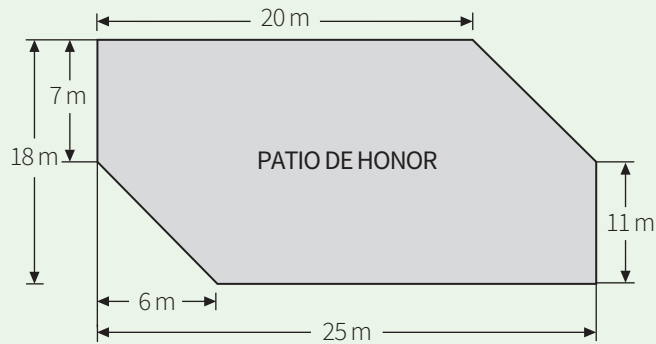
2. Una empresa que elabora aceite ecológico de 500 mL desea empacar en cajas que contengan dos docenas de botellas. Si el diámetro de la botella es de 8 cm, ¿cuál debe ser el área mínima de la base de la caja?

- a) 1536 cm
- b) 64 cm<sup>2</sup>
- c) 4000 cm<sup>2</sup>
- d) 1536 cm<sup>2</sup>



### Patio de honor

El siguiente gráfico representa el patio de honor de la IE Los Héroes del Perú de Ayacucho.



Con la información dada, responde las preguntas 3 y 4.

3. ¿Cuántos metros cuadrados tiene el patio de honor?

a)  $450 \text{ m}^2$

b)  $331,5 \text{ m}^2$

c)  $399,5 \text{ m}^2$

d)  $360 \text{ m}^2$

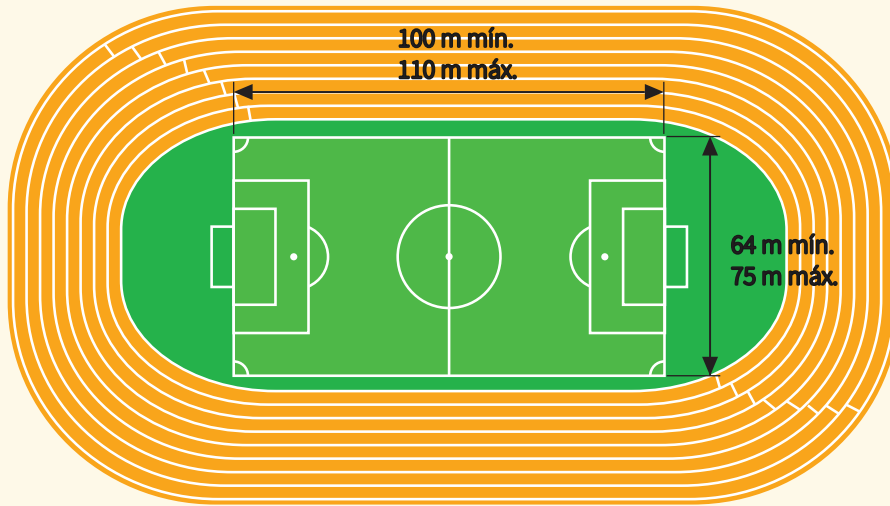
A large grid for solving question 3, consisting of 20 columns and 15 rows of squares.

4. Si el patio está completamente lleno de estudiantes manifestándose contra el racismo y, además, hay cuatro estudiantes por cada metro cuadrado, ¿cuántos estudiantes hay en el patio de honor?

A large grid for solving question 4, consisting of 20 columns and 15 rows of squares.

### Medidas máximas y mínimas de una cancha de fútbol

La siguiente figura representa la cancha de fútbol de un estadio con sus medidas permitidas.

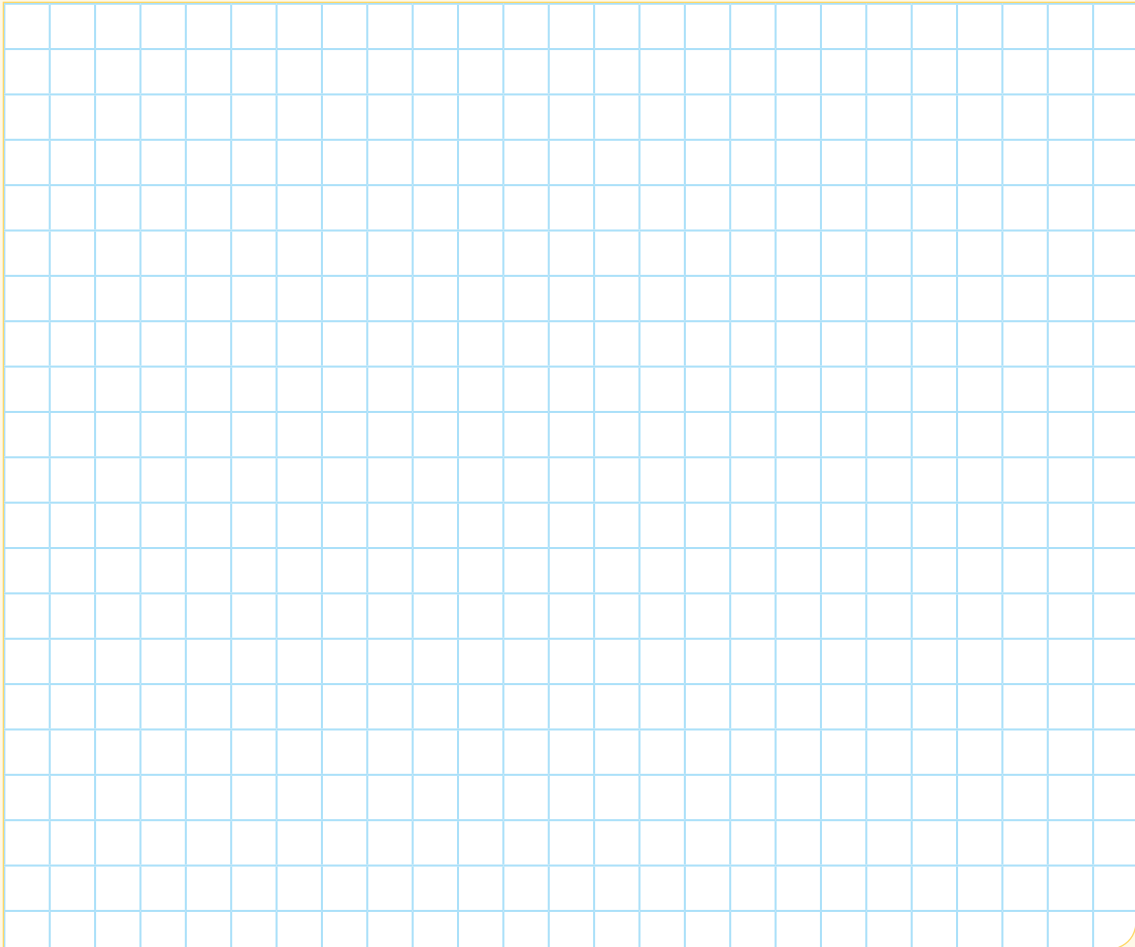
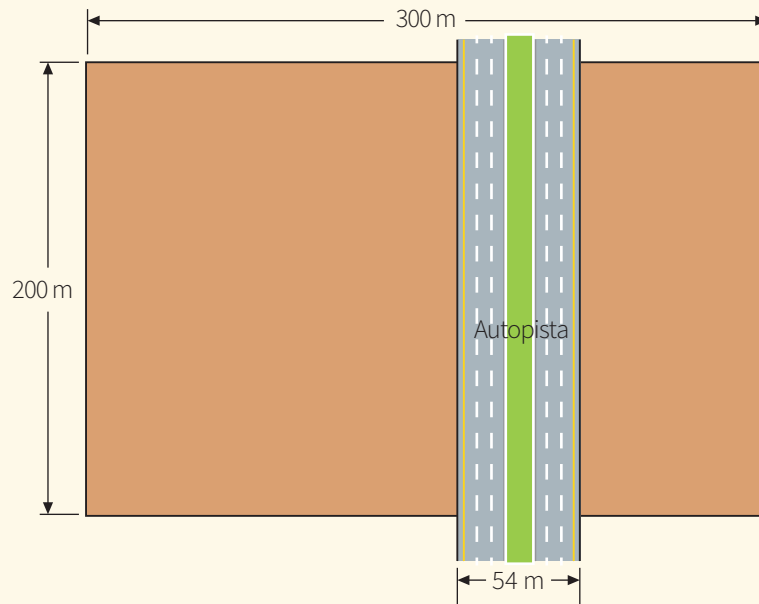


Con la información dada, responde las preguntas 5 y 6.

5. Si en los extremos de la cancha de fútbol hay dos semicírculos congruentes y se tomaron las dimensiones máximas permitidas, ¿cuántos metros cuadrados de césped artificial se necesitaron para cubrir toda el área verde?
- a) 12 665,625 m<sup>2</sup> de césped artificial                      c) 11 455,625 m<sup>2</sup> de césped artificial  
b) 11 915,625 m<sup>2</sup> de césped artificial                      d) 8250 m<sup>2</sup> de césped artificial

6. Si se ahorró todo el dinero posible en la compra de césped artificial, ¿cuántos metros cuadrados se compraron para cubrir el área verde, teniendo en cuenta los dos semicírculos congruentes?
- a) 11 915,625 m<sup>2</sup> de césped artificial                      c) 11 455,625 m<sup>2</sup> de césped artificial  
b) 9 615,36 m<sup>2</sup> de césped artificial                      d) 6400 m<sup>2</sup> de césped artificial

7. Arbilio Gómez es un benefactor de su ciudad. Él cedió parte de su terreno al Estado peruano para la construcción de una autopista que lo cruza. ¿Cuántos metros cuadrados mide actualmente su propiedad?



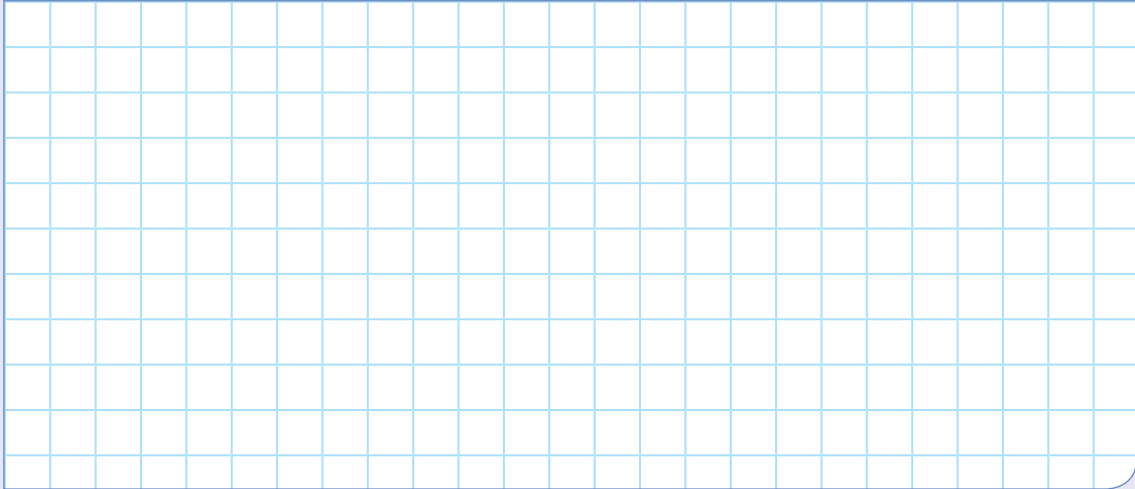
8. Un cuadernillo de Matemática tiene 80 hojas de  $21\text{ cm} \times 29,5\text{ cm}$  de dimensión. ¿Cuántos metros cuadrados de papel se utilizaron para el cuadernillo?

a)  $619,5\text{ m}^2$

b)  $2,478\text{ m}^2$

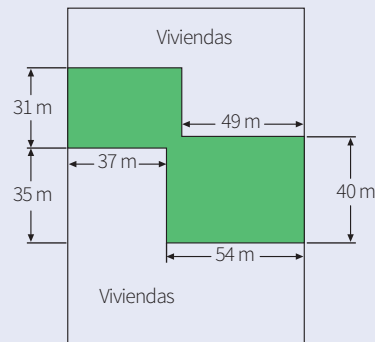
c)  $4,956\text{ m}^2$

d)  $495,6\text{ m}^2$



9. La siguiente figura representa un conjunto habitacional. En ella, la parte sombreada corresponde a la superficie que será cubierta de césped artificial.

Conjunto habitacional El Progreso



¿Cuántos metros cuadrados de césped artificial se deben comprar para cubrir toda la superficie destinada para área verde?

a)  $3437\text{ m}^2$

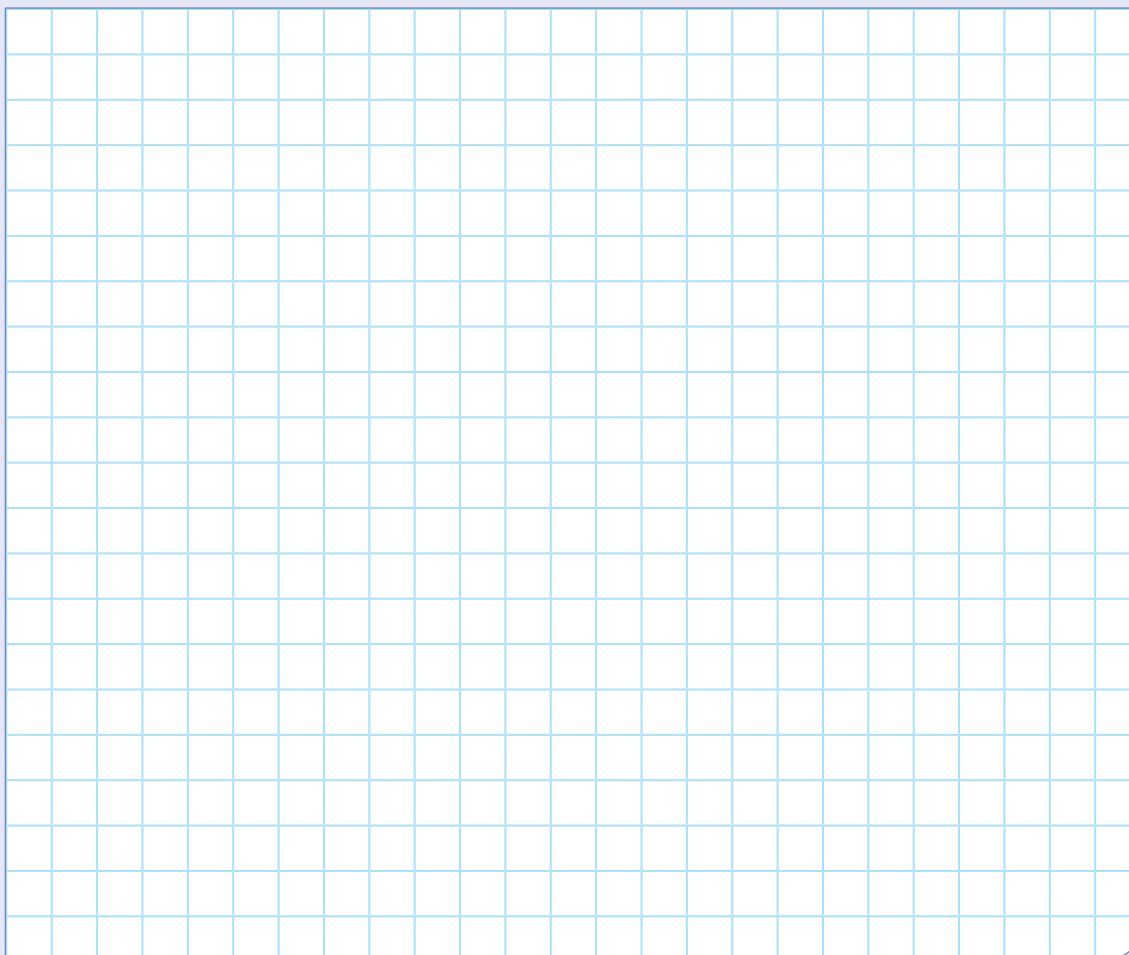
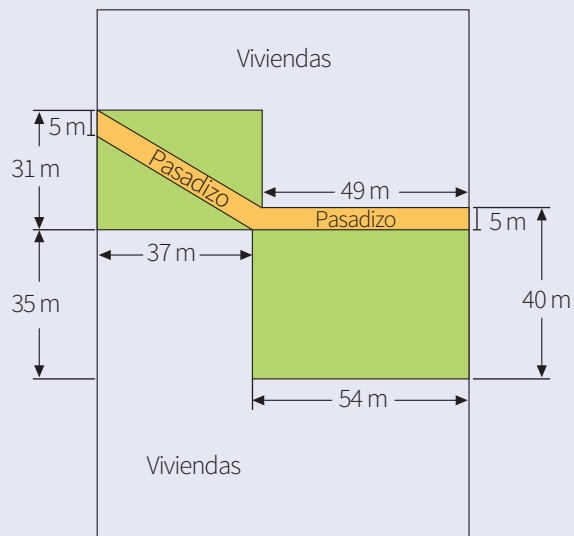
b)  $3462\text{ m}^2$

c)  $3107\text{ m}^2$

d)  $3307\text{ m}^2$



10. Si en el área verde los vecinos deciden hacer un pasadizo para el tránsito peatonal, tal como se muestra en la siguiente figura, ¿cuántos metros cuadrados de césped artificial tendrán que comprar ahora?







## Aplicamos nuestros aprendizajes

**Propósito:** Representamos las características de una muestra de la población mediante el estudio de variables cuantitativas, y el comportamiento de los datos de una muestra representativa a través de la media, la varianza y la desviación estándar. Asimismo, recopilamos datos de variables cuantitativas mediante la observación, combinando y adaptando procedimientos. Los procesamos y organizamos en tablas con el propósito de analizarlos y producir información.

### Registramos la asistencia a la biblioteca

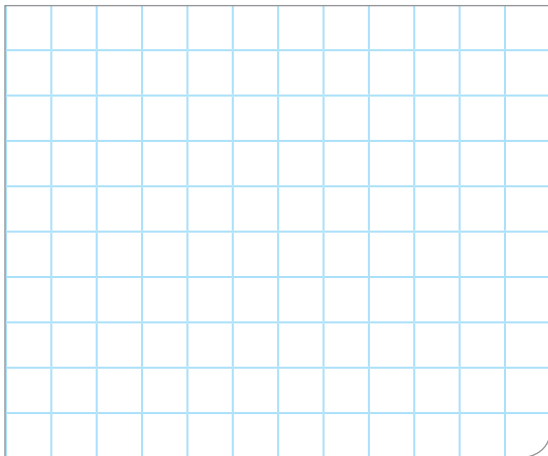
La siguiente tabla es el registro de asistencia de los estudiantes del cuarto grado “C” de la IE Los Héroes, correspondiente al servicio de biblioteca durante el mes de octubre. La “X” señala el día en que el estudiante no asistió.

		Asistencia a la biblioteca en el mes de octubre																					
N.º	Nombre	2	3	4	5	6	9	10	11	12	13	16	17	18	19	20	23	24	25	26	27	30	31
1	Patricia	X																					
2	Julio			X				X															
3	Marcelo				X	X	X						X	X	X								
4	Luis		X	X												X	X						
5	Camila					X								X									
6	Nicolás																						
7	Daniela														X			X			X		
8	Gabriela						X	X	X	X													X
9	Beatriz																X						
10	Lourdes			X	X	X					X	X								X			
11	David																						
12	Karen				X														X				X
13	Sonia																						
14	Alejandro					X						X								X			
15	Soledad								X	X					X								
16	Raúl										X												
17	Christian	X						X						X								X	
18	Sebastián		X				X						X										
19	Carla																				X		
20	Mauricio								X														X

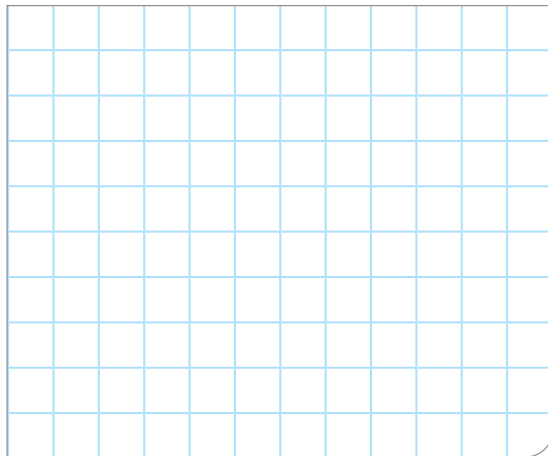
1. ¿Cuál es el promedio de asistencia a la biblioteca por parte de los estudiantes?
2. ¿Cuáles son los valores de la varianza y la desviación estándar? Interpreta los resultados.

## Comprendemos el problema

1. ¿De qué trata la situación significativa?



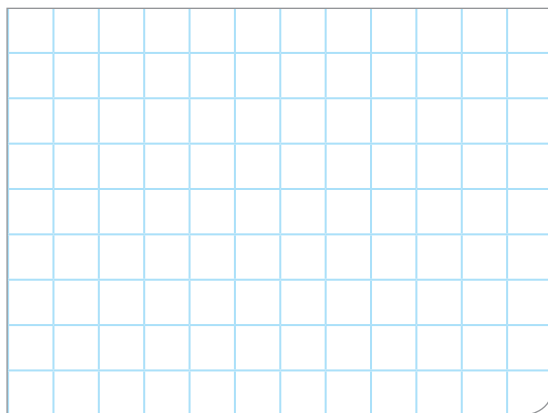
3. ¿Qué tipo de variable representan los datos?



2. ¿Cuáles son los datos que se presentan?

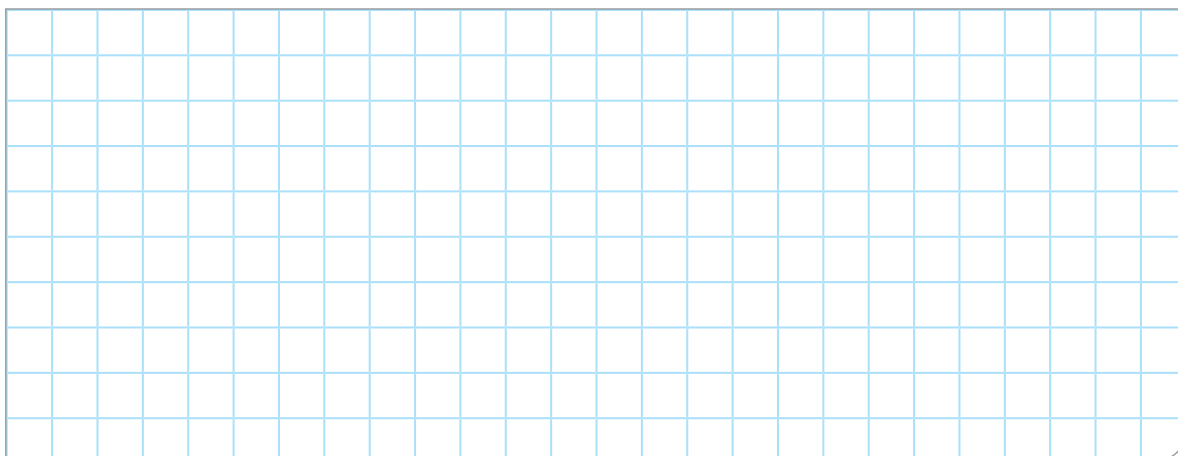


4. ¿Qué te piden calcular las preguntas de la situación significativa?



## Diseñamos o seleccionamos una estrategia o plan

1. Describe el procedimiento que realizarías para dar respuesta a las preguntas de la situación significativa.



## Ejecutamos la estrategia o plan

1. Para calcular el promedio o media ( $\bar{x}$ ) de asistencia a la biblioteca por parte de los estudiantes, completa la tabla de distribución de frecuencias.

Asistencia (días) $X_i$	Conteo	$f_i$	$f_i \cdot X_i$
0	///	3	0
1	////	4	4
Total		20	

2. Considerando los datos de la tabla, responde la pregunta 1 de la situación significativa.


3. Para calcular los valores de las medidas de dispersión, es decir, la varianza y la desviación estándar, completa la tabla para obtener los datos que se utilizarán.

Asistencia (días) $X_i$	$f_i$	$(X_i - \bar{x})^2$
0	3	
1	4	
Total		

4. Considerando los datos de la tabla, responde la segunda pregunta de la situación significativa e interpreta los resultados.


## Reflexionamos sobre el desarrollo

1. Describe el procedimiento realizado que permitió dar respuesta a la primera pregunta de la situación significativa.


2. Describe el procedimiento realizado que permitió dar respuesta a la segunda pregunta de la situación significativa.


3. ¿En qué fecha(s) del mes de octubre se registró la mayor asistencia? ¿Y en qué fecha(s), la menor asistencia?




## Comprobamos nuestros aprendizajes

**Propósito:** Expresamos con diversas representaciones y lenguaje matemático nuestra comprensión sobre la media para datos agrupados y el significado de las medidas de localización (cuartil, quintil y percentil) en una distribución de datos. Asimismo, reconocemos errores y los corregimos proponiendo mejoras.

### Situación significativa A

Como parte de un proyecto de aprendizaje de Matemática, el profesor de cuarto grado pidió que recopilaran datos correspondientes a las masas corporales en kilogramos de 80 estudiantes de la institución educativa. Los datos recopilados se muestran a continuación:

60	66	77	70	66	68	57	70	66	50
75	65	69	71	58	66	67	74	61	63
69	80	59	66	70	67	78	75	64	71
81	62	64	69	68	72	83	56	65	74
67	54	65	65	69	61	67	73	57	62
67	68	63	67	71	68	76	61	62	63
76	61	67	67	64	72	64	73	79	58
67	71	68	59	69	70	66	62	63	66

A partir de los datos, elabora la tabla de frecuencias; luego:

- Calcula la cantidad de estudiantes que tienen una masa corporal mayor o igual que 65 kg, pero menor que 80 kg.
- Calcula e interpreta el percentil veinticinco ( $P_{25}$ ).

### Resolución

Elaboramos la tabla de frecuencias:

- Determinamos el rango R:  
 $R = \text{dato mayor} - \text{dato menor}$   
 $R = 83 - 50 = 33$
- Determinamos el número de intervalos (I) aplicando la regla de Sturges:  
 $I = 1 + 3,3 \log n$  (n es el número de datos)  
 $I = 1 + 3,3 \cdot \log 80 = 1 + 3,3 (1,9) = 1 + 6,28 = 7,28 \approx 7$

- Determinamos la amplitud del intervalo A:

$$A = \frac{R}{I} = \frac{33}{7} \approx 4,71 \approx 5$$

Luego, la tabla de frecuencias será:

Masa corporal (kg) [L <sub>i</sub> ; L <sub>s</sub> [	f <sub>i</sub>	F <sub>i</sub>
[50; 55[	2	2
[55; 60[	7	9
[60; 65[	17	26
[65; 70[	30	56
[70; 75[	14	70
[75; 80[	7	77
[80; 85]	3	80
Total	80	

- a. El número de personas con masa corporal comprendida entre 65 y 80 kg es:

$$f_4 + f_5 + f_6 = 30 + 14 + 7 = 51$$

Otra forma de obtener la respuesta es operando:

$$F_6 - F_3 = 77 - 26 = 51$$

- b. Calculamos el percentil veinticinco (P<sub>25</sub>).

Identificamos el intervalo del percentil 25, correspondiente a la primera frecuencia absoluta acumulada (F<sub>j</sub>) que contenga el valor de  $\frac{j \cdot n}{N}$

$$\frac{j \cdot n}{N} = \frac{25 \cdot 80}{100} = 20$$

Observamos la columna de la frecuencia absoluta acumulada (F<sub>j</sub>) para identificar el intervalo donde se encuentra el percentil veinticinco (P<sub>25</sub>). El intervalo será [60; 65], puedes verlo en la fila pintada de verde.

Calculamos el percentil veinticinco (P<sub>25</sub>), reemplazando los valores correspondientes en la fórmula:

$$P_j = L_i + \left( \frac{\frac{j \cdot n}{N} - F_{i-1}}{f_i} \right) \cdot A$$

$$P_{25} = 60 + \left( \frac{\frac{25 \cdot 80}{100} - 9}{17} \right) \cdot 5 = 60 + 3,24 \approx 63,24$$

**Interpretación:** La masa corporal del 25 % de estudiantes es, como máximo, de 63,24 kg y el 75 % restante tiene una masa corporal mayor que 63,24 kg.

1. Describe el procedimiento para determinar la media de la masa corporal de los estudiantes y el percentil ochenta.

2. ¿El Q<sub>1</sub> es igual al P<sub>25</sub>? Justifica tu respuesta.

3. ¿Qué son los quintiles, en cuántas partes divide la distribución de datos y qué significa cada parte?

### Situación significativa B

Algunos centros comerciales disponen de estacionamientos para sus clientes, a fin de que puedan con tranquilidad hacer sus compras o ver alguna película en el cine. Los datos que se refieren al número de horas que permanecen los autos en el estacionamiento se muestran a continuación:

4	5	5	1	7	4	4	3	6	5
3	2	4	4	3	6	6	4	5	5
6	4	3	3	4	5	4	3	2	4
5	2	4	7	3	6	2	2	4	1
2	1	3	7	3	1	5	1	7	2
4	4	2	4	5	3	6	3	5	3

A partir de los datos, elabora la tabla de frecuencias; luego responde:

- Si el tiempo de permanencia de un auto supera la media, el propietario se verá en la obligación de realizar un pago de 10 soles. ¿Si Juan acostumbra dejar su auto máximo hasta 3,5 horas, le conviene dejarlo en el estacionamiento? Justifica tu respuesta.
- ¿A cuánto asciende la tercera cuartilla? Interpreta dicho resultado.

### Resolución

Elaboramos la tabla de frecuencias haciendo el conteo correspondiente:

Cantidad de horas $X_i$	Cantidad de autos $f_i$	$F_i$	$f_i \cdot X_i$
1	5	5	5
2	8	13	16
3	12	25	36
4	15	40	60
5	10	50	50
6	6	56	36
7	4	60	28
Total	60		231

- Para saber si le conviene a Juan dejar su auto en el estacionamiento, calculamos la media:

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n f_i \cdot X_i}{n} = \frac{231}{60} = 3,85$$

Considerando que Juan acostumbra dejar su auto máximo 3,5 horas y siendo este un valor menor que la media, Juan debe tomar la decisión de seguir dejando su auto en el estacionamiento, porque no implicaría pago alguno.

- Calculamos la tercera cuartilla ( $Q_3$ )

La tercera cuartilla o tercer cuartil equivale al percentil 75; luego, como  $n = 60$ , calculamos:  $75\% \times 60 = 0,75 \times 60 = 45$

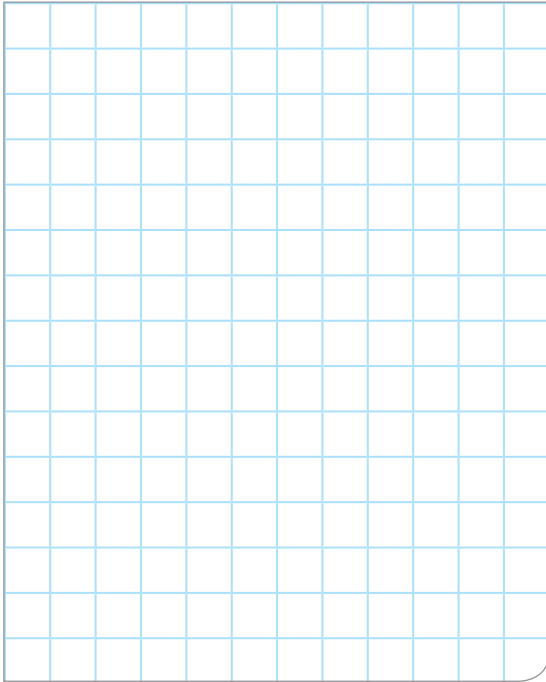
Observamos la columna de la frecuencia absoluta acumulada ( $F_i$ ) para identificar la fila donde se encuentra el cuartil tres ( $Q_3$ ). La fila corresponde a **5**. Se puede ver en la fila pintada de verde.

Otra forma de calcular el cuartil tres para datos no agrupados es:

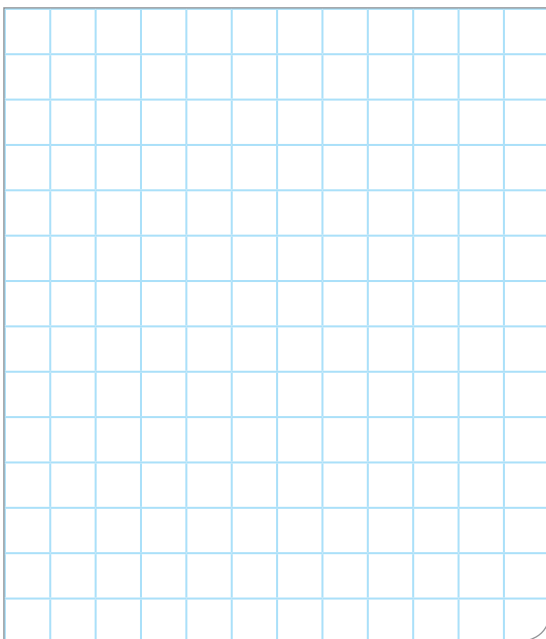
$$Q_3 = \frac{X_{(45)} + X_{(46)}}{2} = \frac{5 + 5}{2} = 5$$

Concluimos que el 75 % de los autos se quedan en el estacionamiento, a lo sumo o como máximo, 5 horas.

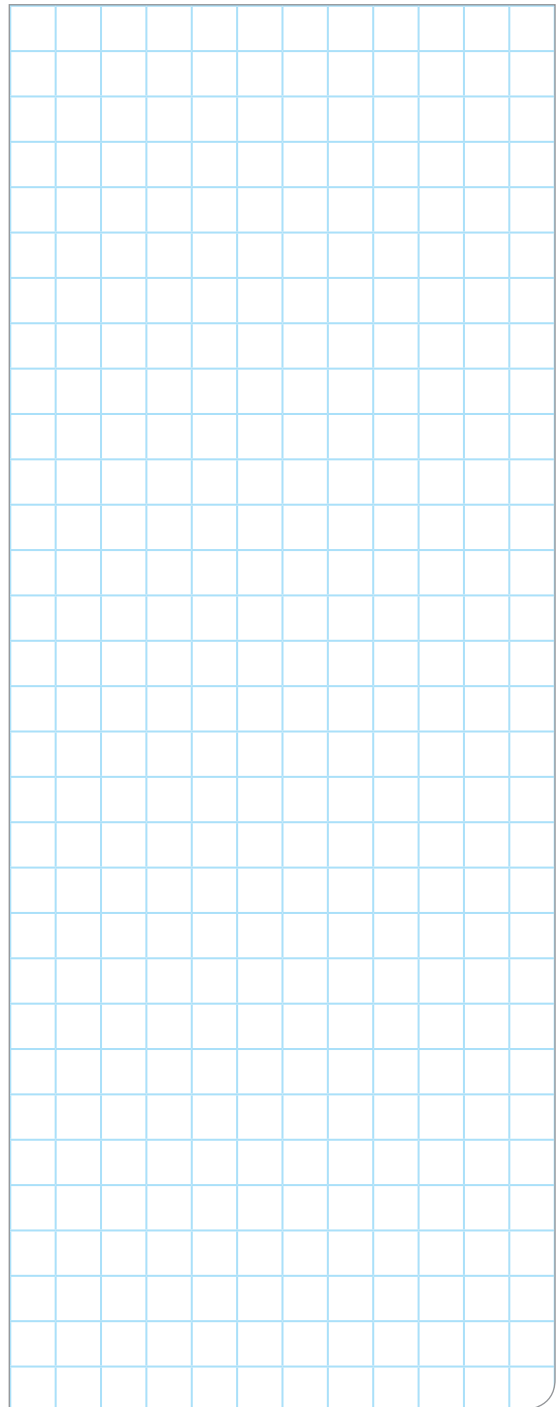
- 1.** Describe el procedimiento seguido para determinar la media de la masa corporal de los estudiantes y el percentil ochenta.



- 2.** ¿El  $Q_1$  es igual al  $P_{25}$ ? Justifica tu respuesta.



- 3.** ¿Qué son los quintiles, en cuántas partes dividen la distribución de datos y qué significa cada parte?



### Situación significativa C

En el Instituto Superior Pedagógico hay 25 docentes. Cada uno viaja a la institución cada mañana en su propio auto. La distribución de los tiempos de viaje (en minutos) desde su casa al instituto para los docentes se muestra en la siguiente tabla:

Tiempos de viaje (minutos) $[L_i; L_s[$	Cantidad de docentes $f_i$
$[0; 10[$	3
$[10; 20[$	10
$[20; 30[$	6
$[30; 40[$	4
$[40; 50]$	2

Los tiempos de viaje se dan para los 25 docentes. Calcula la media para los tiempos de viaje.

Adaptado de <https://goo.gl/ry5Wto>

### Aprendemos a partir del error

#### Resolución

- Paso 1:  
Determina el punto medio de cada clase.  
Para  $[0; 10[$  el punto medio es 5.  
Para  $[10; 20[$  el punto medio es 5.  
Para  $[20; 30[$  el punto medio es 5.  
Para  $[30; 40[$  el punto medio es 5.  
Para  $[40; 50]$  el punto medio es  $50 - 40 = 10$ ;  
entonces  $\frac{10}{2} = 5$ .
- Paso 2:  
Multiplica cada punto medio por la frecuencia de la clase.  
Para  $[0; 10[$ :  $5 \times 3 = 15$ .  
Para  $[10; 20[$ :  $5 \times 10 = 50$ .  
Para  $[20; 30[$ :  $5 \times 6 = 30$ .  
Para  $[30; 40[$ :  $5 \times 4 = 20$ .  
Para  $[40; 50]$ :  $5 \times 2 = 10$ .
- Paso 3:  
Suma los resultados del paso 2 y divide el nuevo resultado por 25.  
 $15 + 50 + 30 + 20 + 10 = 125$   
La media es:  $\bar{X} = \frac{125}{25} = 5$
- Cada profesor maneja en promedio 5 minutos en su auto desde su casa hasta el instituto.

1. Revisa el procedimiento realizado. En caso hubiera un error, ¿cuál sería su corrección?

2. ¿El cuartil 2 será igual a la media? Justifica tu respuesta e interpreta.



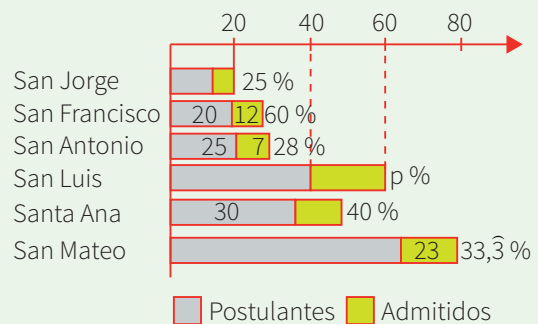


## Evaluamos nuestros aprendizajes

**Propósito:** Representamos las características de una muestra de la población mediante el estudio de variables cuantitativas, así como el comportamiento de los datos de una muestra representativa a través de la media, la varianza y la desviación estándar. Asimismo, recopilamos datos de variables cuantitativas mediante la observación, combinando y adaptando procedimientos. Los procesamos y organizamos en tablas con el propósito de analizarlos y producir información. Además, expresamos con diversas representaciones y lenguaje matemático nuestra comprensión de la media para datos agrupados y el significado de las medidas de localización (cuartil, quintil y percentil) en una distribución de datos; asimismo, reconocemos errores y los corregimos proponiendo mejoras.

En la siguiente gráfica, elaborada con datos de la Oficina de Admisión de un Instituto Técnico Superior, se muestran (de color gris) los promedios de la cantidad de postulantes por cada institución educativa y (de color amarillo) la cantidad de ingresantes. Completa la información en la gráfica y responde las preguntas 1 y 2.

**Nota:** El porcentaje indica qué parte de los postulantes ingresaron.



1. ¿Cuántos ingresantes proceden de la Institución Educativa Santa Ana?

a) 10

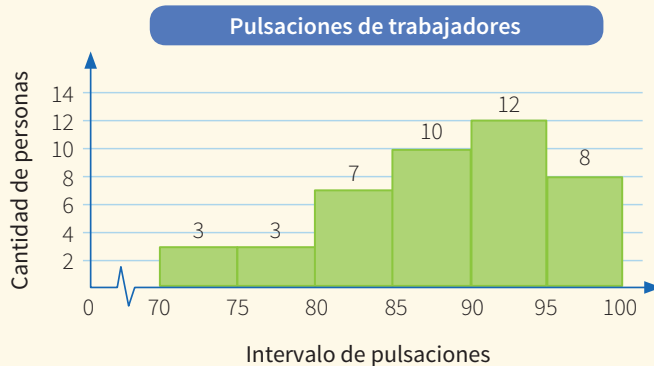
b) 11

c) 12

d) 13



El siguiente gráfico representa el número de pulsaciones de un grupo de trabajadores de una empresa luego de haber realizado actividades físicas de relajamiento.



Con la información dada, responde las preguntas 5 y 6.

5. Calcula la mediana.

- a) 8,25                      b) 9,25                      c) 89,25                      d) 98,25

6. Calcula el cuartil inferior.

- a) 83,4                      b) 81,2                      c) 78,2                      d) 63,4

7. El resultado de una encuesta aplicada a 60 estudiantes del cuarto grado de secundaria de la IE Em- prende, sobre el número de horas que dedican a la semana para enviar mensajes por *whatsapp* desde su celular, se encuentra registrado en la tabla de la derecha.

Tiempo por semana (horas) $[L_i; L_s[$	Cantidad de estudiantes $f_i$
$[0; 5[$	8
$[5; 10[$	11
$[10; 15[$	15
$[15; 20[$	12
$[20; 25[$	9
$[25; 30]$	5



- Calcula e interpreta el promedio de horas semanales dedicadas por cada estudiante a enviar mensajes por *whatsapp* en un teléfono celular.
- ¿El  $Q_3$  es igual al  $P_{75}$ ? Justifica tu respuesta, luego realiza su interpretación.

8. Un hospital lleva el registro de los pacientes operados por apendicitis en el primer trimestre del año, según su edad. La siguiente tabla muestra los datos del registro.

