



Área de Matemática

Orientaciones para el desarrollo y la evaluación de las competencias



EDUCACIÓN SECUNDARIA



MINISTERIO DE EDUCACIÓN



MINISTERIO DE EDUCACIÓN

Orientaciones para el desarrollo y la evaluación de las competencias.

Área de Matemática

El presente documento ha sido elaborado como herramienta curricular de apoyo para docentes de Educación Secundaria, en el marco del proceso de implementación del Currículo Nacional de la Educación Básica.

Editado por:

Ministerio de Educación
Calle Del Comercio N.º 193, San Borja
Lima 41, Perú
Teléfono: 615-5800
www.minedu.gob.pe

Corrección de estilo:

Jackeline Nelly Castillo Jayme

Diseño y diagramación:

Joel Ricardo Vilcapoma Guerra

Primera edición: abril de 2022

Publicación en versión digital: abril 2022

Elaboración de contenidos:

Liliana Carol Brañes Gutierrez
Juan Carlos Chávez Espino
Larisa Mansilla Fernández
José Luis Maurtua Aguilar

©Ministerio de Educación

Todos los derechos reservados. Prohibida la reproducción de este libro por cualquier medio, total o parcialmente, sin permiso expreso del Ministerio de Educación.

Revisión pedagógica:

Juan Carlos Chávez Espino
Larisa Mansilla Fernández
José Luis Maurtua Aguilar

Índice

Presentación	05
--------------	----

Capítulo 1:	Las competencias en el área de Matemática y su relación con los componentes curriculares	6
1.1	Relación entre el Perfil de egreso con el desarrollo de las competencias en el área de Matemática	7
1.2	Relación entre el desarrollo de las competencias en el área de Matemática con los enfoques transversales	10
1.3	Las competencias transversales en el desarrollo de las competencias en el área de Matemática	12
1.3.1	Competencia <i>Gestiona su aprendizaje de manera autónoma</i>	13
1.3.2	Competencia <i>Se desenvuelve en entornos virtuales generados por las TIC</i>	13

Capítulo 2:	Desarrollo de las competencias en el área de Matemática	16
2.1	Enfoque que sustenta el desarrollo de las competencias en el área de Matemática	17
2.2	Caracterización de las competencias en el área de Matemática	20
2.2.1	Competencia <i>Resuelve problemas de cantidad</i>	20
2.2.2	Competencia <i>Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio</i>	24
2.2.3	Competencia <i>Resuelve problemas de forma, movimiento y localización</i>	28
2.2.4	Competencia <i>Resuelve problemas de gestión de datos e incertidumbre</i>	32
2.3	Articulación entre las competencias en el área de Matemática	36

Capítulo 3:	Estrategias para el desarrollo de las competencias en el área de Matemática	39
3.1	Estrategias para el desarrollo de las competencias	40
3.1.1	Estrategia basada en la modelación	40
3.1.2	Estrategia basada en la indagación	42
3.1.3	Estrategias heurísticas	44
3.2	Atención a la diversidad para eliminar las barreras en el aprendizaje	47
3.3	STEAM en la experiencia de aprendizaje	51

Capítulo 4:	Evaluación formativa de las competencias en el área de Matemática	58
4.1	La evaluación formativa: qué, para qué y cómo evaluar en el proceso de enseñanza y aprendizaje	59
4.1.1	Orientaciones para la formulación de los criterios de evaluación	60
4.1.2	Orientaciones para la elaboración de instrumentos de evaluación	63
4.1.3	Orientaciones para el análisis de las evidencias de las competencias	66
4.2	La retroalimentación para el desarrollo de las competencias	68

Presentación

Apreciada y apreciado docente:

Para garantizar el logro de los aprendizajes en las/los estudiantes, el equipo de la Dirección de Educación Secundaria pone a su disposición las **Orientaciones para el desarrollo y la evaluación de las competencias**, material de apoyo a los procesos pedagógicos que se realizan desde el **área de Matemática**, en el marco del Currículo Nacional de la Educación Básica (CNEB).

El objetivo de este documento es propiciar la reflexión sobre la práctica pedagógica y el trabajo colegiado, así como orientar la toma de decisiones sobre el proceso de enseñanza-aprendizaje. Su contenido se sustenta tanto en los principios del enfoque por competencias, como en el enfoque de evaluación formativa, promovidos desde el CNEB, y en la visión de una docencia reflexiva.

Esperamos que este documento sea leído, compartido y discutido en los espacios del trabajo colegiado, de modo que sea utilizado para impulsar la mejora en el desarrollo de los procesos de planificación y evaluación de los aprendizajes, y aporte a la mejora de la práctica pedagógica en el contexto de la implementación del CNEB.

Como lo hemos hecho antes, reiteramos nuestro reconocimiento a la gran labor que realizan en un contexto tan complejo, a su capacidad de resiliencia, de liderazgo y de innovación para que cada estudiante siga desarrollando sus competencias sin quedarse atrás. El país les agradece el esfuerzo y la vocación para seguir construyendo una educación de calidad. Gracias por su dedicación para hacer posible que el derecho a la educación de las y los adolescentes peruanos no se detenga.

Dirección de Educación Secundaria

Capítulo

1

Las competencias en el área de Matemática y su relación con los componentes curriculares

¡Estimadas y estimados docentes!

Soy la profesora Marlene. Les doy la bienvenida al primer capítulo de las orientaciones para el desarrollo y la evaluación de las competencias en el área de Matemática.

Como sabemos, durante su trayectoria escolar, las/los estudiantes desarrollan un conjunto de competencias de acuerdo al Currículo Nacional de la Educación Básica, entre ellas, las del área de Matemática que, al complementarse con las competencias y enfoques transversales, les permiten alcanzar el Perfil de egreso.

Por ello, les invitamos a conocer y reflexionar sobre esta herramienta curricular que fortalecerá nuestra práctica pedagógica y al aprendizaje de cada estudiante.

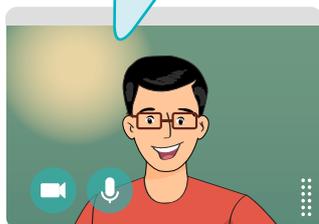


En una reunión colegiada de docentes del área de Matemática, José Carlos, María y Liliana dialogan.

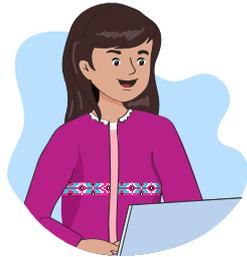
Colegas, María y Liliana, leí el CNEB y me preguntaba, ¿por qué el Currículo cuenta con un Perfil de egreso?, además ¿cómo las competencias del área de Matemáticas contribuyen al desarrollo y logro de aprendizajes en las/los estudiantes?

Por mi parte, José Carlos, mi interés es conocer ¿cómo los enfoques transversales permiten desarrollar las competencias en nuestra área curricular de Matemática?

En mi caso, José Carlos, María, deseo saber ¿cómo debo desarrollar las competencias transversales desde mi práctica pedagógica?, ¿es necesario realizar actividades complementarias?, ¿es posible desarrollar las competencias en el área de Matemática y las transversales a la vez?



1.1 Relación entre el Perfil de egreso con las competencias en el área de Matemática



Para responder a las interrogantes planteadas respecto al logro del Perfil de egreso y su vinculación con el desarrollo de las competencias en el área de Matemática, leemos el siguiente caso.



En la institución educativa Santo Domingo de Laraos (Yauyos), las/los estudiantes de 5.º grado identificaron las necesidades de alimentación y la escasa producción de vegetales y hortalizas por la influencia del clima en su comunidad, y se preguntaron ¿qué solución pueden implementar para producir vegetales y hortalizas variadas, con el propósito de complementar la alimentación de las familias de la comunidad?, y ¿cuáles serán las consecuencias de estos hábitos alimenticios?

Ante esta situación, las/los estudiantes exploran diversas fuentes sobre las posibles causas, también dialogan con los pobladores de la comunidad, reconociendo que la producción de hortalizas se ve afectada principalmente por las bajas temperaturas en la zona debido a la altitud del distrito de Laraos, ubicada a 3300 m s. n. m. Asimismo, expresan conclusiones basadas en información estadística respecto a cómo afecta al sistema inmunológico de los pobladores del distrito, cuando no se consume determinado tipo de vegetales y hortalizas.

Por ello, las/los estudiantes han puesto en juego las diversas competencias en el área de Matemática, pues han tomado la decisión de elaborar un fitotoldo a partir de reconocer formas, medidas y su ubicación en una zona específica; así como las condiciones climáticas, la disposición geográfica, el evaluar los productos que se podrían cultivar por la condición de altitud y temperatura, el reconocer la demanda y la necesidad alimentaria de un grupo de familias. Además, evalúan el diseño del fitotoldo respecto al presupuesto disponible, esto conlleva a investigar aspectos referidos a las formas geométricas y el empleo de operaciones numéricas.