Edad de operados $[L_i; L_s[$	Frecuencia absoluta $f_i$
[16; 25[	12
[26; 35[	15
[36; 45[	13
[46; 55[	5
[56; 65[	4
[66; 75[	2
[76; 85]	1

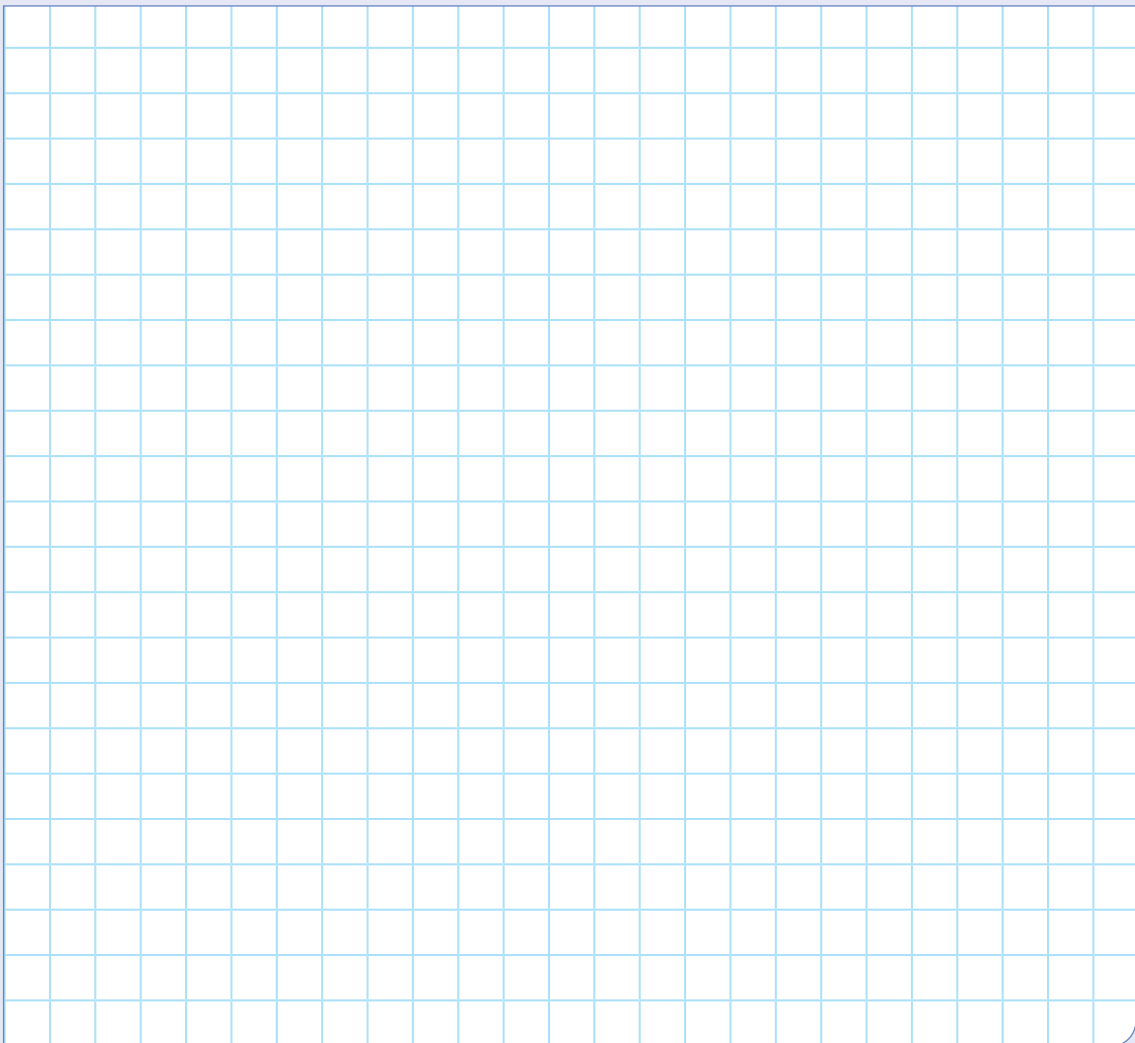
Calcula la desviación estándar.

a) 0,45

b) 7,35

c) 14,7

d) 17,6







## Aplicamos nuestros aprendizajes

**Propósito:** Establecemos relaciones entre datos y valores desconocidos, y transformamos esas relaciones a expresiones algebraicas o gráficas que incluyen inecuaciones ( $ax + b < cx + d$ ,  $ax + b > cx + d$ ,  $ax + b \leq cx + d$  y  $ax + b \geq cx + d$ ,  $\forall a$  y  $c \neq 0$ ). Asimismo, seleccionamos y empleamos estrategias heurísticas, métodos gráficos, recursos y procedimientos matemáticos para determinar términos desconocidos, simplificar expresiones algebraicas y solucionar inecuaciones usando propiedades de las igualdades.

### El repartidor de pizzas

Las pizzerías locales, durante los últimos años, se han especializado en la entrega de pizzas a domicilio. Las empresas se han dado cuenta de la importancia de entregarles el producto a sus clientes en la comodidad de sus casas. Por ello, les brindan el servicio de la mejor calidad disponible en el menor tiempo posible. Para lograr todo esto, han diseñado rutas de transporte y han aumentado la rapidez en la producción de pizzas.



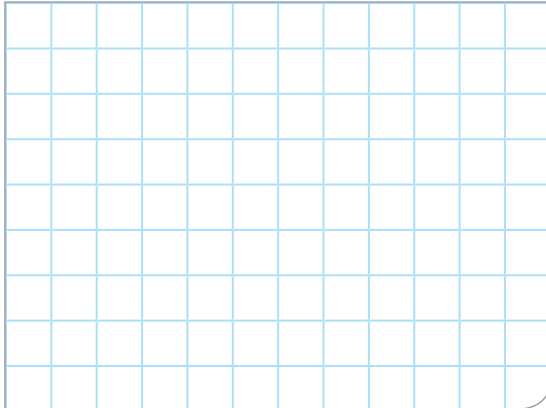
©Shutterstock

Por los motivos descritos, las pizzerías requieren de repartidores, a quienes ofrecen dos opciones de contrato:

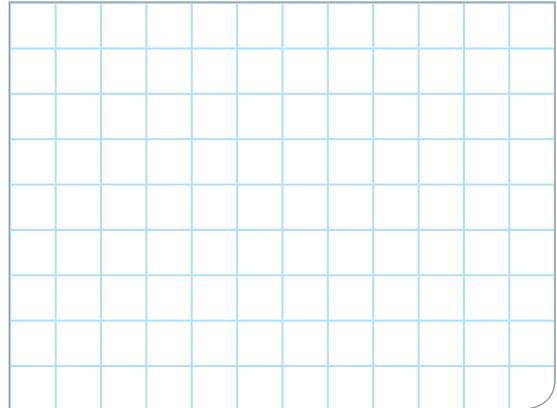
- Opción 1: sueldo mínimo de 850 soles, más 11 soles de comisión por cada pizza repartida.
  - Opción 2: sueldo fijo de 1500 soles, independientemente del número de pizzas repartidas.
1. Calcula el número mínimo de pizzas que debe entregar un repartidor para que le convenga escoger la primera opción.

## Comprendemos el problema

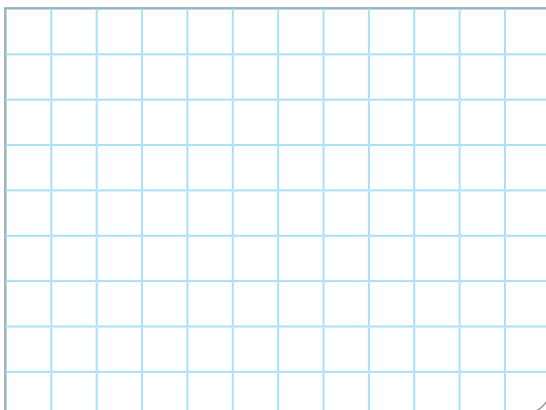
1. ¿Cuáles son las características de las pizzerías locales durante los últimos años?



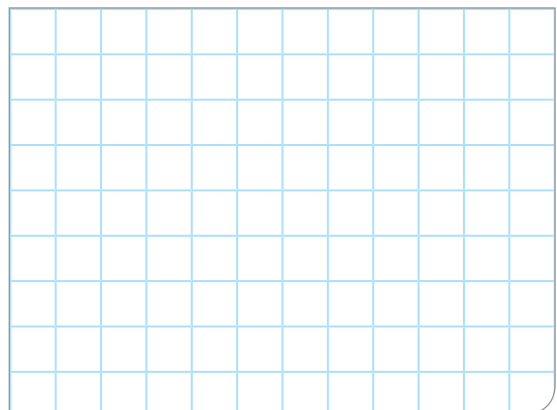
3. ¿Cuál es la segunda opción de contrato que ofrecen las pizzerías?



2. ¿Cuál es la primera opción de contrato que ofrecen las pizzerías?



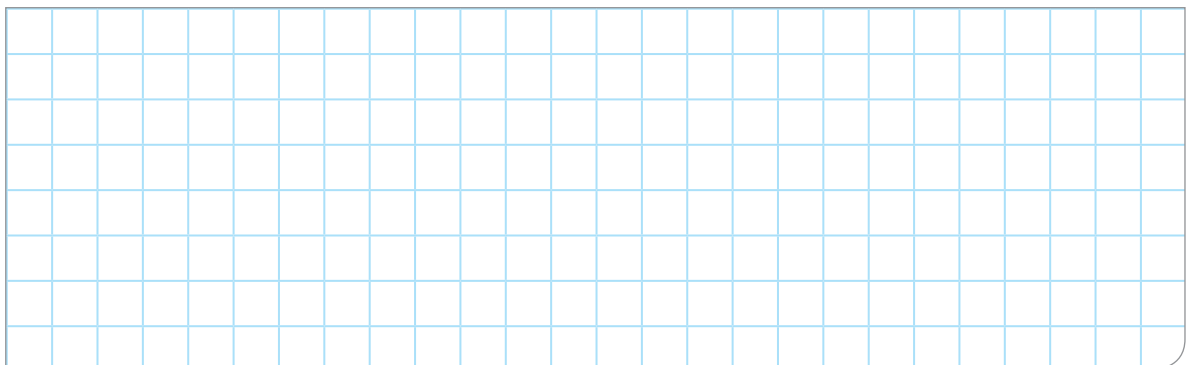
4. ¿Qué nos pide calcular la pregunta de la situación significativa?



## Diseñamos o seleccionamos una estrategia o plan

1. ¿Qué estrategia utilizarías para resolver la pregunta de la situación significativa?

- a) Diagrama tabular y planteo de ecuación.
- b) Diagrama tabular y planteo de inecuaciones.
- c) Diagrama cartesiano y planteo de inecuaciones.





## Ejecutamos la estrategia o plan

1. Aplica la estrategia que seleccionaste para la opción 1. ¿Cuánto recibirá de sueldo para "n" pizzas repartidas?

Número de pizzas repartidas	Sueldo (S/)
1	$850 + 11(1)$
2	$850 + 11(2)$
3	
4	
:	
n	

2. Establece una expresión matemática, tal que el sueldo recibido para "n" pizzas repartidas de la opción 1 sea mayor que el sueldo recibido de la opción 2.

3. Calcula el valor de "n" en la expresión matemática de la pregunta anterior.

4. Según la respuesta de la pregunta anterior, responde la pregunta de la situación significativa.

## Reflexionamos sobre el desarrollo

1. ¿Cuál de las dos opciones de contrato crees que es la más conveniente? Explica tu respuesta.

2. Si en la segunda opción te pagaran un sueldo fijo de S/1250, ¿cuántas pizzas como mínimo deberías repartir para que te convenga la primera opción?



## Comprobamos nuestros aprendizajes

**Propósito:** Expresamos con lenguaje algebraico la comprensión sobre la solución o soluciones de inecuaciones lineales, estableciendo relaciones entre dichas representaciones. Asimismo, justificamos con ejemplos y con propiedades matemáticas las posibles soluciones de inecuaciones lineales u otras relaciones que descubrimos, y corregimos errores si los hubiera.

### Situación significativa A

El puente de Chacanto, que une las regiones Amazonas y Cajamarca, se encuentra en proceso de reconstrucción debido a los daños sufridos por las torrenciales lluvias y por su antigüedad, pues data de hace 90 años. Su capacidad original fue de 16 toneladas; sin embargo, en la actualidad, por medidas de seguridad, se ha reducido a su cuarta parte.

Una furgoneta cuya tara es de 1750 kg debe cargar cuatro cajones iguales y del mismo peso. ¿Cuánto puede pesar, como máximo, cada uno de esos cajones para poder cruzar dicho puente?

(Tara: peso de un vehículo destinado al transporte, vacío sin mercancía).

### Resolución

- Capacidad del puente Chacanto: un cuarto de 16 toneladas, es decir, 4 toneladas, que equivalen a 4000 kg.  
Peso de la furgoneta: 1750 kg      Peso de cada cajón:  $x$  (desconocido)      Cantidad de cajones: 4 cajones
- El peso combinado de la furgoneta y los cuatro cajones no debe exceder el peso máximo soportado por el puente. Así, tenemos la siguiente expresión:

$$1750 + 4x \leq 4000$$

- Resolviendo:

$$1750 + 4x \leq 4000$$

$$4x \leq 4000 - 1750$$

$$4x \leq 2250$$

$$x \leq \frac{2250}{4}$$

$$x \leq 562,5$$

**Respuesta:** Cada cajón debe pesar, como máximo, 562,5 kg para que pueda pasar por el puente Chacanto.

1. ¿Por qué el máximo valor de  $x$  es 562,5?

2. ¿Puedes indicar qué propiedades de las operaciones se han utilizado para resolver la situación significativa?







## Evaluamos nuestros aprendizajes

**Propósito:** Establecemos relaciones entre datos y valores desconocidos, y transformamos esas relaciones a expresiones algebraicas o gráficas que incluyen inecuaciones ( $ax + b < cx + d$ ,  $ax + b > cx + d$ ,  $ax + b \leq cx + d$  y  $ax + b \geq cx + d$ ,  $\forall a$  y  $c \neq 0$ ). Así también, expresamos con diversas representaciones gráficas tabulares, simbólicas, y con lenguaje algebraico, la comprensión sobre la solución o soluciones de inecuaciones lineales. Además, seleccionamos y empleamos estrategias heurísticas, recursos y procedimientos matemáticos para determinar términos desconocidos, simplificar expresiones algebraicas y solucionar inecuaciones usando propiedades de las igualdades. Asimismo, justificamos con ejemplos y con propiedades matemáticas las posibles soluciones de inecuaciones lineales u otras relaciones que descubrimos, y corregimos errores si los hubiera.

Dos compañías telefónicas ofrecen las siguientes promociones:

Compañía A	Compañía B
Banda ancha + llamadas a fijo gratis: S/40 al mes.	Banda ancha + llamadas a fijo gratis: S/60 al mes.
Llamadas a móviles: S/0,30 el minuto.	Llamadas a móviles: S/0,20 el minuto.

Con la información dada, responde las preguntas 1 y 2.

1. ¿Cuántos minutos debe llamar el cliente a móviles en un mes para que le resulte más económica la promoción de la compañía B?
- a) Menos de 200 minutos                      c) Igual a 200 minutos  
b) Más de 200 minutos                        d) No menos de 200

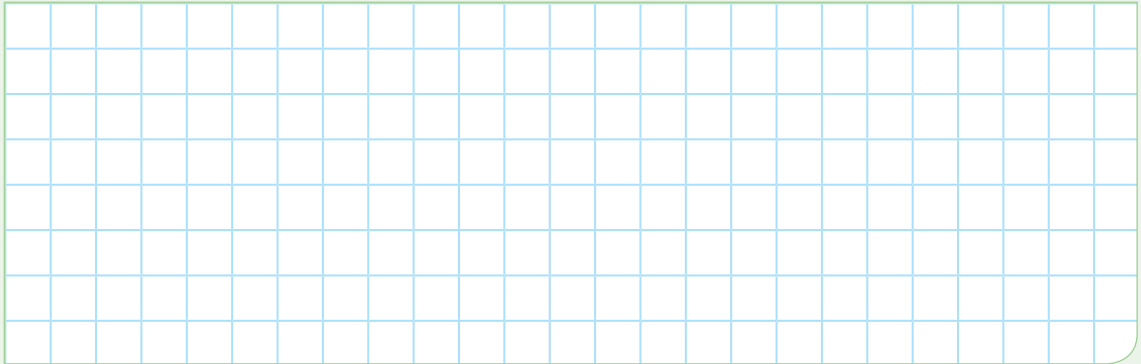
2. ¿Cuál es el importe de la factura en este caso?

a) Más de 100 soles

c) Menos de 100 soles

b) Igual a 100 soles

d) Menos o igual a 100 soles



3. Un carpintero va a colocar un zócalo en una habitación que tiene el piso de forma de un rectángulo de 8 m de ancho y con un perímetro menor que 40 m. ¿Cuál es el máximo valor entero que puede tener el largo del piso del cuarto?

a) 10

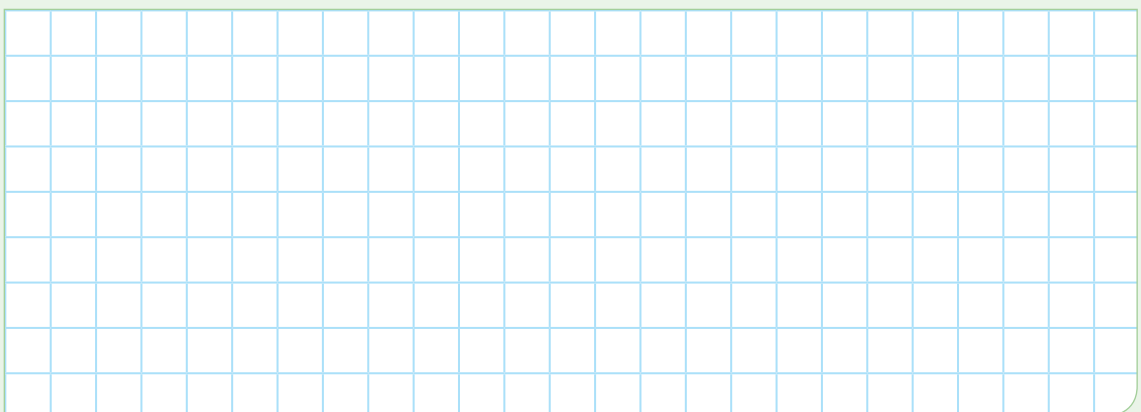
b) 9

c) 11

d) 2



4. El tiraje de una revista mensual tiene como costo de edición 30 000 soles, a los que se debe adicionar 1,50 soles de gasto de distribución por cada ejemplar. Si cada revista se vende a 3,50 soles y se obtienen ingresos de 12 000 soles por publicidad, ¿cuántas revistas se deben vender para empezar a obtener beneficios?



## Las kilocalorías

La tabla muestra la capacidad energética media (en kilocalorías por gramo) de algunos nutrientes fundamentales.

Glúcidos	Proteínas	Grasas
4	4	9

Un alimento tiene las siguientes características en su composición:

- Posee el doble de gramos de grasa que de glúcidos.
- La masa de las proteínas es veinte veces la masa de los glúcidos.
- En 100 gramos de ese alimento hay, en total, 20,7 gramos de glúcidos, proteínas y grasas.

Fuente: <https://goo.gl/sFs3Lj>

Con la información dada, responde las preguntas 5 y 6.

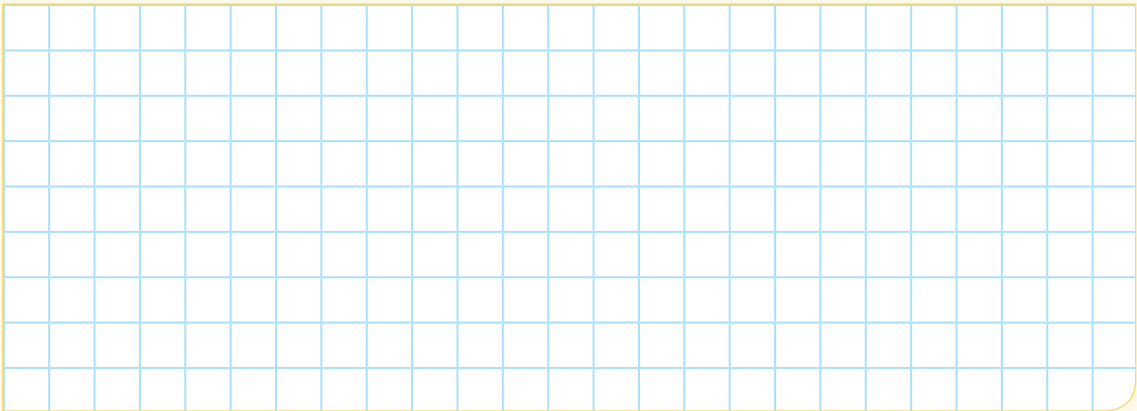
5. Representa una expresión matemática que determine la capacidad energética media por gramo de dicho alimento.

a)  $91,8x$

b)  $9,18x$

c)  $0,918x$

d)  $0,162x$



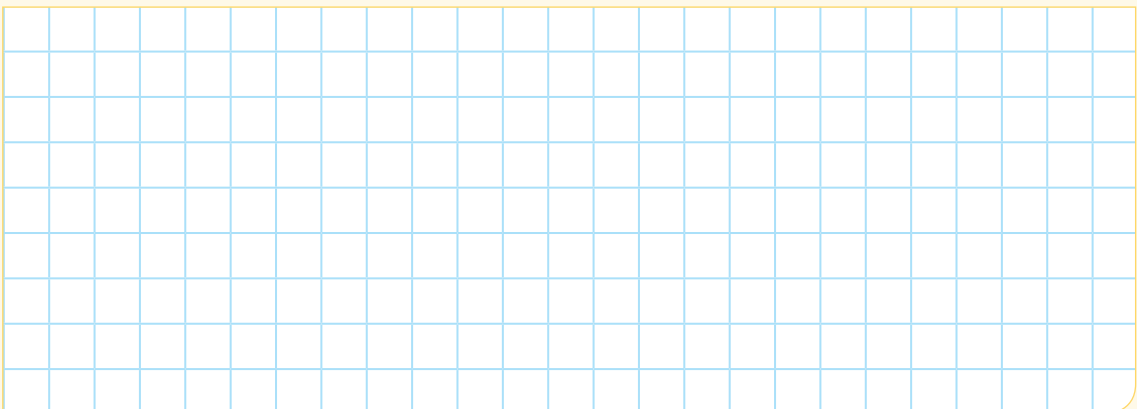
6. Si se han consumido entre 150 y 250 gramos del mencionado alimento, ¿entre qué valores está comprendido el número de kilocalorías consumidas?

a) Entre 137 y 229,5

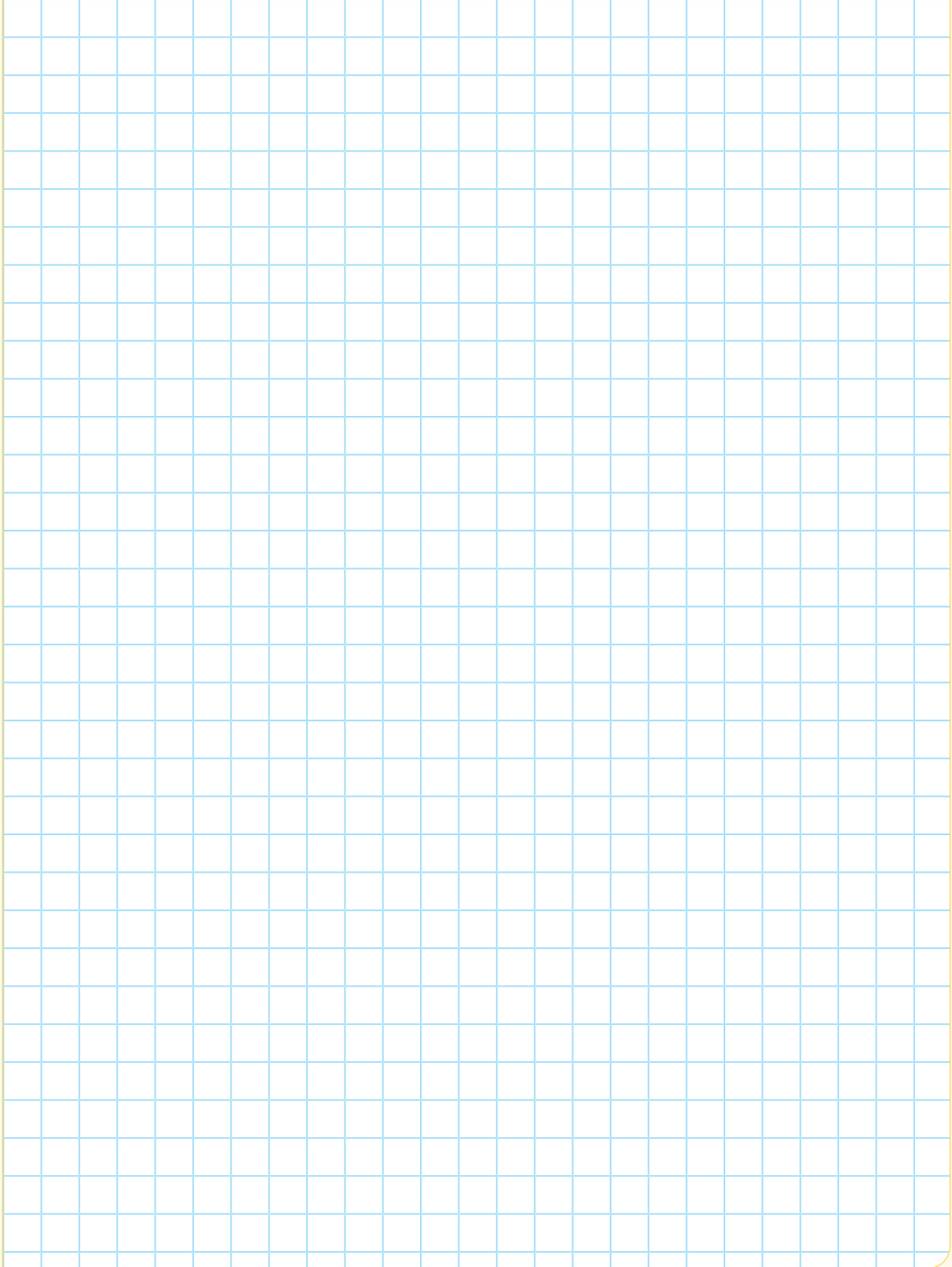
b) Entre 22,95 y 1,37

c) Entre 13,7 y 229,5

d) Entre 0,918 y 9,18



7. En una tienda de Europa, se vende café de dos marcas: una de Perú y otra de Colombia. De la marca que procede de Perú, cada paquete cuesta 1,30 euros, y de la que se importa de Colombia, 1,65 euros. Averigua el número de paquetes de cada tipo que se pueden adquirir por 25 euros si se desea comprar de la marca colombiana el doble de paquetes que de la peruana.







10. ¿Qué edad puede tener ahora mi abuela?

A large grid of graph paper, consisting of 20 columns and 30 rows of small squares, intended for writing an answer to the question above.



## Aplicamos nuestros aprendizajes

**Propósito:** Establecemos relaciones entre datos y acciones de comparar o trabajar con tasas de interés simple. Asimismo, expresamos con diversas representaciones y lenguaje numérico nuestra comprensión sobre algunos términos financieros.

### Calculamos el crédito hipotecario para vivienda

En nuestro país, en los últimos años, se ve una significativa cantidad de ofertas inmobiliarias debido a la explosión demográfica, dado que la población del Perú, según el censo del 2017 del Instituto Nacional de Estadística e Informática (INEI), supera los 31 millones de habitantes.

La familia Álvarez Buendía encuentra una vivienda valorizada en S/250 000. Para financiarla, dispone de tres entidades bancarias, las cuales proponen las condiciones que se muestran en la tabla:

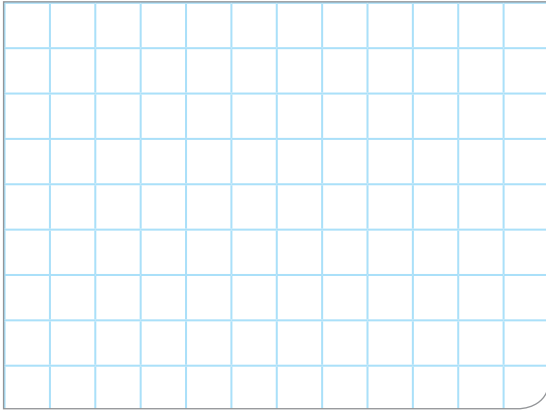
Entidad bancaria	Cuota inicial	Tasa de interés anual	Tiempo (años)
Banco "A"	10 %	15 %	20
Banco "B"	20 %	13 %	25
Banco "C"	0 %	10 %	30



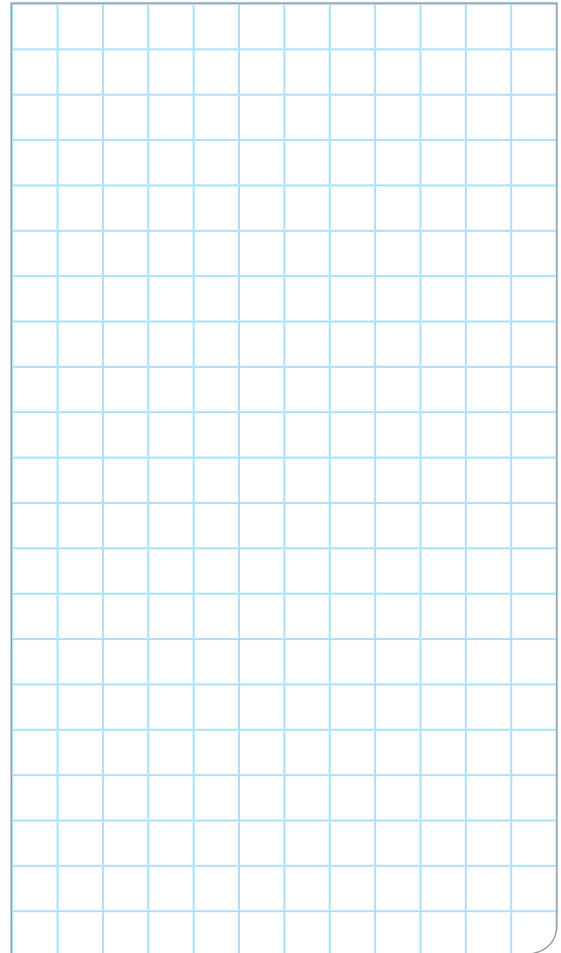
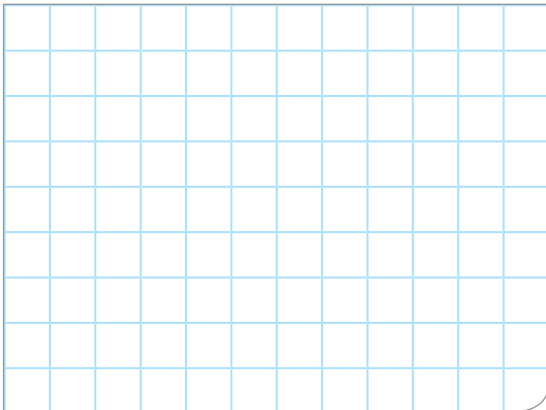
1. ¿En cuál de las entidades bancarias le convendría financiar la vivienda a la familia Álvarez Buendía si las entidades bancarias realizarán el financiamiento en interés simple?

## Comprendemos el problema

1. ¿Cuál es el valor de la vivienda que la familia Álvarez Buendía desea financiar y en cuántos años como máximo?
3. ¿Qué nos pide calcular la pregunta de la situación significativa?

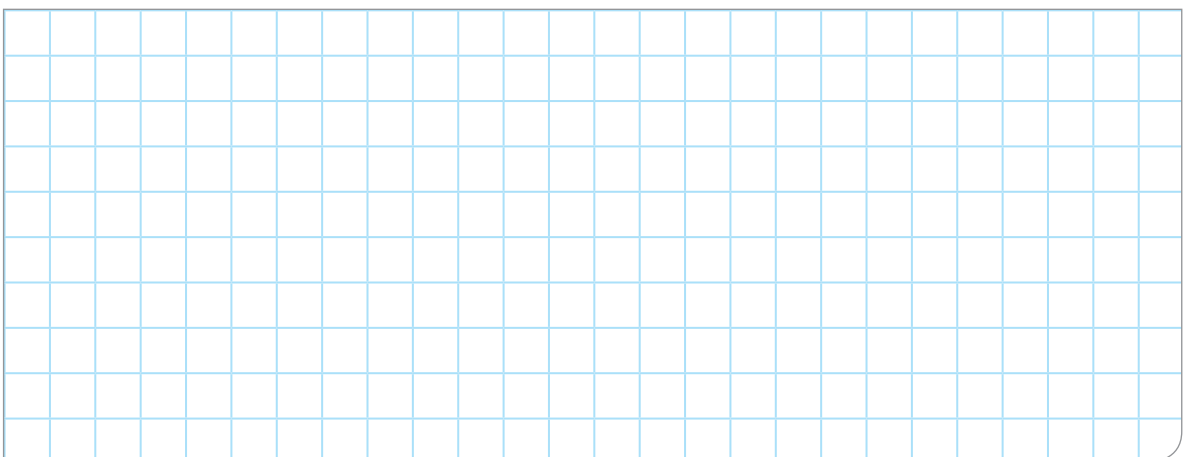


2. ¿Cuáles son las tasas de interés de los bancos que desean financiarle la vivienda a la familia Álvarez Buendía?



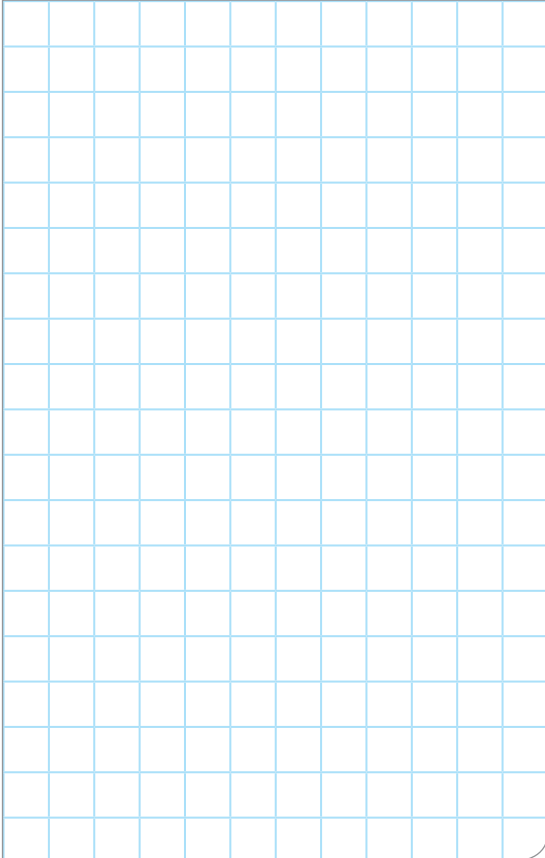
## Diseñamos o seleccionamos una estrategia o plan

1. ¿Qué procedimiento realizarías para responder la pregunta de la situación significativa?



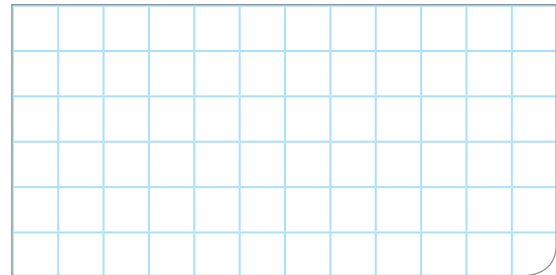
## Ejecutamos la estrategia o plan

1. Expresa matemáticamente la relación que nos permita encontrar el interés simple y el monto de pago. Propón dos ejemplos de cómo calcular el interés simple.



2. Completa la tabla para responder la pregunta de la situación significativa.

Entidad financiera	Interés simple generado en "t" años	Monto
"A"		
"B"		
"C"		

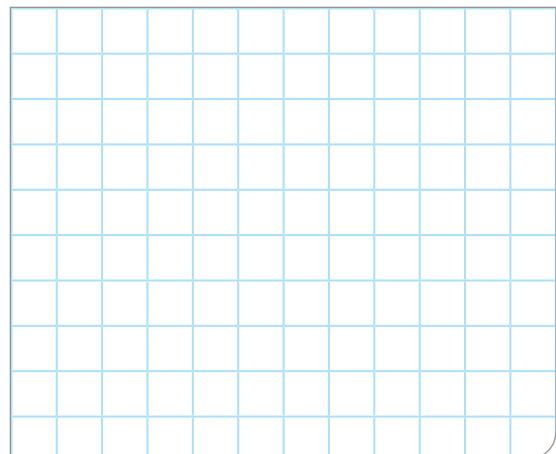
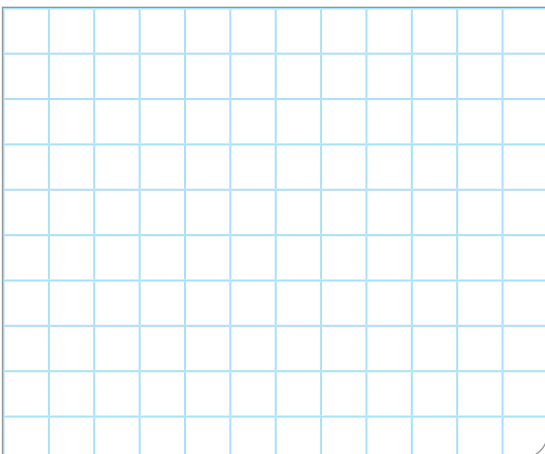


3. Responde la pregunta de la situación significativa.



## Reflexionamos sobre el desarrollo

1. ¿De qué otra manera podrías resolver para responder la pregunta? Descríbela.
2. ¿Qué otro criterio hubiera usado la familia Álvarez Buendía para decidir qué banco utilizar?





# Comprobamos nuestros aprendizajes

**Propósito:** Seleccionamos y adaptamos estrategias de cálculo y procedimientos diversos para realizar operaciones de tasas de interés simple o compuesto. Asimismo, comprobamos o descartamos la validez de una afirmación.

## Situación significativa A

Para la cuota inicial de una vivienda, Ernesto desea solicitar un préstamo de S/60 000 para pagarlo en cinco años con una tasa de interés simple del 0,5 % mensual. ¿Cuánto es el monto y el interés que pagará por el préstamo al cabo de los cinco años?

## Resolución

- Reconociendo los elementos involucrados en la situación significativa planteada, tenemos:

Capital:  $C = S/60\ 000$

Tasa de interés, que siempre debe ser anual:  
 $r = 0,5\% \times 12 = 6\%$  anual

Tiempo: 5 años

- Luego:

$$I = \frac{C \times r \times t}{100}$$

$$I = \frac{60\ 000 \times 6 \times 5}{100} = 18\ 000 \text{ soles}$$

- El monto será el capital más el interés:

$$M = C + I = 60\ 000 + 18\ 000 = 78\ 000 \text{ soles}$$

**Respuesta:** Pagará como interés por el préstamo S/18 000 y el monto será de S/78 000.

- ¿Por qué la tasa de interés simple siempre debe ser anual?

- Describe el procedimiento realizado en la resolución de la situación significativa.

- ¿Qué aspectos del procedimiento realizado son semejantes al utilizado en la situación significativa inicial?

### Situación significativa B

La familia Huamaní Díaz desea adquirir un camión valorizado en S/150 000, para transportar la fruta que produce en su huerta. Como no dispone del dinero suficiente, solicita un préstamo a una entidad financiera, la cual le ofrece el crédito de los S/150 000 para pagarlos durante 10 años en cuotas mensuales de S/2400. ¿Cuánto de interés pagará la familia Huamaní Díaz por el préstamo? ¿Y a qué tasa de interés simple se da el crédito?

### Resolución

- Se sabe que el monto es igual a la suma del capital inicial y el interés ganado, es decir:  $M = C + I$

Capital:  $C = 150\,000$  soles

$M = 10$  años  $\times$  12 meses  $\times$  2400 = 288 000 soles

- De la relación  $M = C + I$ , obtenemos:  $I = M - C$

$I = M - C = 288\,000 - 150\,000 = S/138\,000$

- También se sabe que:

$I = C \times r \times t$

$138\,000 = 150\,000 \times r \times 10$

$r = \frac{138\,000}{1\,500\,000} = 0,092 \times 100\% = 9,2\%$

**Respuesta:** El interés que pagará la familia Huamaní Díaz será de S/138 000 a una tasa del 9,2 %.

1. ¿Qué estrategia se utilizó para resolver la situación significativa?

2. Describe el procedimiento realizado en la resolución de la situación significativa.

3. ¿Qué aspectos del procedimiento realizado podrías utilizar, en el caso de que tu familia comprara una vivienda o departamento?

### Situación significativa C

En el contexto de la situación significativa mostrada en B, una empresa financiera le propone a la familia Huamání Díaz una tasa de interés compuesto del 8 % anual, para pagarse en 10 años. ¿Pagará más o pagará menos de interés dicha familia, y a cuánto equivale dicho interés en soles?

### Aprendemos a partir del error

#### Resolución

- El interés compuesto se calcula con la siguiente fórmula:

$$C_f = C(1 + i)^n$$

Donde:

$C_f$ : capital final

$C$ : capital inicial

$i$ : tasa de interés compuesto

$n$ : número de periodos de capitalización

- Se tiene:

$$C = 150\,000 \text{ soles}$$

$$i = 8\% = \frac{8}{100} = 0,08$$

$$n = 10$$

$$C_f = 1\,500\,000(1 + 0,08)^{10} = 323\,838,75 \text{ soles}$$

$$I = 323\,838,75 - 150\,000 = 273\,838,75 \text{ soles}$$

**Respuesta:** Se pagará más interés, que equivale a S/273 838,75.

- Los pasos realizados en la resolución de la situación significativa, ¿son los adecuados? En el caso de que hubiera un error, ¿cuál sería su corrección?

- ¿Qué entiendes por el término *capitalizable*?