Reflexionamos

- ¿Por qué las/los estudiantes se plantean estas preguntas?, ¿cuál sería su finalidad?, ¿cómo se relaciona esto con los aprendizajes del Perfil de egreso planteados en el CNEB?
- ¿Consideramos que desarrollar competencias en el área de Matemática es suficiente para dar respuesta a las cuestiones planteadas?, ¿cómo contribuye la movilización de dichas competencias al logro de los aprendizajes del Perfil de egreso?

El estudiante se reconoce como persona valiosa y se identifica con su cultura...



Cuando valora y aprende de los tejidos artesanales de su comunidad y recurre a sus saberes culturales y prácticas cotidianas, identificando patrones, relaciones entre las formas o elementos geométricos empleados en su elaboración o construcción.

El estudiante propicia la vida en democracia...



Cuando analiza e interpreta datos mediante modelos matemáticos provenientes de fuentes históricas, económicas, ambientales y geográficas que le permitan elaborar argumentos y comunicar sus ideas mediante el lenguaje matemático.

El estudiante practica una vida saludable...



Cuando utiliza conocimientos matemáticos, como medidas estadísticas que ayuden a tomar decisiones a favor del cuidado de la salud, para asumir un estilo de vida saludable.

El estudiante aprecia manifestaciones artístico culturales y crea proyectos...



Cuando reconoce las transformaciones geométricas, patrones, teselaciones, regularidades y otros elementos, al apreciar, de manera crítica y reflexiva, tejidos, pinturas y construcciones de su contexto.

El estudiante se comunica en su lengua materna...



Cuando comunican los procedimientos realizados en la resolución de una situación del contexto mediante diversas representaciones matemáticas.

El estudiante indaga y comprende el mundo empleando conocimientos científicos y saberes locales...



Cuando identifica los factores que influyen en la producción y consumo de vegetales, necesarios en la dieta de las familias, y elabora conclusiones basadas en información estadística acerca de su consumo y sus efectos en el sistema inmunológico.

Relación entre el Perfil de egreso y las competencias en el área de Matemática

El estudiante comprende y aprecia la dimensión espiritual y religiosa...



Cuando realiza un presupuesto económico en la planeación de un proyecto solidario que busca el desarrollo social y comunitario.

El estudiante desarrolla procesos autónomos de aprendizaje...



Cuando define sus metas ante un problema, selecciona o propone sus estrategias de resolución para afrontar el problema, evaluando sus avances y dificultades.

El estudiante aprovecha responsablemente las tecnologías...



Cuando procesa datos, representa gráficamente en hojas de cálculo, grafica modelos matemáticos o visualiza figuras geométricas en 2D y cuerpos en 3D para resolver problemas de su contexto.

El estudiante gestiona proyectos de manera ética...



Cuando realiza entrevistas para identificar una necesidad o problemática, o al evaluar la pertinencia de un prototipo, haciendo uso de conocimientos matemáticos (formas geométricas, mediciones, cálculos, entre otros).

El estudiante interpreta la realidad y toma de decisiones con conocimientos matemáticos...



Cuando elabora un fitotoldo que contrarreste los efectos del clima y atienda a las necesidades alimentarias de un grupo de familias, utilizando aspectos referidos a las formas geométricas.

1.2 Relación entre el desarrollo de las competencias en el área de Matemática con los enfoques transversales



Para responder a las interrogantes planteadas respecto a la relación entre el desarrollo de las competencias en el área de Matemática con las competencias transversales, leemos el siguiente caso.

Durante el trabajo colegiado de la institución educativa Primero de Abril, las/los docentes manifiestan haber recogido las inquietudes de las/los estudiantes, respecto a la acumulación de residuos plásticos en los alrededores de la institución educativa, que causan contaminación del ambiente y ponen en riesgo la salud de los pobladores de la comunidad.

Ante esta situación, la comunidad de docentes acuerda promover prácticas relacionadas a la adecuada gestión de los desechos plásticos que beneficiará a la escuela y las familias. En ese sentido, la maestra Vanessa y el maestro Javier deciden desarrollar las competencias en el área de Matemática y las correspondientes al área de Ciencia y Tecnología; para ello, plantean la problemática a las/los estudiantes y solicitan posibles soluciones. Luego de deliberar, proponen como solución reusar los desechos plásticos a través de la elaboración de ecoladrillos. Para ello, las/los estudiantes realizan la recolección de materiales plásticos como parte de su proyecto y proponen diseños de ecoladrillos con diversas formas geométricas. En la actividad de recolección de desechos, respecto al antes y el después de cómo quedaron los espacios, ambos maestros promueven la reflexión sobre la importancia de la gestión de los desechos plásticos para el cuidado del ambiente y la salud.

Durante el desarrollo de la experiencia de aprendizaje, la maestra se percató que los estudiantes varones manifestaron que no les correspondía realizar ese tipo de actividades, ya que, por ser varones, tenían que realizar actividades que demanden el uso de la fuerza, por lo que se negaron a salir a recolectar los desechos plásticos por sentir vergüenza. Ante esta situación emergente, la maestra planteó realizar la dinámica de juego de roles, para que se den cuenta de lo que hacen, de cómo lo hacen y de las consecuencias de su comportamiento al asumir un desafío con las mismas responsabilidades. En la situación, la maestra promovió la reflexión y valoración de las prácticas realizadas por las/los estudiantes.



Reflexionamos

- ¿Quiénes han participado y cómo se han involucrado en la actividad propuesta?
- ¿De qué manera los enfoques transversales orientan la práctica de valores y actitudes en las actividades realizadas por la maestra Vanessa?
- ¿Los enfoques transversales se pueden abordar ante situaciones emergentes o no planificadas?, ¿por qué?

Entonces, se puede decir que...

El caso muestra la participación de la comunidad educativa frente a la problemática, que va desde las manifestaciones de preocupación de las/los estudiantes al diálogo en la comunidad docente y directiva, con el fin de plantear soluciones desde la gestión educativa. Por ello, se promueven compromisos orientados a desarrollar prácticas para tomar conciencia, promover valores y actitudes respecto de los enfoques transversales, en los espacios de la escuela y la comunidad.

Los enfoques transversales aportan y orientan a valorar los diferentes comportamientos, las aspiraciones y necesidades en el marco de derechos, capacidades y oportunidades de desarrollo personal y social. En ese sentido, las/los estudiantes plantearon recolectar y reusar los desechos plásticos, acción que fue aprovechada por la maestra Vanessa para reflexionar junto a las/los estudiantes sobre el cuidado de los espacios antes y después de la recolección; además, promovió actitudes relacionadas a la disposición para colaborar con el bienestar y la calidad de vida de la comunidad, así como el cuidado del ambiente, el cual está relacionado al enfoque ambiental.

Así también, la maestra ve en la situación una oportunidad para que las/los estudiantes reflexionen y pongan en práctica valores y actitudes de trabajo colaborativo, por encima de cualquier diferencia de género, cuando aprovecha la dinámica de roles de trabajo, la cual está relacionada al enfoque igualdad de género.

Asimismo, los enfoques transversales orientan la práctica docente ante situaciones emergentes o no planificadas, comprometiendo la actuación de los distintos actores educativos.

Ideas fuerza

- Los enfoques transversales orientan la práctica pedagógica en la movilización de las competencias en el área de Matemática, como en las otras áreas, estos enfoques se evidencian en las actitudes y los valores, como resultado de la interacción de todos los actores de la comunidad educativa, para responder a problemáticas y demandas en el entorno de la comunidad y la escuela.
- En el desarrollo de las actividades, pueden presentarse situaciones no previstas y que pueden ser abordadas con las/los estudiantes para promover y reflexionar sobre valores y actitudes que se traducen en comportamientos observables¹ relacionados a los enfoques transversales.

¹ Se pueden reconocer los enfoques transversales, sus características y sus ejemplos de actuación en el CNEB, véase pp. 18-27.

1.3 Las competencias transversales en el desarrollo de las competencias en el área de Matemática



A continuación, leemos con atención el siguiente caso que muestra la relación entre las competencias en el área de Matemática con las competencias transversales.

Las/los estudiantes del 4.º grado de secundaria de la institución educativa Andrés A. Cáceres han identificado que en su comunidad se presentan enfermedades respiratorias debido al uso de cocinas tradicionales que utilizan leña o biomásas, cuyo humo se concentra al interior de las viviendas. Se han organizado en equipos de trabajo, han deliberado y planteado la interrogante ¿cómo podríamos ayudar a las familias de la comunidad a conservar la salud y el cuidado del ambiente? Para ello, se plantean el reto de elaborar maquetas de modelos para cocinas mejoradas, que serán socializadas a la comunidad con una presentación en video.

Con la finalidad de organizar las actividades, se plantean preguntas como ¿cuánto tiempo emplear?, ¿qué materiales utilizar y su costo?, ¿cómo realizarlo? Resultado del diálogo, las/los estudiantes planifican un conjunto de actividades orientadas a (1) investigar en la web sobre diseños de cocinas mejoradas, reconocimiento de aspectos de medida, atributos de forma en 3D y lo sistematizan en una hoja de cálculo; (2) indagar las dimensiones que tienen las cocinas y los espacios que ocupan en las viviendas de la comunidad; (3) realizar los primeros bosquejos de cocinas y el tubo de chimenea, con ello reconocen los cuerpos geométricos, sus dimensiones a escala; (4) plantear los diseños de cocina, empleando una calculadora gráfica, por ejemplo, el aplicativo GeoGebra y realizan las maquetas de las cocinas mejoradas; y (5) elaborar el video con algún aplicativo para presentar los modelos y sustentar la pertinencia respecto a las condiciones de espacio.

En el desarrollo del proyecto, las/los estudiantes acuerdan tener reuniones virtuales (videollamadas u otros medios) y presenciales, a fin de emplear instrumentos como un planificador y la lista de cotejo para hacer el seguimiento, control y los reajustes de manera oportuna sobre los avances realizados.

Finalmente, proceden a socializar los modelos de maqueta y beneficios de las cocinas mejoradas, sustentan el uso de cada modelo, respecto a las condiciones de los espacios, a través de un video.



Reflexionamos

- ¿Cuáles son las características de actuación que manifiestan las/los estudiantes al movilizar las competencias transversales?
- ¿Cómo las competencias transversales promueven la movilización de las competencias en el área de Matemática?

Entonces, se puede decir que...

De acuerdo con la situación planteada, se evidencia la relación entre las competencias del área de Matemática con las competencias transversales en las actividades que desarrollan las/los estudiantes, dicha relación se explica a continuación:

1.3.1 Competencia *Gestiona su aprendizaje de manera autónoma*

En el caso mostrado, se reconoce que las/los estudiantes del 4.º grado de secundaria identifican el problema y enfrentan la situación retadora. Para ello, toman la decisión de elaborar maquetas de cocinas mejoradas que contribuyan a mejorar la calidad de vida de las familias de la comunidad. Durante el desarrollo de la experiencia de aprendizaje se evidencia una actuación pertinente que parte de evaluar las posibilidades de solución, organizar las acciones y actividades, movilizando un conjunto de conocimientos, habilidades, valores y actitudes de varias de las competencias planteadas en el CNEB.

Se puede identificar por ejemplo que las/los estudiantes desarrollan la competencia *Resuelve problemas de forma, movimiento y localización* al **modelar objetos con formas geométricas y sus transformaciones**, resultado de investigar e indagar respecto a la medida, atributos de forma de las cocinas y de los espacios que ocupan en las viviendas de la comunidad; asimismo, **al comunicar su comprensión sobre las formas y relaciones geométricas**, a través de las representaciones que muestran los cuerpos geométricos en los diseños de cocina; como también, **al usar estrategias y procedimientos para orientarse en el espacio**, empleando medidas, escalas, estimaciones de áreas y volúmenes; finalmente, **al plantear argumentos basados en afirmaciones sobre relaciones geométricas**, que están orientados a sustentar la pertinencia del diseño mediante propiedades geométricas.

Así también, aprecia que, al afrontar la situación planteada, las/los estudiantes desarrollan la competencia transversal *Gestiona su aprendizaje de manera autónoma*, cuando **definen sus metas** a partir del problema reconocido, respecto a enfermedades respiratorias, y cuando reflexionan sobre aquello que deben aprender; **organizan acciones estratégicas** para cumplir sus propósitos, como la búsqueda de fuentes, la elección del diseño de acuerdo con las formas geométricas, la selección de estrategias de medidas más pertinentes, entre otros.

Asimismo, **monitorean y ajustan su desempeño** al hacer seguimiento a sus avances con relación a sus metas de aprendizaje; utilizan herramientas que les permiten realizar los ajustes oportunos como, por ejemplo, un planificador y lista de cotejo con ciertos criterios relacionados con las metas propuestas.

1.3.2 Competencia *Se desenvuelve en entornos virtuales generados por las TIC*

A su vez, se reconoce que las/los estudiantes desarrollan la competencia *Se desenvuelve en entornos virtuales generados por las TIC* cuando gestionan información con el entorno virtual al investigar en la web sobre las medidas de los diseños de cocinas mejoradas y sistematizar

la información en una hoja de cálculo²; al interactuar en entornos virtuales, a través de reuniones mediante videollamadas³, donde participan colaborativamente, se comunican, construyen y mantienen coordinaciones sobre el propósito común que los une. De la misma manera, cuando crean objetos virtuales en formatos de video, para ello utilizan aplicativos para representar las maquetas y sus atributos, con el fin de sustentar la pertinencia del diseño mediante propiedades geométricas.

De lo analizado, se concluye que, en el proceso de aprendizaje, se movilizan las diversas capacidades de las competencias transversales las cuales a su vez, contribuyen al desarrollo de las competencias en el área de Matemática y otras áreas curriculares.

A continuación, te presentamos algunos recursos TIC:

Plataforma web Khan Academy	En esta plataforma se encuentran diversos videos, artículos y pruebas interesantes que permiten que las y los estudiantes desarrollen sus competencias en el área de matemática	Todo el contenido de Khan Academy está disponible gratuitamente en https://es.khanacademy.org/
GeoGebra	Es un software de matemática para todo nivel educativo. Reúne dinámicamente geometría, álgebra, estadística y cálculo en registros gráficos, de análisis y de organización en hojas de cálculo.	Está disponible gratuitamente en www.geogebra.org
Google, Jamboard, miró, Tinkercad	Estrategias para el trabajo colaborativo para ayudar al desarrollo de las competencias del área de matemática, los estudiantes pueden aplicar diversas estrategias con el fin de realizar trabajos colaborativos donde pueden plantear alternativas de solución frente a un problema, cocrear con sus pares, asumir roles, etc.	Está disponible gratuitamente en los siguientes enlaces: https://miro.com/es/ https://jamboard.google.com/ https://www.tinkercad.com/
Google Doc, Google Jamboard, Padlet	Estrategia para retroalimentación en grupo, la retroalimentación en grupo, se puede realizar utilizando herramientas colaborativas donde las y los estudiantes respondan preguntas, proponen ideas de resolución, etc, en una pizarra virtual donde todos aportan durante una sesión sincrónica o durante un tiempo asincrónico.	Está disponible gratuitamente en los siguientes enlaces: https://es.padlet.com/ https://jamboard.google.com/ https://docs.google.com/

Ideas fuerza

- Todo actuar competente involucra en cada estudiante una gestión consciente de sus aprendizajes de forma ordenada y sistemática, así como de asumir un control de esta gestión.
- En la actualidad, las/los estudiantes manifiestan formas de actuar con herramientas, y contenidos virtuales, en entornos basados en las tecnologías de la comunicación y la información (TIC), de forma recurrente en el desarrollo de sus competencias.
- Al desarrollar sus competencias en el área de Matemática y otras áreas curriculares, las/los estudiantes también deben desarrollar sus competencias transversales, como parte de una actuación compleja respecto a un reto asumido.

² Para emplear otras herramientas orientadas a desarrollar las competencias en el área de Matemática y desenvolverse en entornos virtuales, se recomienda revisar: 25 herramientas para enseñar Matemáticas con las TIC, <https://www.aulaplaneta.com/2015/09/08/recursos-tic/25-herramientas-para-ensenar-matematicas-con-las-tic/>.

³ Para mayor información de las plataformas comunicativas, revisar TELEDU. Plataforma IPTV learning para todos, https://www.researchgate.net/publication/347519928_TELEDU_Plataforma_IPTVlearning_para_todos.

Recapitulamos y seguimos reflexionando...



¡Llegamos al final de este capítulo! Presentamos un organizador que sintetiza los temas desarrollados y proponemos algunas preguntas de reflexión para mejorar nuestra práctica pedagógica.

Perfil de egreso del estudiante



- ¿Cómo debemos establecer la relación entre las competencias en el área de Matemática con los enfoques y competencias transversales para el logro del Perfil de egreso?
- ¿Qué cambios debemos realizar en nuestra práctica pedagógica para promover el desarrollo de las competencias transversales en el área de Matemática?
- ¿Cómo debemos organizarnos en el trabajo colaborativo para desarrollar las competencias en el área de Matemática y las competencias transversales, en un sentido integrado y holístico con otras competencias, que contribuya a los aprendizajes del Perfil de egreso?
- ¿Cómo debemos organizarnos con el personal directivo, familias, estudiantes y personal administrativo de la institución educativa, para orientar una práctica de valores y actitudes que se traduzcan en comportamientos observables de los enfoques transversales?

Capítulo

2

Desarrollo de las competencias en el área de Matemática

¡Estimadas y estimados docentes!