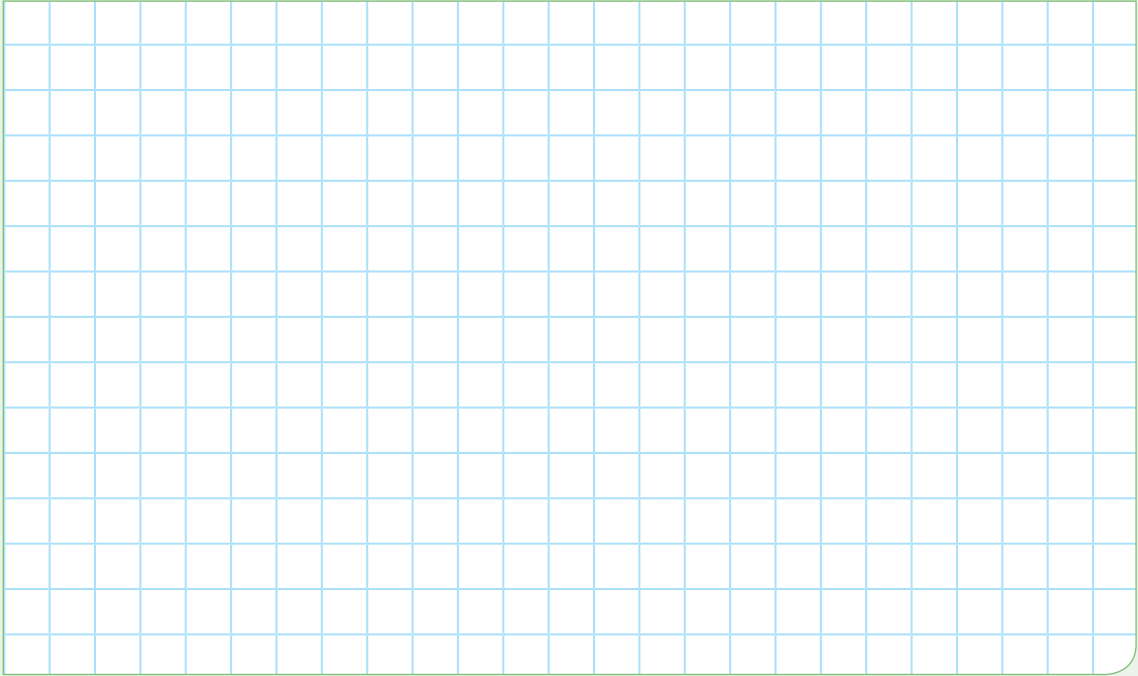
3. ¿A qué tasa de interés compuesto anual la utilidad en un año es la misma para los dos tipos de acciones? (Utiliza una calculadora u hoja de cálculo).

a) 1,47 %

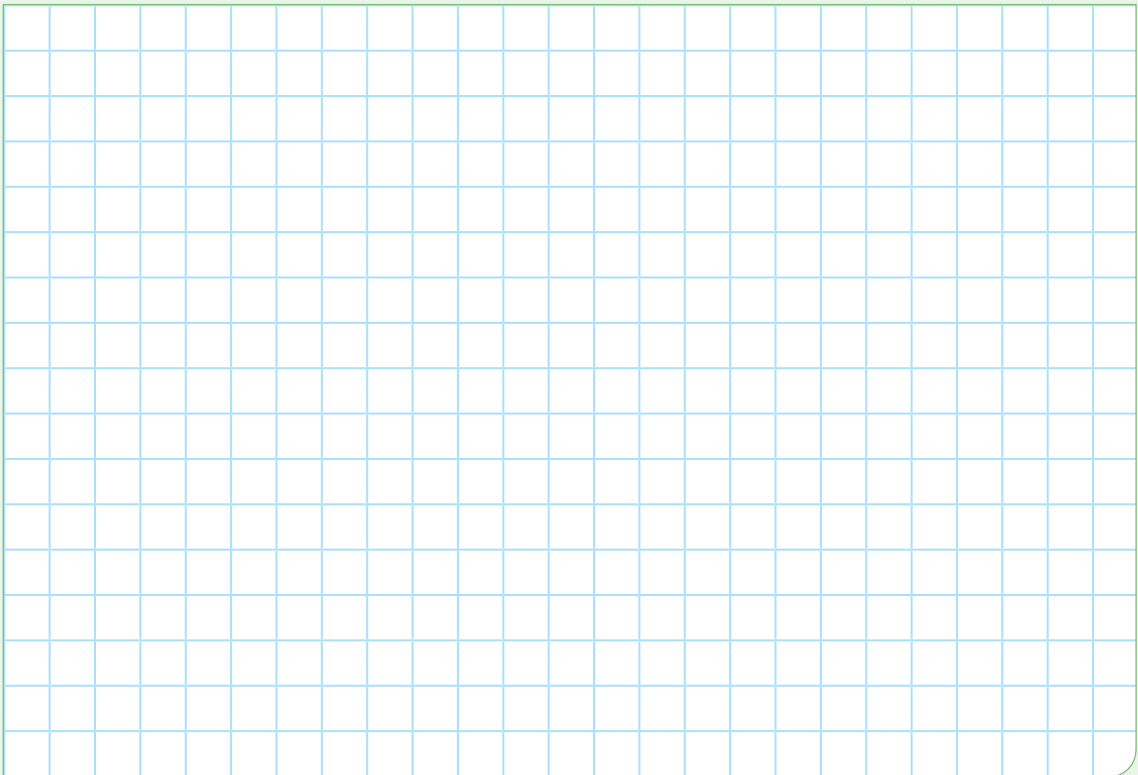
b) 2,95 %

c) 3 %

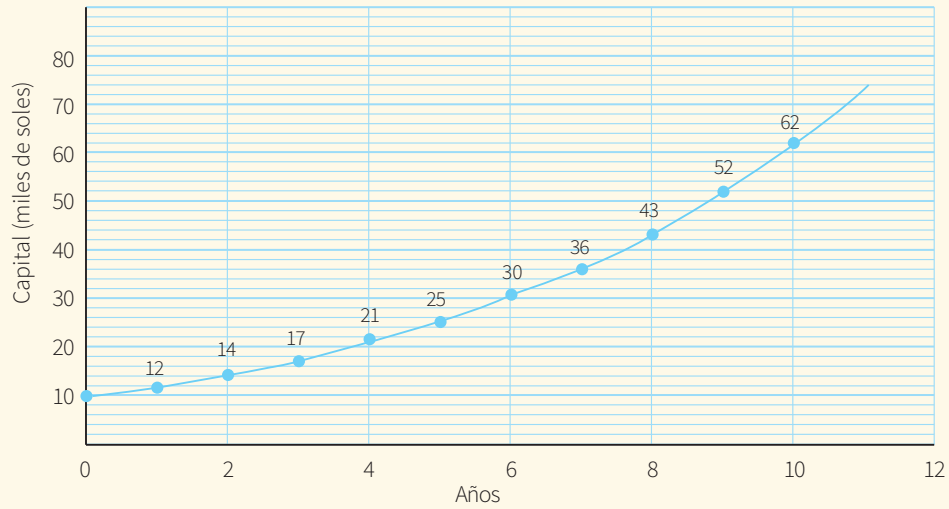
d) 6 %



4. ¿En qué tiempo  $S/5000$  generan una utilidad de  $S/1640$  en las acciones del tipo B?



Capitalización de inversión



Con la información dada, responde las preguntas 5 y 6.

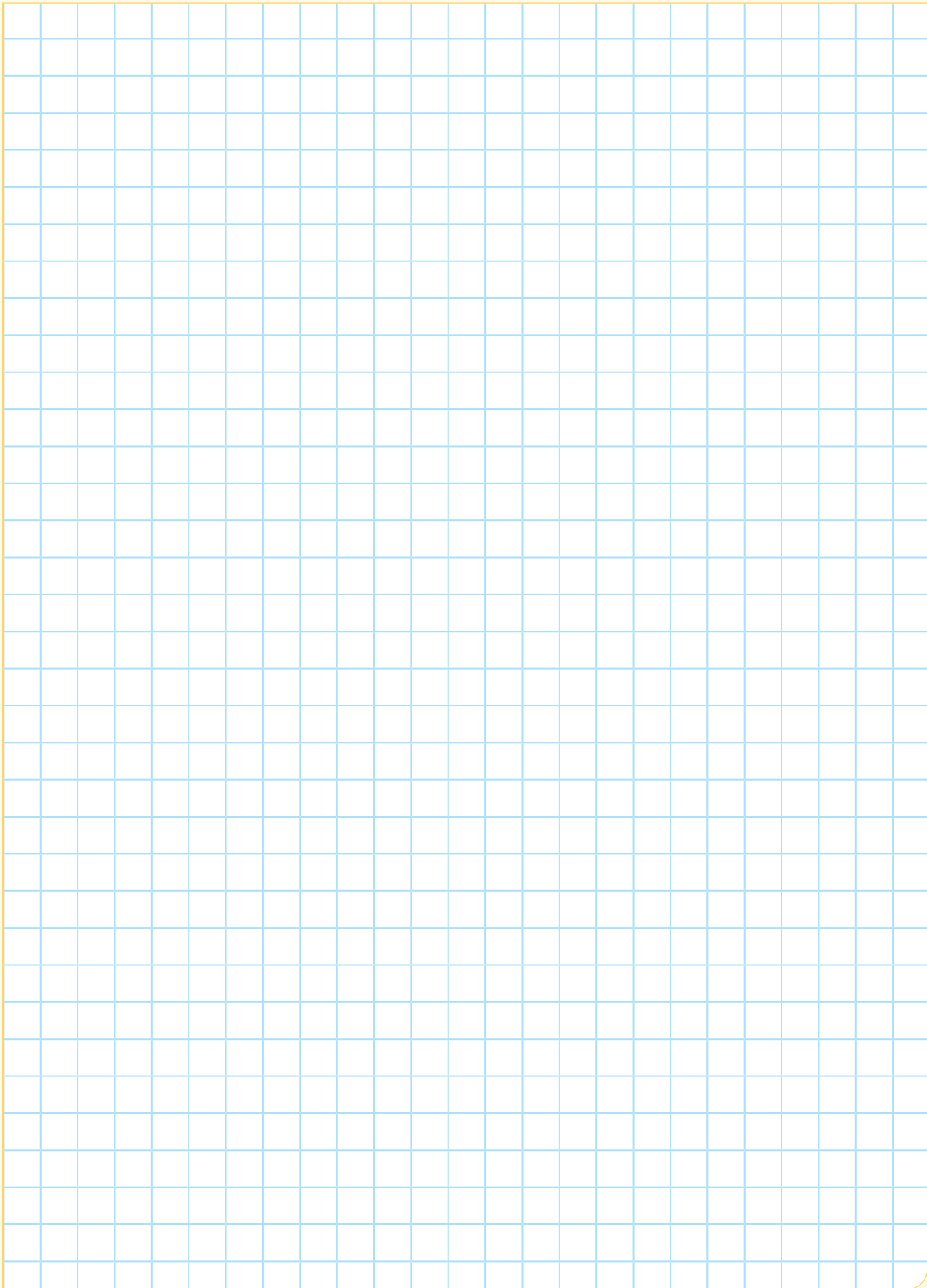
5. El gráfico muestra la capitalización de una inversión a lo largo de los años. ¿Qué representa S/62 000?

- a) Capital final      b) Capital inicial      c) Interés compuesto      d) Tasa de interés

6. Bajo estas mismas condiciones, ¿cuál será el capital a los 11 años de inversión?

- a) S/72 000,00      b) S/75 000,00      c) S/66 018,87      d) S/74 300,84

7. Determina el valor de un capital que, colocado a una tasa de interés compuesto del 8 % anual, produce un monto de S/26 500 luego de tres años con una capitalización semestral.



8. ¿Durante cuántos días se prestó un capital de S/16 000, a una tasa de interés compuesto del 4 % cuatrimestral, para que produzca un monto de S/16 128?

a) 18 días

b) 20 días

c) 22 días

d) 24 días



9. ¿Cuál será la tasa de interés compuesto anual a la que se tendrá que colocar un capital de S/3780 para que luego de 48 meses se convierta en S/6804?

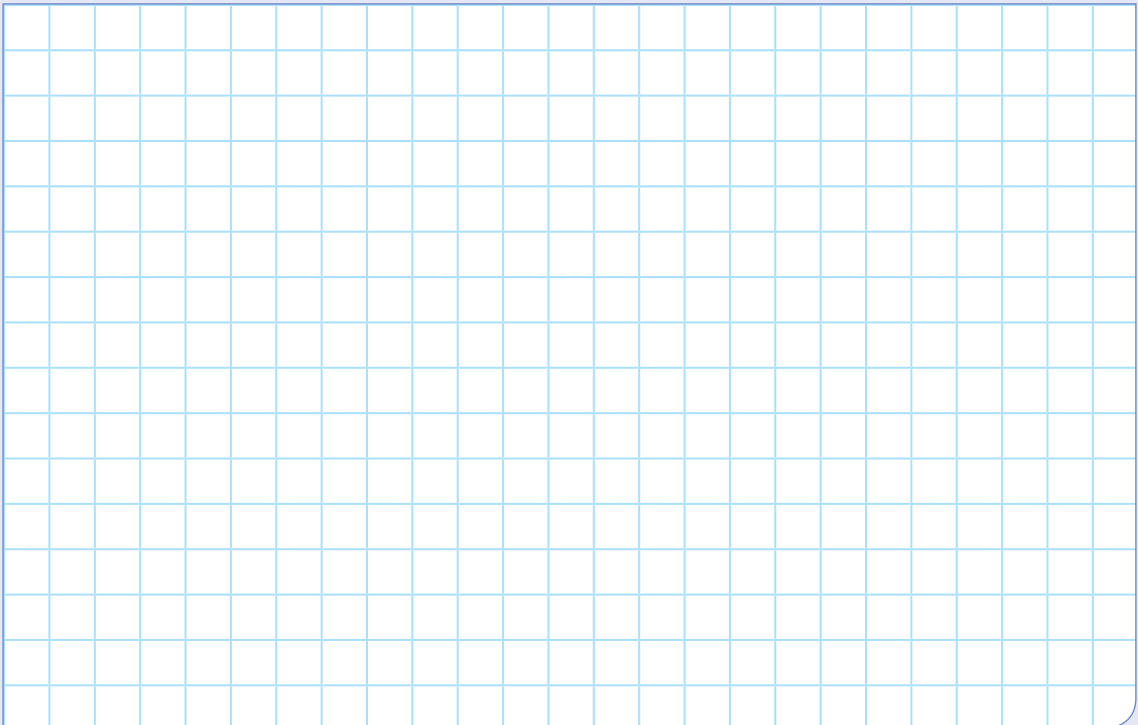
a) 15,83 %

b) 20 %

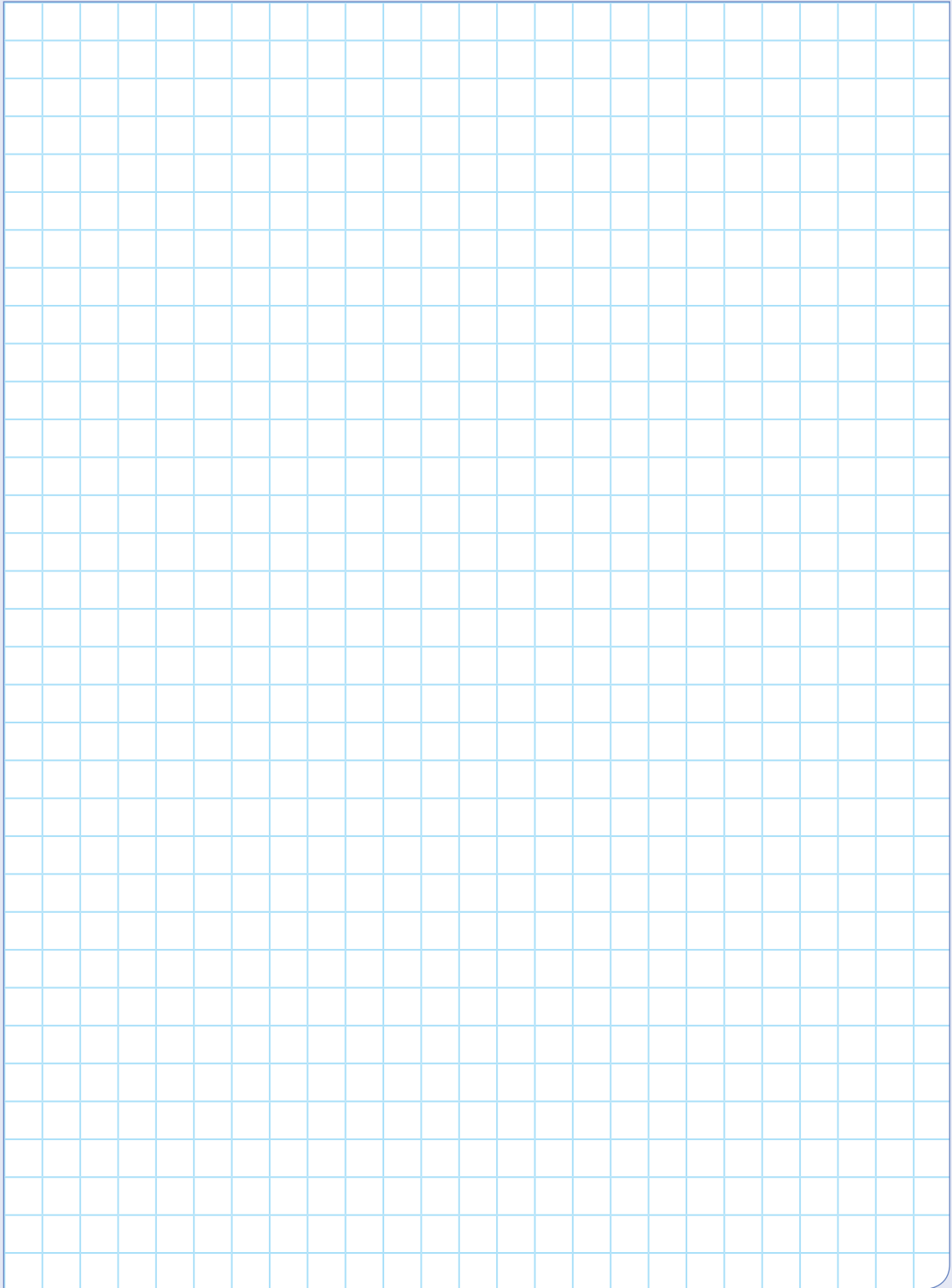
c) 22,52 %

d) 24 %

e) 25,83 %



10. Calcula el capital final generado por un capital inicial de S/9500 durante seis años colocados a una tasa del 15 % capitalizable anualmente.





## Aplicamos nuestros aprendizajes

**Propósito:** Establecemos relaciones entre las características y los atributos medibles de objetos reales, representamos estas relaciones con formas bidimensionales y tridimensionales o cuerpos de revolución, considerando sus elementos y propiedades. Así también, combinamos estrategias heurísticas, recursos y procedimientos más convenientes para determinar la longitud, el área y el volumen de cuerpos de revolución empleando unidades convencionales.

### Elaboramos una quena

La quena es uno de los instrumentos musicales autóctonos que existen desde tiempos antiguos; por ejemplo, en las ciudades cercanas a Lima se han hallado restos de quenas y antaras de aproximadamente siete mil años.

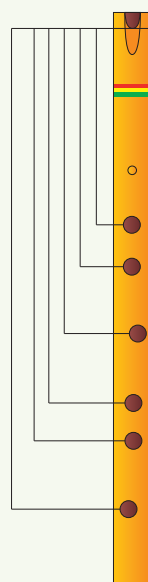
La tradición oral ha permitido que estos instrumentos se mantengan en el tiempo no con su precisión y exactitud, pero sí teniendo en cuenta características importantes, como la construcción del instrumento, sus dimensiones, la manera de tocar, las cadencias particulares de cada estilo, los adornos, etc.

La quena no se conoce con ese nombre en todos los pueblos. Por ejemplo, la que se toca en la danza de las choquelas, en la zona aimara, se llama “choquela”, y la que se toca en la danza de los pulis se denomina “puli”.

La pequeña quena de hueso de venado que se toca en la zona aguaruna en la Amazonía solo tiene dos agujeritos, pero la embocadura es igual; se parece a muchas quenas encontradas por los arqueólogos y la llaman “pijún” o “pijuk”.

Considerando la variedad de instrumentos de viento en toda la región andina y amazónica principalmente, la quena es una sola a pesar de sus distintas dimensiones, cantidad de huecos, afinaciones y nombres que recibe en los diversos pueblos.

- ¿Cuál es el volumen aproximado que representa la caña de la quena?

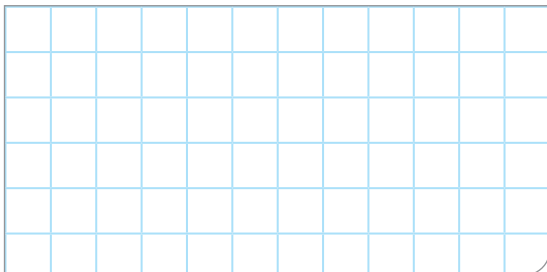


Largo total:	40 cm
Diámetro interno:	1,75 cm
Diámetro externo:	2,1 cm
Largo del bisel:	10 mm
Ancho del bisel:	11 mm
← •	14,7 cm, diámetro: 5,3 mm
	17,9 cm, diámetro: 10,13 mm
	20,4 cm, diámetro: 10,13 mm
	23,75 cm, diámetro: 12 mm, desv. 5°
	27 cm, diámetro: 10 mm
	29,2 cm, diámetro: 12 mm
	33,4 cm, diámetro: 10,08 mm, desv. 5°

Fuente: <http://trovadoresco65.blogspot.com/2013/10/medidas-de-una-quena-y-un-quenacho.html>

## Comprendemos el problema

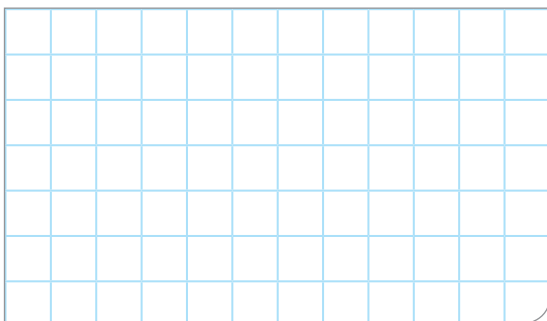
1. ¿Qué forma geométrica tridimensional tiene la quena?



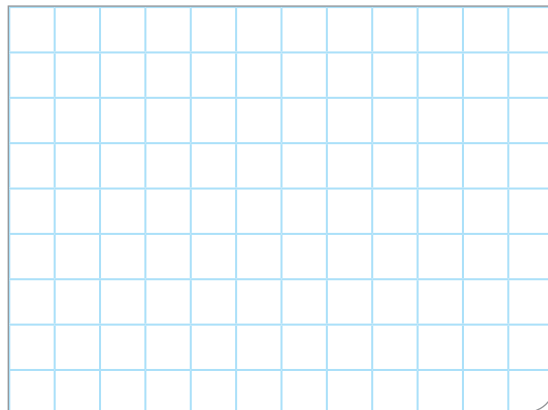
2. ¿Cuánto mide el largo de la quena?



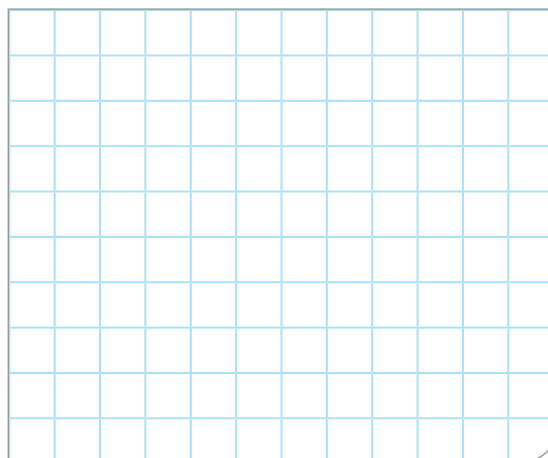
3. ¿Cuánto es la medida del diámetro interior y exterior de la quena?



4. ¿Cuántos orificios laterales tiene la quena mostrada en la situación significativa? ¿Cuáles son las medidas de sus diámetros?

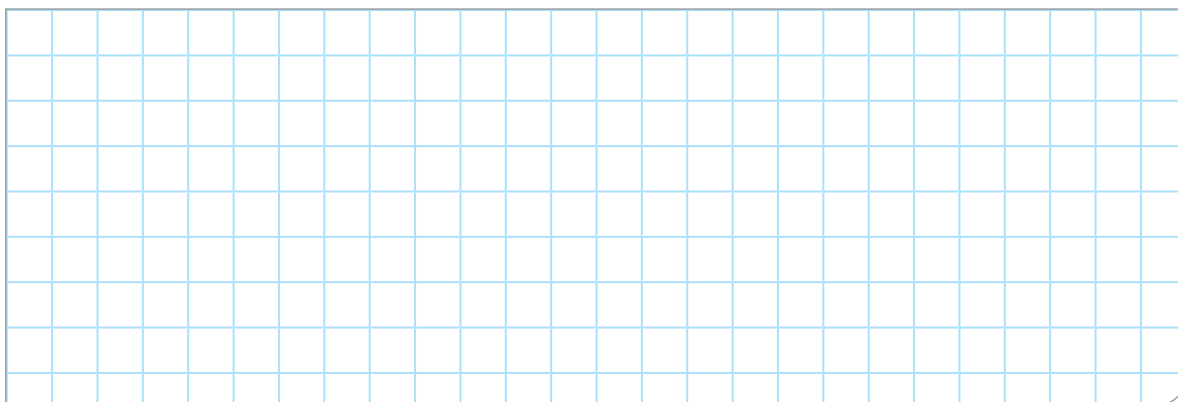


5. ¿Qué te pide calcular la pregunta de la situación significativa?



## Diseñamos o seleccionamos una estrategia o plan

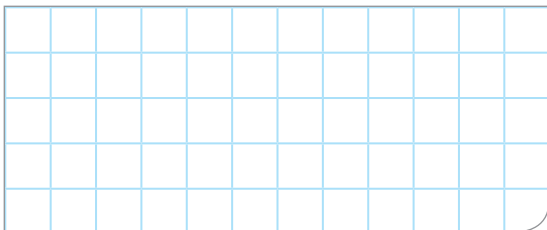
1. Describe el procedimiento que realizarías para responder la pregunta de la situación significativa.



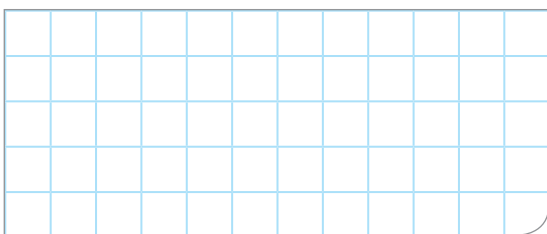


## Ejecutamos la estrategia o plan

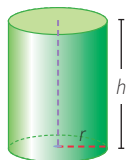
1. Dibuja y señala el diámetro interno, diámetro externo y el largo de la representación geométrica de la quena.



2. ¿Cuál es el valor del radio del cilindro externo?



3. Dado:  
 $r$  = radio  
 $h$  = altura  
 $A_{\text{BASE}}$  = Área de la base

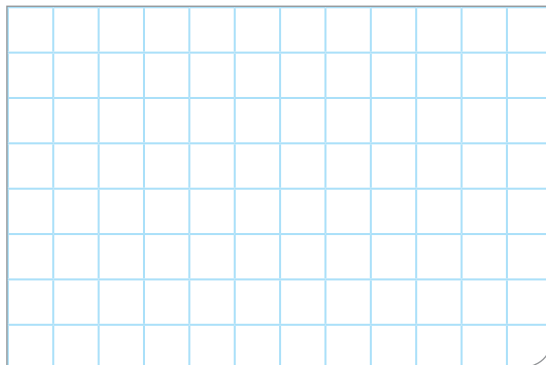


$$V_{\text{CILINDRO}} = A_{\text{BASE}} \times h$$

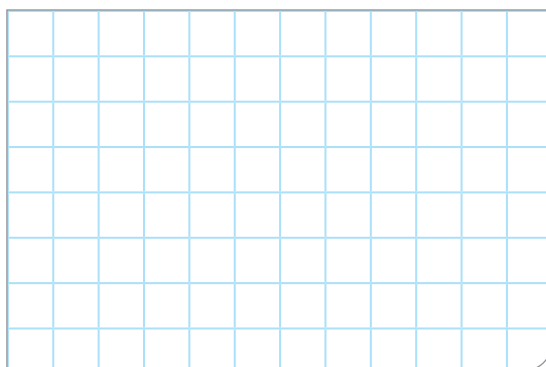
Con esta información, calcula el volumen del diámetro externo.



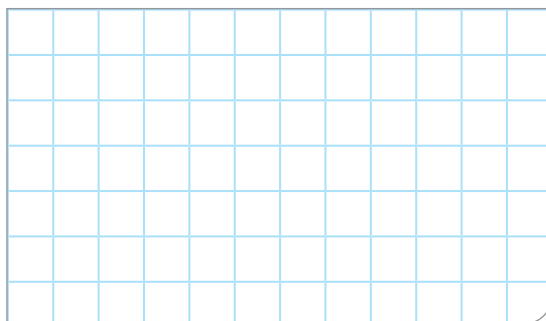
4. ¿Cuál es el valor del radio del cilindro interno?



5. Calcula el volumen del cilindro interno.



6. Con los valores obtenidos en las preguntas 3 y 5, responde la pregunta de la situación significativa.

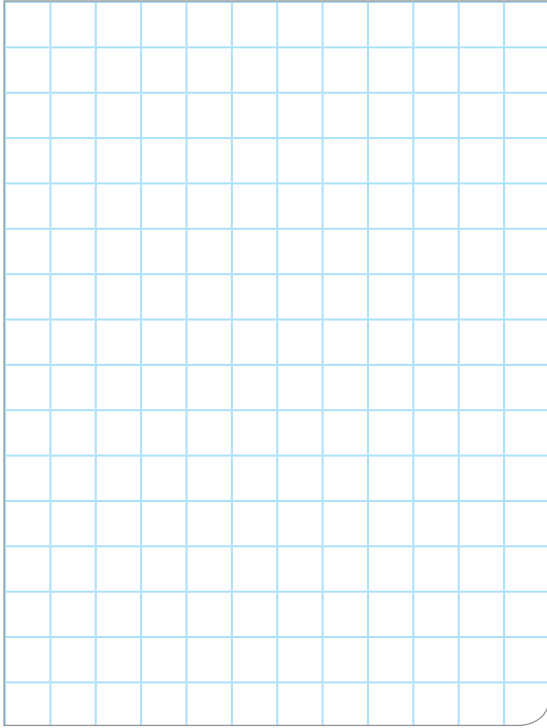


7. Si se tiene que barnizar toda la parte externa de la quena, ¿cuál es la superficie aproximada para hacerlo? (Considera el valor de  $\pi \approx 3,14$ ).

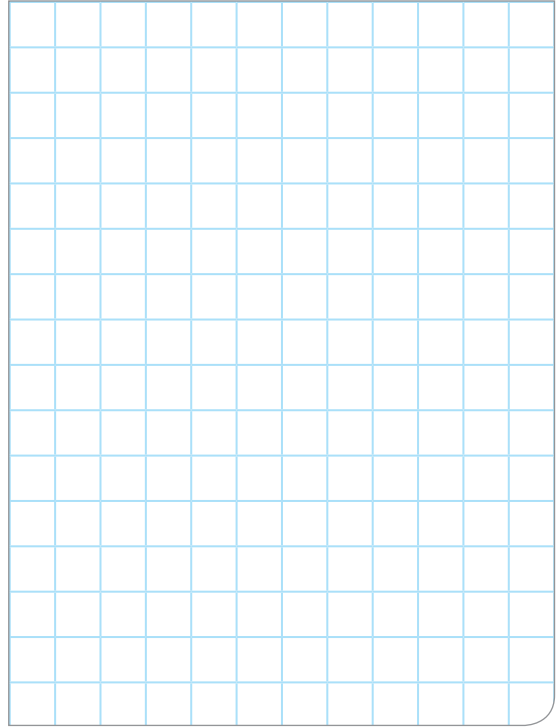


## Reflexionamos sobre el desarrollo

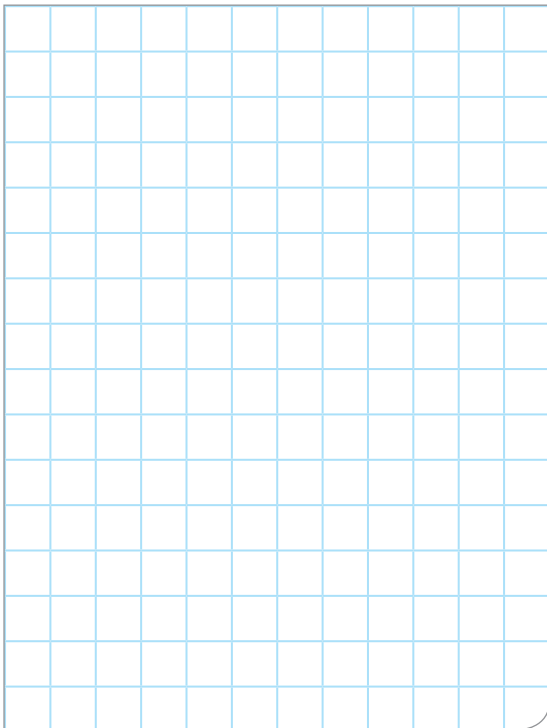
1. Describe el procedimiento que se realizó para responder la pregunta de la situación significativa.



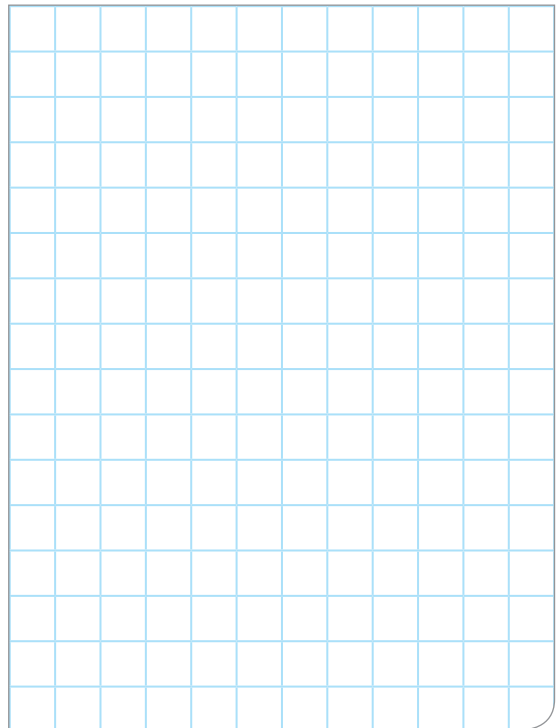
3. ¿Qué situaciones de tu contexto se relacionan con la situación significativa? Lista tres ejemplos y dibuja.



2. ¿La representación gráfica te ayudó a comprender la situación significativa? Explica.



4. ¿Qué dificultades tuviste para resolver la pregunta de la situación significativa y cómo las superaste?





## Comprobamos nuestros aprendizajes

**Propósito:** Expresamos con dibujos y lenguaje geométrico la comprensión sobre las propiedades de cuerpos de revolución y pirámides, así como su área y volumen, estableciendo relaciones entre representaciones. Asimismo, planteamos afirmaciones sobre las relaciones y propiedades que se descubren entre los objetos y las formas geométricas, sobre la base de experiencias directas.

### Situación significativa A

El kero inca o quero es un antigua cerámica andina que era utilizado como recipiente para beber líquidos como el alcohol o, más específicamente, la chicha. En la actualidad, es utilizado tradicionalmente en las fiestas andinas. Se le refiere a menudo como qeru, quero o kero. Las dimensiones de un vaso ceremonial (kero) de forma cilíndrica son las siguientes: 12 cm de alto y 5 cm de diámetro en la base. Con esta información, se desea obtener algunos datos del recipiente. ¿Cuánta área representa la superficie exterior del vaso ceremonial? ¿Y cuántos mililitros de líquido podría contener a su máxima capacidad? (Considerar  $\pi \approx 3,14$ ).

(Fuente: <https://www.culturamundial.com/2010/03/ceramica-inca-kero.html>)

### Resolución

- De la situación planteada se obtienen los siguientes datos:
  - Cuerpo geométrico: cilindro
  - Altura del cilindro o generatriz (g): 12 cm
  - Radio (r) del cilindro es igual a la mitad del diámetro (D):  

$$r = \frac{D}{2} = \frac{5}{2} = 2,5 \text{ cm}$$

- Para poder calcular cuánta área representa la superficie exterior del vaso ceremonial, es necesario notar que el vaso es un cilindro que posee una sola base. Por lo tanto:

$$A_{\text{total}} = A_{\text{lateral}} + A_{\text{base}}$$

$$A_{\text{total}} = 2\pi \cdot r \cdot g + \pi \cdot r^2$$

$$A_{\text{total}} = \pi \cdot r \cdot (2g + r)$$

$$A_{\text{total}} = \pi \cdot 2,5 \cdot (24 + 2,5)$$

$$A_{\text{total}} = 208,025 \text{ cm}^2$$

**Respuesta:** El área que ocupa la superficie exterior del vaso es 208,025 cm<sup>2</sup>.

- Para hallar la capacidad del vaso, es necesario calcular el volumen del sólido geométrico:

$$V = A_{\text{base}} \cdot g$$

$$V = \pi \cdot r^2 \cdot g$$

$$V = \pi \cdot (2,5)^2 \cdot 12$$

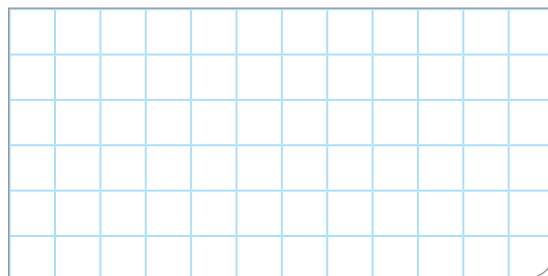
$$V = (3,14) \cdot 75$$

$$V \approx 235,5 \text{ cm}^3$$

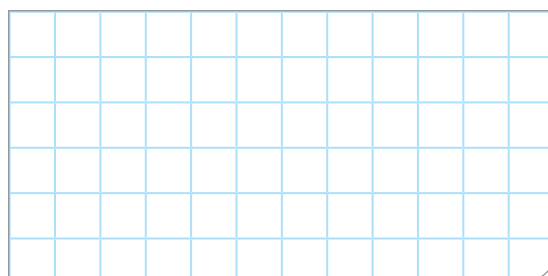
### Respuesta:

Por la equivalencia antes estudiada, se sabe que 1 cm<sup>3</sup> es equivalente a 1 ml (mililitro); por lo tanto, la capacidad máxima del vaso ceremonial es 235,5 ml.

- Expresa mediante un dibujo la situación significativa y describe algunas propiedades principales de un cilindro.



- Si el diámetro del vaso ceremonial fuese 3 cm, ¿cuál sería su volumen?



## Situación significativa B

### La pirámide de Keops

Las pirámides constituyen la parte fundamental del conjunto arquitectónico destinado al culto del faraón. A pesar de que la función principal para la que fueron construidas era la de servir como monumento funerario, no todas se emplearon como tumbas.

Las mejores y más perfectas pirámides construidas fueron sin duda las de la IV dinastía, en el reinado de los faraones Jufu (Queope o Keops), Jafra (Quefrén) y Menkaura (Micerinos) en Guiza.



Si tenemos en cuenta las dimensiones de la pirámide de Keops, la más perfecta de todas las construidas (146,6 metros de altura y 230,35 metros de lado de la base cuadrangular), es necesario reconocer que representa el afianzamiento de una arquitectura basada en el pleno conocimiento del plano y la geometría.

- Determina el volumen que posee la pirámide de Keops.

## Resolución

- El volumen se calcula con la siguiente expresión:

$$V = \frac{1}{3} (A_{\text{base}}) \cdot (h)$$

Donde:

$V$ : volumen

$A_{\text{base}}$ : área o superficie de la base

$h$ : altura

- Calculamos el área de la base, que en este caso es un cuadrado:

$$A_{\text{base}} = l^2 = (230,35)^2$$

$$A_{\text{base}} = 53\,061,1225 \text{ m}^2$$

- Reemplazamos  $A_{\text{base}}$  en la expresión  $V = \frac{1}{3} (A_{\text{base}}) \cdot (h)$

$$V = \frac{1}{3} (53\,061,1225) \cdot (146,6)$$

$$V \approx 2\,592\,920,186 \text{ m}^3$$

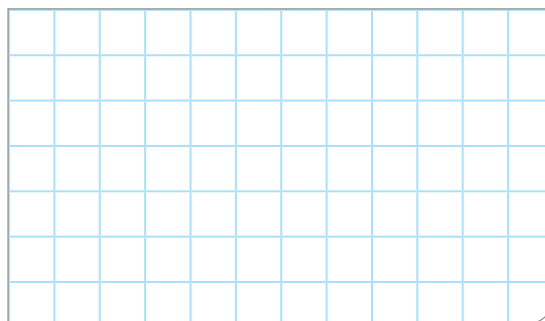
### Respuesta:

El volumen de la pirámide de Keops es  $2\,592\,920,186 \text{ m}^3$ .

1. ¿Cuáles son los datos que se utilizan para calcular el volumen de la pirámide?

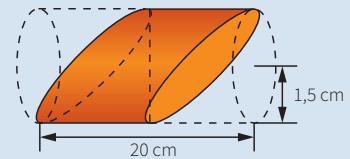


2. ¿Cuál es la estrategia utilizada para desarrollar la situación significativa?



### Situación significativa C

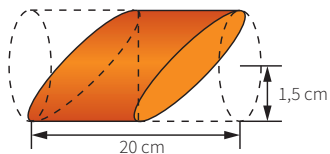
Lucho corta una salchicha con un cuchillo para su desayuno, como se ve en la figura. Halla el volumen del trozo que queda. Considera el valor de  $\pi \approx 3,1415$ .



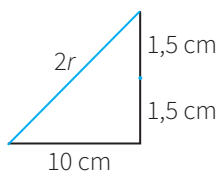
### Aprendemos a partir del error

#### Resolución

- Observamos que hemos dejado la mitad del salchichón. Calculamos primero el radio ( $r$ ) del círculo que obtenemos al cortar.



- Si realizamos líneas imaginarias en el corte, formaremos un triángulo rectángulo:



- Utilizamos el teorema de Pitágoras:

$$r^2 = 10^2 + 3^2$$

- Resolvemos:

$$r = \sqrt{10^2 + 3^2}$$

$$r = \sqrt{109}$$

$$r \approx 10,44 \text{ cm}$$

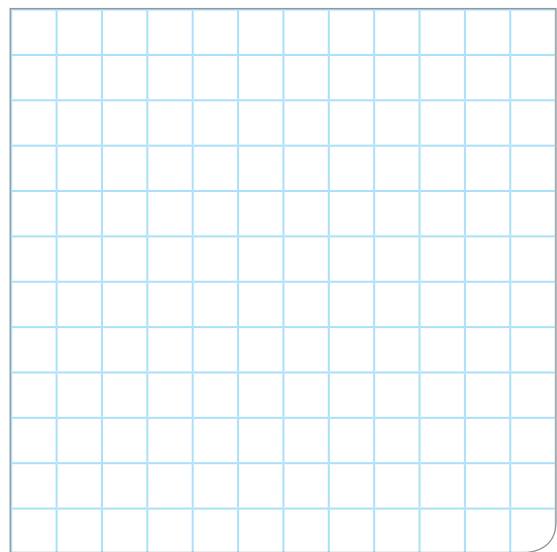
- El volumen del trozo que queda de salchicha está representado por la mitad del volumen de la salchicha inicial, es decir:

$$V = \frac{1}{2} \cdot \pi \cdot (10,44)^2 \cdot 20 = 3422,39904 \text{ cm}^3$$

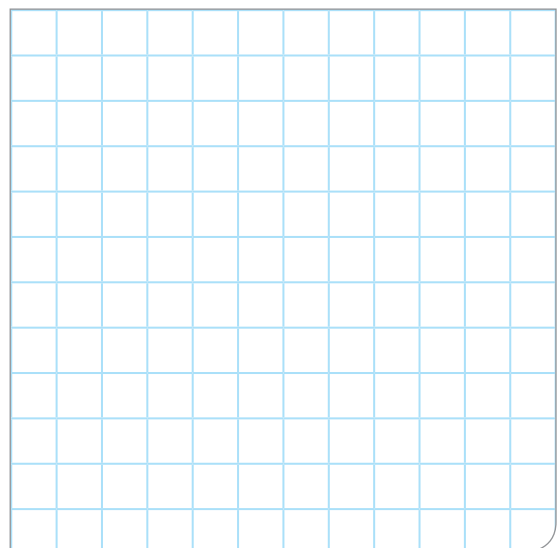
$$V_{\text{trozo}} \approx 3422,4 \text{ cm}^3$$

**Respuesta:** El volumen del trozo de salchicha que queda es  $3422,4 \text{ cm}^3$ .

- ¿Qué forma geométrica representa a la salchicha? Dibuja y señala sus elementos con los datos de la situación.



- Verifica si el procedimiento realizado es correcto. En el caso de que hubiera error, ¿cuál sería el procedimiento correcto?

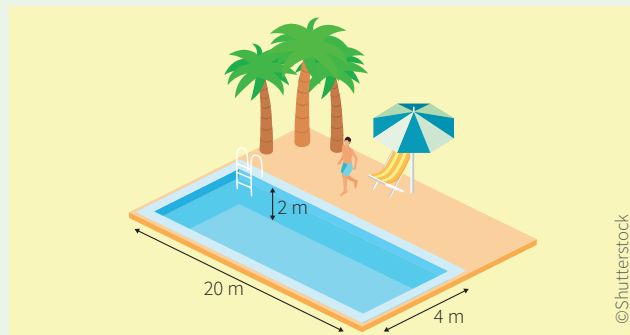




## Evaluamos nuestros aprendizajes

**Propósito:** Establecemos relaciones entre las características y los atributos medibles de objetos reales; representamos estas relaciones con formas bidimensionales y tridimensionales compuestas o cuerpos de revolución, los que pueden combinar pirámides, conos y esferas, considerando sus elementos y propiedades. Así también, combinamos estrategias heurísticas, recursos y procedimientos más convenientes para determinar la longitud, el área y el volumen de cuerpos de revolución, pirámides y esferas empleando unidades convencionales. Además, expresamos con dibujos y con lenguaje geométrico la comprensión sobre las propiedades de cuerpos de revolución, pirámides y esferas, estableciendo relaciones entre representaciones. Asimismo, planteamos afirmaciones sobre las relaciones y propiedades que se descubren entre los objetos y las formas geométricas, sobre la base de experiencias directas.

1. Calcula el volumen en centímetros cúbicos ( $\text{cm}^3$ ) de la siguiente piscina:

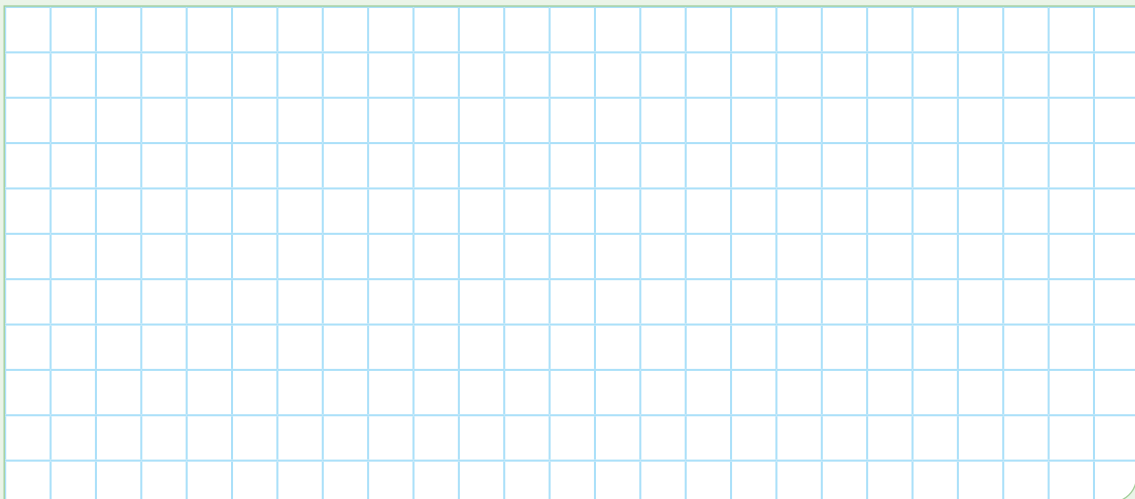


a)  $16 \times 10^6 \text{ cm}^3$

b)  $1,6 \times 10^8 \text{ cm}^3$

c)  $1,6 \times 10^7 \text{ cm}^3$

d)  $16 \times 10^8 \text{ cm}^3$

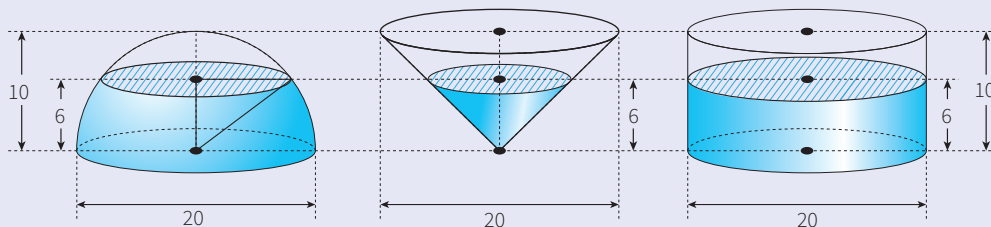








Se tienen los siguientes sólidos geométricos: una semiesfera, el cono invertido y el cilindro, como se muestra en las figuras, todos del mismo diámetro (20 cm) y altura (10 cm), que se han cortado por un plano horizontal a 6 cm de altura:



Con la información dada, responde las preguntas 8; 9 y 10.

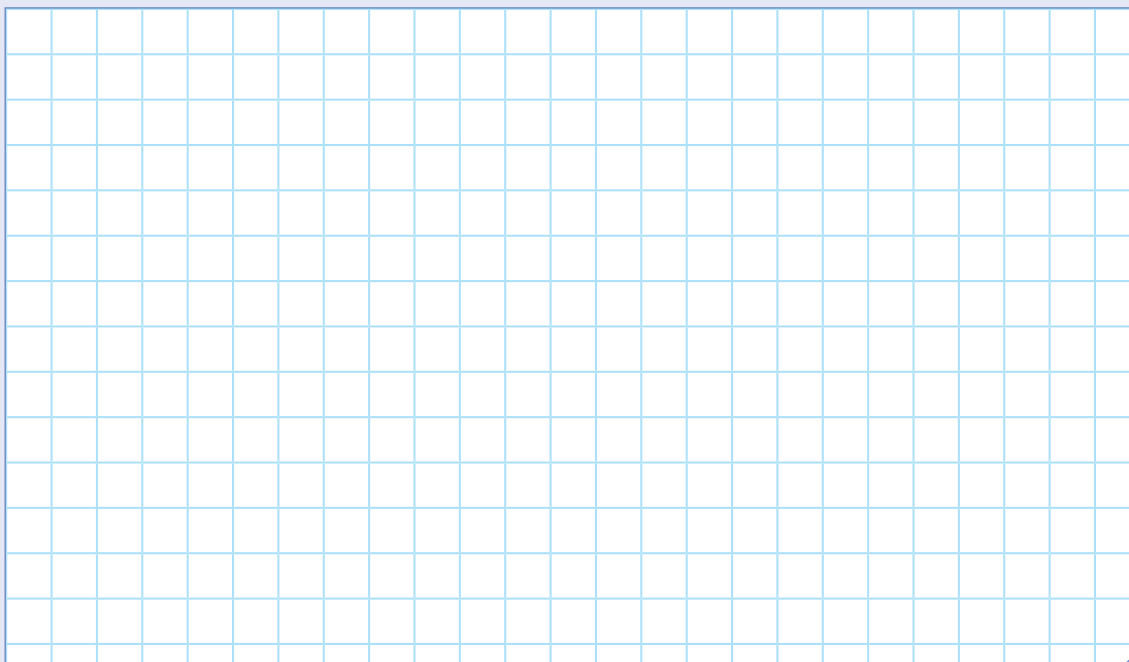
8. Determina si la superficie de la sección del cilindro equivale a la suma de las superficies de las secciones de la semiesfera y del cono.

- a)  $100\pi \text{ cm}^2 = (64\pi + 36\pi) \text{ cm}^2$
- b)  $100\pi \text{ cm}^2 = (25\pi + 75\pi) \text{ cm}^2$
- c)  $100\pi \text{ cm}^2 = (51\pi + 49\pi) \text{ cm}^2$
- d)  $100\pi \text{ cm}^2 = (81\pi + 19\pi) \text{ cm}^2$

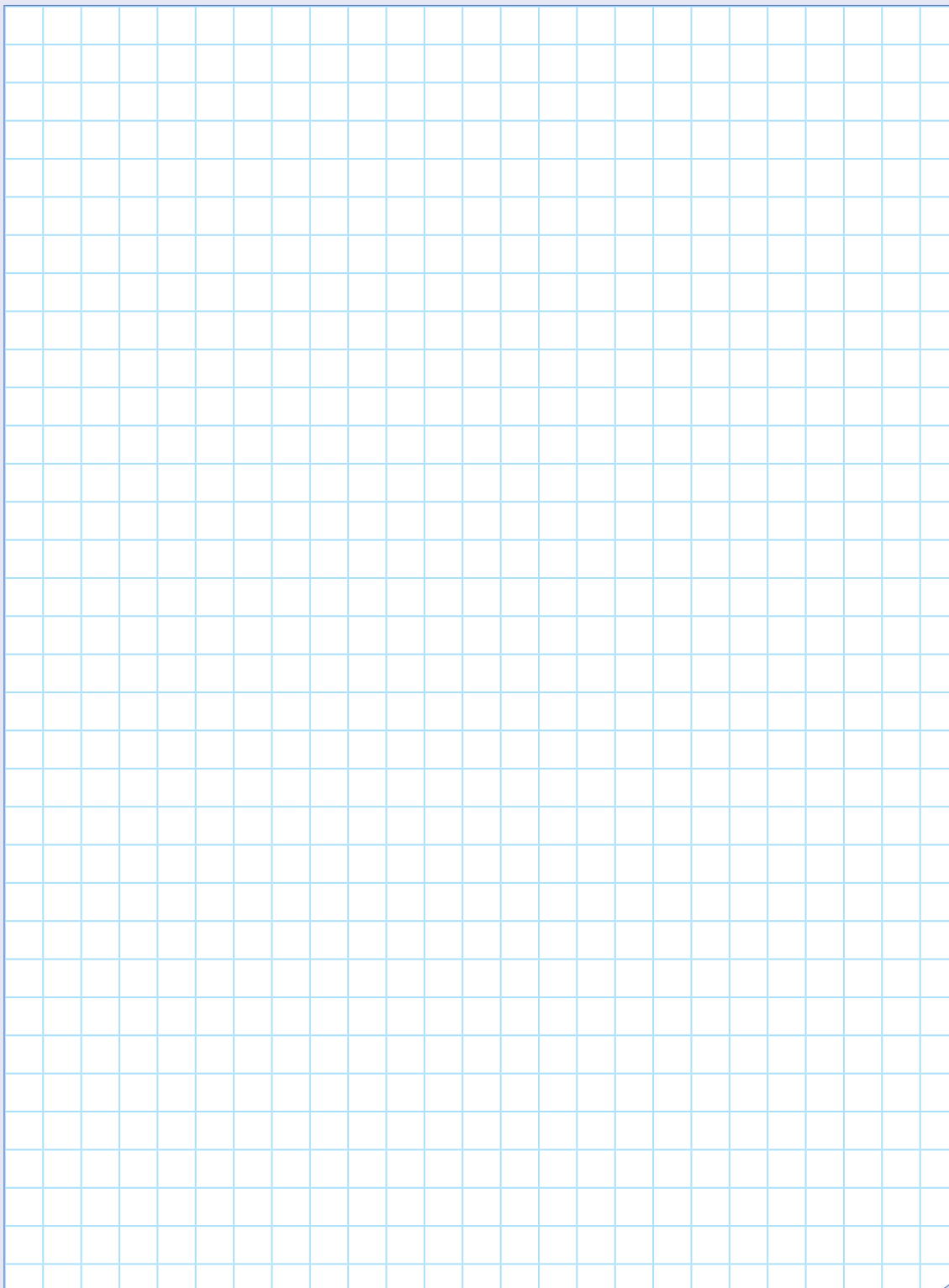


9. Determina el volumen del sólido obtenido después del corte realizado al cono.

- a)  $72\pi \text{ cm}^3$
- b)  $36\pi \text{ cm}^3$
- c)  $70\pi \text{ cm}^3$
- d)  $42\pi \text{ cm}^3$



10. Demuestra que, para cualquier valor del radio ( $r$ ) y cualquiera que sea la altura ( $h$ ) a la que se corta el plano, se cumple que la superficie de la sección del cilindro equivale a la suma de las superficies de las secciones de la semiesfera y del cono.





## Aplicamos nuestros aprendizajes

**Propósito:** Determinamos las condiciones y restricciones de una situación aleatoria, analizamos la ocurrencia de sucesos independientes y dependientes, y representamos su probabilidad mediante el valor racional de 0 a 1. Así también, seleccionamos y empleamos procedimientos para determinar la probabilidad de sucesos independientes y dependientes de una situación aleatoria.

### Tomamos decisiones

Enrique sabe preparar las siguientes recetas, ricas y nutritivas para la alimentación de su familia:



Entradas	Segundos
Huevo a la rusa	Cau cau
Sopa de sémola	Estofado de pollo
Aguadito	Ají de gallina
Ceviche	Locro
	Lentejas
	Picante de res
	Adobo de cerdo

Sin embargo, no quiere destinar tiempo a decidir cada día lo que va a cocinar. Por ello, elige sus menús al azar: en una caja coloca cuatro papelitos con los nombres de las entradas y, en otra caja, siete papelitos con los nombres de los segundos.

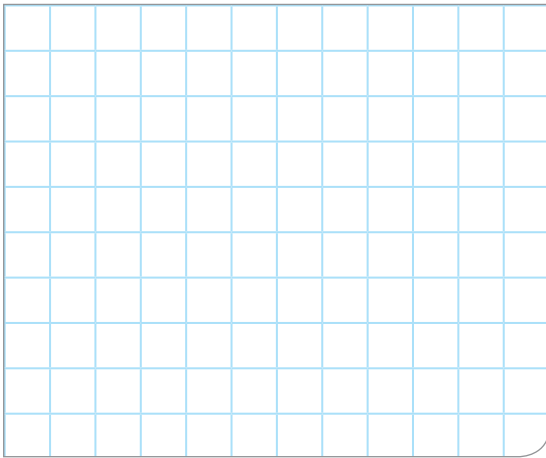
En un día cualquiera, Enrique coge un papelito de cada caja y así tiene la combinación (ENTRADA, SEGUNDO) que va a preparar ese día.

Para el caso de las entradas, coge un papelito y lo vuelve a introducir nuevamente en la caja, dado que solo dispone de cuatro. En el caso de los segundos, como tiene uno para cada día de la semana, no devuelve el papelito a la caja después de extraerlo durante esa semana.

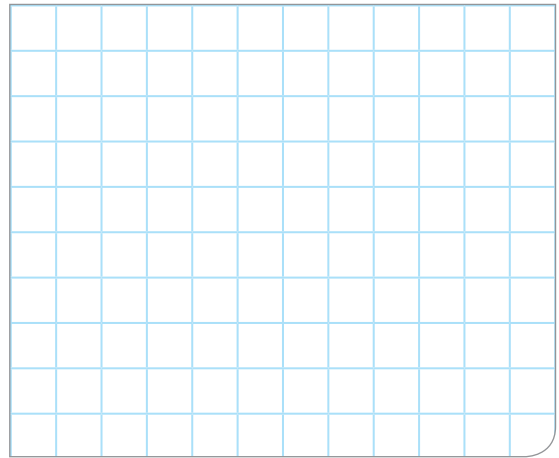
1. ¿Cuál es la probabilidad de sacar ceviche como entrada el primer día?
2. ¿Cuál es la probabilidad de sacar lenteja como segundo cualquier día?
3. Si hoy es el segundo día y el primer día Enrique preparó aguadito con ají de gallina, ¿cuál es la probabilidad de que prepare hoy cebiche de entrada y lentejas de segundo?

## Comprendemos el problema

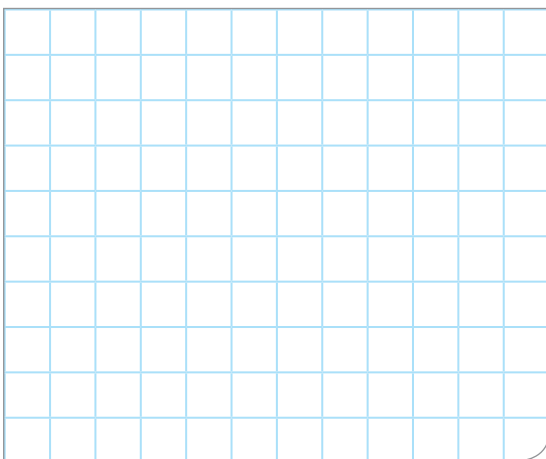
1. ¿Cuáles son las entradas que puede preparar Enrique?



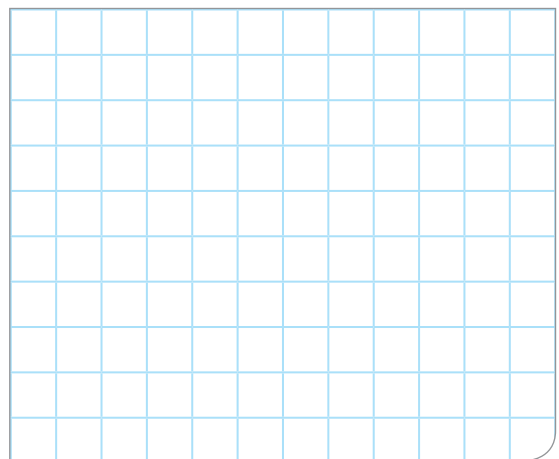
3. ¿Cómo decide Enrique qué entrada y segundo preparar cada día de la semana?



2. ¿Cuáles son los platos que Enrique puede preparar como segundo?



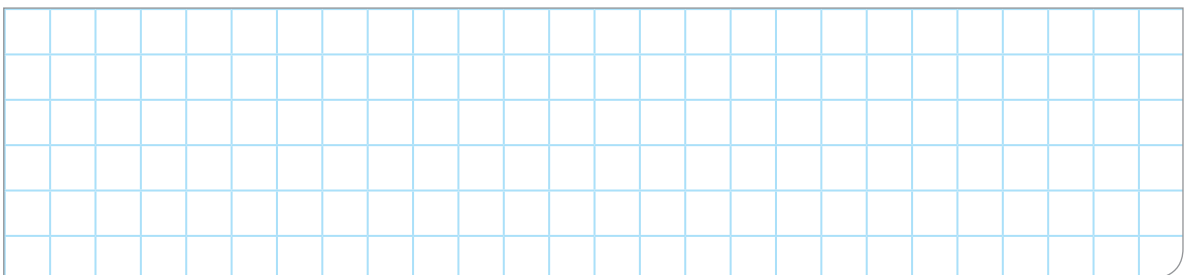
4. ¿Qué te piden calcular las preguntas de la situación significativa?



## Diseñamos o seleccionamos una estrategia o plan

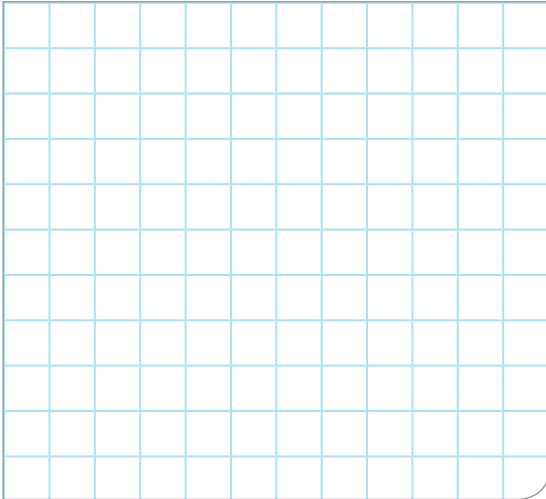
1. ¿Qué estrategias te ayudarán a resolver las preguntas de la situación significativa?

- a) Diagrama tabular y usar una fórmula.
- b) Diagrama de árbol y usar una fórmula.
- c) Diagrama de árbol y el ensayo y error.



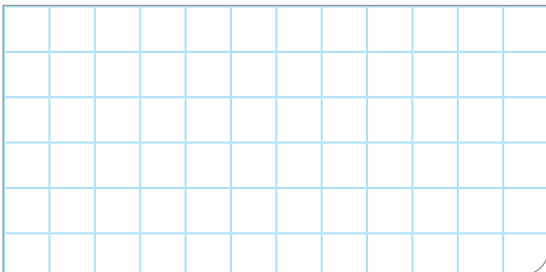
## Ejecutamos la estrategia o plan

1. Aplica la primera estrategia que seleccionaste para saber cuántas combinaciones de entrada y segundo puede preparar Enrique.



2. Según los resultados de la pregunta anterior, responde la primera y segunda pregunta de la situación significativa.

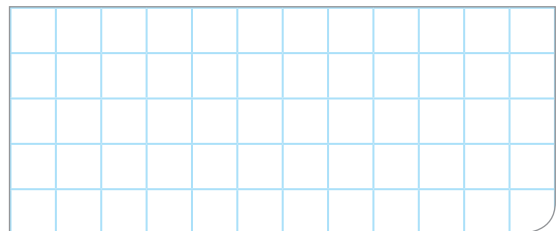
$$\text{Probabilidad de un suceso} = \frac{\text{N.º de casos favorables}}{\text{N.º de casos posibles}}$$



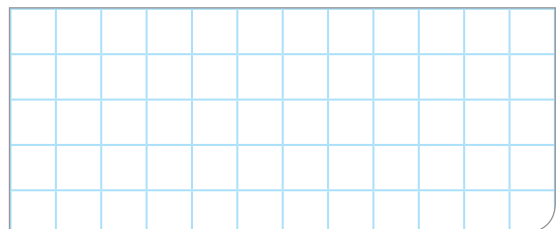
3. Si Enrique preparó aguadito el primer día, ¿cuál es la probabilidad de que el segundo día prepare ceviche como entrada?



4. Si Enrique preparó ají de gallina el primer día, ¿cuál es la probabilidad de que el segundo día prepare lentejas como plato de segundo?

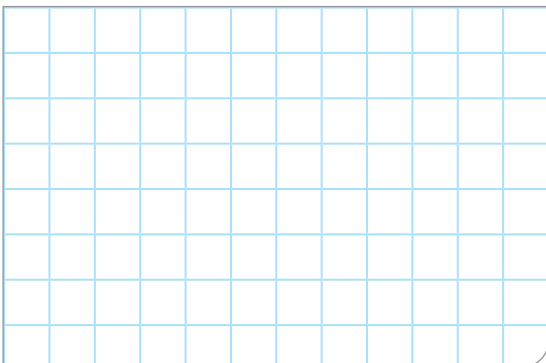


5. Según las respuestas a las preguntas 3 y 4 de esta sección, responde la tercera pregunta de la situación significativa.

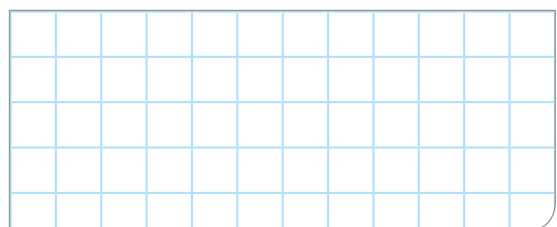


## Reflexionamos sobre el desarrollo

1. ¿Tendrás otra forma de resolver las preguntas 1 y 2 de la situación significativa? Explica tu respuesta.



2. Para una nueva semana, Enrique decide completar la cantidad de entradas. Por ello, escribe en dos papelitos más la palabra "ceviche" y en uno más la palabra "aguadito". ¿Qué es más probable que prepare el primer día de la semana, huevo a la rusa o cebiche? Justifica tu respuesta.





# Comprobamos nuestros aprendizajes

**Propósito:** Expresamos con diversas representaciones y lenguaje matemático el significado del valor de la probabilidad para caracterizar la ocurrencia de sucesos dependientes e independientes de una situación aleatoria. Asimismo, justificamos con ejemplos y con nuestros conocimientos sobre probabilidades, y corregimos los errores si los hubiera.

## Situación significativa A

Dado el experimento que consiste en lanzar una moneda tres veces, ¿cuál es la probabilidad de obtener cara-sello-sello (CSS)?

### Resolución

El lanzamiento de una moneda varias veces corresponde a sucesos independientes.

Los sucesos son independientes cuando la ocurrencia de uno no afecta la ocurrencia del otro, entonces se cumple:

$$P(A \text{ y } B) = P(A) \times P(B)$$

- Suceso A, que salga cara.  
N.º de casos favorables A: 1  
N.º de casos posibles: 2
  - Suceso B, que salga sello.  
N.º de casos favorables B: 1  
N.º de casos posibles: 2
  - Suceso C, que salga sello.  
N.º de casos favorables C: 1  
N.º de casos posibles: 2
- $$P(A) = \frac{1}{2}; P(B) = \frac{1}{2}; P(C) = \frac{1}{2}$$

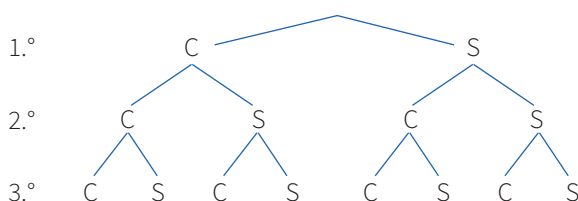
Aplicando la fórmula, la probabilidad de obtener cara, sello, sello (CSS) es:

$$P(\text{CSS}) = P(A) \times P(B) \times P(C) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}$$

$$P(\text{CSS}) = \frac{1}{8}$$

**Respuesta:**  $\frac{1}{8}$

Otra forma de hallar este resultado es elaborando un diagrama de árbol, tal como se muestra a continuación:



El espacio muestral es:

$$\Omega = \{CCC, CCS, CSC, \text{CSS}, SCC, SCS, SSC, SSS\}$$

- Suceso A, obtener CSS.

N.º de casos favorables: 1

N.º de casos posibles: 8

$$P(\text{CSS}) = \frac{1}{8}$$

**Respuesta:**  $\frac{1}{8}$

**1.** ¿Cuál es el significado de la respuesta  $\frac{1}{8}$  en la situación significativa? Describe con tus propias palabras.


**2.** ¿Cuál de los dos procedimientos presentados te parece más práctico? ¿Por qué?


**3.** Dado el mismo experimento, ¿es más probable obtener 2 caras que 3 caras? Explica por qué.


### Situación significativa B

En la caja, se tienen 9 tarjetas de color amarillo y 7 tarjetas de color rojo. Carlos es árbitro de fútbol, extrae dos tarjetas sin reposición una por una. ¿Cuál es la probabilidad de que las dos tarjetas sean de color rojo?



### Resolución

Al extraer las tarjetas una por una, se entiende que se da en forma sucesiva y sin reposición, por lo que se trata de una probabilidad de sucesos dependientes.

Dos sucesos son dependientes cuando el resultado del primero influye en la probabilidad del segundo. Se calcula multiplicando la probabilidad del primer suceso por la probabilidad del segundo suceso, habiendo ocurrido el primero.

$$P(A \cap B) = P(A) \times P\left(\frac{B}{A}\right)$$

Del enunciado se tiene:



Suceso A, que una de las tarjetas sea roja.

N.º de casos favorables: 7

N.º de casos posibles: 16

$$P(A) = \frac{7}{16}$$

- Suceso  $\left(\frac{B}{A}\right)$ , que la siguiente tarjeta sea roja, habiendo salido roja la primera tarjeta.

N.º de casos favorables  $\left(\frac{B}{A}\right)$ : 6

N.º de casos posibles: 15

$$P\left(\frac{B}{A}\right) = \frac{6}{15} \rightarrow \text{Sin reposición}$$

Por lo tanto, la probabilidad de que ambas tarjetas sean de color rojo es:

$$P(A \cap B) = P(A) \times P\left(\frac{B}{A}\right) = \frac{7}{16} \times \frac{6}{15} = \frac{7}{40}$$

**Respuesta:**  $\frac{7}{40}$

1. ¿Qué significa que la respuesta es  $\frac{7}{40}$  en la situación significativa? Describe con tus propias palabras.


2. Considerando la misma cantidad de tarjetas en la caja, en otro momento Carlos extrae dos tarjetas con reposición. ¿Cuál es la probabilidad de que ambas sean de color rojo? Justifica tu respuesta.


3. Si se extraen dos tarjetas de color rojo, ¿cuál es más probable que ocurra: la extracción con reposición o la extracción sin reposición?


### Situación significativa C

En una urna se disponen tres bolillas blancas y dos bolillas negras. Luego, se extraen tres bolillas, una a la vez, con reposición.

- ¿Cuál es la probabilidad de obtener solo bolillas negras en las tres extracciones?
- ¿Cuál es la probabilidad de que se obtengan bolillas blanca, negra, blanca?

### Aprendemos a partir del error

#### Resolución

Podemos graficar la situación:



Definimos los sucesos:

Suceso B, obtener una bolilla blanca.

Suceso N, obtener una bolilla negra.

a. Aplicamos la fórmula:

$P(N) = \frac{2}{5}$ , puesto que hay dos bolillas negras de cinco bolillas de la urna.

$$P(NNN) = P(N) + P(N) + P(N) = \left(\frac{2}{5}\right) + \left(\frac{2}{5}\right) + \left(\frac{2}{5}\right) = \frac{6}{5}$$

**Respuesta:** La probabilidad es  $\frac{6}{5}$

b. Aplicamos la fórmula:

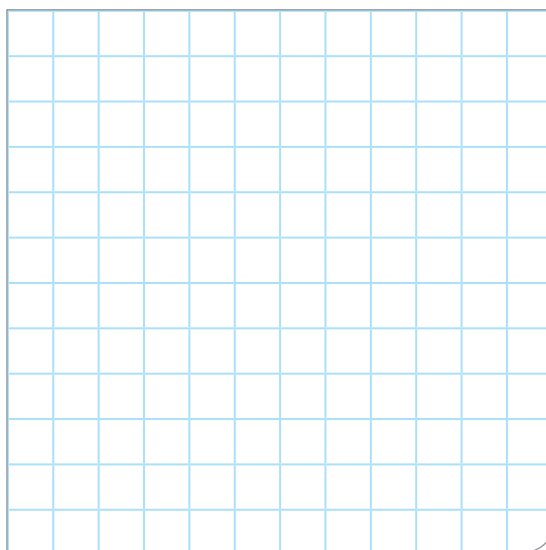
$P(B) = \frac{3}{5}$ , ya que hay tres bolillas de color blanco de cinco bolillas de la urna.

$P(N) = \frac{2}{5}$ , pues hay dos bolillas negras de cinco bolillas de la urna.

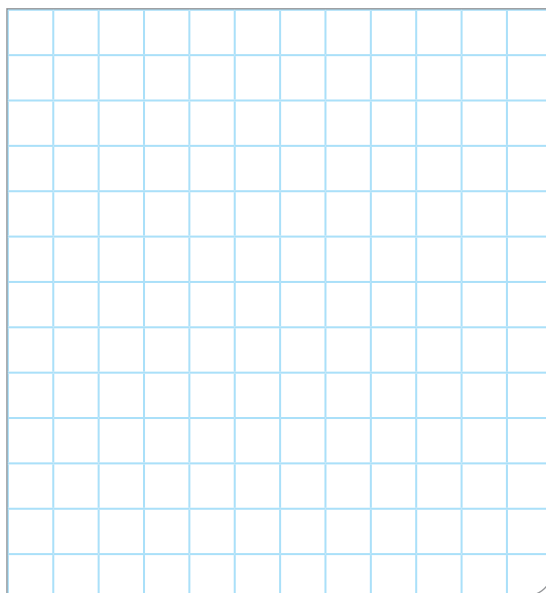
$$P(BNB) = P(B) \cdot P(N) \cdot P(B) = \left(\frac{3}{5}\right) + \left(\frac{2}{5}\right) + \left(\frac{3}{5}\right) = \frac{8}{5}$$

**Respuesta:** La probabilidad es  $\frac{8}{5}$

1. ¿Es correcto el procedimiento en la resolución? De no ser así, corrige y responde las preguntas de la situación significativa.



2. ¿Cuál es la probabilidad de sacar dos bolillas negras sin reposición? Explica.







## Evaluamos nuestros aprendizajes

**Propósito:** Determinamos las condiciones y restricciones de una situación aleatoria, analizamos la ocurrencia de sucesos independientes y dependientes, y representamos su probabilidad mediante el valor racional de 0 a 1. Así también, expresamos con diversas representaciones y lenguaje matemático el significado del valor de la probabilidad para caracterizar la ocurrencia de sucesos dependientes e independientes de una situación aleatoria, y seleccionamos y empleamos procedimientos para determinar la probabilidad de sucesos independientes, dependientes de una probabilidad condicional de una situación aleatoria. Asimismo, justificamos con ejemplos y con nuestros conocimientos sobre sucesos aleatorios, y corregimos los errores si los hubiera.

### El ropero de Paola

Paola tiene las siguientes prendas en su ropero y en gavetas separadas:

- Ocho blusas: dos azules, tres rojas y tres amarillas.
- Diez pantalones: cuatro azules, dos verdes, tres negros y uno blanco.

Para vestirse un día, saca sin ver una blusa de la gaveta de blusas y luego, también sin ver, un pantalón de la gaveta de pantalones. Responde las preguntas 1; 2; 3 y 4, teniendo en cuenta que ella se cambia de pantalón y blusa todos los días.

1. ¿Cuál es la probabilidad de que el primer día saque la combinación de una blusa roja con un pantalón negro?

a)  $\frac{9}{80}$

b)  $\frac{1}{12}$

c)  $\frac{3}{8}$

d)  $\frac{3}{10}$

2. ¿Cuál es la probabilidad de que el segundo día saque una combinación de un pantalón blanco y una blusa de color amarillo, sabiendo que el primer día usó un pantalón verde y una blusa de color azul?

a)  $\frac{1}{21}$

b)  $\frac{3}{27}$

c)  $\frac{2}{21}$

d)  $\frac{3}{80}$

3. Al tercer día ya utilizó dos pantalones de color negro y dos blusas, una azul y la otra roja. ¿Cuál es el espacio muestral del suceso compuesto por la extracción al azar de una blusa y de un pantalón para el tercer día?

a) 48

b) 12

c) 80

d) 60

4. Antes del quinto día ya ha usado estas prendas:

Día	Blusa	Pantalón
1	roja	negro
2	azul	negro
3	azul	azul
4	amarilla	blanco

Si Paola decide no usar pantalón verde ese día, por lo que retira los pantalones de ese color de la gaveta correspondiente, ¿qué condiciones debe mantener Paola para que el experimento siga siendo aleatorio y cuál sería su espacio muestral?

### El cobrador

Jaime trabaja como cobrador en una unidad de transporte público. A fin de disponer de sencillo para dar el vuelto, ha clasificado las monedas en dos grupos: en su bolsillo derecho ha colocado las monedas de un sol y de cincuenta céntimos, y en el izquierdo, las monedas de dos y cinco soles.

En cierto momento, Jaime tiene la siguiente cantidad de monedas:

Moneda (S/)	Cantidad
0,50	8
1,00	12
2,00	9
5,00	11

Con la información dada, responde las preguntas 5; 6; 7 y 8.

5. Si Jaime extrae sin ver dos monedas de su bolsillo izquierdo, ¿cuál es la probabilidad de que extraiga exactamente S/7?

a)  $\frac{99}{380}$

b)  $\frac{1}{10}$

c)  $\frac{99}{190}$

d)  $\frac{19}{20}$

6. Si Jaime extrae una moneda del bolsillo derecho y otra moneda del izquierdo, ¿cuál es la probabilidad de que la suma de las cantidades de las monedas supere los S/3,00?

a)  $\frac{11}{50}$

b)  $\frac{11}{20}$

c)  $\frac{33}{100}$

d)  $\frac{9}{20}$

7. Si Jaime extrae sin ver tres monedas de su bolsillo derecho, ¿cuál sería el espacio muestral para dicho experimento compuesto?

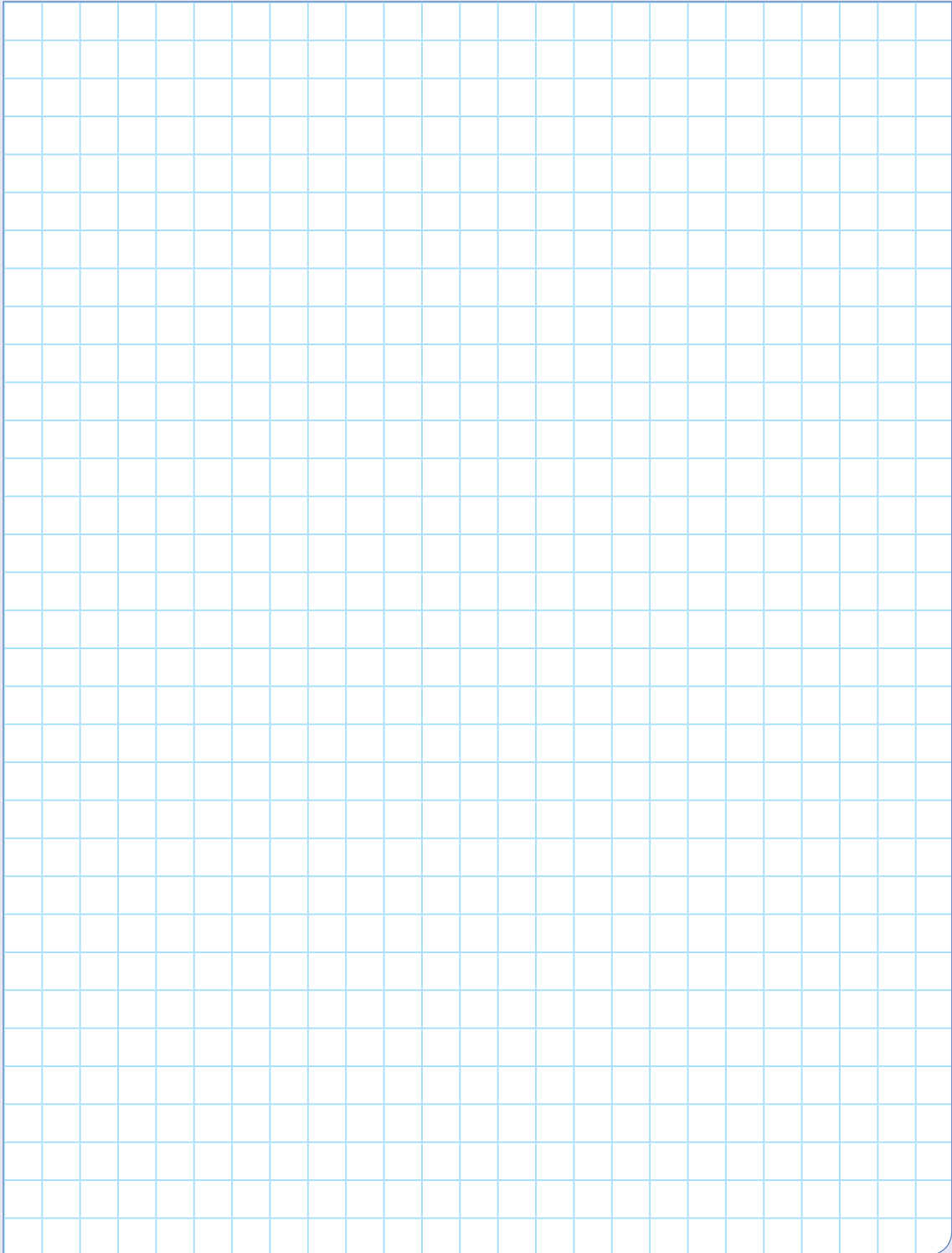
8. Si Jaime extrae sin reposición dos monedas, una después de otra, de su bolsillo derecho, ¿cuál es la probabilidad de que extraiga dos monedas idénticas en las dos extracciones?

a)  $\frac{47}{95}$

b)  $\frac{67}{380}$

c)  $\frac{77}{90}$

d)  $\frac{14}{95}$



## JUEGO DE BINGO

El juego de bingo consta de 75 fichas o bolillas distribuidas de la siguiente manera:

B	I	N	G	O
1	16	31	46	61
2	17	32	47	62
3	18	33	48	63
4	19	34	49	64
5	20	35	50	65
6	21	36	51	66
7	22	37	52	67
8	23	38	53	68
9	24	39	54	69
10	25	40	55	70
11	26	41	56	71
12	27	42	57	72
13	28	43	58	73
14	29	44	59	74
15	30	45	60	75

Cada participante recibe una cartilla de la siguiente forma:

B I N G O				
12	18	41	47	61
7	26	39	54	70
4	27	FREE 4785 SPACE	49	63
5	23	35	58	73
3	30	32	52	75

En los juegos se pueden formar una fila, una columna o una letra.