Soy el docente Pedro. Les doy la bienvenida. En el capítulo anterior, abordamos la relación entre las competencias en el área de Matemática y el Perfil de egreso, los enfoques y las competencias transversales. Ahora iniciamos este capítulo para tratar la relación del enfoque, las competencias y los estándares del área de Matemática, que orientan nuestra práctica pedagógica en los procesos de aprendizaje de las/los estudiantes.



En una reunión de trabajo colegiado, el equipo de docentes del área de Matemática dialoga.

José Carlos, María, ahora que estamos planificando los aprendizajes, considero importante reflexionar sobre el enfoque Centrado en la Resolución de Problemas, para el desarrollo de las competencias en el área de Matemática.

Sí, Liliana. También podemos responder a las interrogantes: ¿cómo se ponen en juego las capacidades de las competencias en el área de Matemática?, ¿cómo progresan los aprendizajes en estas competencias?



¡Claro, José Carlos! Por mi parte, también quisiera saber ¿cómo se desarrollan las competencias en el área de Matemática?



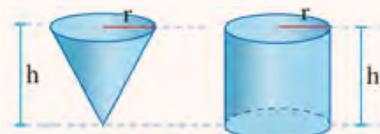
2.1 Enfoque que sustenta el desarrollo de las competencias en el área de Matemática



A continuación, analizamos y reflexionamos sobre el enfoque Centrado en la Resolución de Problemas para el desarrollo de las competencias en el área de Matemática, a partir de un caso.

El docente Gerardo del distrito de San Jerónimo (Amazonas) ha estado desarrollando, junto con las/los estudiantes del 4.º grado de secundaria, un proyecto sobre la recuperación de suelos deteriorados de la comunidad. Como parte del proyecto, elaboraron maceteros para los almacigos que serán empleados en la reforestación. Las/los estudiantes comentaron que necesitan determinar el volumen de tierra a utilizarse en cada uno de los maceteros. Dicha necesidad fue aprovechada por el docente y propuso a las/los estudiantes analizar y argumentar sobre la relación entre el volumen de los dos maceteros elaborados.

El docente presentó en una imagen los modelos de los maceteros elaborados por una estudiante y preguntó ¿qué expresión define el volumen de los maceteros de forma cilíndrica y de forma cónica?, y ¿qué relación hay entre los volúmenes de los dos maceteros?



La estudiante Luz y su equipo reconocieron que hace unos meses habían desarrollado una actividad sobre el uso del cilindro en situaciones cotidianas, por lo que recuperaron la información para determinar su volumen. Por su parte, Saúl reconoció que dichos cuerpos son congruentes en su radio y altura, afirmación que fue compartida con todos sus compañeras y compañeros.

El equipo liderado por Luis comentó que asignaron datos numéricos al radio y la altura de ambos maceteros y, para determinar el volumen del cilindro, consideraron el valor de $\pi = 3,14$, aproximadamente. Sin embargo, tuvieron dificultades para calcular el volumen del cono, entonces indagaron sobre la expresión que les permitiera calcular el volumen; ante ello, el docente revisó sus procedimientos, los orientó y con los resultados numéricos obtenidos, preguntó: ¿qué relación hay entre los volúmenes de ambos maceteros?

En el equipo de Marcela, elaboraron de manera colaborativa ambos maceteros con cartulina, considerando la misma medida para la altura y el radio de la base; como parte de su experimento llenaron de tierra al ras el macetero en forma de cono, luego vertieron la tierra al macetero en forma de cilindro. Este procedimiento fue



repetido hasta llenar completamente el macetero cilíndrico. Al respecto, el docente preguntó ¿qué parte del macetero en forma de cilindro fue llenado de tierra en cada vaciado?, ¿qué estrategia utilizaron para realizar el experimento?, ¿qué relación encontraron entre el volumen de ambos maceteros? Así, las/los estudiantes procedieron a explicar sus argumentos sobre la relación entre los volúmenes de los dos maceteros.

Luego de observar el procedimiento realizado por el equipo de Marcela, Luis y su equipo afirmaron que el volumen del cono es la tercera parte del volumen del cilindro. Además, comentaron que, para comprobar la validez de su afirmación, ensayaron con otros valores para el radio y la altura, considerando las condiciones iniciales, para corroborar que la relación entre los volúmenes es de uno a tres. El sustento fue validado por los equipos en una plenaria.

El docente reconoció el entusiasmo y buena disposición de cada equipo. Además, solicitó que dialoguen y reflexionen ¿en qué otros cuerpos geométricos se puede evidenciar la misma relación?, y ¿qué estrategias realizarían para encontrar dicha relación?

Reflexionamos

- ¿Cómo se promueve el enfoque Centrado en la Resolución de Problemas?
- ¿Cuáles son las características del enfoque Centrado en la Resolución de Problemas para el desarrollo de competencias en el área de Matemática?

Entonces, se puede decir que...

El trabajo realizado por el docente Gerardo se desarrolla bajo el enfoque Centrado en la Resolución de Problemas, ya que propicia el desarrollo de las competencias en el área de Matemática, a partir de una situación del contexto real. En este sentido, las/los estudiantes llegan a construir sus conocimientos matemáticos, resolviendo retos en los que no conocen un camino inmediato de solución, por ello, recurren a diversas fuentes y recursos, estrategias y procedimientos, los que serán incorporados de forma pertinente en el abordaje de la situación.

Las/los estudiantes plantearon sus posibles rutas de solución y estrategias, por ejemplo, Luis y su equipo emplearon expresiones algebraicas (modelos) para determinar el volumen de ambos maceteros; mientras que Marcela y su equipo optaron por la experimentación, utilizando material concreto para encontrar la relación entre dichos volúmenes. Por su parte, el equipo de Luz decidió emplear sus conocimientos previos sobre el cilindro e indagar en diversas fuentes de información sobre el volumen del cono. Por lo tanto, se puede observar que las/los estudiantes construyen y reconstruyen sus conocimientos al relacionar y reorganizar ideas y conceptos matemáticos de manera flexible, los cuales emergen como solución óptima a los problemas (Minedu, 2016).

Asimismo, desde el enfoque Centrado en la Resolución de Problemas, las/los estudiantes autorregulan sus aprendizajes a partir de la reflexión de sus aciertos y errores, avances y dificultades. Por ejemplo, en el caso, Luis y su equipo iniciaron asignando valores al radio y



altura de ambos maceteros que, luego de apreciar la exposición de Marcela, reajustaron en sus procedimientos para encontrar la relación entre ambos volúmenes.

En esa misma línea, se reconoció que las/los estudiantes asumen roles, demuestran buena disposición y encuentran motivación para resolver la situación, desde el enfoque Centrado en la Resolución de Problemas. Estas emociones y actitudes se convierten en fuerzas que impulsan el aprendizaje significativo.

Por su parte, el docente aprovechó su rol de mediador en la actividad, como una oportunidad para generar la necesidad de aprendizaje de un nuevo conocimiento matemático relacionado a la competencia *Resuelve problemas de forma, movimiento y localización*. De este modo, planteó preguntas retadoras que requieren la movilización de las capacidades, conocimientos y recursos en una actuación competente.

Ideas fuerza⁴

- En el enfoque Centrado en la Resolución de Problemas, la actividad matemática es la resolución de problemas en sí misma. Es decir, a medida que se enfrentan y resuelven los problemas, se hallan nuevos resultados, se confirman afirmaciones, se obtienen métodos y estrategias cada vez más generales.
- Para que la/el estudiante desarrolle sus competencias, debe enfrentarse a retos cuyo camino de solución no es conocido a primera vista. En este proceso, planteará su propia ruta de solución, reflexionará para superar dificultades, construirá y reconstruirá sus conocimientos matemáticos hasta dar solución al reto inicial.
- El enfoque Centrado en la Resolución de Problemas considera la matemática como una actividad humana dinámica que se modifica constantemente. Es decir, no se concibe la matemática como una disciplina acabada, sino como una actividad humana generadora de conocimiento, en continuo desarrollo y ajuste frente a diversos fenómenos de la realidad.

⁴ Las ideas fuerza se han elaborado de acuerdo a lo que señala el Programa curricular de Educación Secundaria (Minedu, 2016).

2.2 Caracterización de las competencias en el área de Matemática



¿Qué implica desarrollar las competencias en el área de Matemática? Para responder la pregunta, analizamos y reflexionamos sobre los casos presentados en cada competencia.

2.2.1 Competencia *Resuelve problemas de cantidad*

La docente Ana María propone a las/los estudiantes del 4.º grado de secundaria la siguiente situación: una asociación de artesanas del Cusco ha sido afectada en sus ingresos económicos por la poca afluencia de turistas a la ciudad, como consecuencia de la emergencia sanitaria, poniendo en riesgo el bienestar de sus familias. Como resultado de la implementación de medidas de reactivación económica y, en atención a un pedido para exportación, las integrantes de la asociación requieren solicitar un préstamo de 15 000 soles, por un periodo de 3 años; para ello, han recogido información de dos entidades financieras:

- La financiera Tu Apoyo ofrece préstamos con una tasa de interés simple anual del 28 %.
- La financiera La Esperanza ofrece la misma tasa de interés anual, pero con interés capitalizable anualmente.