B I N G O				
12	18	41	47	61
7	26	39	54	70
4	27	FREE 4785 SPACE	49	63
5	23	35	58	73
3	30	32	52	75

Columna

B I N G O				
12	18	41	47	61
7	26	39	54	70
4	27	FREE 4785 SPACE	49	63
5	23	35	58	73
3	30	32	52	75

Fila

B I N G O				
12	18	41	47	61
7	26	39	54	70
4	27	FREE 4785 SPACE	49	63
5	23	35	58	73
3	30	32	52	75

Letra "N"

B I N G O				
12	18	41	47	61
7	26	39	54	70
4	27	FREE 4785 SPACE	49	63
5	23	35	58	73
3	30	32	52	75

Letra "O"

En un juego de bingo se va a jugar la columna B. Para esto, se colocan en una urna las 15 bolillas correspondientes a la letra B y se extraen, sin reposición, una a una.

Con la información dada, responde las preguntas 9 y 10.

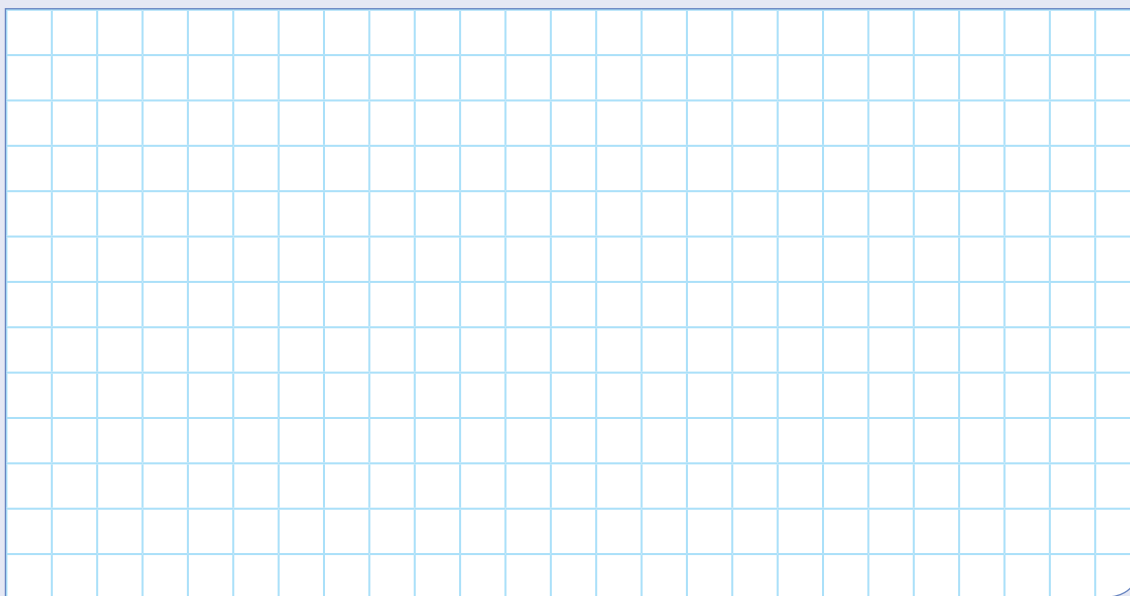
9. Si ya salieron las bolillas B10, B1, B7, B9, B11 y B12, ¿cuál es la probabilidad de que la siguiente bolilla extraída corresponda al cartón mostrado en la figura?

a)  $\frac{1}{3}$

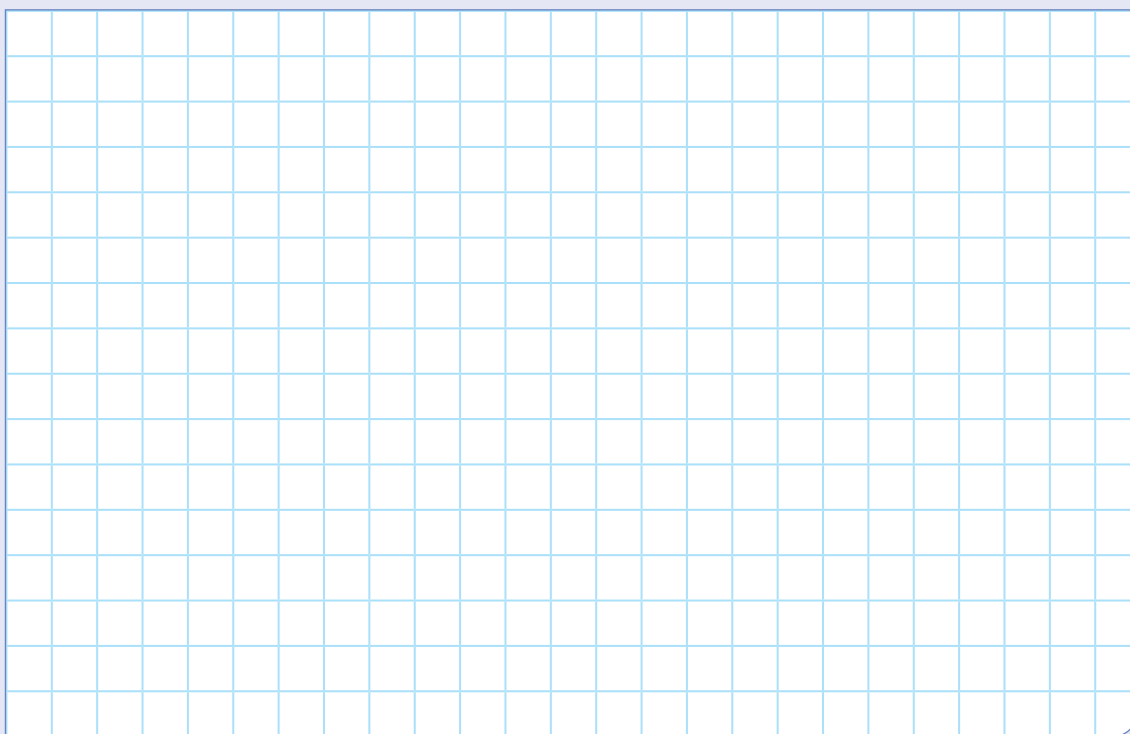
b)  $\frac{1}{9}$

c)  $\frac{5}{9}$

d)  $\frac{2}{3}$



10. Jorge es dueño del cartón de bingo mostrado y ya han salido B2, B7, B1, B10. La probabilidad de que en la siguiente extracción salga una de las que Jorge tiene en su cartón, ¿corresponde a una probabilidad condicionada o a una de sucesos independientes? Fundamenta tu respuesta.



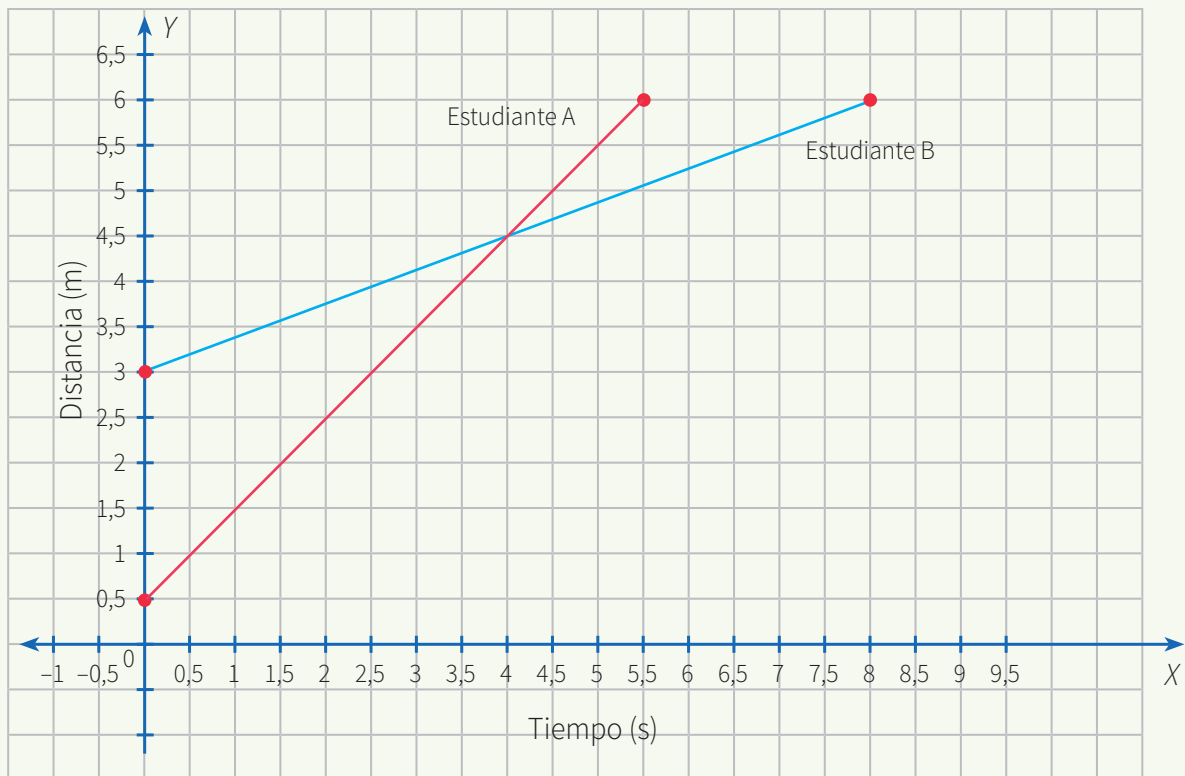


## Aplicamos nuestros aprendizajes

**Propósito:** Establecemos relaciones entre datos, valores desconocidos y transformamos esas relaciones a expresiones algebraicas o gráficas que incluyen sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas. Así también, combinamos y empleamos estrategias heurísticas, recursos, métodos gráficos, procedimientos y propiedades algebraicas para determinar términos desconocidos, simplificar expresiones algebraicas y solucionar sistemas de ecuaciones lineales.

### ¿Dónde se encontrarán?

En una investigación, dos estudiantes caminan simultáneamente a lo largo de un trayecto de 6 m. El estudiante A empieza en un punto a 0,5 m del inicio del trayecto y camina hacia el punto final a razón de 1 m/s. El estudiante B comienza en el punto ubicado a 2 metros del inicio y camina hacia el final del trayecto a razón de 0,5 m/s. Aquí se muestra una gráfica de los datos obtenidos.



1. Representa mediante una expresión matemática la información presentada en la gráfica.
2. Determina a partir de qué tiempo y distancia el estudiante A pasa al estudiante B.

## Comprendemos el problema

1. Describe qué figura se muestra en la gráfica de la situación significativa.

2. ¿Qué datos se presentan en la situación significativa?

3. ¿Qué piden hallar las preguntas de la situación significativa?

4. ¿Con qué conocimiento matemático se relaciona esta situación significativa?

5. ¿Qué datos se deben relacionar para encontrar la expresión matemática?

## Diseñamos o seleccionamos una estrategia o plan

1. Describe los procedimientos que utilizarías para responder la pregunta de la situación significativa.







## Comprobamos nuestros aprendizajes

**Propósito:** Expresamos con diversas representaciones gráficas tabulares, simbólicas y con lenguaje algebraico, la comprensión sobre la solución o soluciones de un sistema de ecuaciones lineales. Asimismo, justificamos con ejemplos y con nuestros conocimientos matemáticos las posibles soluciones a un sistema de ecuaciones lineales u otras relaciones que se descubren, y corregimos errores si los hubiera.

### Situación significativa A

La familia Rodríguez Muñoz, que consta de seis integrantes, asistió a Mistura en el 2016, pagando S/105 soles por el total de entradas. Si los precios eran S/25 por cada adulto y S/10 por cada niño, ¿cuántas entradas de niño compró ese día la familia Rodríguez Muñoz?

### Resolución

- En el enunciado, se puede ver que los valores de las entradas son datos fijos; en cambio, el número de personas (adultos y niños) son datos variables.

Datos fijos:

- Precio de entrada de un adulto: S/25
- Precio de entrada de un niño: S/10

Datos variables:

- Número de adultos:  $x$
- Número de niños:  $y$

- Según la situación significativa, el número de integrantes de la familia Rodríguez Muñoz es 6, lo cual nos permite plantear la siguiente ecuación:  $x + y = 6$
- Asimismo, se sabe que la cantidad de soles que gastó el señor Rodríguez es 105, lo cual nos permite plantear la siguiente ecuación:  $25x + 10y = 105$

Así, obtenemos el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} x + y = 6 \\ 25x + 10y = 105 \end{cases}$$

- Resolvemos el sistema por el **método de reducción** siguiendo estos pasos:

- Multiplicamos la primera ecuación por  $(-10)$

$$\begin{cases} -10x - 10y = -60 \\ 25x + 10y = 105 \end{cases}$$

- Sumamos ambas ecuaciones y nos resulta una ecuación de una sola variable, en este caso,  $x$ .

$$15x = 45, \text{ entonces } x = 3$$

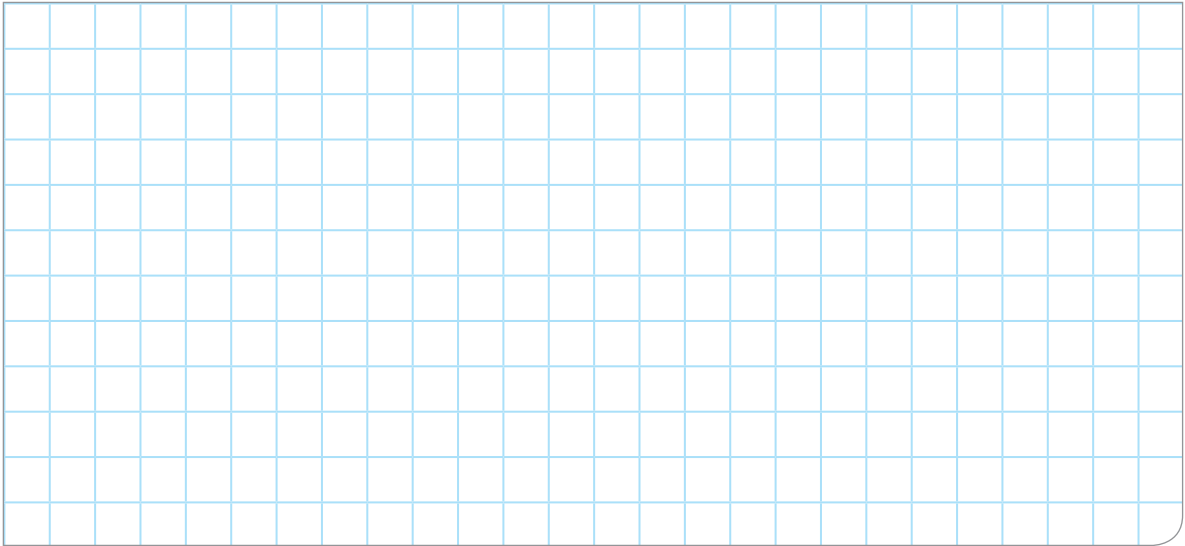
- Sustituimos el valor de  $x$  en cualquiera de las ecuaciones planteadas al inicio. En este caso, reemplazaremos en la primera ecuación para encontrar el valor de  $y$ .

$$x + y = 6$$

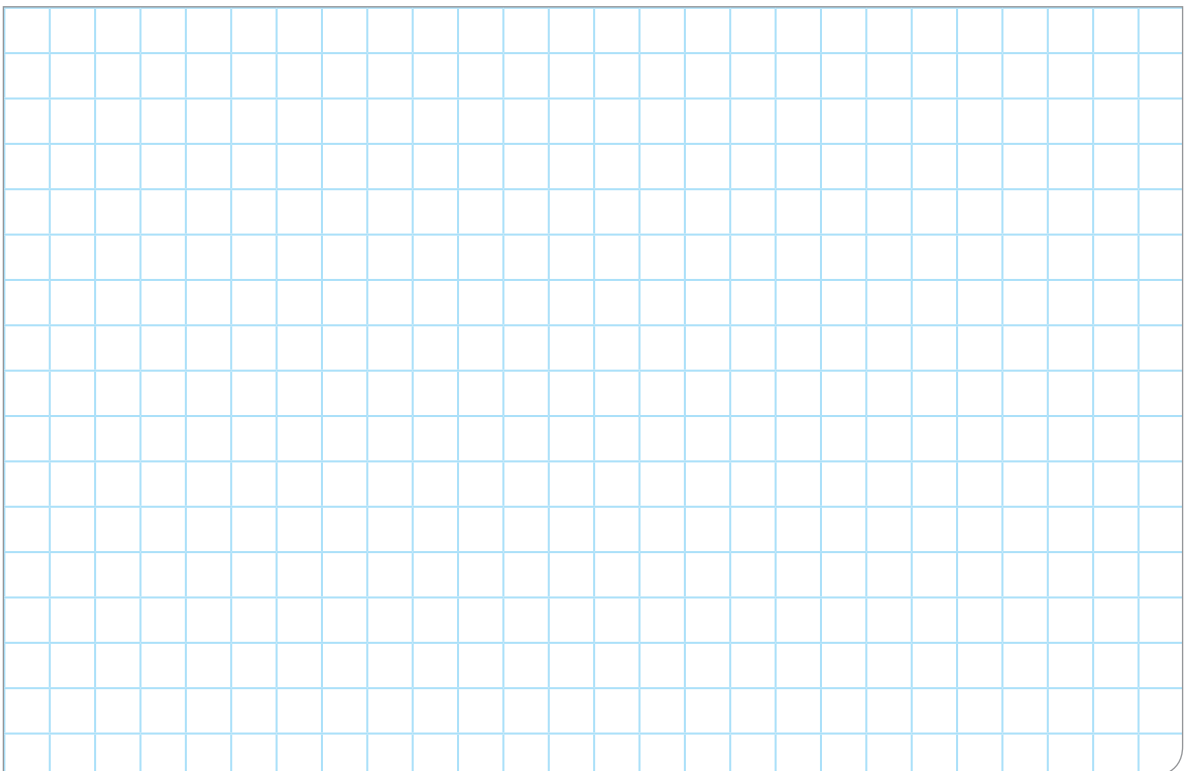
$$3 + y = 6, \text{ entonces } y = 3$$

**Respuesta:** Se compararon tres entradas de niños.

1. Describe el procedimiento seguido en la resolución de la pregunta de la situación significativa.



2. Desarrolla la situación significativa utilizando tablas y gráficos.



## Situación significativa B

En una tienda de artículos para limpieza, Cristina compra 4 litros de detergente y 5 litros de suavizante por un total de 52 soles. Su amiga Liliana compra 3 litros de detergente y 10 litros de suavizante del mismo tipo, por lo cual paga en total 64 soles. ¿Cuál es el precio en soles de cada litro de detergente y de cada litro de suavizante?

### Resolución

- Organizamos la información en una tabla:

Precio por litro de detergente:  $x$

Precio por litro de suavizante:  $y$

	Detergente (L)	Suavizante (L)	Precio pagado (S/)
Cristina	4	5	52
Liliana	3	10	64

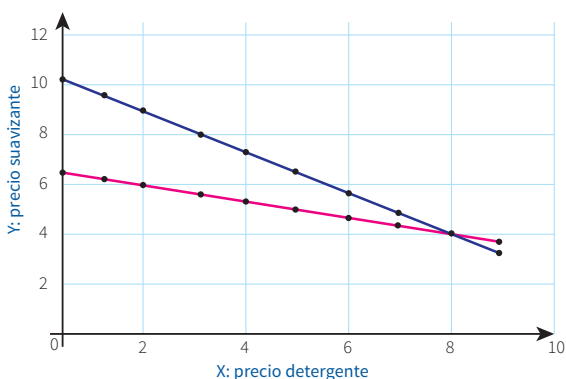
- Simbólicamente:

$$\begin{cases} 4x + 5y = 52 \\ 3x + 10y = 64 \end{cases}$$

- Despejando  $y$  en función de  $x$ , se obtiene:

$$y = \frac{52}{5} - \frac{4}{5}x \quad (\text{Cristina})$$

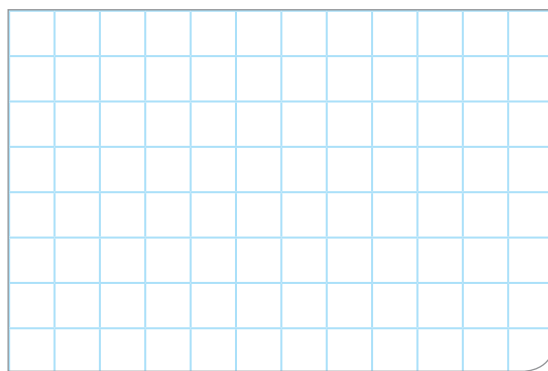
$$y = \frac{64}{10} - \frac{3}{10}x \quad (\text{Liliana})$$



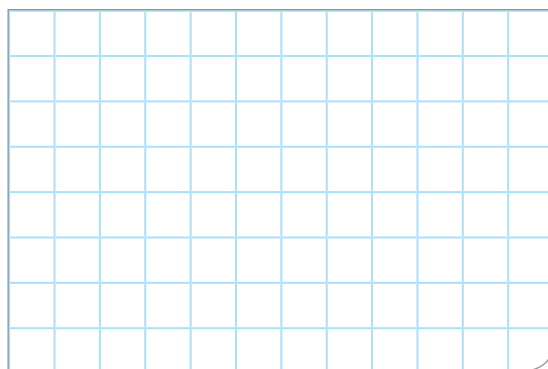
### Respuesta:

El precio del detergente es ocho soles y el del suavizante, cuatro soles.

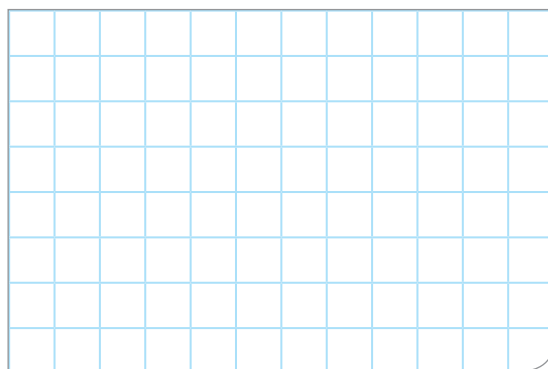
- ¿Qué representa el punto de intersección de ambas gráficas?



- Describe el procedimiento realizado en la resolución de la pregunta de la situación significativa.



- Desarrolla otro procedimiento que te permita responder a la pregunta de la situación significativa.



### Situación significativa C

Miguel toma una cuerda delgada y Gina, una gruesa, cada una de un metro de largo. Si hacen unos nudos en cada cuerda y miden la longitud después de cada nudo, podrán obtener datos como los de la tabla.

Cuerda delgada

Número del nudo	Longitud (cm)
0	100
1	94
2	88
3	82
4	76
5	70
6	64

Cuerda gruesa

Número del nudo	Longitud (cm)
0	100
1	89,7
2	79,4
3	69,1
4	58,8
5	48,5
6	38,2

La longitud inicial de la cuerda delgada es 9 m y la de la cuerda gruesa es 10 m.

- Escribe un sistema de ecuaciones para modelar los datos de cada cuerda.
- Determina la cantidad de nudos que deben tener ambas cuerdas para que tengan la misma longitud.

Adaptado de <https://goo.gl/imd3KS>

### Aprendemos a partir del error

#### Resolución

- Determinamos las variables:  
 $x$ : cantidad de nudos  
 $y$ : longitud de la cuerda en centímetros
- Si la longitud inicial de la cuerda delgada es de 9 m, entonces la expresión matemática que representa la longitud de la cuerda de acuerdo con la tabla sería:

$$y = 900 - 6x$$

- Si la longitud inicial de la cuerda gruesa es de 10 m, entonces la expresión matemática que representa la longitud de la cuerda de acuerdo con la tabla es:

$$y = 1000 - 10,3x$$

- Para encontrar la cantidad de nudos, desarrollamos las ecuaciones:

$$\begin{cases} y = 900 - 6x \\ y = 1000 - 10,3x \end{cases}$$

- Restando ambas ecuaciones, obtenemos:

$$\begin{aligned} 0 &= 1000 - 4,3x \\ x &\approx 232,55814 \end{aligned}$$

- Como  $x$  representa el número de nudos, no puede ser decimal; por lo tanto, el valor de  $x$  es 232.
- Reemplazando dicho valor en la primera ecuación, obtenemos el valor de  $y$ :

$$y = 900 - 6 \cdot 232$$

$$y = 1116$$

#### Respuesta:

La longitud de las cuerdas para tener 232 nudos es 1116 cm.

- ¿Es correcto el procedimiento utilizado en la resolución de lo solicitado en la situación significativa? Explica.

- En el caso de que hubiera un error, ¿cuál sería su corrección?



## Evaluamos nuestros aprendizajes

**Propósito:** Establecemos relaciones entre datos, valores desconocidos y transformamos esas relaciones a expresiones algebraicas o gráficas que incluyen sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas. Así también, expresamos con diversas representaciones gráficas tabulares, simbólicas y con lenguaje algebraico, la comprensión sobre la solución o soluciones de un sistema de ecuaciones lineales. Además, combinamos y empleamos estrategias heurísticas, recursos, métodos gráficos, procedimientos y propiedades algebraicas para determinar términos desconocidos, simplificar expresiones algebraicas y solucionar sistemas de ecuaciones lineales. Asimismo, justificamos con ejemplos y con nuestros conocimientos matemáticos las posibles soluciones a un sistema de ecuaciones lineales u otras relaciones que se descubren, y corregimos errores si los hubiera.

El día que los Rodríguez Muñoz asistieron a Mistura, consumieron dos tipos de platos: frejoles con seco y carapulcra con sopa seca. De los seis integrantes de la familia, cuatro comieron frejoles con seco y dos, carapulcra con sopa seca, por lo cual gastaron en total S/140. Además, se sabe que el precio de la carapulcra fue S/4 más que el de los frejoles, y ambos precios fueron cantidades enteras.

Con la información dada, responde las preguntas 1 y 2.

1. Identifica las variables y escribe mediante ecuaciones la situación planteada. Luego responde:

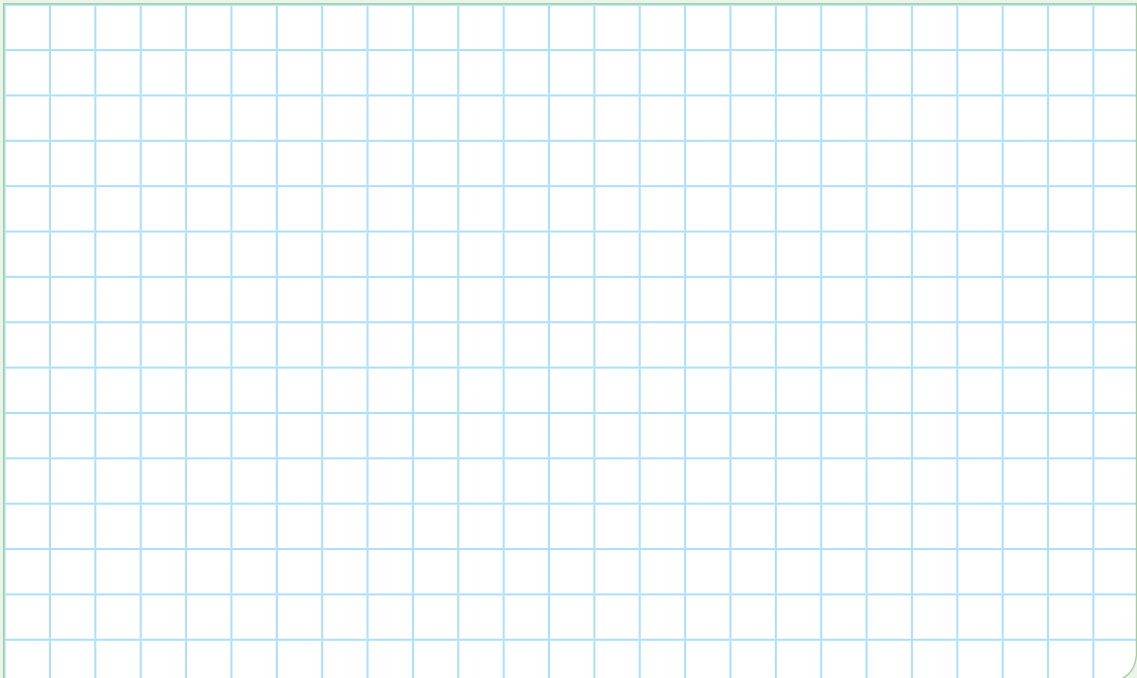
¿Cuál de los siguientes sistemas de dos ecuaciones corresponde a la situación dada?

a) 
$$\begin{cases} 4x + 2y = 140 \\ x - y = 4 \end{cases}$$

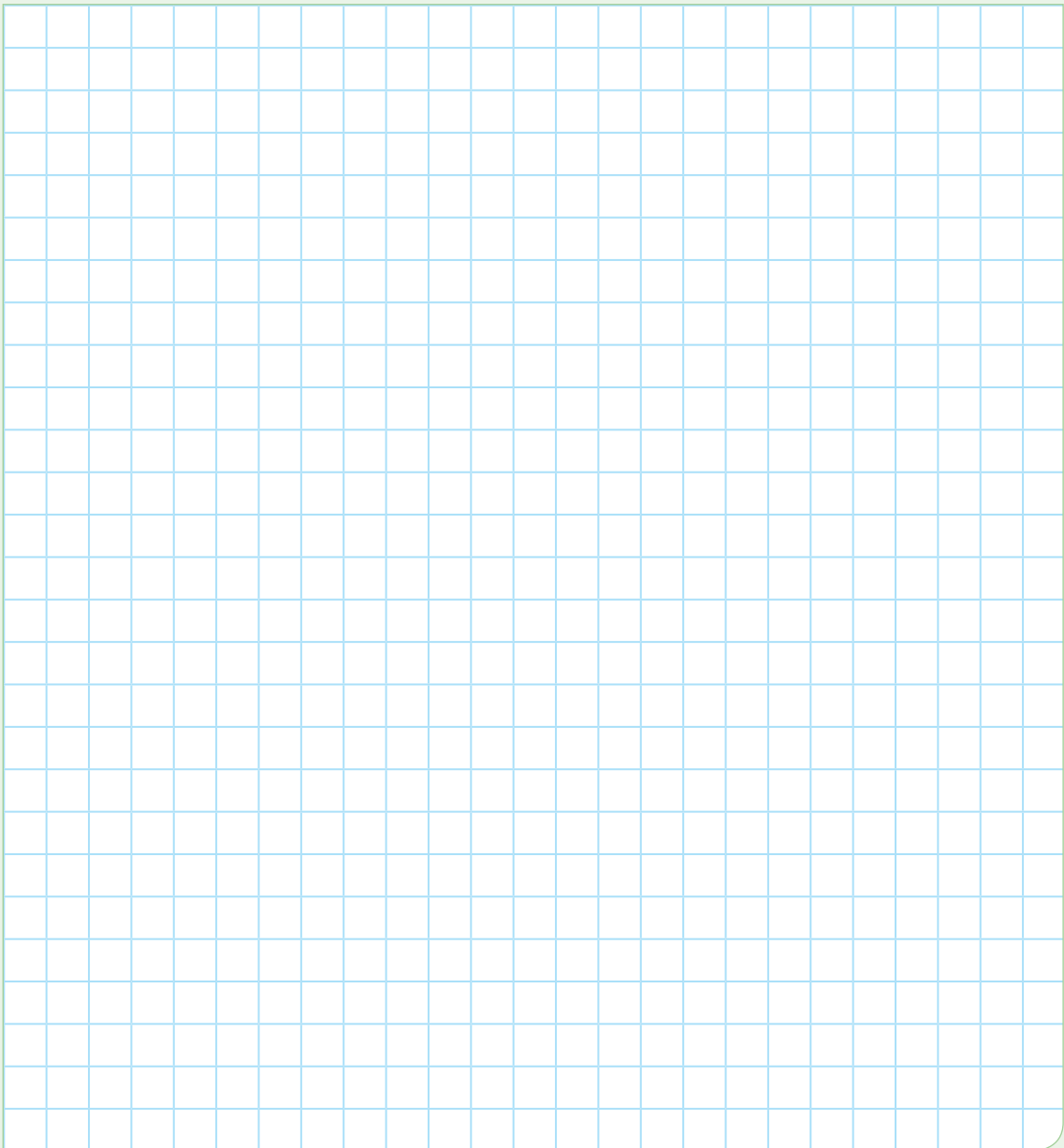
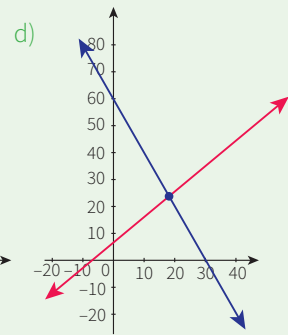
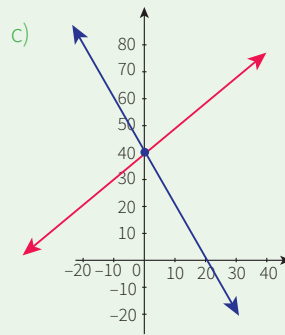
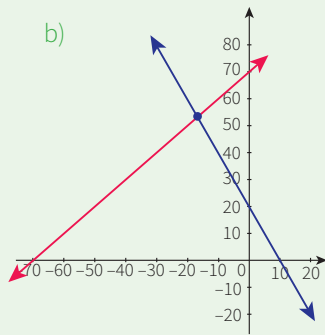
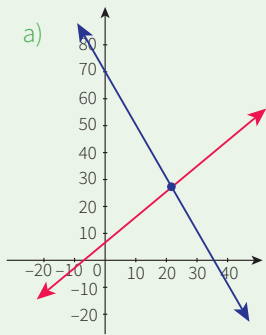
b) 
$$\begin{cases} 4x - 2y = 140 \\ 2x - y = 70 \end{cases}$$

c) 
$$\begin{cases} 4x + 2y = 140 \\ y - x = 4 \end{cases}$$

d) 
$$\begin{cases} 4x + 2y = 140 \\ 2x + y = 4 \end{cases}$$



2. ¿Cuál de las siguientes representaciones corresponde al conjunto solución correcto de la situación planteada?



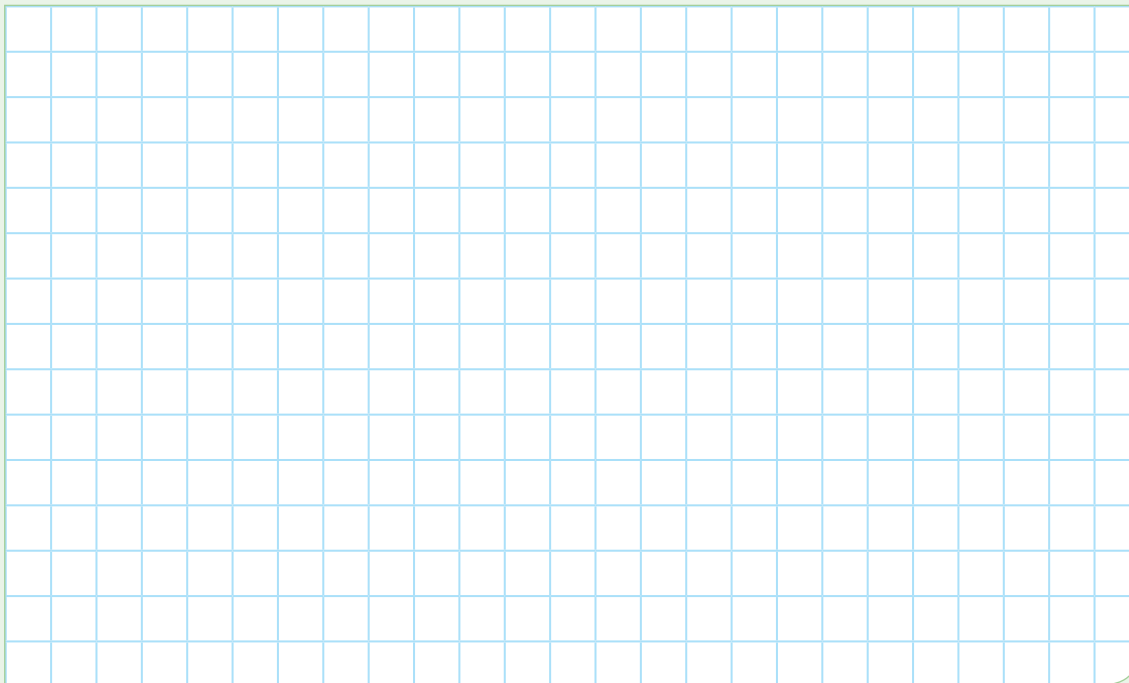
3. Juan pagó S/50 por tres cajas de tarugos y cinco cajas de clavos. Pedro compró cinco cajas de tarugos y siete de clavos, por lo que tuvo que pagar S/74. ¿Cuál es el precio de cada caja de tarugos?

a) 7 soles

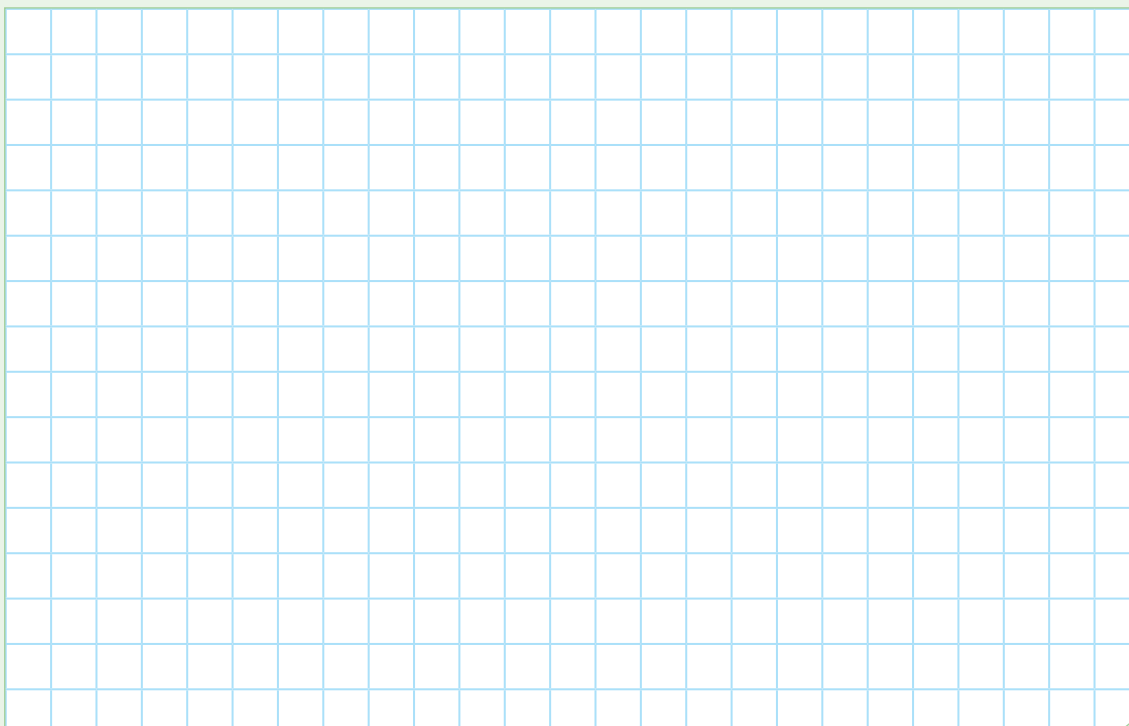
b) 5 soles

c) 6 soles

d) 12 soles



4. Con dos camiones cuyas capacidades de carga son, respectivamente, 3 y 4 toneladas, se hicieron en total 23 viajes para transportar 80 toneladas de madera. ¿Cuántos viajes realizó cada camión?