La maestra solicita al equipo que presenten las recomendaciones a las artesanas para solicitar el préstamo, con sustento matemático.

Un grupo de estudiantes presenta la siguiente solución que le ayudará a sustentar las recomendaciones.

Los datos que se desprenden del problema son el capital, que asciende a 15 000 soles; la tasa, a 28 % anual; y el tiempo es de 3 años.

Para la entidad Tu Apoyo, que ofrece el préstamo a interés simple se tiene que:

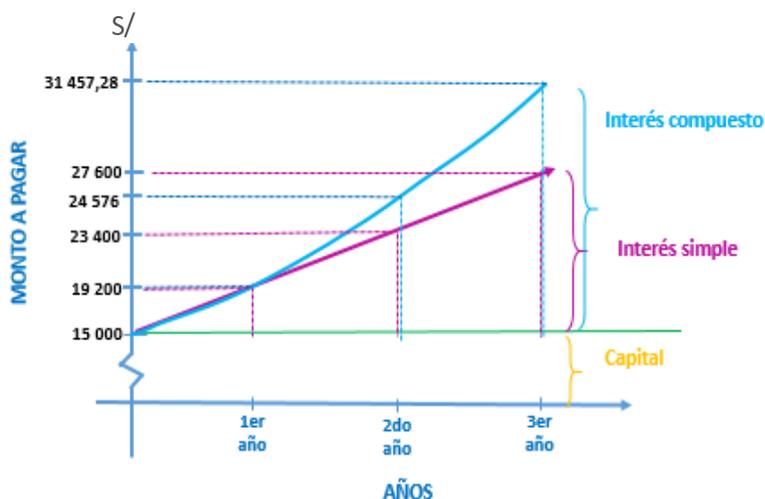
Tiempo (años)	Capital (S/)	Cálculo del interés	Total interés (S/)	Monto a pagar (S/)
1	15 000	$15\,000 \times 28\% \times 1$ $15\,000 \times \frac{28}{100} \times 1$ $15\,000 \times 0,28 \times 1$	1 (4200) 4200	$15\,000 + 4200 = 19\,200$
2	15 000	$15\,000 \times 28\% \times 2$	2 (4200) 8400	$15\,000 + 8400 = 23\,400$
3	15 000	$15\,000 \times 28\% \times 3$	3 (4200) 12 600	$15\,000 + 12\,600 = 27\,600$

Luego, corroboraron sus resultados utilizando el modelo $I = C \times r \times t$ donde C , r y t son capital, tasa de interés y tiempo, respectivamente.

Para la entidad La Esperanza, que ofrece el préstamo a interés compuesto:

Tiempo (años)	Capital (S/)	Cálculo del interés (S/)	Monto a pagar (S/)
1	15 000	$15\ 000 \times 28\ %$ $15\ 000 \times \frac{28}{100}$ $15\ 000 \times 0,28$	4200
2	19 200	$19\ 200 \times 28\ %$	5376
3	24 576	$24\ 576 \times 28\ %$	6881,28

Otro grupo de estudiantes representa de manera gráfica el interés generado y el monto a pagar en cada entidad financiera.



Recomendación: de las dos entidades financieras, se aprecia que en la entidad Tu Apoyo se tiene que devolver el monto de S/27 600; mientras que en la entidad La Esperanza, el monto a devolver es de S/31 457,28.

Por lo tanto, se recomienda acudir a la financiera Tu Apoyo para solicitar el préstamo, ya que el interés se mantiene constante, mientras que en la otra entidad el interés crece de manera exponencial.

Reflexionamos

- ¿Qué acciones desarrolladas por las/los estudiantes muestran la movilización de las capacidades de la competencia?, y ¿cómo se evidencia el desarrollo de la competencia *Resuelve problemas de cantidad*?
- ¿Cómo progresan los aprendizajes en esta competencia?

Entonces, se puede decir que...

En el caso mostrado se puede observar cómo los grupos de estudiantes movilizan las capacidades de esta competencia en la situación planteada.

Al traducir cantidades a expresiones numéricas, las/los estudiantes transforman las relaciones entre los datos y las condiciones de un problema a una expresión numérica o modelo, que reproduzcan las relaciones entre estos datos. Por ejemplo, para determinar el interés, relacionan datos para traducirlo a la multiplicación $15\ 000 \times 28\ % \times 1$ (expresión numérica o modelo), para el primer año. En los demás años, se multiplica por el tiempo transcurrido, es decir, por dos y por tres, generándose de esta manera las expresiones

Cálculo del interés (S/)		Total interés (S/)
$15\ 000 \times 28\ % \times 1$ $15\ 000 \times \frac{28}{100} \times 1$ $15\ 000 \times 0,28 \times 1$	1 (4200)	4200
$15\ 000 \times 28\ % \times 2$	2 (4200)	8400
$15\ 000 \times 28\ % \times 3$	3 (4200)	12 600

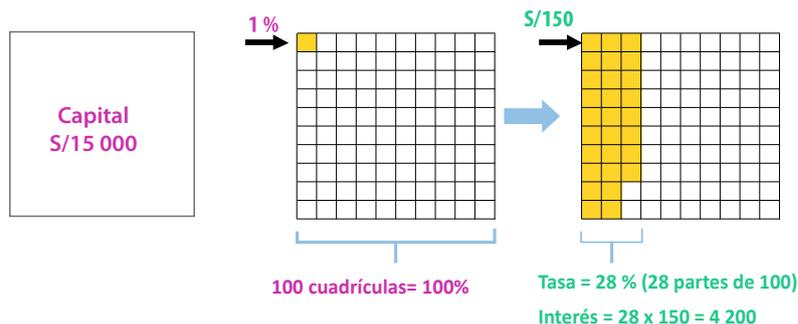
numéricas o modelos $15\,000 \times 28\% \times 2$ y $15\,000 \times 28\% \times 3$. Cabe precisar que, en relación con los conocimientos previos que tiene la/el estudiante, se podrían plantear expresiones numéricas o modelos equivalentes tales como $15\,000 \times \frac{28}{100} \times 1$ o $15\,000 \times 0,28 \times 1$.

Asimismo, establecen otras expresiones numéricas, empleando la estrategia de multiplicar el número del año transcurrido por el interés del primer año; es decir, $1 \times (4200)$; $2 \times (4200)$ y $3 \times (4200)$, evaluando que este resultado coincide con los resultados de los modelos numéricos del párrafo precedente, que les ayudaría, incluso, a calcular el interés a pagar si el préstamo fuera para más años.

Para el monto a pagar, emplean la expresión numérica: monto a pagar es la suma del capital más el interés; es decir, $15\,000 + 4200$ para el primer año o $15\,000 + 12\,600$ para el tercer año.

Monto a pagar (S/)	
$15\,000 + 4200$	$= 19\,200$
$15\,000 + 8400$	$= 23\,400$
$15\,000 + 12\,600$	$= 27\,600$

Las/los estudiantes comunican su comprensión sobre los números y las operaciones, cuando expresan la comprensión del 28 % y sus representaciones en forma fraccionaria $\frac{28}{100}$, o en su forma decimal 0,28. Por ejemplo, para determinar el interés en un año, las/los estudiantes podrían realizar una representación gráfica, donde el capital es representado por un cuadrado, el todo, y que, al ser dividido en 100 partes iguales, se obtiene que cada cuadrícula equivale al 1 % y que todas juntas es el 100 %. En ese sentido, cada cuadrícula (el 1 %) equivale a 150 soles y para hallar el 28 % del capital, se multiplica 28 cuadrículas por 150 soles; obteniendo el interés del primer año, igual a 4200 soles.



Las/los estudiantes emplean estrategias y procedimientos de cálculo cuando determinan el interés en soles para el primer año, multiplicando y simplificando el capital, el tanto por ciento y el tiempo; por ejemplo, $15\,000 (\frac{28}{100})(1) = 4200$. De la misma forma, para el segundo y tercer año, $15\,000 (\frac{28}{100})(2) = 8400$ y $15\,000 (\frac{28}{100})(3) = 12\,600$, respectivamente. También se aprecia otra forma de calcular el interés para el segundo y tercer año, a partir del interés generado en el primer año, es decir, multiplicando por 2 y por 3 a este interés, o sea, 2×4200 y 3×4200 .

Las/los estudiantes argumentan afirmaciones sobre las relaciones numéricas y las operaciones cuando sostienen que, para el interés simple, el capital se mantiene fijo y el interés generado aumenta a razón de 4200 soles en cada año. Por lo tanto, su crecimiento tiene un comportamiento lineal; mientras que, para el interés compuesto, los intereses generados son capitalizables; es decir, se suman al capital inicial, formando un nuevo capital; en ese sentido, su comportamiento es exponencial. Asimismo, se concluye que, en la situación planteada, a la asociación de artesanas le conviene solicitar el préstamo en la financiera Tu Apoyo, ya que el interés a pagar es menor.

Ideas fuerza

- Se usan estrategias y conocimientos matemáticos de forma flexible, para enfrentar diversas situaciones que permitan construir y comprender las nociones de número, operaciones y propiedades.
- Es importante movilizar todas las capacidades de manera combinada para garantizar el desarrollo de la competencia.

Progresión de la competencia *Resuelve problemas de cantidad*

Nivel esperado al final del:

Ciclo V

Resuelve problemas referidos a una o más acciones de comparar, igualar, reiterar o repartir...

Ciclo VI

Resuelve problemas referidos a las relaciones entre cantidades o magnitudes...

Ciclo VII

Resuelve problemas referidos a las relaciones muy grandes o muy pequeñas o intercambios financieros...

<p>Traduce cantidades a expresiones numéricas.</p>	<p>Traduce relaciones al comparar, igualar, reiterar o repartir cantidades, partir y repartir una cantidad en partes a expresiones aditivas, multiplicativas y la potenciación cuadrada y cúbica.</p>	<p>Traduce las relaciones entre cantidades o magnitudes a expresiones numéricas y operativas con números naturales, enteros y racionales y descuentos porcentuales sucesivos. Verifica si las expresiones cumplen las condiciones del problema.</p>	<p>Traduce las relaciones entre las cantidades, magnitudes o intercambios financieros a expresiones numéricas y operativas. Números irracionales, notación científica, intervalos y tasas de interés simple y compuesto. Evalúa si las expresiones cumplen las condiciones del problema.</p>
<p>Comunica su comprensión sobre los números y las operaciones.</p>	<p>Expresa su comprensión con lenguaje numérico y diversas representaciones del sistema de numeración decimal con números naturales hasta seis cifras, de divisores y múltiplos, y del valor posicional de los números decimales hasta los centésimos. Expresa su comprensión de noción de fracción como operador y como cociente, así como las equivalencias entre decimales, fracciones o porcentuales usuales (10 %, 25 %, 50 %, 75 % y 100 %).</p>	<p>Expresa su comprensión de los órdenes del sistema de numeración decimal con las potencias de base diez y entre las operaciones con números enteros y racionales. La relación de equivalencia entre expresiones decimales, fraccionarias y porcentuales y entre unidades de masa, tiempo y monetarias con lenguaje matemático.</p>	<p>Expresa su comprensión de los números racionales e irracionales, de sus propiedades y operaciones, así como de la notación científica. Establece la relación de equivalencia entre múltiplos y submúltiplos de unidades de masa y entre escalas de temperatura con lenguaje matemático y diversas representaciones; en base a estos, interpreta e integra información contenida en varias fuentes de información.</p>
<p>Usa estrategias y procedimientos de estimación y cálculo.</p>	<p>Selecciona y emplea diversas estrategias, el cálculo mental o escrito para operar con números naturales, fracciones, decimales y porcentajes de manera exacta o aproximada. Hace conversiones de unidades de medida de masa, tiempo y temperatura. Mide de manera exacta o aproximada, usando la unidad pertinente.</p>	<p>Selecciona, emplea y combina recursos, estrategias, procedimientos y propiedades de las operaciones y de los números para estimar o calcular con enteros y racionales. Realiza conversiones entre unidades de masa, tiempo y temperatura. Verifica su eficacia.</p>	<p>Selecciona, combina y adapta variados recursos, estrategias y procedimientos matemáticos de cálculo y estimación para resolver problemas. Evalúa y opta por aquellos más idóneos según las condiciones del problema.</p>
<p>Argumenta afirmaciones sobre las relaciones numéricas y las operaciones.</p>	<p>Justifica sus procesos de resolución, así como sus afirmaciones.</p>	<p>Plantea afirmaciones sobre los números enteros y racionales, sus propiedades y relaciones. Justifica mediante ejemplos y sus conocimientos de las operaciones, e identifica errores o vacíos en las argumentaciones propias o de otros y las corrige.</p>	<p>Plantea y compara afirmaciones sobre los números racionales y sus propiedades. Justifica, comprueba o descarta la validez de la información mediante contraejemplos o propiedades matemáticas.</p>

Análisis de la progresión de las competencias según el estándar

El organizador muestra las descripciones del nivel esperado al finalizar los ciclos V, VI y VII. En este, se puede observar cómo progresan los aprendizajes de la competencia. Por ejemplo, al finalizar el ciclo V, la descripción del estándar, precisa que las/los estudiantes resuelven problemas referidos a traducir acciones de comparar, igualar, reiterar o repartir a expresiones aditivas, multiplicativas y a la potenciación cuadrada y cúbica, con números naturales. Para el ciclo VI, se precisa que las/los estudiantes resuelven problemas referidos a traducir relaciones entre cantidades o magnitudes a expresiones numéricas dentro de los números racionales, y las verifica según las condiciones del problema. En el ciclo VII traducen relaciones entre cantidades muy grandes o muy pequeñas, magnitudes o intercambios financieros a expresiones numéricas y operativas que incluyen números reales, y los evalúa según las condiciones del problema.

2.2.2 Competencia *Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio*

Las/los estudiantes del 5.º grado de una institución educativa de Barranca (Lima) vienen desarrollando un proyecto sobre la gestión adecuada del plástico para el cuidado de la salud y el ambiente. Luego de investigar sobre el reúso del plástico para la elaboración de ecoladrillos, se han propuesto emprender un negocio para su fabricación y venta, situación que fue aprovechada por la docente para plantear el siguiente reto: si el precio de venta de un millar es de 650 soles; además, si a partir de compras mayores a 5 millares se realiza un descuento de 20 soles por cada millar, ¿cuántos millares se tendrían que vender para obtener el máximo ingreso?

La docente Milagros orientó la comprensión de la situación al plantear las siguientes interrogantes: ¿qué magnitudes están presentes en la situación?, ¿qué variables intervienen?, y ¿cómo se relacionan estas variables en el abordaje de la situación?

Enseguida, invitó a plantear sus estrategias de resolución.

Al respecto, Magnolia y Juan, estudiantes del mismo equipo, elaboraron un diagrama tabular, como el mostrado, para relacionar los datos millares de ecoladrillos vendidos, precio por millar e ingreso total.

La docente identificó que fueron varios equipos los que plantearon la estrategia de Magnolia y Juan, por lo que, enseguida, sugirió analizar los datos y preguntó ¿cómo relacionamos las variables para plantear un modelo que representa el ingreso total?

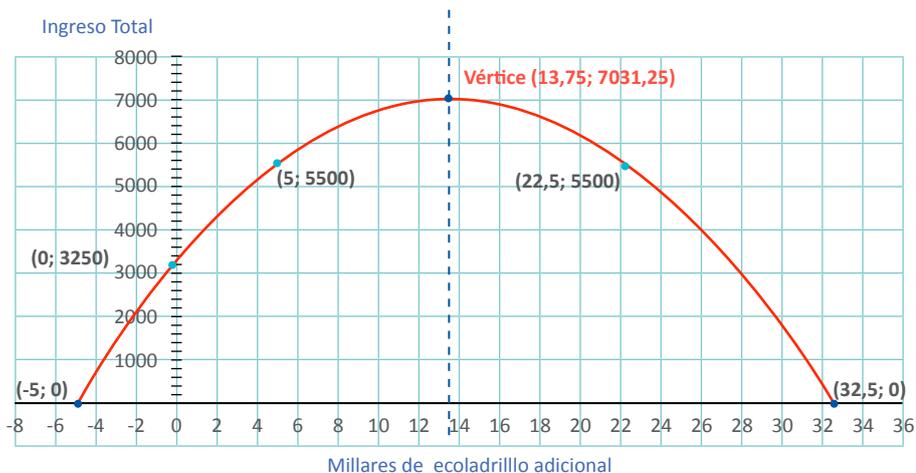
Sebastián y su equipo manifestaron que les fue favorable usar el diagrama tabular para

Millares de ecoladrillos vendidos	Precio por millar (S/)	Ingreso total (S/)
5	650	(5) (650)
5 + 1	650 – 20 (1)	(5+1) (650 – 20(1))
5 + 2	650 – 20 (2)	(5+2) (650 – 20(2))

identificar la variable independiente x , es decir, la cantidad de millares adicionales de ecoladrillos y la variable dependiente $f(x)$, ingreso total. Esta información facilitó relacionar ambas variables para obtener el modelo sobre el ingreso total cuando se vendan x millares adicionales de ecoladrillos, el mismo que se representó mediante la expresión $f(x) = (5 + x)(650 - 20x)$, que luego de realizar las operaciones en la regla de correspondencia, se obtuvo la función $f(x) = -20x^2 + 550x + 3250$.