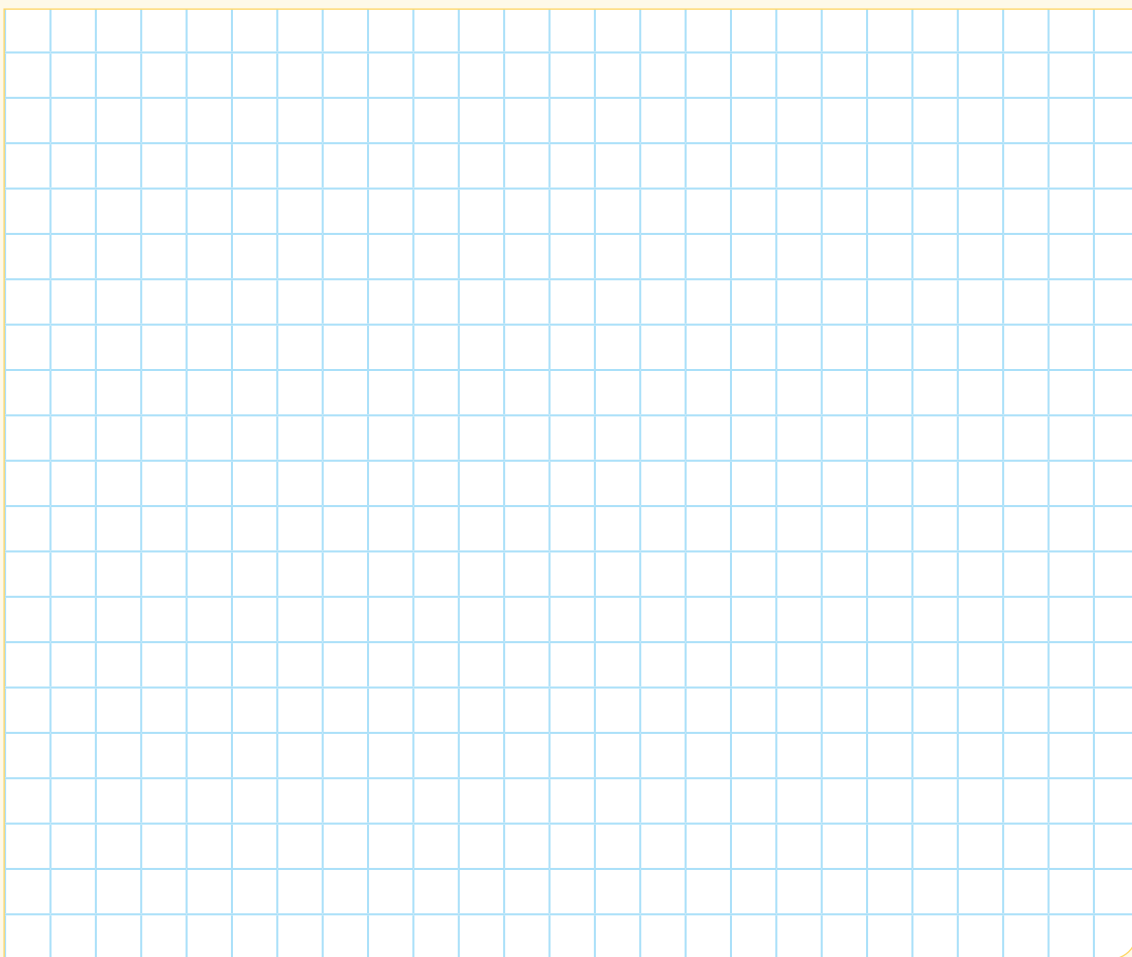
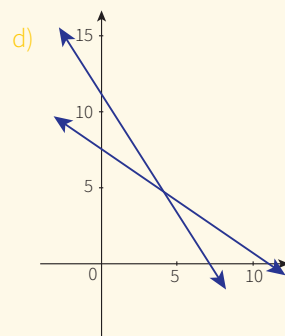
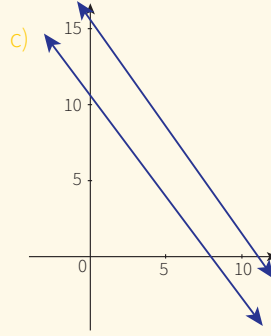
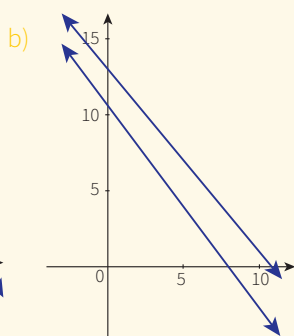
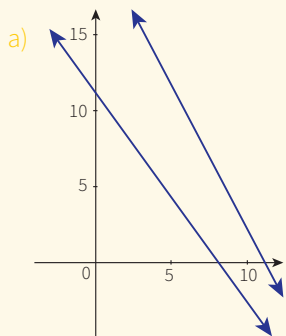
Después del paseo a Mistura, Ana, la hija menor de la familia Rodríguez Muñoz, decidió crear un problema sobre sistemas de ecuaciones. Para ello, se planteó el siguiente sistema:

$$\begin{cases} 9x + 6y = 98 \\ 3x + 2y = 24 \end{cases}$$

Justo cuando Ana estaba ideando el contexto de la situación, su hermano mayor, Jorge, vio el sistema y le dijo que revisara los valores de su ecuación, pues era necesario que los cambiara.

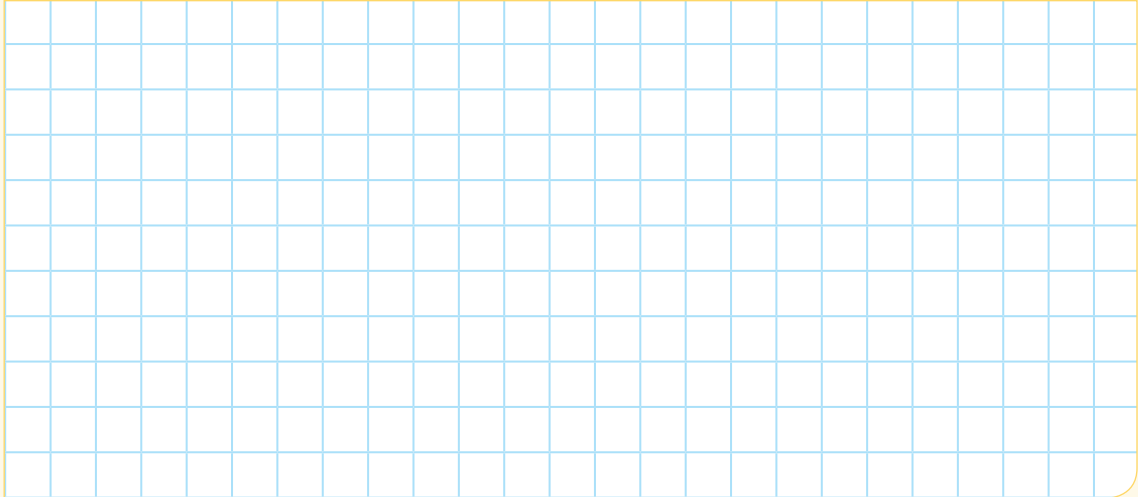
Con la información dada, responde las preguntas 5 y 6.

**5.** Si Ana decidiera graficar su sistema, ¿cuál sería la gráfica que obtendría?



6. ¿Qué tipo de solución propuso Ana para resolver el sistema de ecuaciones?

- a) Compatible indeterminado
- b) Incompatible
- c) Compatible determinado
- d) Ninguna de las anteriores



Ana, tratando de solucionar su sistema de ecuaciones, replanteó el sistema anterior como sigue:

$$\begin{cases} 9x + 6y = 72 \\ 3x + 2y = 24 \end{cases}$$

Entonces, Jorge volvió a revisar el nuevo sistema y le dijo que aún faltaba cambiar algo, pues el conjunto solución no era el adecuado.

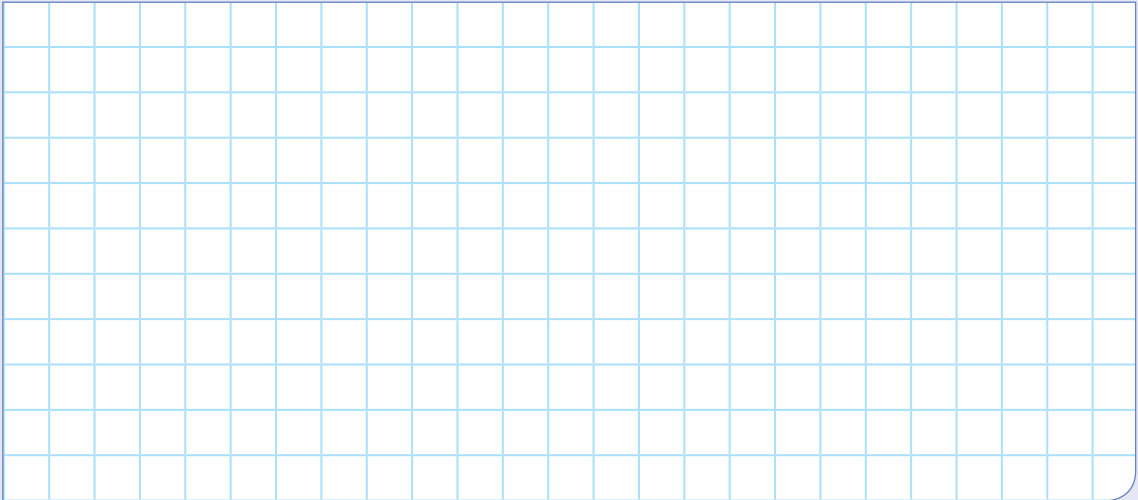
Con la información dada, responde las preguntas 7 y 8.

7. ¿Cuál es el conjunto solución que presenta este nuevo planteamiento del sistema de ecuaciones?



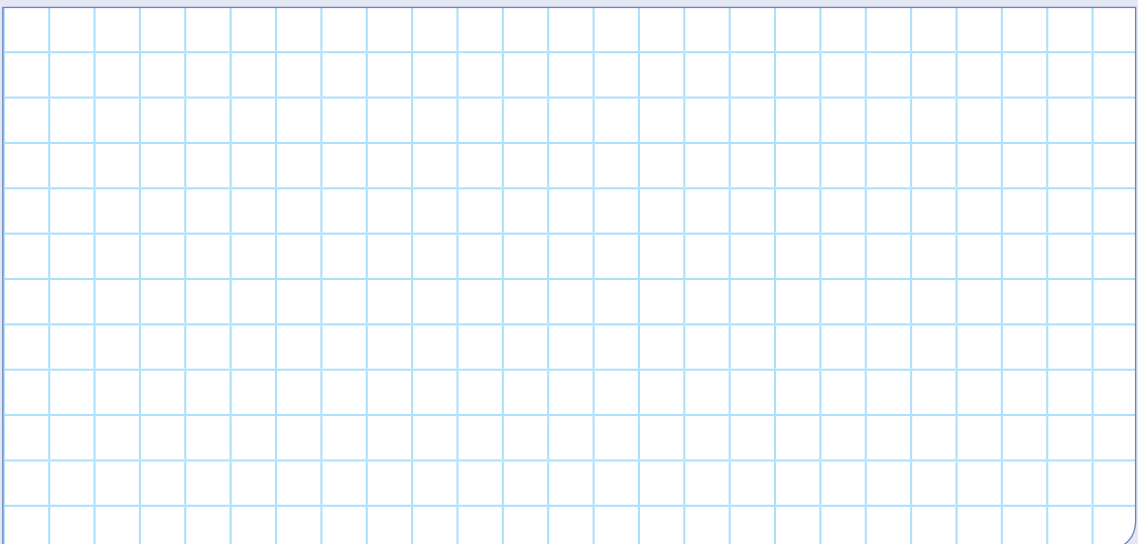
8. ¿Qué debemos cambiar para que el sistema de ecuaciones esté correctamente planteado y ambas variables tengan soluciones positivas y mayores que cero?

- a) En la primera ecuación, es suficiente cambiar el término independiente 72 por el número 48.
- b) En la primera ecuación, es suficiente cambiar el coeficiente de  $x$  por un 6.
- c) En la segunda ecuación, es suficiente cambiar el coeficiente de  $x$  por un 6.
- d) En la segunda ecuación, es suficiente cambiar el coeficiente de  $x$  por un 4 y el término independiente 24 por el número 28.

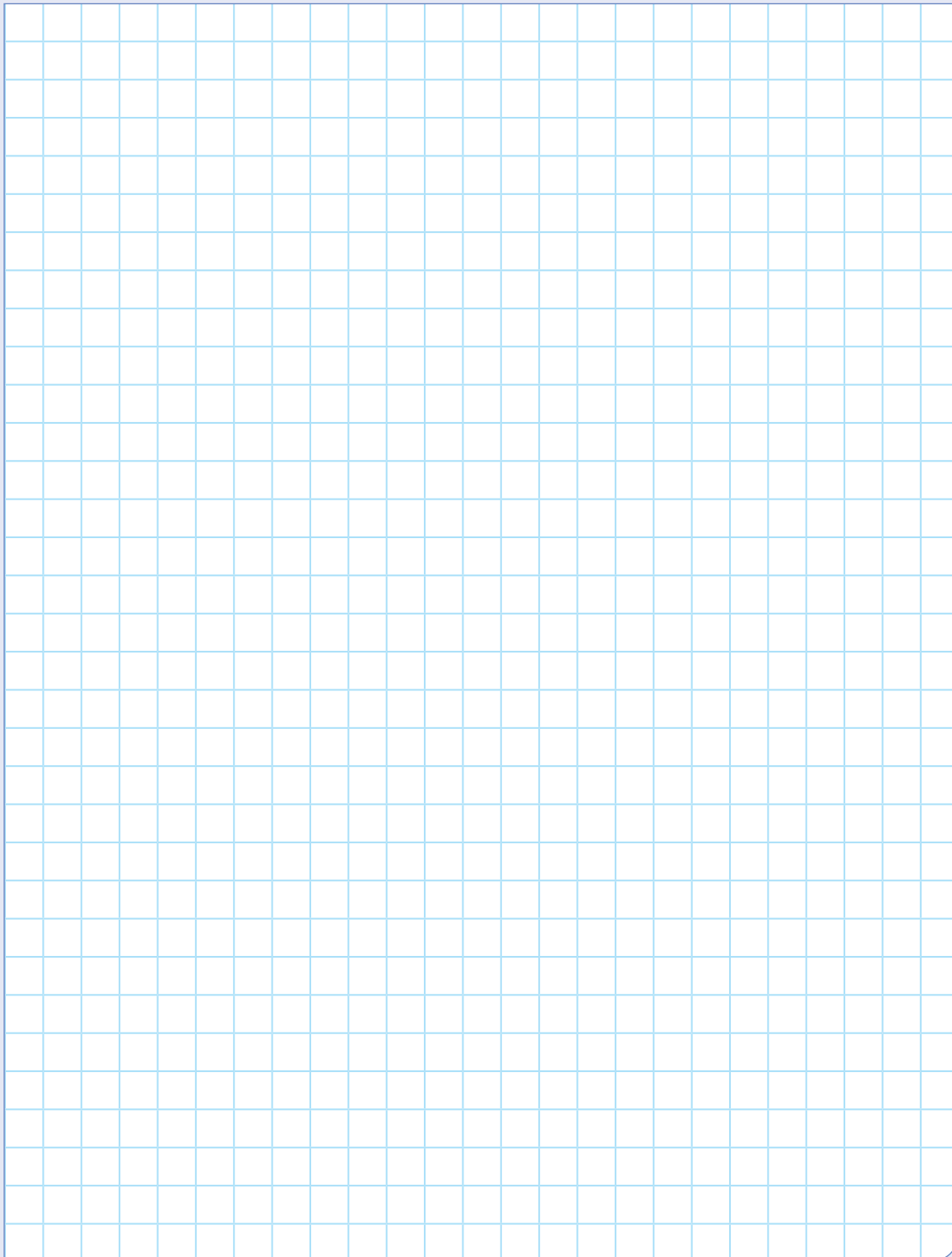


9. Con el viento a favor en vuelo, un avión pequeño puede recorrer 1200 km en 3 horas. Con viento en contra, el avión puede recorrer la misma distancia en 5 horas. Calcula la velocidad del avión y la velocidad del viento.

- a) Avión: 320 km/h; viento: 80 km/h
- b) Avión: 321 km/h; viento: 81 km/h
- c) Avión: 640 km/h; viento: 560 km/h
- d) Avión: 200 km/h; viento: 50 km/h



10. Una persona invierte en un producto una cantidad de dinero y obtiene un 5 % de beneficio. Por otra inversión en un segundo producto, logra un beneficio del 3,5 %. Sabiendo que en total invirtió 10 000 soles y que los beneficios de la primera inversión superan en 300 soles a los de la segunda, ¿cuánto dinero invirtió en cada producto?





## Aplicamos nuestros aprendizajes

**Propósito:** Establecemos relaciones entre datos y las transformamos a expresiones numéricas que incluyen operaciones con números racionales, notación exponencial y científica. Asimismo, seleccionamos y empleamos estrategias de cálculo, estimación, recursos y procedimientos diversos para realizar operaciones con cantidades en notación científica.

### Utilicemos con responsabilidad el gas

Una de las fuentes de ingreso económico para el Perú es la explotación de recursos como el gas natural. Las reservas probadas de este gas en los lotes 88 y 56 de Camisea ascienden a 17,4 trillones de pies cúbicos (TCF), según un informe elaborado por la consultora internacional Gaffney, Cline & Associates (GCA).

El director general de Hidrocarburos del Ministerio de Energía y Minas (MEM) indicó que la estimación mínima que hizo la consultora sobre las reservas de Camisea es de 13,6 trillones de pies cúbicos, mientras que la máxima llega a 18,5 TCF.

Agregó que el informe de la consultora estima que el volumen de gas recuperable es de 14,7 TCF, lo cual va en línea con las estimaciones de las autoridades peruanas.

Pese al aumento en las reservas, enfatizó que el MEM mantiene la idea de que se debe priorizar la atención de la demanda del mercado interno.

Por otro lado, adelantó que ya se están evaluando las alternativas para definir la zona que se convertirá en el segundo polo petroquímico del Perú, y las más fuertes son Ilo (Moquegua) o Matarani (Arequipa) en el sur del país.

Adaptado de <https://goo.gl/aGpLcx>

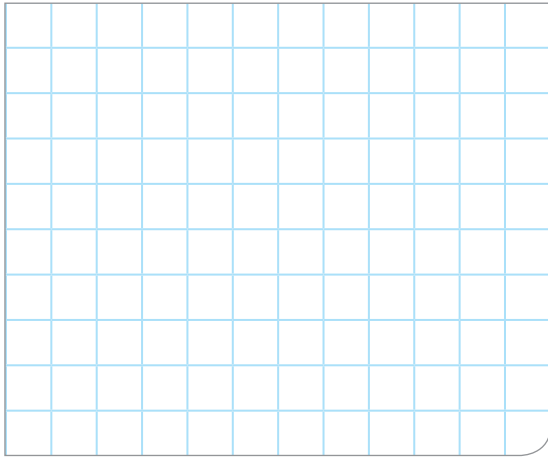
1. Expresa, mediante notación científica, todas las cantidades en trillones de pies cúbicos (TFC) mencionadas en la situación.



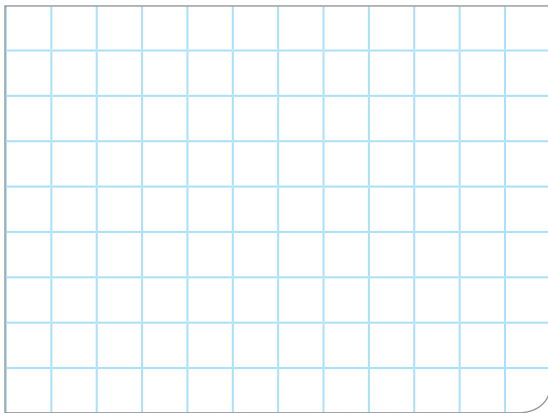
©Andina

## Comprendemos el problema

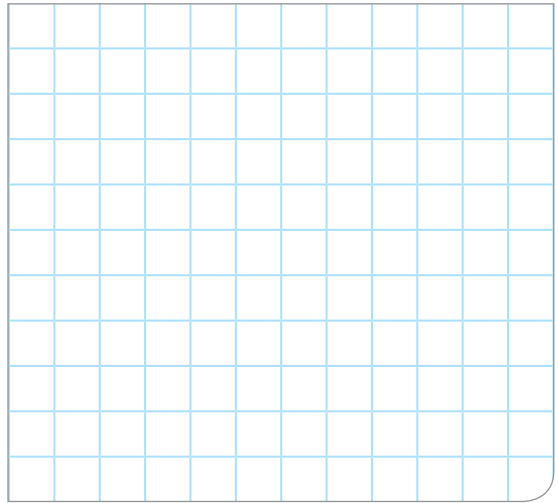
1. ¿A cuánto ascienden las reservas probadas en los lotes 88 y 56 de Camisea?



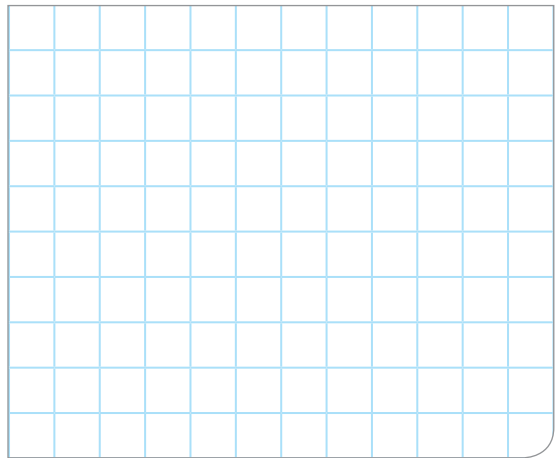
2. Según el MEM, ¿cuál es la estimación mínima y máxima que hizo la consultora sobre las reservas de Camisea?



3. ¿Cuál es volumen de gas recuperable en Camisea?

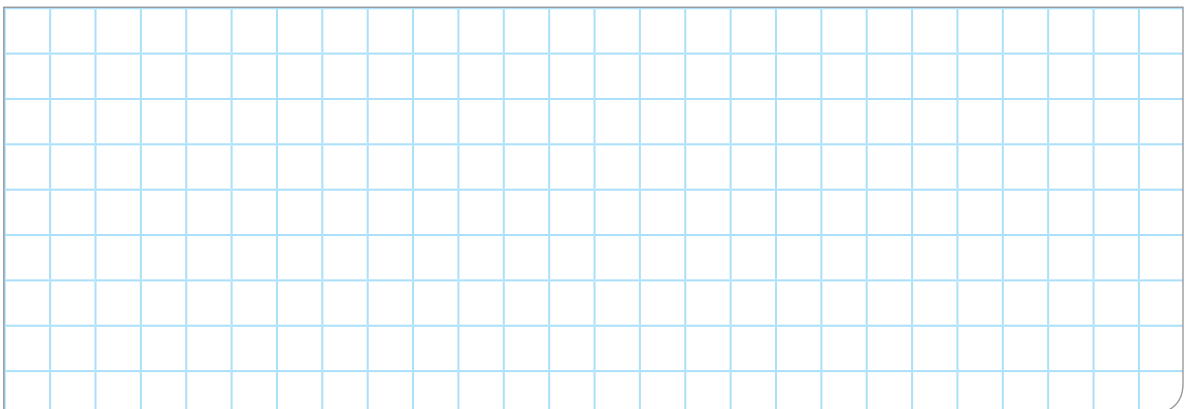


4. ¿Qué te pide calcular la pregunta de la situación significativa?



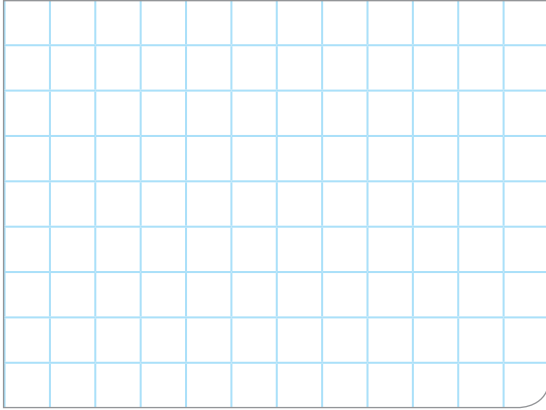
## Diseñamos o seleccionamos una estrategia o plan

1. ¿Qué procedimiento realizarías para responder la pregunta de la situación significativa?

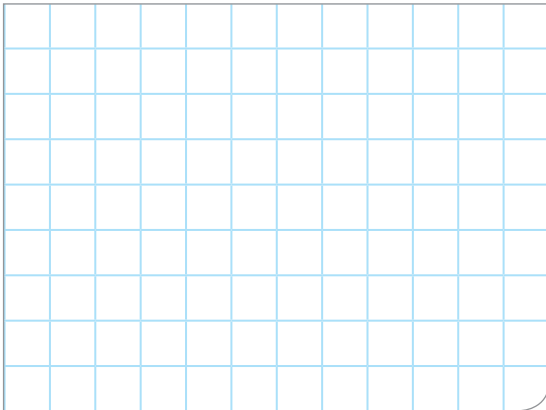


## Ejecutamos la estrategia o plan

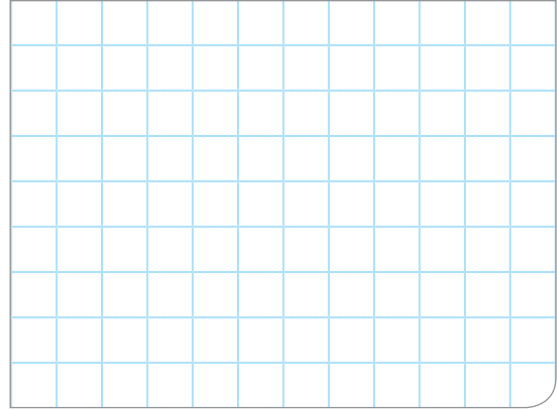
1. Haz un listado de todas las cantidades en trillones de pies cúbicos (TCF) que aparecen en la situación significativa.



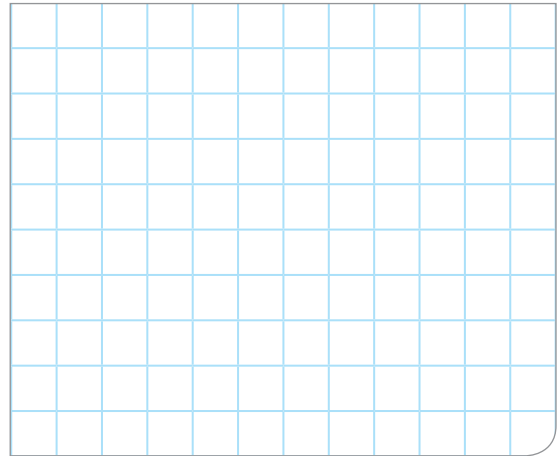
2. Según el listado de la pregunta anterior, expresa dichas cantidades en pies cúbicos.  
(1 trillón = 1 000 000 000 000)



3. Establece una regla general para expresar en notación científica las cantidades de la pregunta anterior. Responde la pregunta de la situación significativa.

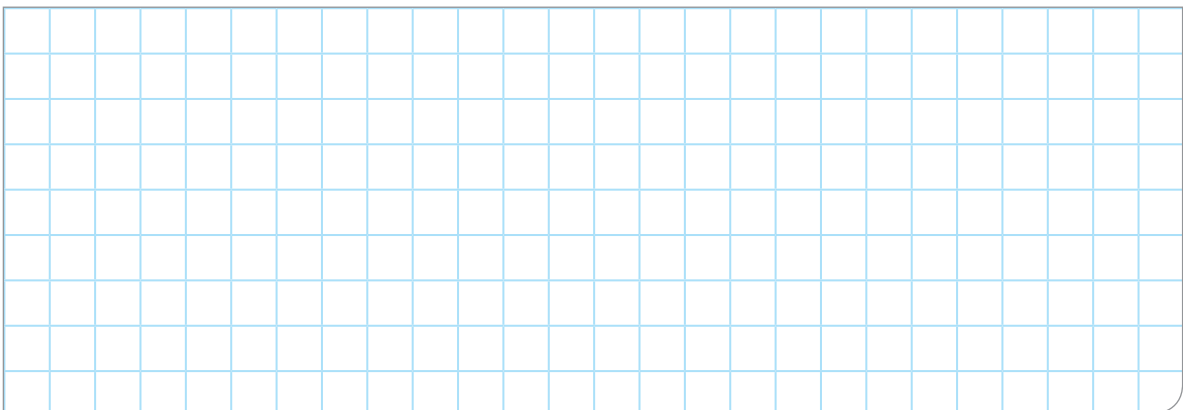


4. Propón dos ejemplos de la vida cotidiana donde necesiten de la notación científica.



## Reflexionamos sobre el desarrollo

1. ¿Por qué crees que es importante utilizar la notación científica? Explica tu respuesta.





## Comprobamos nuestros aprendizajes

**Propósito:** Expresamos con diversas representaciones y con lenguaje numérico, al expresar una cantidad muy grande y muy pequeña en notación científica, así como al comparar y ordenar cantidades expresadas en notación científica. Asimismo, justificamos con ejemplos y con nuestros conocimientos matemáticos las propiedades de las operaciones con números racionales y notación científica, y corregimos los errores si los hubiera.

### Situación significativa A

A continuación, se presentan los costos en dólares del metro cuadrado de terrenos en Lima Metropolitana. Si la familia Quispe Paz desea realizar una inversión adquiriendo un inmueble, ¿en qué distrito le resultará más caro y en cuál es más barato?

Carabaylo	Jesús María	La Victoria	Santiago de Surco	Puente Piedra	Cercado de Lima
$2,292 \times 10^3$	$55,56 \times 10^2$	$5,77 \times 10^3$	$6,458 \times 10^3$	$2,342 \times 10^3$	$45,81 \times 10^2$
San Borja	San Martín de Porres	Surquillo	Barranco	San Miguel	Miraflores
$0,6959 \times 10^4$	$0,4706 \times 10^4$	$57,28 \times 10^2$	$0,7729 \times 10^4$	$4,929 \times 10^3$	$73,41 \times 10^2$

### Resolución

Para responder las preguntas, escribiremos las cantidades en notación científica y luego ordenaremos los costos de menor a mayor:

$2,292 \times 10^3$ ;  $2,342 \times 10^3$ ;  $4,581 \times 10^3$ ;  $4,706 \times 10^3$ ;  $4,929 \times 10^3$ ;  $5,077 \times 10^3$ ;  $5,556 \times 10^3$ ;  $5,728 \times 10^3$ ;  $6,458 \times 10^3$ ;  $6,959 \times 10^3$ ;  $7,341 \times 10^3$ ;  $7,729 \times 10^3$ .

**Respuesta:** El inmueble más barato está en Carabaylo y el más caro se encuentra en Barranco.

1. ¿Todos los datos te permiten dar solución a la situación significativa? Explica tu respuesta.

2. ¿Por qué no es conveniente colocar los precios sin la notación científica?



## Situación significativa B

Calcula el precio por metro cuadrado de los siguientes puestos comerciales. Exprésalo en notación científica.

Dirección	Distrito	Área total (m <sup>2</sup> )	Precio del puesto (S/)	Precio por m <sup>2</sup>	Precio expresado en notación científica
Av. Argentina 215	Cercado 1	60,27	168 700,00		
Av. Juan Lecaros 106	Puente Piedra	2728,08	2 281 585,00		
Av. Gregorio Escobedo, Jesús María 15 076	Jesús María	37,90	699 780,00		
Av. Grau 341	Cercado 2	2 244,44	183 200 000,00		
Calle Riso 177-119	Lince	46	980 000,00		

## Resolución

Para hallar el precio de venta por metro cuadrado de los puestos, debemos dividir el precio base por el área del puesto.

- Distrito de Cercado 1

$$\frac{168\,700}{60,27} = 2799,070\,85 = 2,799\,070\,85 \times 10^3 \text{ soles}$$

- Distrito de Puente Piedra

$$\frac{2\,281\,585}{2728,08} = 8,363\,336\,12 \times 10^2 \text{ soles}$$

- Distrito de Jesús María

$$\frac{699\,780}{37,90} = 18\,463,8522 = 1,846\,385\,22 \times 10^4 \text{ soles}$$

- Distrito de Cercado 2

$$\frac{183\,200\,000}{2244,44} = 81\,623,924 = 8,162\,392\,4 \times 10^4 \text{ soles}$$

- Distrito de Lince

$$\frac{980\,000}{46} = 21\,304,34783 = 2,130\,434\,783 \times 10^4 \text{ soles}$$

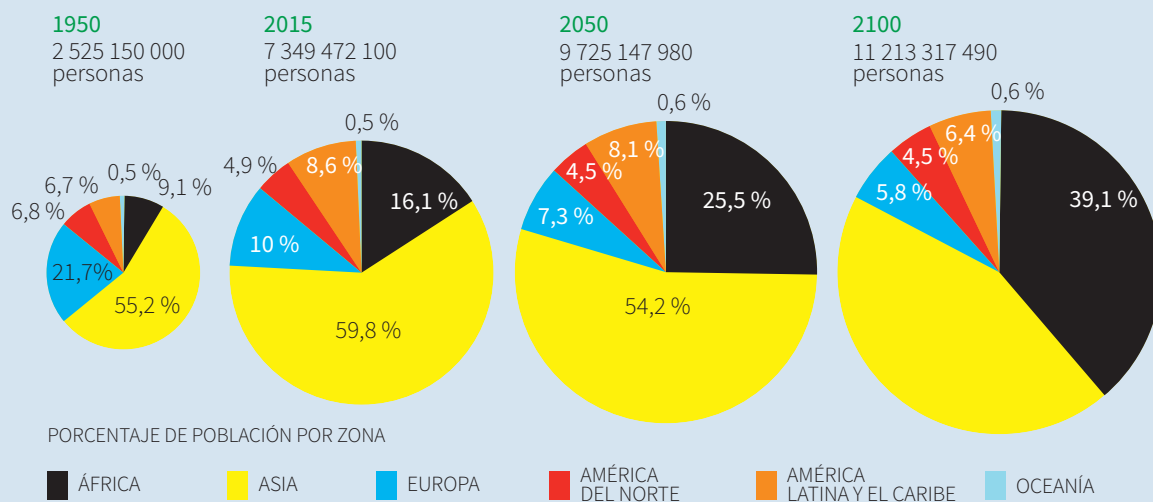
1. ¿Los pasos realizados en la resolución de la situación significativa son los adecuados? Explica tu respuesta.

2. Describe el procedimiento realizado en la resolución de la situación significativa.

## Situación significativa C

A continuación, observa y analiza la siguiente información:

### Distribución geográfica de la población mundial



Luego de analizar la información de la distribución geográfica de la población mundial, expresa mediante notación científica la población de África de los años indicados en la gráfica.

## Aprendemos a partir del error

### Resolución

Se calcula la población de África por cada año; es decir:

Año 1950:  $9,1 \% \times 2\,525\,150\,000 = 2\,297\,886\,500$

Año 2015:  $16,1 \% \times 7\,349\,472\,100 = 11\,832\,650\,081$

Año 2050:  $25,5 \% \times 9\,725\,147\,980 = 24\,799\,127\,349$

Año 2100:  $39,1 \% \times 11\,213\,317\,490 = 43\,844\,071\,385,9$

### Respuesta:

La población de África se muestra en la siguiente tabla:

Año	Población
1950	$2,297\,886\,5 \times 10^8$
2015	$1,183\,265\,008\,1 \times 10^{10}$
2050	$2,479\,912\,734\,9 \times 10^{10}$
2100	$4,384\,407\,138\,59 \times 10^{10}$

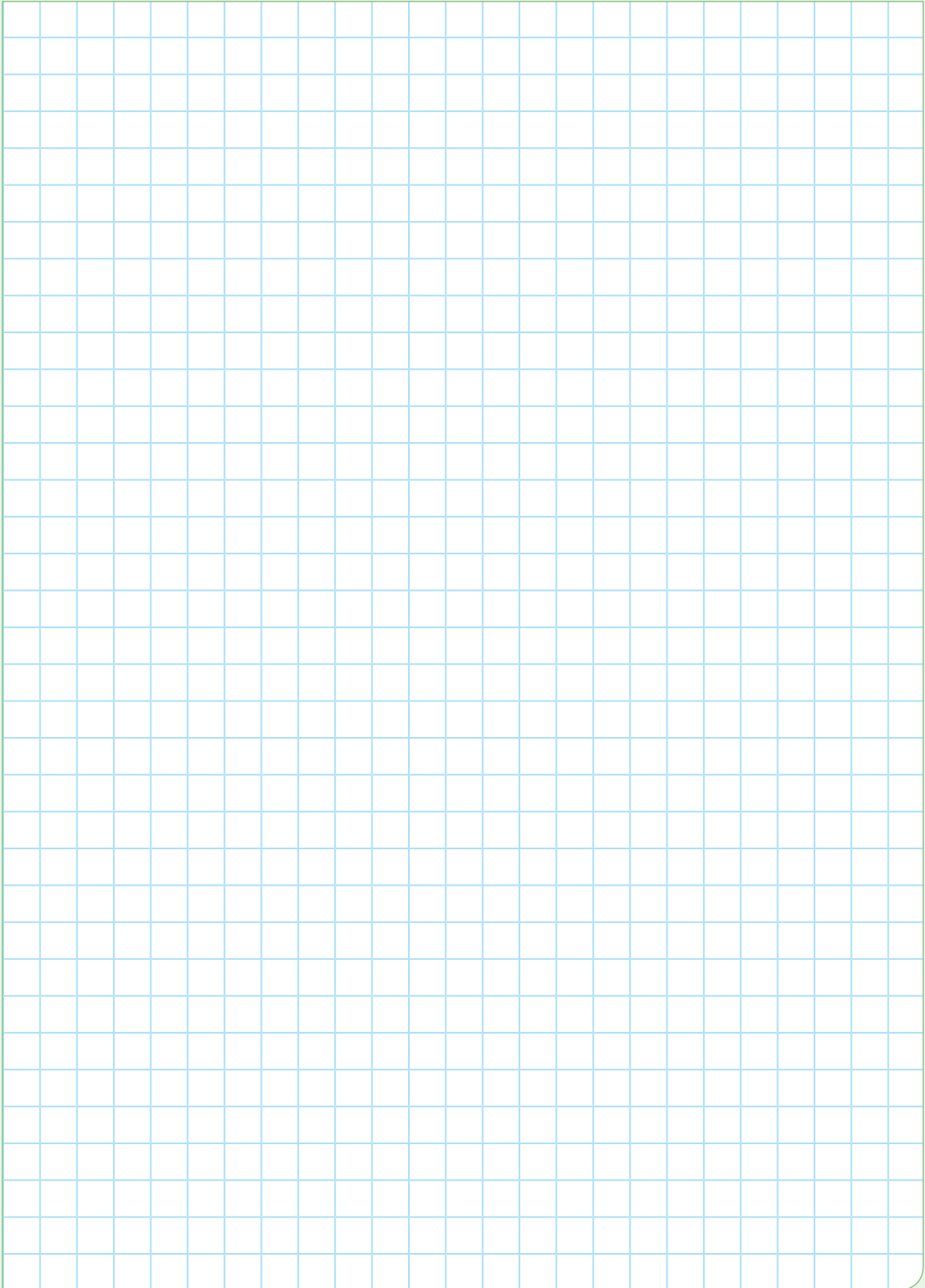
- ¿Los pasos realizados en la resolución de la situación significativa son los adecuados? Explica tu respuesta.


- En el caso de que hubiera un error, ¿cuál sería su corrección? De ser correcta la respuesta, busca otra forma para responder a lo solicitado en la situación significativa.



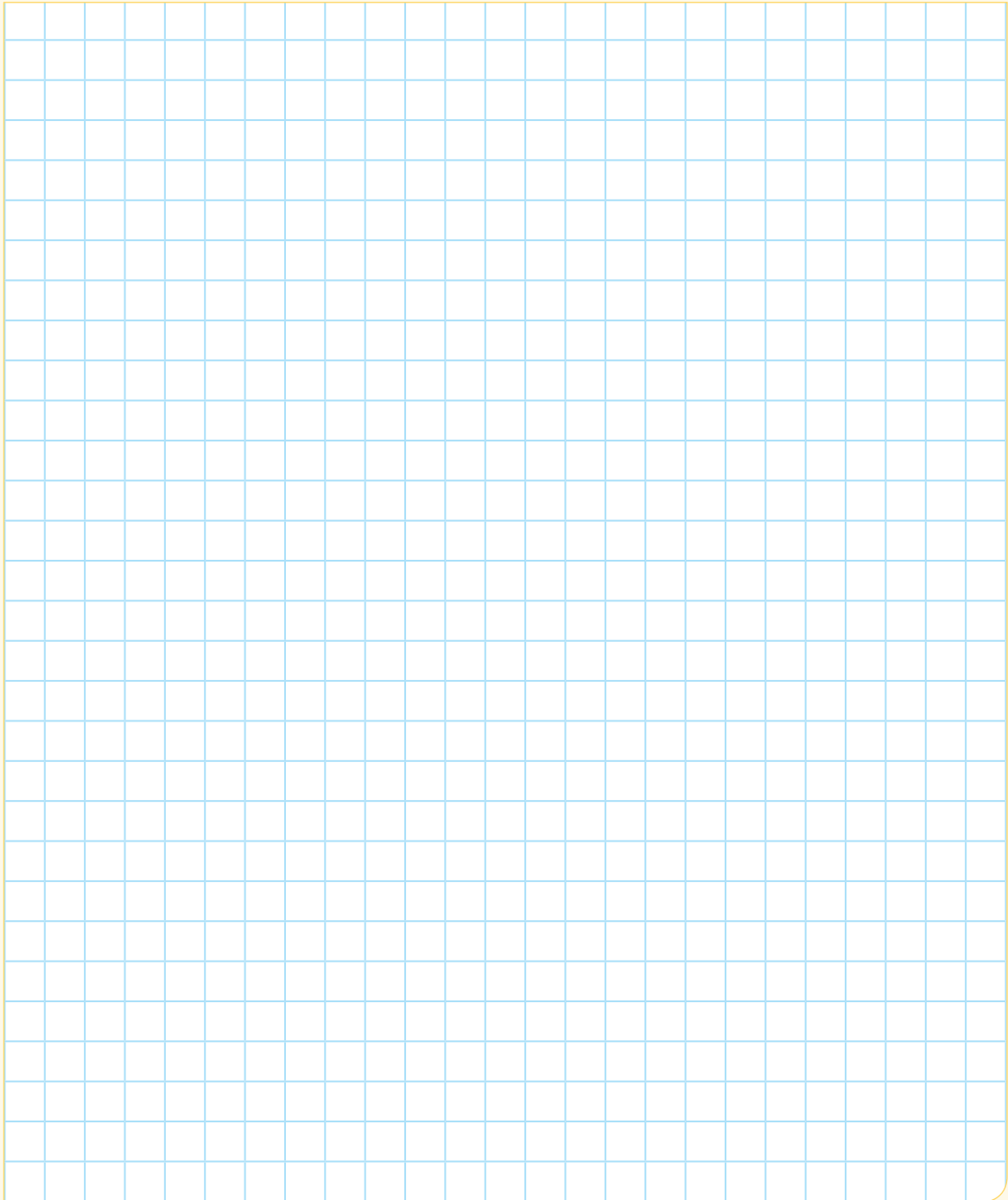



4. Michael le pregunta a Vanessa: “¿Cuál es la distancia entre la Tierra y Neptuno?”. Expresa la respuesta en notación científica.

A large grid of graph paper with 20 columns and 30 rows, intended for writing the answer to the question.