Respecto al modelo hallado, la docente realizó las siguientes preguntas: ¿cómo varía el ingreso total si asignamos valores a la variable x ?, ¿cuál es el valor máximo que tomaría $f(x)$?, ¿cómo se puede determinar el máximo ingreso en las ventas realizadas?, y ¿qué afirmaciones plantearían sobre el comportamiento de las variables en diversos puntos de la gráfica?

Omar y Fernanda afirmaron que la expresión es una función cuadrática y su gráfica es una parábola cóncava hacia abajo, por lo que el máximo ingreso lo determinaría el vértice de la parábola. Ellos registraron los coeficientes de la función $a = -20$, $b = 550$ y $c = 3250$ y, producto del diálogo entre pares, plantearon calcular la abscisa del vértice con la expresión: $x = -b/2a$, obteniendo $x = 13,75$ (millares de ecoladrillos adicionales); y la ordenada $f(13,75) = 7031,25$ (ingreso total en soles), concluyendo que en este punto se presenta el máximo ingreso.



Otro equipo usó GeoGebra para graficar la función y determinar la cantidad de millares de ecoladrillos a venderse. Sus sustentos hicieron referencia a la información de la gráfica y sobre los puntos $(5; 5500)$ y $(22,5; 5500)$.

Finalmente, los equipos concluyeron que se debe vender 13,75 millares adicionales de ecoladrillos con los cuales se obtendrá un ingreso máximo de $S/7031,25$. Además, en cualquier otro punto de la parábola se obtendrían ingresos menores y no convendría vender 32,5 millares adicionales, ya que no se obtendrían ingresos; además, la cantidad de ecoladrillos adicionales pueden ser valores comprendidos entre 0 y 32,5, cualquier otro valor de la gráfica no correspondería al contexto real.

Reflexionamos

- ¿Qué acciones desarrolladas por las/los estudiantes muestran la movilización de las capacidades de la competencia?
- ¿Cómo se evidencia el desarrollo de la competencia *Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio*?



Entonces, se puede decir que...

En el caso mostrado, se evidencia que las/los estudiantes parten de una problemática de su contexto y la docente ve una oportunidad para desarrollar la competencia *Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio*.

Desarrollar esta competencia implica poner en juego las cuatro capacidades. En el caso, se identifica que las/los estudiantes logran traducir datos y condiciones a expresiones algebraicas y gráficas, cuando llegan a identificar las variables millares adicionales de ecoladrillos (x) e ingreso total ($f(x)$), también al representar algebraicamente la compra adicional a 5 millares de ecoladrillos mediante la expresión $5 + x$; además, al plantear la expresión algebraica $650 - 20x$, que corresponde al precio que incluye el descuento por los millares adicionales. Finalmente, establecen la relación entre las variables x e y , transformándola a la expresión algebraica $f(x) = (5 + x)(650 - 20x)$.

Asimismo, comunican su comprensión sobre las relaciones algebraicas cuando las/los estudiantes reconocen las variables independiente y dependiente, caracterizan la variación a partir de los cambios identificados para cada variable; demuestran comprensión sobre las características de la gráfica de la función, al describir el vértice de la parábola y comunicar el significado del signo del coeficiente cuadrático para relacionarlo con la concavidad de la gráfica; también se evidencia que expresan la comprensión sobre las operaciones algebraicas, al desarrollar la expresión $(5 + x)(650 - 20x)$, utilizando propiedades; además, al explicar la información sobre las características de los puntos de la parábola.

Igualmente se evidencia en el caso que las/los estudiantes usan estrategias y procedimientos para encontrar equivalencias y reglas generales, cuando llegan a proponer varias estrategias para dar solución a la interrogante; también cuando idearon un diagrama tabular para relacionar las magnitudes (variables) y facilitar el análisis del comportamiento; asimismo, al aplicar estrategias operativas al determinar el ingreso total; además, al elegir un modelo para determinar el vértice de la parábola.

Finalmente, las/los estudiantes argumentan afirmaciones sobre relaciones de cambio y equivalencia, al evaluar las restricciones del dominio de igual manera, al justificar sobre los posibles ingresos en los puntos $(-5; 0)$ y $(32,5; 0)$; además, al sustentar y validar las razones porque existen pares de puntos con el mismo ingreso, con diferentes cantidades de millares adicionales de ecoladrillos.

Ideas fuerza

- Es importante movilizar todas las capacidades de manera combinada para garantizar el desarrollo de la competencia.
- Desarrollar la competencia también implica que la/el estudiante logre aprendizajes relacionados a generalizar, identificar el cambio de una magnitud, determinar valores desconocidos y hacer predicciones.



Progresión de la competencia *Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio*



Análisis de la progresión de las competencias según el estándar

El organizador muestra las descripciones del nivel esperado al finalizar los ciclos V, VI y VII. Por ejemplo, al finalizar el ciclo V la descripción precisa que las/los estudiantes resuelven problemas de equivalencias, regularidades o relaciones de cambio entre dos magnitudes o entre expresiones y las traduce a ecuaciones, desigualdades, proporcionalidad directa y patrones. Para el ciclo VI, se precisa que las/los estudiantes resuelven problemas referidos a interpretar cambios constantes o regularidades entre magnitudes y las traduce a expresiones algebraicas con patrones, progresiones aritméticas, ecuaciones e inecuaciones con una incógnita, funciones lineales y afín y proporcionalidad directa e inversa; y las comprueba. En el ciclo VII analiza cambios continuos o periódicos, o regularidades entre magnitudes, valores o expresiones y las traduce a expresiones algebraicas, por ejemplo, progresiones geométricas, y las evalúa.

2.2.3 Competencia *Resuelve problemas de forma, movimiento y localización*

El docente Miguel plantea el siguiente caso las/los sus estudiantes del 4.º grado de secundaria:

Los hijos de la Mamacochoa⁵

Es la historia de un grupo de agricultores de la comunidad campesina de Ccocha Despensa, ubicada a 4200 m s. n. m., en un recóndito distrito de la provincia de Cotabambas (Apurímac). Cada 14 de agosto, cuando un ciclo agrícola toca su fin y uno nuevo comienza, y cuando la tierra está abierta y receptiva a la ofrenda de los Hombres, las campesinas y los campesinos de la comunidad suben por la escarpada ladera para llegar a su laguna protectora, con la contenida esperanza de que la Mamacochoa les sea propicia y colme a las familias de alimentos durante todo un año. Como parte de su costumbre, realizan la cosecha de agua, para utilizarlas en sus actividades agrícolas y ganaderas en época de estiaje, construyendo zanjas de infiltración en las cabeceras de las cuencas (Autoridad Nacional del Agua, 2017).



Con esta información, el docente pide a sus estudiantes plantear un modelo que represente la zanja de infiltración. Para su desarrollo, organiza a las/los estudiantes en equipos de trabajo, con el propósito de que se familiaricen con el tema e investiguen sobre las técnicas para la cosecha de agua.

Un grupo de estudiantes indagaron que las zanjas de infiltración no son acequias y que su función no es llevar agua, sino permitir que se filtre el agua y se almacene en ella. Otro grupo manifestó que, en algunas zanjas de infiltración, su sección es trapezoidal, con un ancho de 50 cm en la superficie y 25 cm en la base y con una profundidad de 40 cm. Además, que la tierra excavada se coloca a 15 cm del borde de la zanja, evitando así que fluya a las partes bajas.



Otro grupo manifiesta que la forma que toma la zanja de infiltración es la de un prisma rectangular u ortoedro, es decir, un poliedro cuya superficie está formada por dos rectángulos congruentes y paralelos llamados base, y por cuatro caras laterales que son también rectángulos paralelos y congruentes dos a dos.

Los equipos de estudiantes reflexionan sobre los procesos, planteamientos y estrategias utilizadas, al proponer un modelo que represente una zanja de infiltración, teniendo en cuenta las características de las formas geométricas tridimensionales, así como, las prácticas ancestrales y técnicas modernas para la cosecha del agua.



⁵ Adaptado de Historias del agua, publicación de la Autoridad Nacional del Agua.

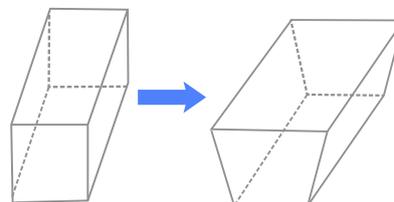
Reflexionamos

- ¿Qué acciones desarrolladas por las/los estudiantes, muestran la movilización de las capacidades de la competencia *Resuelve problemas de forma, movimiento y localización*?
- ¿Cómo se evidencia el desarrollo de esta competencia?

Entonces, se puede decir que...

En el caso mostrado, se evidencia que las/los estudiantes parten de una problemática de su contexto y el docente ve una oportunidad para desarrollar la competencia *Resuelve problemas de forma, movimiento y localización*.

Desarrollar esta competencia implica poner en juego las cuatro capacidades. En el caso, se identifica que las/los estudiantes logran modelar diversas figuras tridimensionales, asociadas a zanjas de infiltración, cuando relacionan un prisma o un ortoedro con las características y atributos medibles que tiene la zanja cuando es construida.