5. A continuación, se muestran algunas medidas de ciertos eventos. Expresa dichas medidas en notación científica.

- a) Duración de un relámpago: 0,000 2 s
- b) Diámetro de un átomo:  $0,000\ 053 \times 10^{-5}$  m
- c) Longitud de onda de la luz azul: 0,000 000 48 m
- d) Superficie de la Tierra: 51 100 000 km<sup>2</sup>



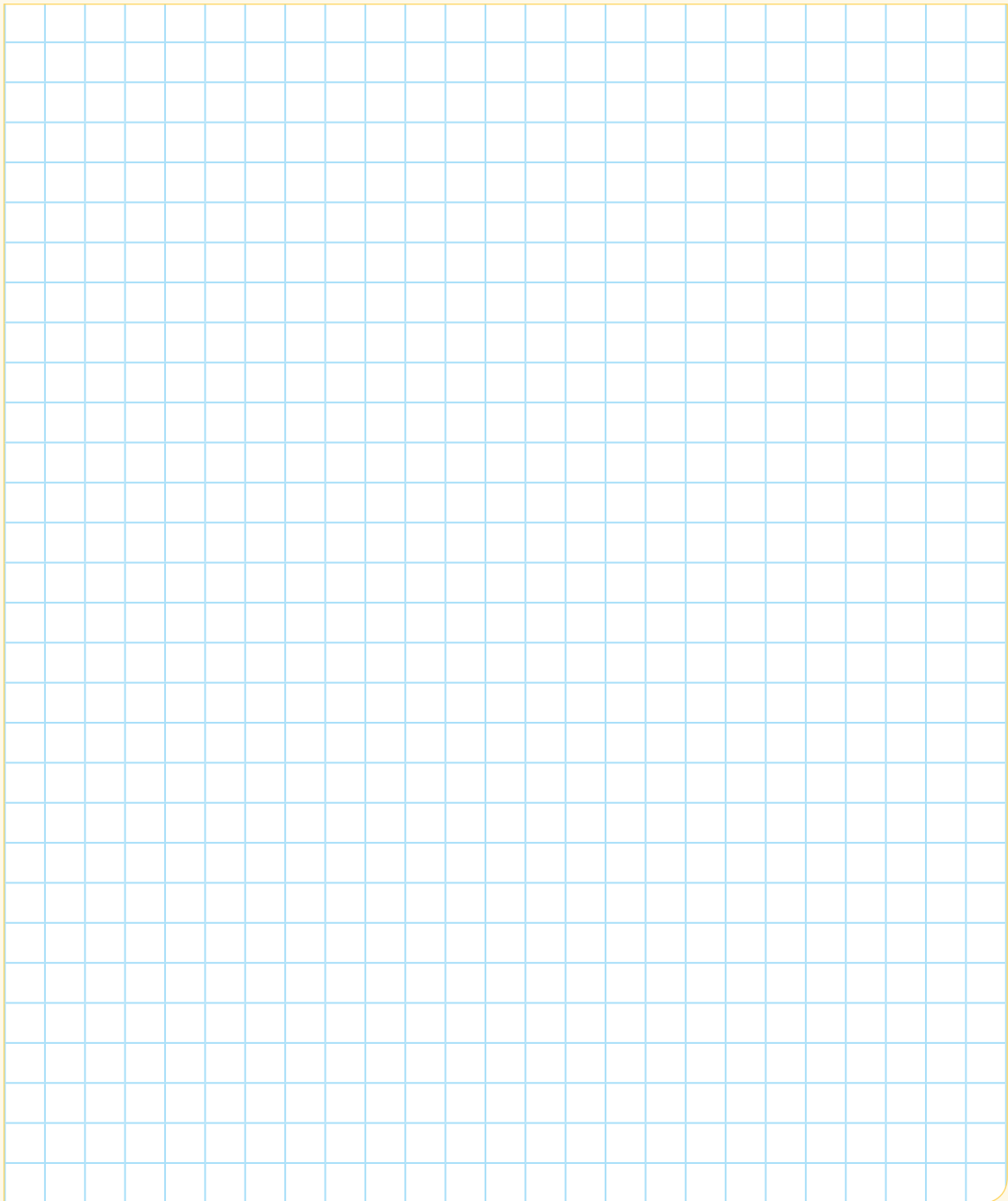
6. Una de las centrales hidroeléctricas más importantes del Perú es la del cañón del Pato. Está compuesta por seis grupos de generadores de energía eléctrica, cada uno accionado por dos turbinas hidráulicas tipo Pelton de eje horizontal y doble inyector. La generación de la energía eléctrica tiene una potencia de 263 MW. ¿Cuántos focos de 240 W podrían encenderse simultáneamente con la electricidad de esta central?

a)  $1,095\ 833\ 3 \times 10^6$  focos

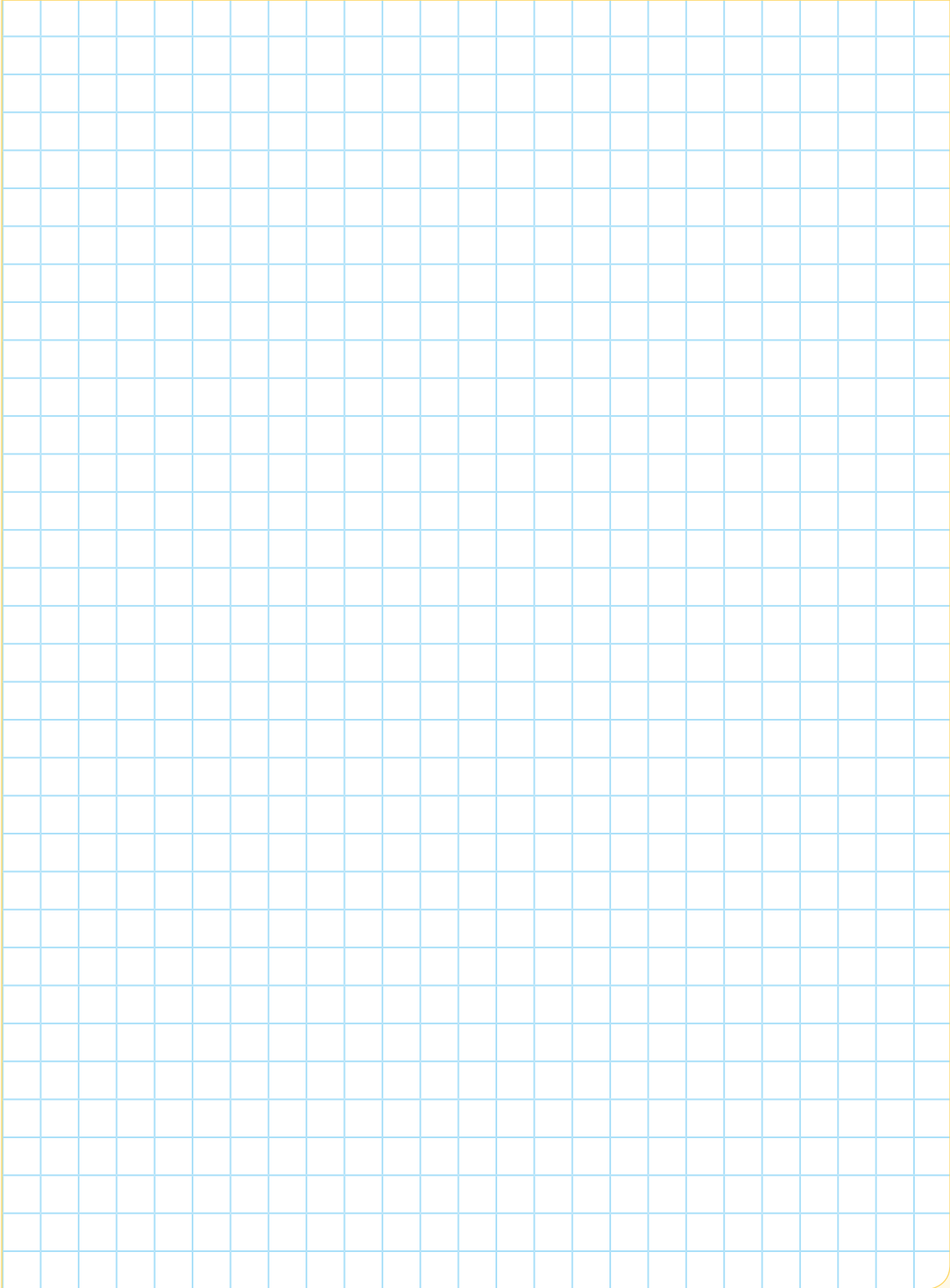
c)  $263 \times 10^6$  focos

b)  $0,109\ 583\ 3 \times 10^5$  focos

d)  $0,263 \times 10^4$  focos



7. La distancia de la Tierra a la Luna es 380 000 km y de la Tierra al Sol es 550 millones de kilómetros. Averigua cuántas veces es la distancia de la Tierra al Sol en relación con la distancia de la Tierra a la Luna. Calcula en notación científica.





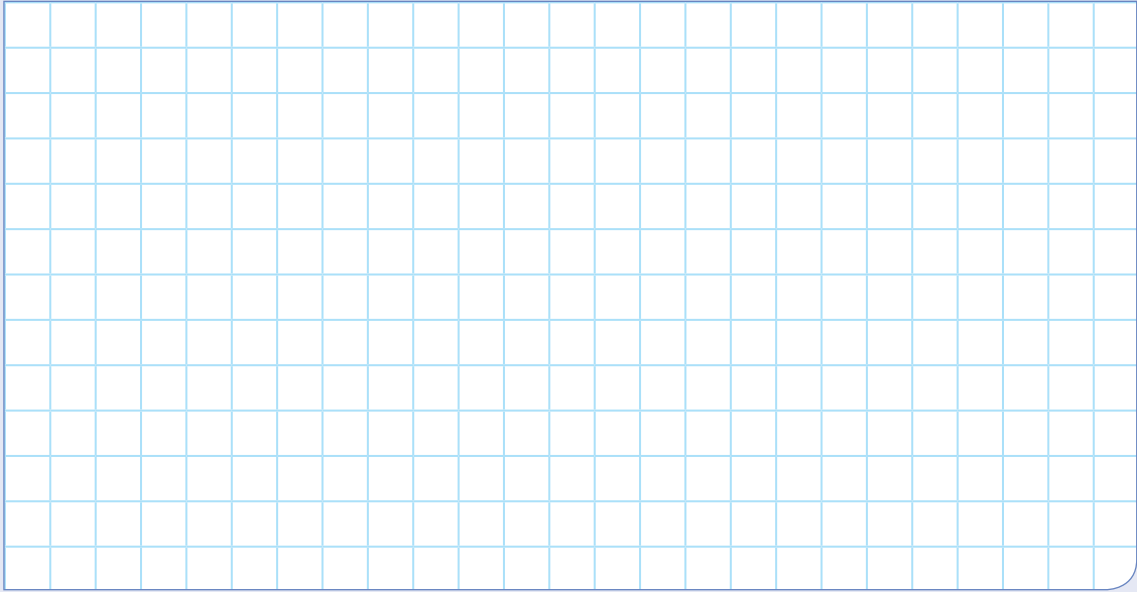
8. La medida de una bacteria de tamaño intermedio es de unos 0,003 mm (diámetro), pero los virus son todavía más pequeños; por ejemplo, el de la poliomielitis mide 0,000 015 mm de diámetro. Determina la diferencia entre el diámetro del virus de la polio y el de una bacteria común. Calcula en notación científica.

a)  $2,135 \times 10^{-3}$

b)  $2,225 \times 10^{-3}$

c)  $2,985 \times 10^{-3}$

d)  $2,233 \times 10^{-3}$



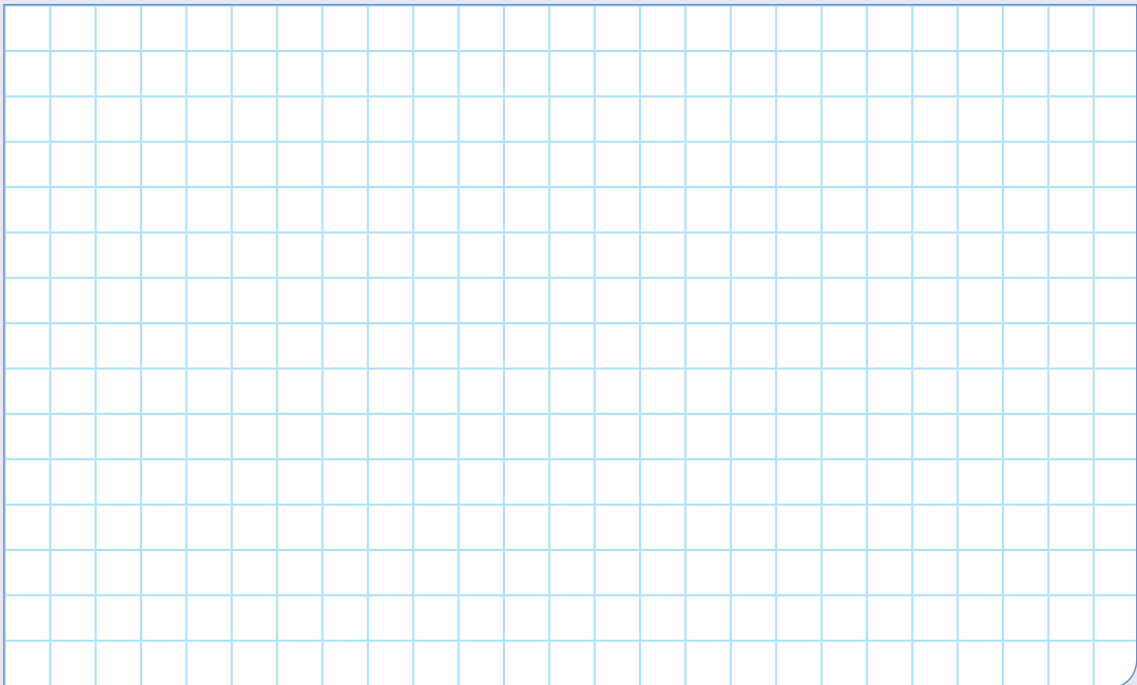
9. En España, el papel reciclado cada año equivale a 30 millones de árboles no talados. Expresa el número de árboles no talados durante un siglo en notación científica.

a)  $10 \times 10^9$  árboles no talados

c)  $5 \times 10^9$  árboles no talados

b)  $7 \times 10^9$  árboles no talados

d)  $3 \times 10^9$  árboles no talados





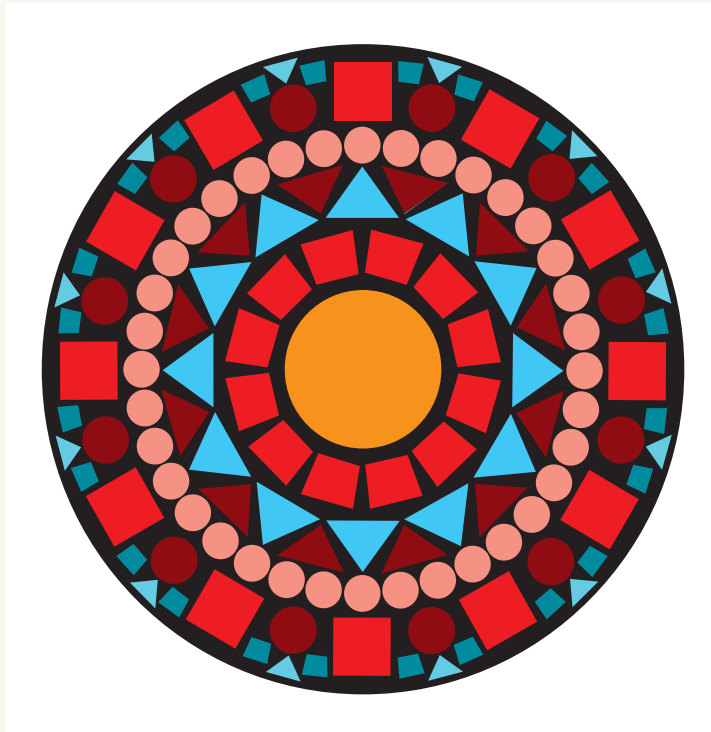


## Aplicamos nuestros aprendizajes

**Propósito:** Describimos los movimientos de un objeto real o imaginario, así como de las transformaciones de objetos o formas geométricas mediante la combinación de traslaciones, rotaciones y simetrías. Además, empleamos estrategias o procedimientos para describir las transformaciones mediante la combinación de traslaciones y rotaciones.

### El mandala andino

Susana es una estudiante de cuarto grado de secundaria que vive en el Cusco. Ella comenta a sus compañeras de aula que su tía le ha regalado un libro de mandalas andinos. Susana explica a sus compañeras que el mandala andino es una fusión de nuestra cultura con técnicas ancestrales provenientes de la India.

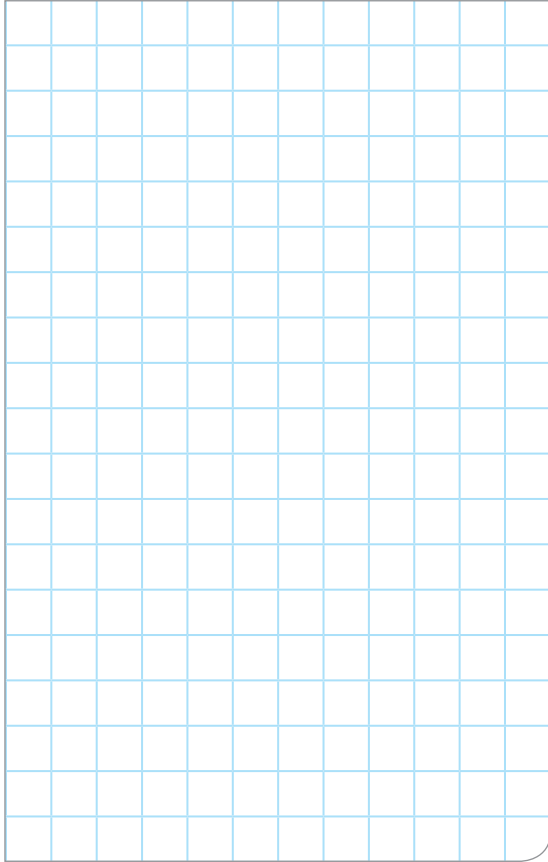


(Adaptado de <https://www.planetadelibros.com.pe/libro-mandalas-andinos/253182>)

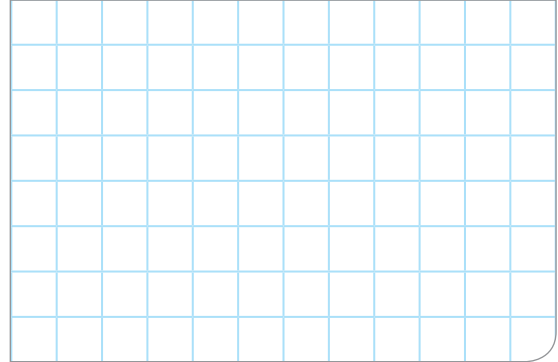
1. ¿Qué transformaciones geométricas se observa en el mandala andino?

## Comprendemos el problema

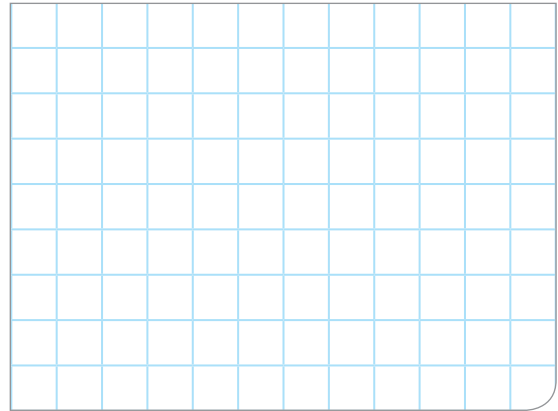
1. ¿Qué figuras geométricas se observa en la configuración del mandala andino? Dibuja.



2. ¿Cómo están organizadas las figuras geométricas en el mandala andino? Dibuja una secuencia (según el tamaño, la forma, etc.).

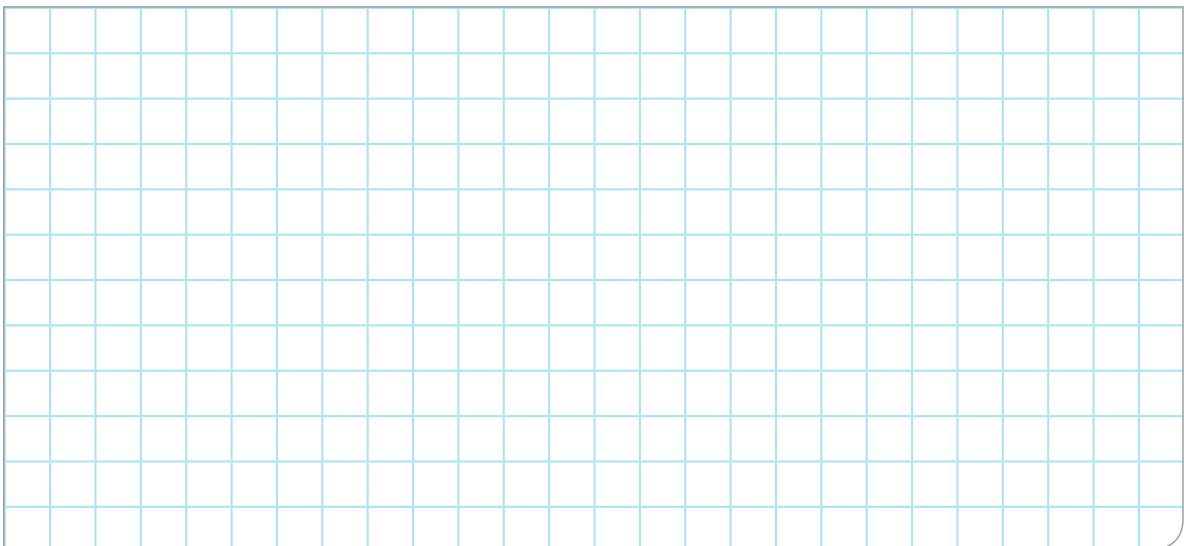


3. ¿Qué transformaciones geométricas conoces?



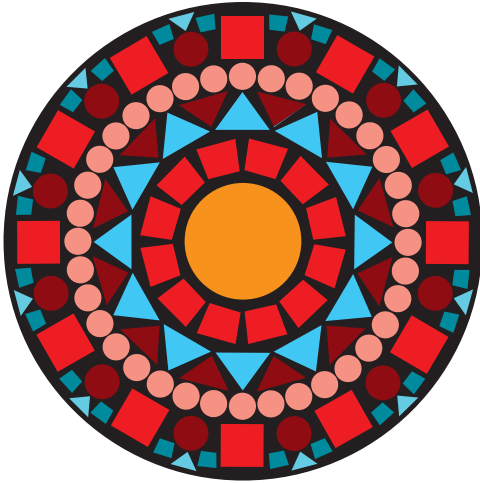
## Diseñamos o seleccionamos una estrategia o plan

1. Describe el procedimiento que realizarías para dar respuesta a la pregunta de la situación significativa.

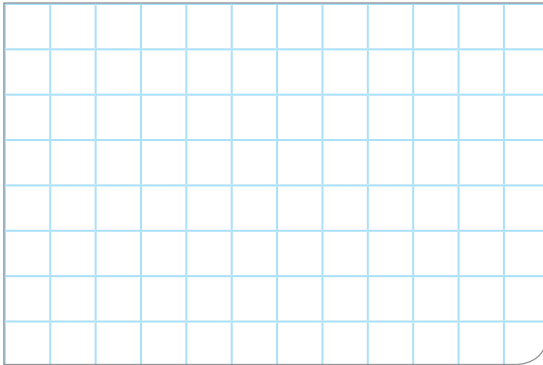


## Ejecutamos la estrategia o plan

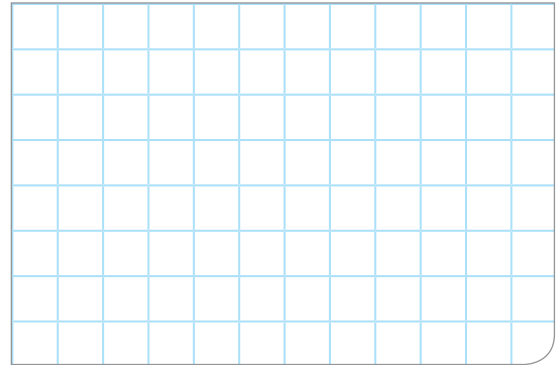
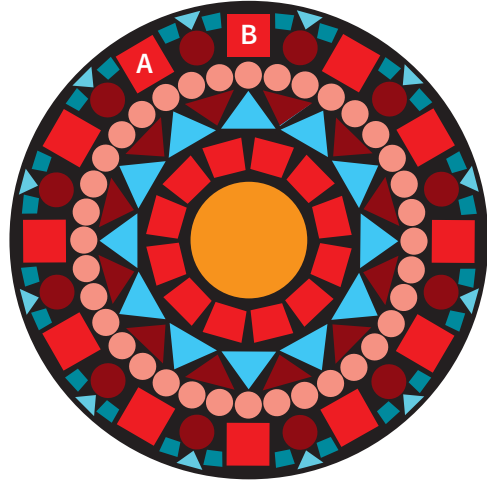
1. Traza dos ejes de simetría en mandala andino.



2. ¿Qué transformaciones geométricas se han desarrollado? Explica tu respuesta.

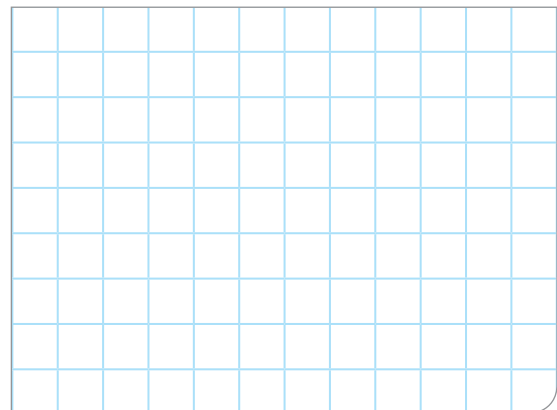
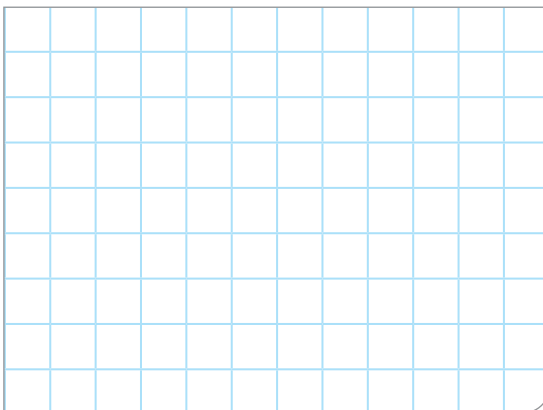


3. ¿Qué transformación geométrica se realiza en la figura A para obtener la figura B? ¿Cuál es el ángulo de giro?



## Reflexionamos sobre el desarrollo

1. ¿Por qué fue importante trazar el eje de simetría en el mandala andino? Justifica tu respuesta.
2. ¿Qué otras transformaciones se pueden observar en el mandala andino? Describe tu respuesta.



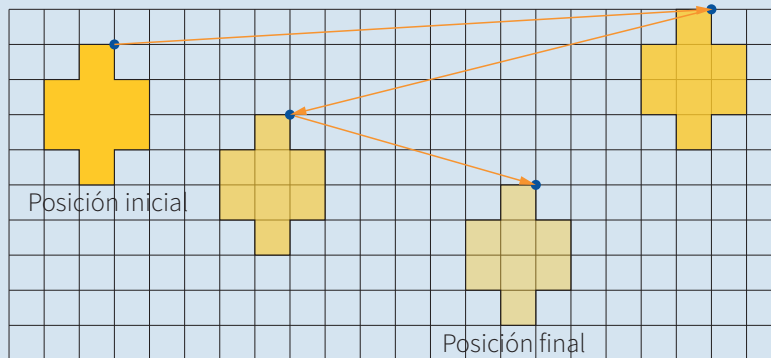


# Comprobamos nuestros aprendizajes

**Propósito:** Expresamos con dibujos, material concreto y lenguaje geométrico, la comprensión sobre las transformaciones geométricas de una figura. Asimismo, comprobamos con ejemplos y con propiedades geométricas las afirmaciones sobre las relaciones y propiedades que se descubren entre los objetos y entre las formas geométricas.

## Situación significativa A

La IE 2020 Maestro José Antonio Encinas en la ciudad de Lima, ha cambiado la posición del logo de su frontis durante los cuatro últimos años, tal como se muestra en la figura. Describe la transformación de la figura inicial para llegar a la figura final pasando por todas las demás posiciones.



### Respuesta:

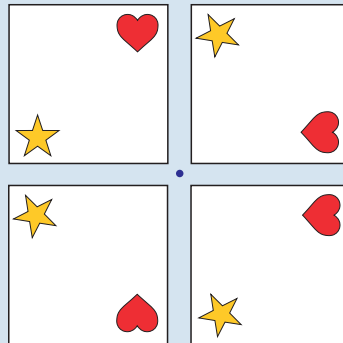
Siguiendo la trayectoria de las flechas, la primera transformación es el resultado de la traslación de  $\vec{v}(17; 1)$ ; la segunda, el resultado de la traslación de  $\vec{u}(-12; -3)$ , y la tercera, el resultado de la traslación de  $\vec{p}(7; -2)$ .

1. ¿Qué significa  $\vec{v}(17; 1)$  en la traslación de la figura?, ¿y  $\vec{u}(-12; -3)$ ?, ¿y  $\vec{p}(7; -2)$ ?

2. Describe las características de la forma geométrica al realizar una traslación.

### Situación significativa B

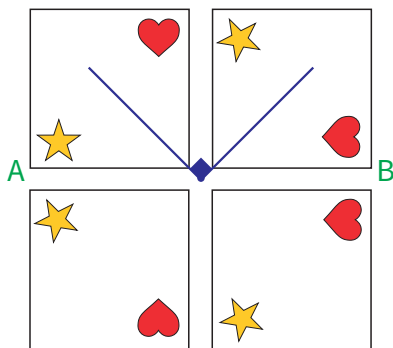
Por el día del amor y de la amistad, Juan Carlos elaboró el siguiente diseño:



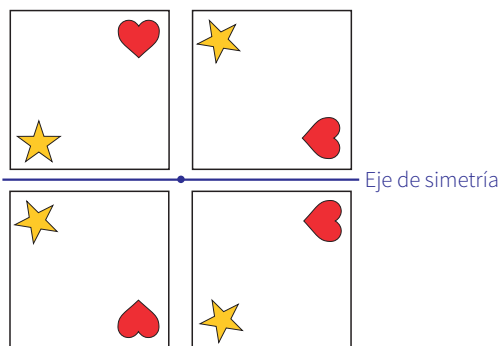
¿Qué transformaciones geométricas se pueden observar?

### Resolución

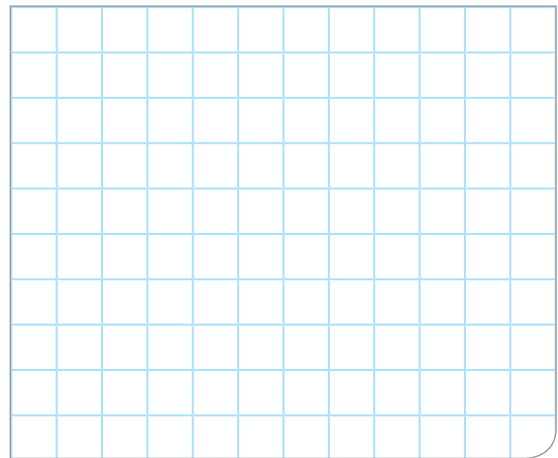
- La figura de la posición A gira  $90^\circ$  en sentido horario y forma la figura de la posición B.



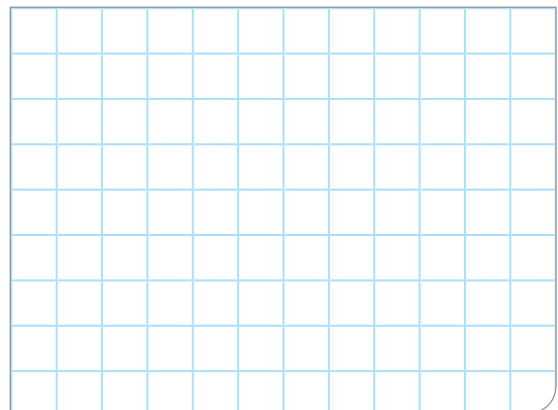
- Si trazamos un eje, este representará el eje de simetría axial.



- ¿Qué otras transformaciones se pueden observar en el diseño?

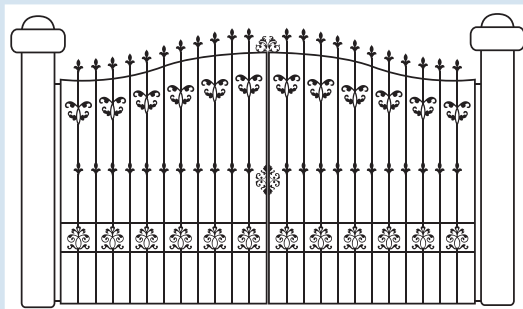


- ¿A qué transformación geométrica es equivalente la rotación de  $180^\circ$ ?



### Situación significativa C

El Cementerio Museo General "Presbítero Matías Maestro" es un monumento histórico ubicado en Barrios Altos, Lima, Perú. Inaugurado el 31 de mayo de 1808, fue el primer panteón de la ciudad, ya que anteriormente los entierros se realizaban en las iglesias. Más que un camposanto, el Presbítero Maestro es considerado un testimonio viviente del pasado y presente de la República peruana.



(Fuente: [https://es.wikipedia.org/wiki/Cementerio\\_Presb%C3%ADtero\\_Mat%C3%ADas\\_Maestro](https://es.wikipedia.org/wiki/Cementerio_Presb%C3%ADtero_Mat%C3%ADas_Maestro))

Una de las entradas a dicho cementerio tiene la forma de la figura mostrada. Describe las transformaciones geométricas que se observan en la reja.

### Aprendemos a partir del error

#### Resolución

##### Respuesta:

- La puerta se abre por el centro, lo cual nos da la idea del eje de simetría.
- Además, todos los adornos son simétricos.

1. ¿Qué características tiene una simetría central? Explica tu respuesta.

Una cuadrícula de 10 columnas y 10 filas para escribir la respuesta a la pregunta 1.

2. ¿Qué características tiene una traslación? Explica tu respuesta.

Una cuadrícula de 10 columnas y 10 filas para escribir la respuesta a la pregunta 2.

3. ¿Qué características tiene una rotación? Explica tu respuesta.

Una cuadrícula de 10 columnas y 10 filas para escribir la respuesta a la pregunta 3.

4. De acuerdo con las características sobre simetría, traslación y rotación, ¿existe rotación en los adornos? Explica tu respuesta.

Una cuadrícula de 10 columnas y 10 filas para escribir la respuesta a la pregunta 4.





## Evaluamos nuestros aprendizajes

**Propósito:** Describimos movimientos de un objeto real y las transformaciones que generan formas que permiten teselar un plano. Así también, expresamos con dibujos, material concreto y lenguaje geométrico, la comprensión sobre las transformaciones geométricas de una figura. Además, empleamos estrategias o procedimientos para describir las transformaciones mediante la combinación de traslaciones y rotaciones. Asimismo, planteamos afirmaciones sobre las relaciones y propiedades que se descubren entre los objetos, entre las formas geométricas, y comprobamos la validez de una afirmación mediante ejemplos y propiedades geométricas.

Braulio está enchapando con mayólica la pared del baño de su casa. En la figura, se muestra el diseño que realiza con las mayólicas.



1. ¿Qué transformación geométrica se realizó a la mayólica de la posición A para lograr la posición B? Justifica tu respuesta.

- a) Traslación                      b) Rotación                      c) Simetría axial                      d) Simetría central

### Una chompa para Mateo

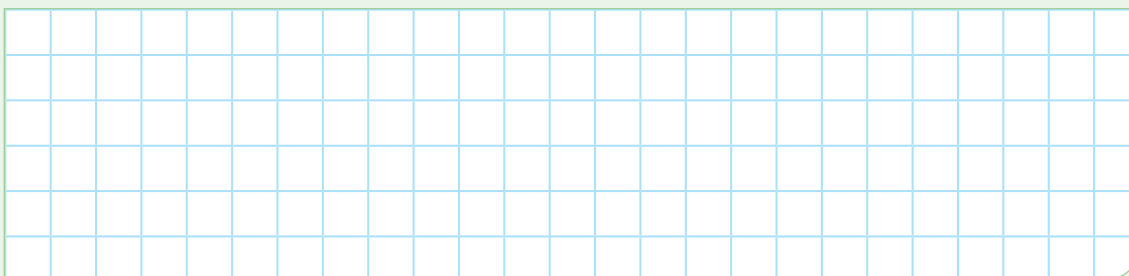
Se acerca el cumpleaños de Mateo, y su mamá le regalará una linda chompa que ella misma tejerá. Como a Mateo le gusta la matemática, su mamá hará el tejido con el siguiente diseño.

Observa el avance del tejido:



Con la información dada, responde las preguntas 2 y 3.

2. ¿Cuál de las franjas continuará en el tejido?

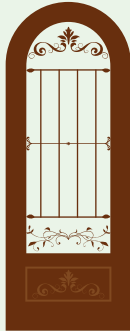


3. ¿Cuál de las franjas se encontraría cuatro franjas más arriba?

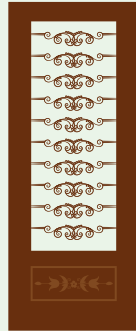


4. Marina desea cambiar las rejas de su ventana y se dirige a la carpintería metálica. Le menciona al encargado que quiere sus rejas con diseños basados en simetrías, rotaciones y traslaciones.

El encargado le muestra los siguientes diseños. ¿Cuál crees que elegiría Marina? Explica tu respuesta.



Modelo 1



Modelo 2



Modelo 3



Modelo 4



Modelo 5

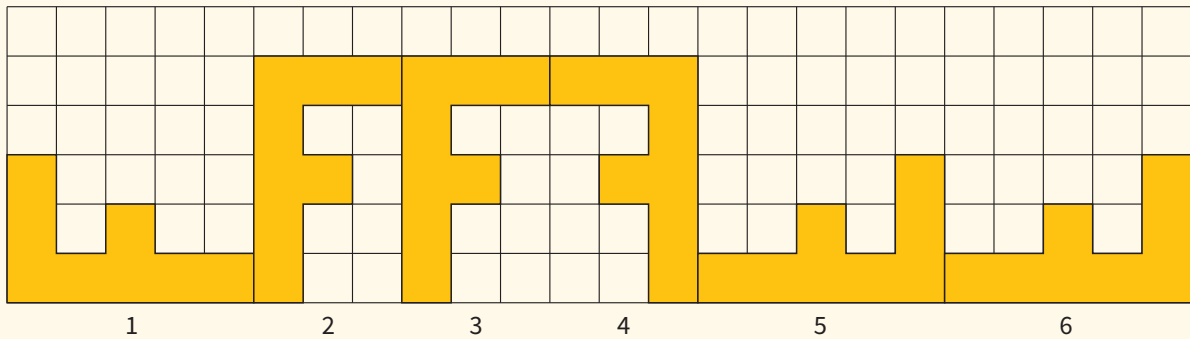


Modelo 6

Fuente: <https://www.pinterest.com/alfaiacordero/puertas-de-hierro/>

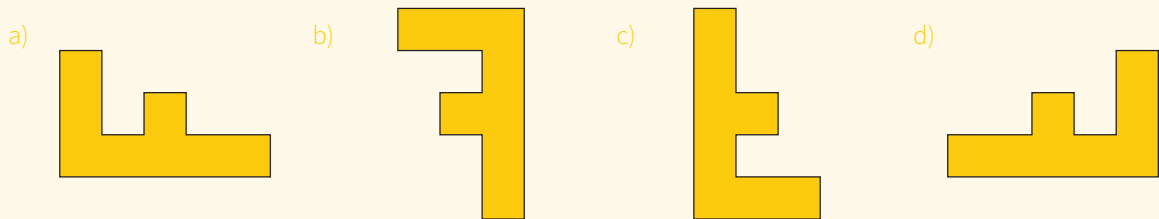
## La letra F

Observa qué transformaciones geométricas se desarrollaron para formar las diferentes posiciones de la letra F.

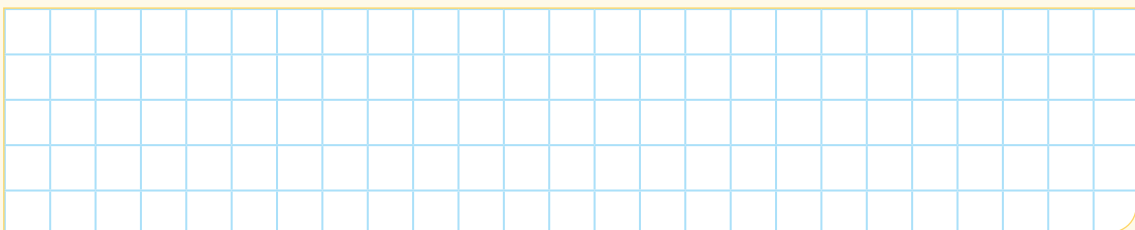
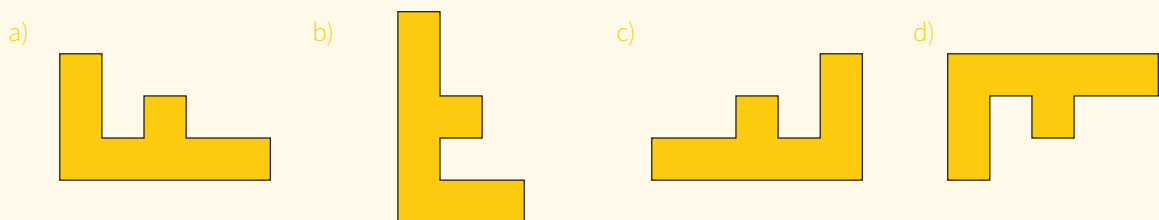


Con la información dada, responde las preguntas 5 y 6.

5. ¿Qué figura de la letra F ocupará la séptima posición? Describe la transformación geométrica que la generó.



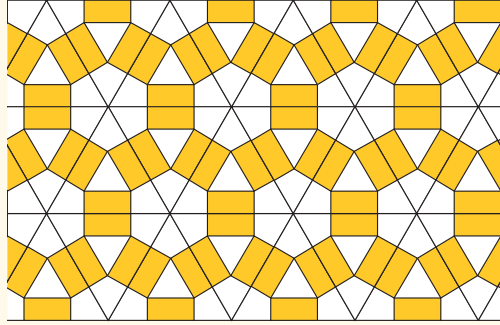
6. Si a la cuarta figura de la serie se aplica una rotación de  $180^\circ$ , ¿la figura volverá a su posición original? Explica tu respuesta.



## El mosaico

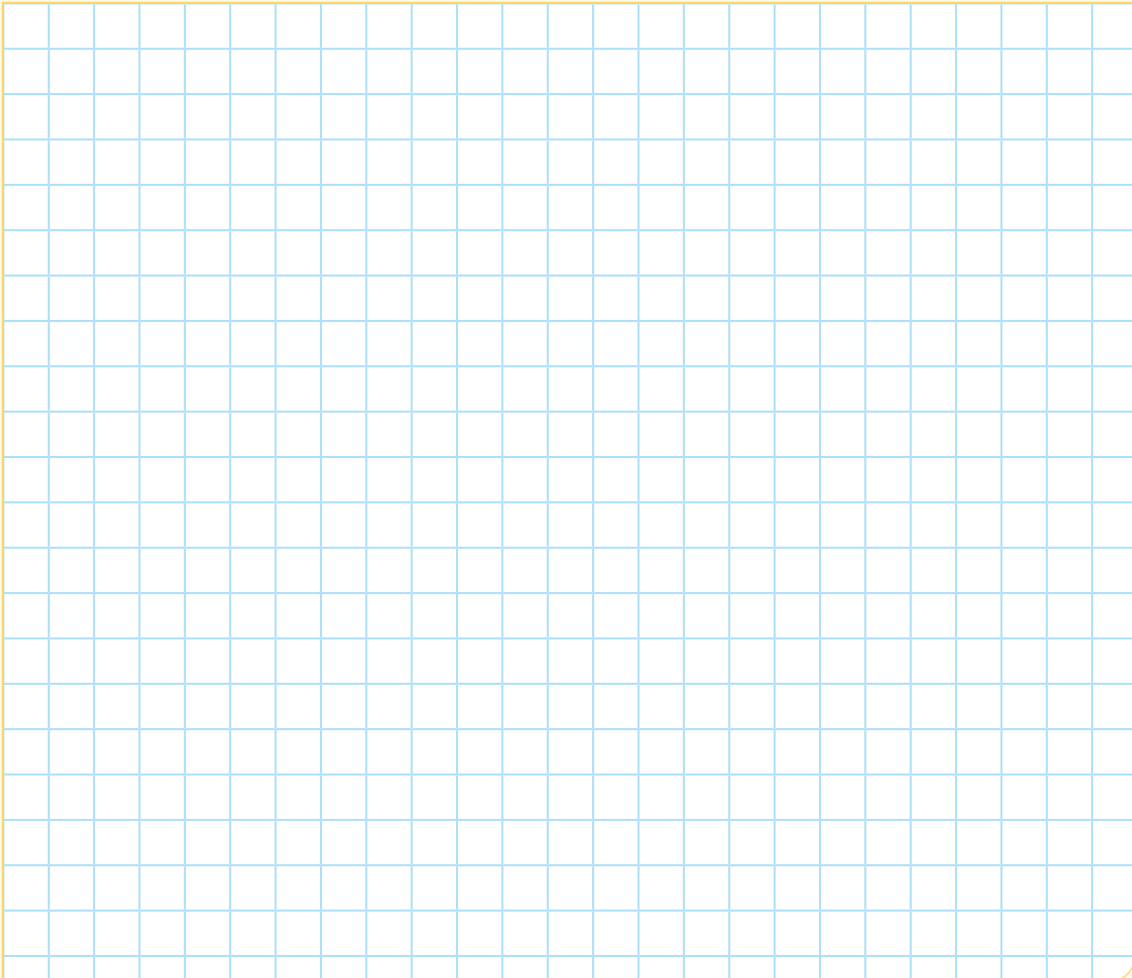
Un mosaico es un recubrimiento de todo el plano mediante figuras planas, llamadas teselas, que no se solapan ni dejan hueco entre ellas.

La idea de mosaico viene asociada a la decoración hecha con piezas. Todas las culturas han utilizado traslaciones, giros y simetrías en sus manifestaciones artísticas. Con sorprendentes resultados estéticos, han jugado casi siempre con los movimientos del plano.



Con la información dada, responde las preguntas 7 y 8.

7. Dibuja dos teselas que permitan formar el mosaico.



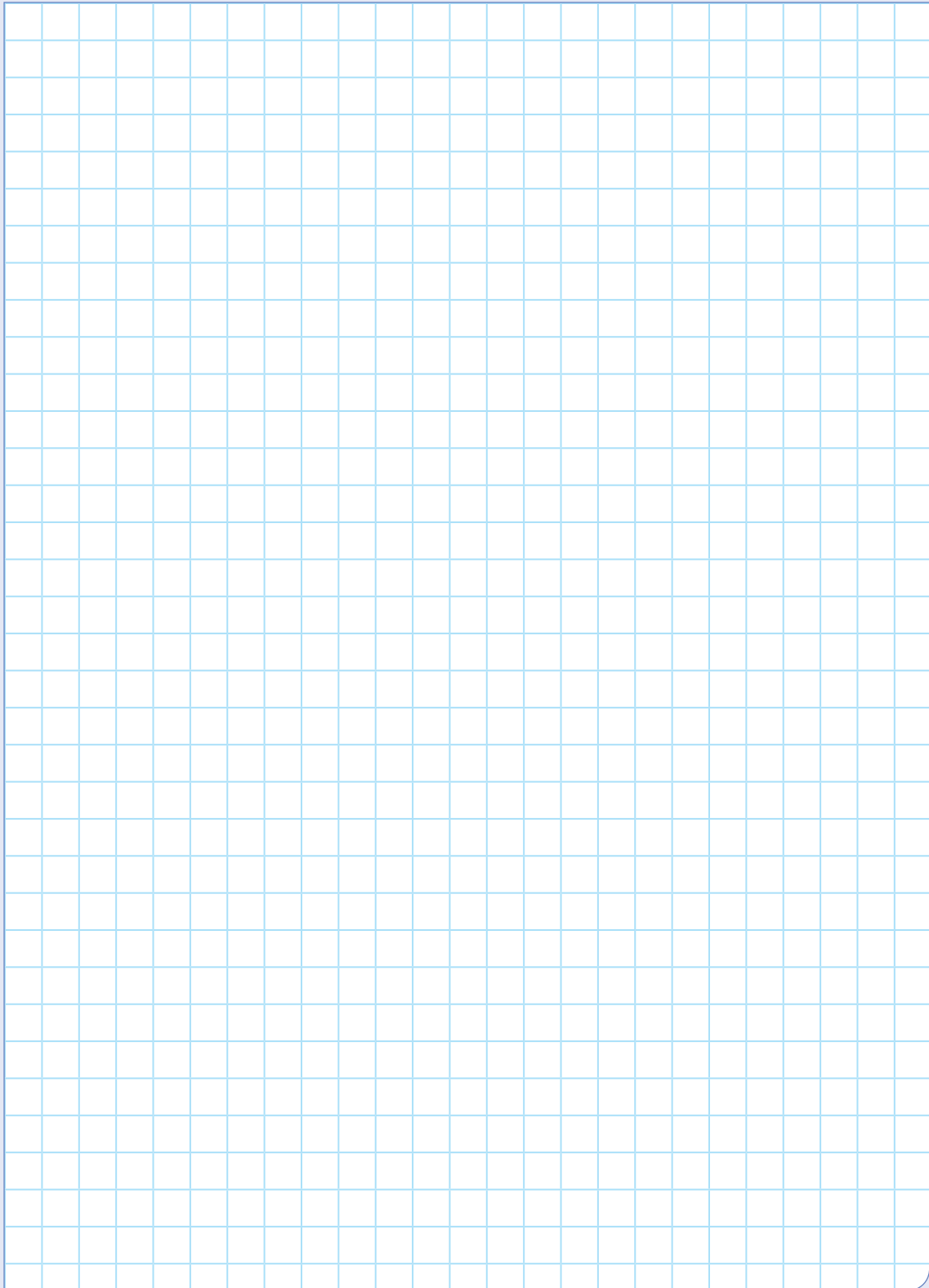
8. ¿Cuál de las siguientes figuras podría por sí sola ser una tesela para formar un mosaico? ¿Por qué?

a) Hexágono

b) Dodecaedro

c) Triángulo escaleno

d) Pentágono regular



### Los mosaicos de la Alhambra

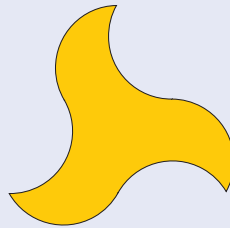
La Alhambra de Granada, España, es el nombre de la residencia real de la dinastía nazarí, rodeada de arboleda y jardines. Se comenzó a construir en 1238 y todo el conjunto se terminó en la segunda mitad del siglo XIV. En muchas de sus salas, se encuentran mosaicos de extraordinaria belleza.

En los mosaicos y las celosías de la Alhambra, aparecen las diecisiete formas posibles de teselar el plano. Lo realmente importante es que los árabes descubrieron esto antes del siglo XIII y no se sabe de ningún otro muestrario completo de estas posibles teselaciones hasta el siglo XX.

Uno de los geómetras más importantes del siglo XX, el inglés H. S. M. Coxeter, quien desde 1936 trabajó en la Universidad de Toronto (Canadá), al visitar la Alhambra quedó fascinado y acerca de los mosaicos dijo lo siguiente: “El arte de llenar el plano por repetición de un motivo alcanzó su cenit en la España del siglo XIII, época en que los árabes utilizaron todo tipo de desplazamientos en su intrincada decoración de la Alhambra. Su gusto por los motivos abstractos y geométricos se debía a la estricta observancia del segundo mandamiento de su religión que dice que no grabarás ninguna imagen [...]”.

Muchos mosaicos de la Alhambra están contruidos con los llamados “polígonos nazaríes”: el hueso, la pajarrita, el pétalo y el huso. Estos polígonos se obtienen a partir del cuadrado, el triángulo equilátero y el rombo, mediante el principio de conservación de la superficie, pero no de la forma.

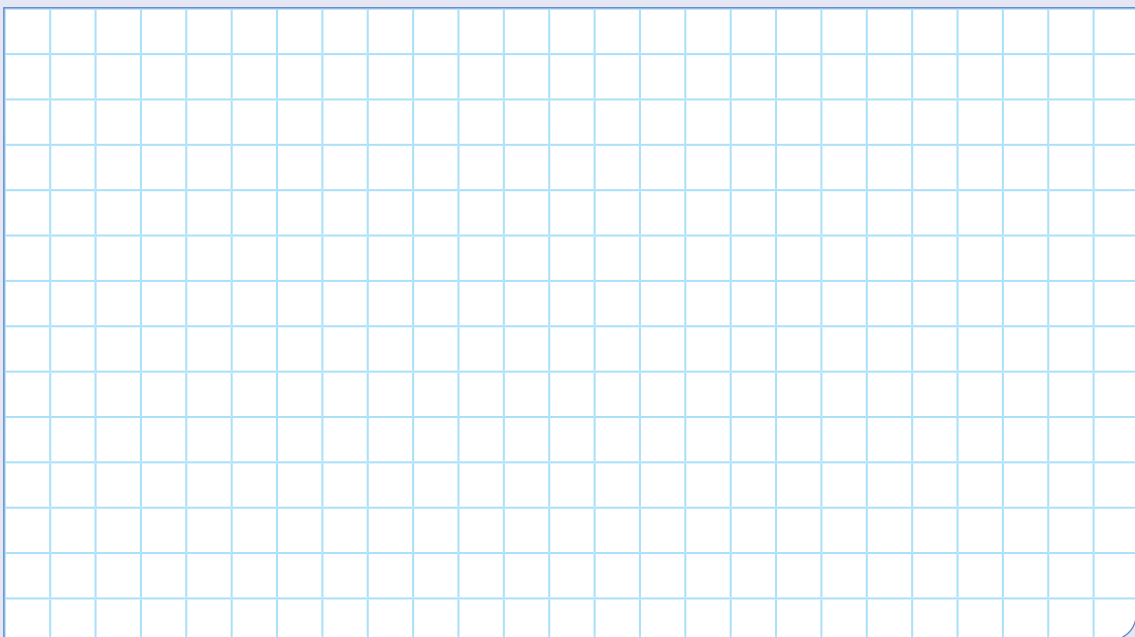
Adaptado de <https://goo.gl/UYGfdy>



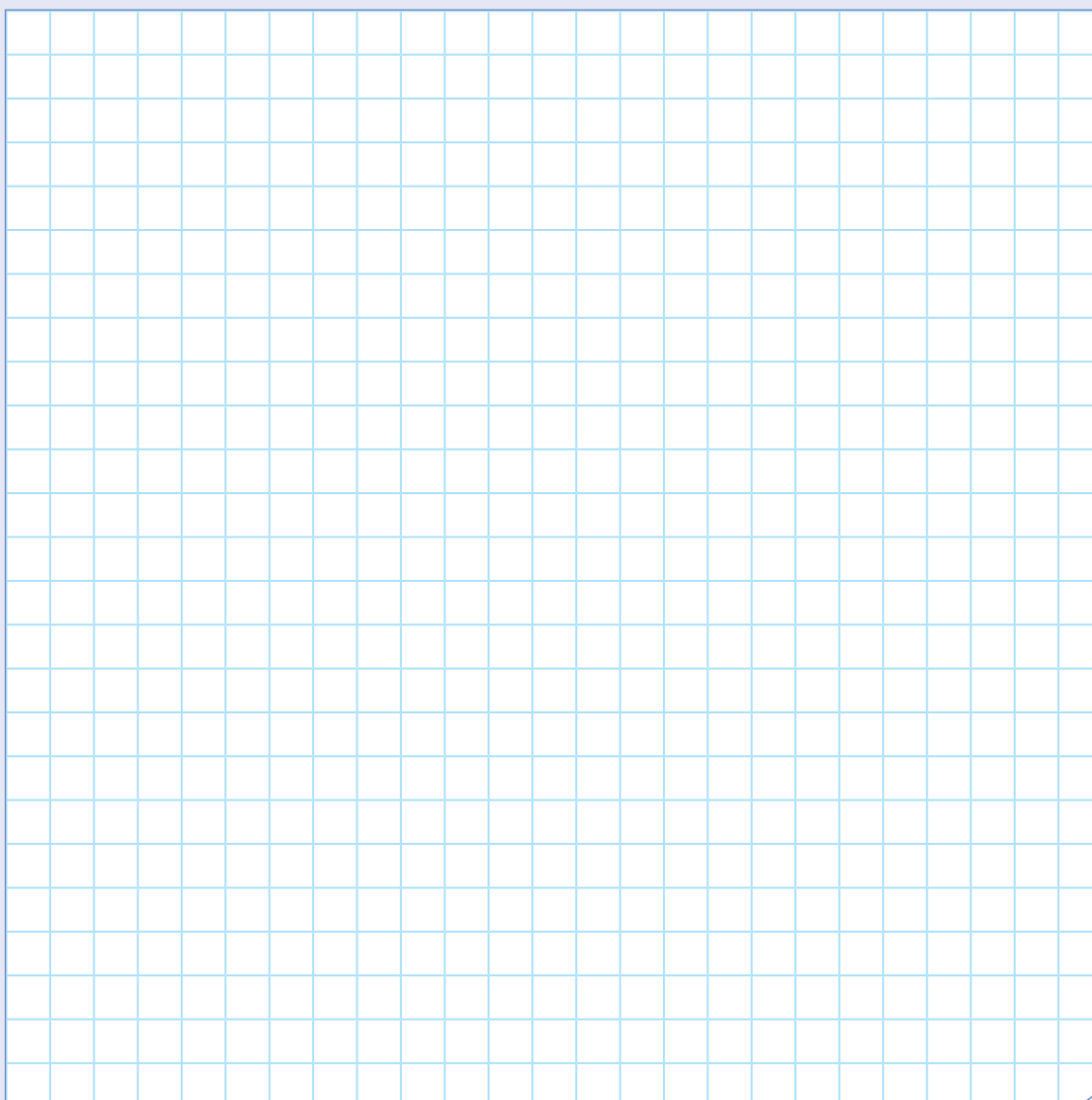
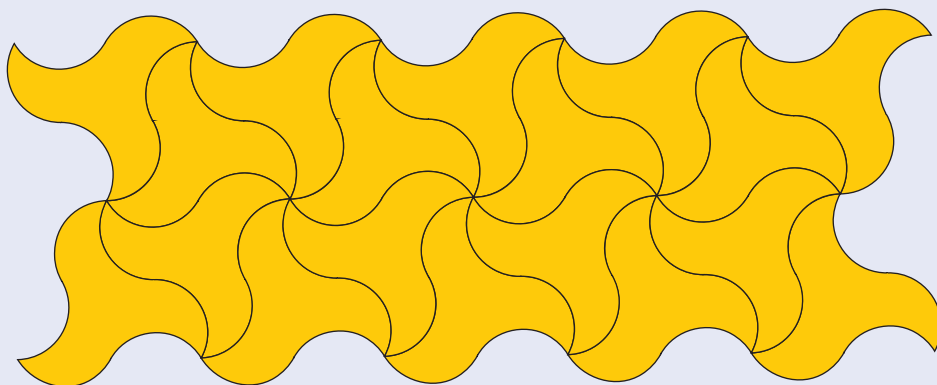
9. ¿Qué transformación se aplicó en el triángulo equilátero para obtener este polígono nazarí?

- a) Rotación de arco
- b) Rotación de una semicircunferencia
- c) Traslación de un arco
- d) Traslación de una semicircunferencia

Realiza los trazos y muestra los movimientos necesarios que se deben efectuar para lograrlo.



10. Observa el mosaico formado por la tesela “la pajarita”. Describe el movimiento que se aplicó a la tesela para formar el mosaico.





# Enfoques transversales

## Enfoque Ambiental



Busca formar personas conscientes del cuidado del ambiente, que promuevan el desarrollo de estilos de vida saludables y sostenibles.

## Enfoque Inclusivo o de Atención a la Diversidad



Busca reconocer y valorar a todas las personas por igual, con el fin de erradicar la exclusión, discriminación y desigualdad de oportunidades.

## Enfoque de Derechos



Fomenta el reconocimiento de los derechos y deberes; asimismo, promueve el diálogo, la participación y la democracia.

## Enfoque Igualdad de Género



Busca brindar las mismas oportunidades a hombres y mujeres, eliminando situaciones que generan desigualdades entre ellos.

Son los valores y actitudes que tenemos al relacionarnos con otras personas y con nuestro entorno, con el fin de generar una sociedad más justa, inclusiva y equitativa para todos.

## Enfoque Intercultural



Promueve el intercambio de ideas y experiencias entre las distintas formas de ver el mundo.

## Enfoque Búsqueda de la Excelencia



Incentiva a los estudiantes a dar lo mejor de sí mismos para alcanzar sus metas y contribuir con su comunidad.

## Enfoque Orientación al Bien Común



Busca que el conocimiento, los valores y la educación sean bienes que todos compartimos, promoviendo relaciones solidarias en comunidad.

# CARTA DEMOCRÁTICA INTERAMERICANA

## I La democracia y el sistema interamericano

### Artículo 1

Los pueblos de América tienen derecho a la democracia y sus gobiernos la obligación de promoverla y defenderla.

La democracia es esencial para el desarrollo social, político y económico de los pueblos de las Américas.

### Artículo 2

El ejercicio efectivo de la democracia representativa es la base de derecho y los regímenes constitucionales de los Estados Miembros de la Organización de los Estados Americanos. La democracia representativa se refuerza y profundiza con la participación permanente, ética y responsable de la ciudadanía en un marco de legalidad conforme al respectivo orden constitucional.

### Artículo 3

Son elementos esenciales de la democracia representativa, entre otros, el respeto a los derechos humanos y las libertades fundamentales; el acceso al poder y su ejercicio con sujeción al estado de derecho; la celebración de elecciones periódicas, libres, justas y basadas en el sufragio universal y secreto como expresión de la soberanía del pueblo; el régimen plural de partidos y organizaciones políticas; y la separación e independencia de los poderes públicos.

### Artículo 4

Son componentes fundamentales del ejercicio de la democracia la transparencia de las actividades gubernamentales, la probidad, la responsabilidad de los gobiernos en la gestión pública, el respeto por los derechos sociales y la libertad de expresión y de prensa.

La subordinación constitucional de todas las instituciones del Estado a la autoridad civil legalmente constituida y el respeto al estado de derecho de todas las entidades y sectores de la sociedad son igualmente fundamentales para la democracia.

### Artículo 5

El fortalecimiento de los partidos y de otras organizaciones políticas es prioritario para la democracia. Se deberá prestar atención especial a la problemática derivada de los altos costos de las campañas electorales y al establecimiento de un régimen equilibrado y transparente de financiación de sus actividades.

### Artículo 6

La participación de la ciudadanía en las decisiones relativas a su propio desarrollo es un derecho y una responsabilidad. Es también una condición necesaria para el pleno y efectivo ejercicio de la democracia.

Promover y fomentar diversas formas de participación fortalece la democracia.

## II La democracia y los derechos humanos

### Artículo 7

La democracia es indispensable para el ejercicio efectivo de las libertades fundamentales y los derechos humanos, en su carácter universal, indivisible e interdependiente, consagrados en las respectivas constituciones de los Estados y en los instrumentos interamericanos e internacionales de derechos humanos.

### Artículo 8

Cualquier persona o grupo de personas que consideren que sus derechos humanos han sido violados pueden interponer denuncias o peticiones ante el sistema interamericano de promoción y protección de los derechos humanos conforme a los procedimientos establecidos en el mismo.

Los Estados Miembros reafirman su intención de fortalecer el sistema interamericano de protección de los derechos humanos para la consolidación de la democracia en el Hemisferio.

### Artículo 9

La eliminación de toda forma de discriminación, especialmente la discriminación de género, étnica y racial, y de las diversas formas de intolerancia, así como la promoción y protección de los derechos humanos de los pueblos indígenas y los migrantes y el respeto a la diversidad étnica, cultural y religiosa en las Américas, contribuyen al fortalecimiento de la democracia y la participación ciudadana.

### Artículo 10

La promoción y el fortalecimiento de la democracia requieren el ejercicio pleno y eficaz de los derechos de los trabajadores y la aplicación de normas laborales básicas, tal como están consagradas en la Declaración de la Organización Internacional del Trabajo (OIT) relativa a los Principios y Derechos Fundamentales en el Trabajo y su Seguimiento, adoptada en 1998, así como en otras convenciones básicas afines de la OIT. La democracia se fortalece con el mejoramiento de las condiciones laborales y la calidad de vida de los trabajadores del Hemisferio.

## III Democracia, desarrollo integral y combate a la pobreza

### Artículo 11

La democracia y el desarrollo económico y social son interdependientes y se refuerzan mutuamente.

### Artículo 12

La pobreza, el analfabetismo y los bajos niveles de desarrollo humano son factores que inciden negativamente en la consolidación de la democracia. Los Estados Miembros de la OEA se comprometen a adoptar y ejecutar todas las acciones necesarias para la creación de empleo productivo, la reducción de la pobreza y la erradicación de la pobreza extrema, teniendo en cuenta las diferentes realidades y condiciones económicas de los países del Hemisferio. Este compromiso común frente a los problemas del desarrollo y la pobreza también destaca la importancia de mantener los equilibrios macroeconómicos y el imperativo de fortalecer la cohesión social y la democracia.

### Artículo 13

La promoción y observancia de los derechos económicos, sociales y culturales son consustanciales al desarrollo integral, al crecimiento económico con equidad y a la consolidación de la democracia en los Estados del Hemisferio.

### Artículo 14

Los Estados Miembros acuerdan examinar periódicamente las acciones adoptadas y ejecutadas por la Organización encaminadas a fomentar el diálogo, la cooperación para el desarrollo integral y el combate a la pobreza en el Hemisferio, y tomar las medidas oportunas para promover estos objetivos.

### Artículo 15

El ejercicio de la democracia facilita la preservación y el manejo adecuado del medio ambiente. Es esencial que los Estados del Hemisferio implementen políticas y estrategias de protección del medio ambiente, respetando los diversos tratados y convenciones, para lograr un desarrollo sostenible en beneficio de las futuras generaciones.

### Artículo 16

La educación es clave para fortalecer las instituciones democráticas, promover el desarrollo del potencial humano y el alivio de la pobreza y fomentar un mayor entendimiento entre los pueblos. Para lograr estas metas, es esencial que una educación de calidad esté al alcance de todos, incluyendo a las niñas y las mujeres, los habitantes de las zonas rurales y las personas que pertenecen a las minorías.

## IV Fortalecimiento y preservación de la institucionalidad democrática

### Artículo 17

Cuando el gobierno de un Estado Miembro considere que está en riesgo su proceso político institucional

democrático o su legítimo ejercicio del poder, podrá recurrir al Secretario General o al Consejo Permanente a fin de solicitar asistencia para el fortalecimiento y preservación de la institucionalidad democrática.

### Artículo 18

Cuando en un Estado Miembro se produzcan situaciones que pudieran afectar el desarrollo del proceso político institucional democrático o el legítimo ejercicio del poder, el Secretario General o el Consejo Permanente podrá, con el consentimiento previo del gobierno afectado, disponer visitas y otras gestiones con la finalidad de hacer un análisis de la situación. El Secretario General elevará un informe al Consejo Permanente, y éste realizará una apreciación colectiva de la situación y, en caso necesario, podrá adoptar decisiones dirigidas a la preservación de la institucionalidad democrática y su fortalecimiento.

### Artículo 19

Basado en los principios de la Carta de la OEA y con sujeción a sus normas, y en concordancia con la cláusula democrática contenida en la Declaración de la ciudad de Quebec, la ruptura del orden democrático o una alteración del orden constitucional que afecte gravemente el orden democrático en un Estado Miembro constituye, mientras persista, un obstáculo insuperable para la participación de su gobierno en las sesiones de la Asamblea General, de la Reunión de Consulta, de los Consejos de la Organización y de las conferencias especializadas, de las comisiones, grupos de trabajo y demás órganos de la Organización.

### Artículo 20

Cuando la Asamblea General, convocada a un período extraordinario de sesiones, constate que se ha producido la ruptura del orden democrático en un Estado Miembro y que las gestiones diplomáticas han sido infructuosas, conforme a la Carta de la OEA tomará la decisión de suspender a dicho Estado Miembro del ejercicio de su derecho de participación en la OEA con el voto afirmativo de los dos tercios de los Estados Miembros. La suspensión entrará en vigor de inmediato.

El Estado Miembro que hubiera sido objeto de suspensión deberá continuar observando el cumplimiento de sus obligaciones como miembro de la Organización, en particular en materia de derechos humanos. Adoptada la decisión de suspender a un gobierno, la Organización mantendrá sus gestiones diplomáticas para el restablecimiento de la democracia en el Estado Miembro afectado.

Una vez superada la situación que motivó la suspensión, cualquier Estado Miembro o el Secretario General podrá proponer a la Asamblea General el levantamiento de la suspensión. Esta decisión se adoptará por el voto de los dos tercios de los Estados Miembros, de acuerdo con la Carta de la OEA.

### Artículo 21

Cuando la Asamblea General, convocada a un período extraordinario de sesiones, constate que se ha producido la ruptura del orden democrático en un Estado Miembro y que las gestiones diplomáticas han sido infructuosas, conforme a la Carta de la OEA tomará la decisión de suspender a dicho Estado Miembro del ejercicio de su derecho de participación en la OEA con el voto afirmativo de los dos tercios de los Estados Miembros. La suspensión entrará en vigor de inmediato.

El Estado Miembro que hubiera sido objeto de suspensión deberá continuar observando el cumplimiento de sus obligaciones como miembro de la Organización, en particular en materia de derechos humanos.

Adoptada la decisión de suspender a un gobierno, la Organización mantendrá sus gestiones diplomáticas para el restablecimiento de la democracia en el Estado Miembro afectado.

### Artículo 22

Una vez superada la situación que motivó la suspensión, cualquier Estado Miembro o el Secretario General podrá proponer a la Asamblea General el levantamiento de la suspensión. Esta decisión se adoptará por el voto de los dos tercios de los Estados Miembros, de acuerdo con la Carta de la OEA.

## V La democracia y las misiones de observación electoral

### Artículo 23

Los Estados Miembros son los responsables de organizar, llevar a cabo y garantizar procesos electorales libres y justos.

Los Estados Miembros, en ejercicio de su soberanía, podrán solicitar a la OEA asesoramiento o asistencia para el fortalecimiento y desarrollo de sus instituciones y procesos electorales, incluido el envío de misiones preliminares para ese propósito.

### Artículo 24

Las misiones de observación electoral se llevarán a cabo por solicitud del Estado Miembro interesado. Con tal finalidad, el gobierno de dicho Estado y el Secretario General celebrarán un convenio que determine el alcance y la cobertura de la misión de observación electoral de que se trate. El Estado Miembro deberá garantizar las condiciones de seguridad, libre acceso a la información y amplia cooperación con la misión de observación electoral.

Las misiones de observación electoral se realizarán de conformidad con los principios y normas de la OEA. La Organización deberá asegurar la eficacia e independencia de estas misiones, para lo cual se las dotará de los recursos necesarios. Las mismas se realizarán de forma objetiva, imparcial y transparente, y con la capacidad técnica apropiada.

Las misiones de observación electoral presentarán oportunamente al Consejo Permanente, a través de la Secretaría General, los informes sobre sus actividades.

### Artículo 25

Las misiones de observación electoral deberán informar al Consejo Permanente, a través de la Secretaría General, si no existiesen las condiciones necesarias para la realización de elecciones libres y justas.

La OEA podrá enviar, con el acuerdo del Estado interesado, misiones especiales a fin de contribuir a crear o mejorar dichas condiciones.

## VI Promoción de la cultura democrática

### Artículo 26

La OEA continuará desarrollando programas y actividades dirigidos a promover los principios y prácticas democráticas y fortalecer la cultura democrática en el Hemisferio, considerando que la democracia es un sistema de vida fundado en la libertad y el mejoramiento económico, social y cultural de los pueblos. La OEA mantendrá consultas y cooperación continua con los Estados Miembros, tomando en cuenta los aportes de organizaciones de la sociedad civil que trabajen en esos ámbitos.

### Artículo 27

Los programas y actividades se dirigirán a promover la gobernabilidad, la buena gestión, los valores democráticos y el fortalecimiento de la institucionalidad política y de las organizaciones de la sociedad civil. Se prestará atención especial al desarrollo de programas y actividades para la educación de la niñez y la juventud como forma de asegurar la permanencia de los valores democráticos, incluidas la libertad y la justicia social.

### Artículo 28

Los Estados promoverán la plena e igualitaria participación de la mujer en las estructuras políticas de sus respectivos países como elemento fundamental para la promoción y ejercicio de la cultura democrática.

## EL ACUERDO NACIONAL

El 22 de julio de 2002, los representantes de las organizaciones políticas, religiosas, del Gobierno y de la sociedad civil firmaron el compromiso de trabajar, todos, para conseguir el bienestar y desarrollo del país. Este compromiso es el Acuerdo Nacional.

El acuerdo persigue cuatro objetivos fundamentales. Para alcanzarlos, todos los peruanos de buena voluntad tenemos, desde el lugar que ocupemos o el rol que desempeñemos, el deber y la responsabilidad de decidir, ejecutar, vigilar o defender los compromisos asumidos. Estos son tan importantes que serán respetados como políticas permanentes para el futuro.

Por esta razón, como niños, niñas, adolescentes o adultos, ya sea como estudiantes o trabajadores, debemos promover y fortalecer acciones que garanticen el cumplimiento de esos cuatro objetivos que son los siguientes:

### **1. Democracia y Estado de Derecho**

La justicia, la paz y el desarrollo que necesitamos los peruanos sólo se pueden dar si conseguimos una verdadera democracia. El compromiso del Acuerdo Nacional es garantizar una sociedad en la que los derechos son respetados y los ciudadanos viven seguros y expresan con libertad sus opiniones a partir del diálogo abierto y enriquecedor; decidiendo lo mejor para el país.

### **2. Equidad y Justicia Social**

Para poder construir nuestra democracia, es necesario que cada una de las personas que conformamos esta socie-

dad, nos sintamos parte de ella. Con este fin, el Acuerdo promoverá el acceso a las oportunidades económicas, sociales, culturales y políticas. Todos los peruanos tenemos derecho a un empleo digno, a una educación de calidad, a una salud integral, a un lugar para vivir. Así, alcanzaremos el desarrollo pleno.

### **3. Competitividad del País**

Para afianzar la economía, el Acuerdo se compromete a fomentar el espíritu de competitividad en las empresas, es decir, mejorar la calidad de los productos y servicios, asegurar el acceso a la formalización de las pequeñas empresas y sumar esfuerzos para fomentar la colocación de nuestros productos en los mercados internacionales.

### **4. Estado Eficiente, Transparente y Descentralizado**

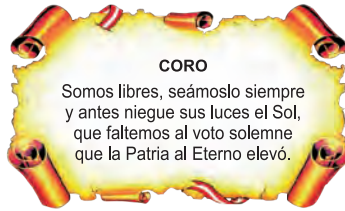
Es de vital importancia que el Estado cumpla con sus obligaciones de manera eficiente y transparente para ponerse al servicio de todos los peruanos. El Acuerdo se compromete a modernizar la administración pública, desarrollar instrumentos que eliminen la corrupción o el uso indebido del poder. Asimismo, descentralizar el poder y la economía para asegurar que el Estado sirva a todos los peruanos sin excepción.

Mediante el Acuerdo Nacional nos comprometemos a desarrollar maneras de controlar el cumplimiento de estas políticas de Estado, a brindar apoyo y difundir constantemente sus acciones a la sociedad en general.

# SÍMBOLOS DE LA PATRIA



Bandera Nacional



Himno Nacional



Escudo Nacional

## DECLARACIÓN UNIVERSAL DE LOS DERECHOS HUMANOS

El 10 de diciembre de 1948, la Asamblea General de las Naciones Unidas aprobó y proclamó la Declaración Universal de Derechos Humanos, cuyos artículos figuran a continuación:

### Artículo 1

Todos los seres humanos nacen libres e iguales en dignidad y derechos y, (...) deben comportarse fraternalmente los unos con los otros.

### Artículo 2

Toda persona tiene los derechos y libertades proclamados en esta Declaración, sin distinción alguna de raza, color, sexo, idioma, religión, opinión política o de cualquier otra índole, origen nacional o social, posición económica, nacimiento o cualquier otra condición. Además, no se hará distinción alguna fundada en la condición política, jurídica o internacional del país o territorio de cuya jurisdicción dependa una persona (...).

### Artículo 3

Todo individuo tiene derecho a la vida, a la libertad y a la seguridad de su persona.

### Artículo 4

Nadie estará sometido a esclavitud ni a servidumbre; la esclavitud y la trata de esclavos están prohibidas en todas sus formas.

### Artículo 5

Nadie será sometido a torturas ni a penas o tratos crueles, inhumanos o degradantes.

### Artículo 6

Todo ser humano tiene derecho, en todas partes, al reconocimiento de su personalidad jurídica.

### Artículo 7

Todos son iguales ante la ley y tienen, sin distinción, derecho a igual protección de la ley. Todos tienen derecho a igual protección contra toda discriminación que infrinja esta Declaración (...).

### Artículo 8

Toda persona tiene derecho a un recurso efectivo, ante los tribunales nacionales competentes, que la ampare contra actos que violen sus derechos fundamentales (...).

### Artículo 9

Nadie podrá ser arbitrariamente detenido, preso ni desterrado.

### Artículo 10

Toda persona tiene derecho, en condiciones de plena igualdad, a ser oída públicamente y con justicia por un tribunal independiente e imparcial, para la determinación de sus derechos y obligaciones o para el examen de cualquier acusación contra ella en materia penal.

### Artículo 11

1. Toda persona acusada de delito tiene derecho a que se presuma su inocencia mientras no se pruebe su culpabilidad (...).
2. Nadie será condenado por actos u omisiones que en el momento de cometerse no fueron delictivos según el Derecho nacional o internacional. Tampoco se impondrá pena más grave que la aplicable en el momento de la comisión del delito.

### Artículo 12

Nadie será objeto de injerencias arbitrarias en su vida privada, su familia, su domicilio o su correspondencia, ni de ataques a su honra o a su reputación. Toda persona tiene derecho a la protección de la ley contra tales injerencias o ataques.

### Artículo 13

1. Toda persona tiene derecho a circular libremente y a elegir su residencia en el territorio de un Estado.
2. Toda persona tiene derecho a salir de cualquier país, incluso el propio, y a regresar a su país.

### Artículo 14

1. En caso de persecución, toda persona tiene derecho a buscar asilo, y a disfrutar de él, en cualquier país.
2. Este derecho no podrá ser invocado contra una acción judicial realmente originada por delitos comunes o por actos opuestos a los propósitos y principios de las Naciones Unidas.

### Artículo 15

1. Toda persona tiene derecho a una nacionalidad.
2. A nadie se privará arbitrariamente de su nacionalidad ni del derecho a cambiar de nacionalidad.

### Artículo 16

1. Los hombres y las mujeres, a partir de la edad núbil, tienen derecho, sin restricción alguna por motivos de raza, nacionalidad o religión, a casarse y fundar una familia (...).
2. Sólo mediante libre y pleno consentimiento de los futuros esposos podrá contraerse el matrimonio.
3. La familia es el elemento natural y fundamental de la sociedad y tiene derecho a la protección de la sociedad y del Estado.

### Artículo 17

1. Toda persona tiene derecho a la propiedad, individual y colectivamente.
2. Nadie será privado arbitrariamente de su propiedad.

### Artículo 18

Toda persona tiene derecho a la libertad de pensamiento, de conciencia y de religión (...).

### Artículo 19

Todo individuo tiene derecho a la libertad de opinión y de expresión (...).

### Artículo 20

1. Toda persona tiene derecho a la libertad de reunión y de asociación pacíficas.
2. Nadie podrá ser obligado a pertenecer a una asociación.

### Artículo 21

1. Toda persona tiene derecho a participar en el gobierno de su país, directamente o por medio de representantes libremente escogidos.
2. Toda persona tiene el derecho de acceso, en condiciones de igualdad, a las funciones públicas de su país.
3. La voluntad del pueblo es la base de la autoridad del poder público; esta voluntad se expresará mediante elecciones auténticas que habrán de celebrarse periódicamente, por sufragio universal e igual y por voto secreto u otro procedimiento equivalente que garantice la libertad del voto.

### Artículo 22

Toda persona (...) tiene derecho a la seguridad social, y a obtener, (...) habida cuenta de la organización y los recursos de cada Estado, la satisfacción de los derechos económicos, sociales y culturales, indispensables a su dignidad y al libre desarrollo de su personalidad.

### Artículo 23

1. Toda persona tiene derecho al trabajo, a la libre elección de su trabajo, a condiciones equitativas y satisfactorias de trabajo y a la protección contra el desempleo.
2. Toda persona tiene derecho, sin discriminación alguna, a igual salario por trabajo igual.
3. Toda persona que trabaja tiene derecho a una remuneración equitativa y satisfactoria, que le asegure, así como a su familia, una existencia conforme a la dignidad humana y que será completada, en caso necesario, por cualesquiera otros medios de protección social.
4. Toda persona tiene derecho a fundar sindicatos y a sindicarse para la defensa de sus intereses.

### Artículo 24

Toda persona tiene derecho al descanso, al disfrute del tiempo libre, a una limitación razonable de la duración del trabajo y a vacaciones periódicas pagadas.

### Artículo 25

1. Toda persona tiene derecho a un nivel de vida adecuado que le asegure, así como a su familia, la salud y el bienestar, y en especial la alimentación, el vestido, la vivienda, la asistencia médica y los servicios sociales necesarios; tiene asimismo derecho a los seguros en caso de desempleo, enfermedad, invalidez, vejez y otros casos de pérdida de sus medios de subsistencia por circunstancias independientes de su voluntad.
2. La maternidad y la infancia tienen derecho a cuidados y asistencia especiales. Todos los niños, nacidos de matrimonio o fuera de matrimonio, tienen derecho a igual protección social.

### Artículo 26

1. Toda persona tiene derecho a la educación. La educación debe ser gratuita, al menos en lo concerniente a la instrucción elemental y fundamental. La instrucción elemental será obligatoria. La instrucción técnica y profesional habrá de ser generalizada; el acceso a los estudios superiores será igual para todos, en función de los méritos respectivos.
2. La educación tendrá por objeto el pleno desarrollo de la personalidad humana y el fortalecimiento del respeto a los derechos humanos y a las libertades fundamentales; favorecerá la comprensión, la tolerancia y la amistad entre todas las naciones y todos los grupos étnicos o religiosos; y promoverá el desarrollo de las actividades de las Naciones Unidas para el mantenimiento de la paz.
3. Los padres tendrán derecho preferente a escoger el tipo de educación que habrá de darse a sus hijos.

### Artículo 27

1. Toda persona tiene derecho a tomar parte libremente en la vida cultural de la comunidad, a gozar de las artes y a participar en el progreso científico y en los beneficios que de él resulten.
2. Toda persona tiene derecho a la protección de los intereses morales y materiales que le correspondan por razón de las producciones científicas, literarias o artísticas de que sea autora.

### Artículo 28

Toda persona tiene derecho a que se establezca un orden social e internacional en el que los derechos y libertades proclamados en esta Declaración se hagan plenamente efectivos.

### Artículo 29

1. Toda persona tiene deberes respecto a la comunidad (...).
2. En el ejercicio de sus derechos y en el disfrute de sus libertades, toda persona estará solamente sujeta a las limitaciones establecidas por la ley con el único fin de asegurar el reconocimiento y el respeto de los derechos y libertades de los demás, y de satisfacer las justas exigencias de la moral, del orden público y del bienestar general en una sociedad democrática.
3. Estos derechos y libertades no podrán en ningún caso ser ejercidos en oposición a los propósitos y principios de las Naciones Unidas.

### Artículo 30

Nada en la presente Declaración podrá interpretarse en el sentido de que confiere derecho alguno al Estado, a un grupo o a una persona, para emprender y desarrollar actividades (...) tendientes a la supresión de cualquiera de los derechos y libertades proclamados en esta Declaración.