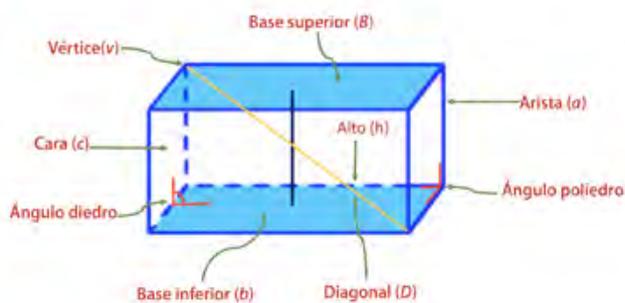
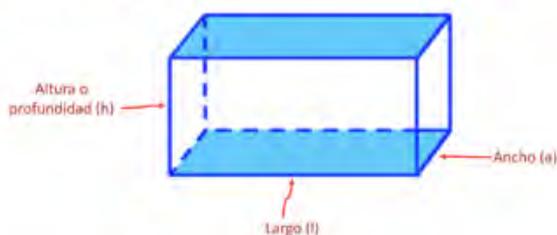
Según se avanza en la excavación, la sección comienza a abrirse y termina con la forma de un trapecio, donde las paredes laterales de la zanja presentan una inclinación que evitan su desmoronamiento.



Una/un estudiante comenta al docente Miguel que la zanja de infiltración inicialmente tiene forma de prisma rectangular, pero cuando se sigue excavando ya no presenta dicha forma. Esto se debe a que la parte superior se va ensanchando, teniendo finalmente una forma de prisma trapezoidal.

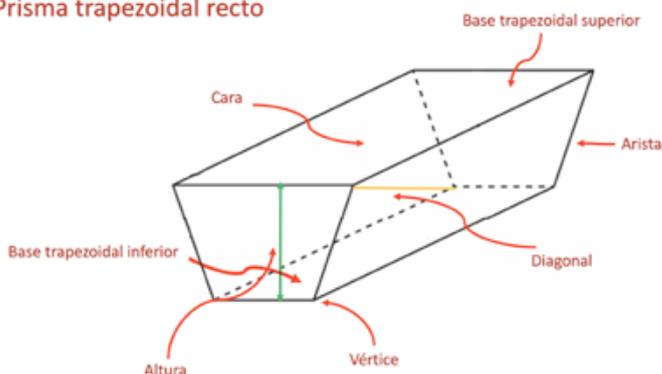
Asimismo, comunican su comprensión sobre las formas y relaciones geométricas, cuando expresan con lenguaje geométrico la comprensión sobre las propiedades y características que presenta la zanja de infiltración, la cual tiene la forma de prisma rectangular u ortoedro, que es un poliedro cuya superficie está formada por dos rectángulos congruentes y paralelos que forman la base y por cuatro caras laterales que son también rectángulos paralelos y congruentes dos a dos.

Prisma rectangular

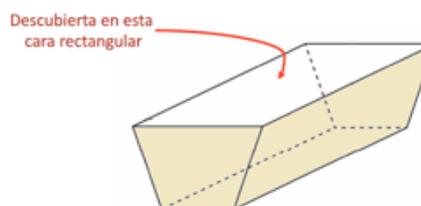


Otro equipo de las/los estudiantes indica que se tiene que ensanchar la parte superior para evitar que caigan las paredes (o taludes) de la zanja, formando un prisma trapezoidal recto.

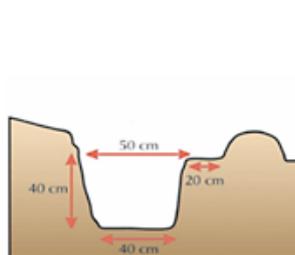
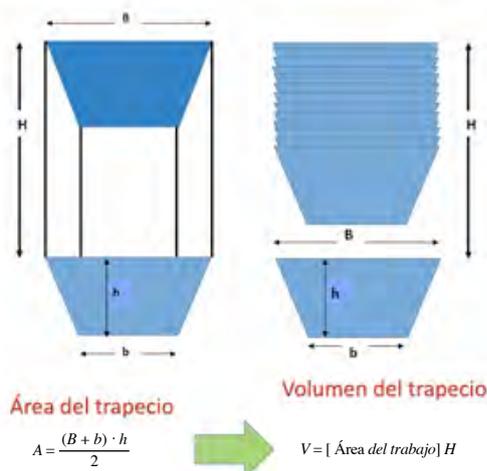
Prisma trapezoidal recto



Configuración geométrica de la zanja de infiltración



Asimismo, las/los estudiantes usan estrategias y procedimientos para medir y orientarse en el espacio; por ello, combinan diversas estrategias para calcular el área y volumen de formas geométricas como por ejemplo, el prisma trapezoidal.

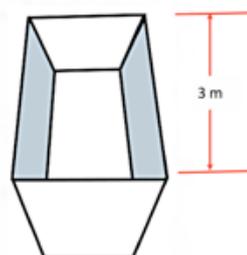


Área del trapecio

$$A = \frac{(B + b) \cdot h}{2}$$

$$A = \frac{(50 + 40) \cdot 40}{2}$$

$$A = 1800 \text{ cm}^2$$



Volumen del prisma trapezoidal recto

$$V = \left[\frac{(B + b) \cdot h}{2} \right] H$$

$$V = \left[\frac{(50 + 40) \cdot 40}{2} \right] 300$$

$$V = 540\,000 \text{ cm}^3$$

También las/los estudiantes argumentan sobre relaciones geométricas; por ello, durante el desarrollo de la situación se plantean afirmaciones sobre las propiedades de las formas geométricas como el prisma. Justifican la validez de sus afirmaciones analizando los resultados, procedimiento y estrategias empleadas en su resolución.

Ideas fuerza

- Es importante movilizar todas las capacidades de manera combinada para garantizar el desarrollo de la competencia.
- La competencia *Resuelve problemas de forma, movimiento y localización* permite que la/el estudiante pueda modelar los objetos geométricos, y comunicar la comprensión de estos, usando estrategias y procedimientos pertinentes a fin de argumentar afirmaciones sobre relaciones geométricas, propiedades, entre otros.

Progresión de la competencia *Resuelve problemas de forma, movimiento y localización*

Nivel esperado al final del:

Ciclo V

Ciclo VI

Ciclo VII

Resuelve problemas en los que...

Resuelve problemas en los que...

Resuelve problemas en los que...

<p>Modela objetos con formas geométricas y sus transformaciones.</p>	<p>Modela las características y la ubicación de objetos a formas bidimensionales y tridimensionales, sus propiedades, su ampliación, reducción o rotación.</p>	<p>Modela las características de objetos mediante prismas, pirámides y polígonos, sus elementos y propiedades, la semejanza y congruencia de formas geométricas; la ubicación y movimiento mediante coordenadas en el plano cartesiano, mapas y planos a escala y transformaciones (traslación, rotación, ampliación y reducción).</p>	<p>Modela las características de objetos con formas geométricas compuestas, cuerpos de revolución, sus elementos y propiedades, la ubicación, distancias inaccesibles, movimiento y trayectorias complejas de objetos mediante coordenadas cartesianas, razones trigonométricas, mapas y planos a escala, líneas, puntos notables, relaciones métricas de triángulos, distancia entre dos puntos, ecuación de la recta y parábola.</p>
<p>Comunica su comprensión sobre las formas y relaciones geométricas.</p>	<p>Describe y clasifica prismas rectos, cuadriláteros, triángulos, círculos, por sus elementos: vértices, lados, caras, ángulos, y por sus propiedades; usando lenguaje geométrico. Realiza giros en cuartos y medias vueltas, traslaciones, ampliación y reducción de formas bidimensionales, en el plano cartesiano. Describe recorridos y ubicaciones en planos.</p>	<p>Expresa su comprensión de las formas congruentes y semejantes, la relación entre una forma geométrica y sus diferentes perspectivas; usando dibujos y construcciones. Clasifica prismas, pirámides y polígonos, según sus propiedades.</p>	<p>Expresa su comprensión de la relación entre las medidas de los lados de un triángulo y sus proyecciones, la distinción entre transformaciones geométricas que conservan las medidas de los objetos, y de cómo se generan cuerpos de revolución, usando construcciones con regla y compás. Clasifica polígonos y cuerpos geométricos según sus propiedades, reconociendo la inclusión de una clase en otra.</p>
<p>Usa estrategias y procedimientos para medir y orientarse en el espacio.</p>	<p>Emplea procedimientos e instrumentos para ampliar, reducir, girar y construir formas, así como estimar o medir la longitud, superficie y capacidad de los objetos, seleccionando la unidad de medida convencional apropiada y realizando conversiones.</p>	<p>Selecciona, emplea estrategias, procedimientos y recursos para determinar la longitud, área o volumen de formas geométricas en unidades convencionales y para construir formas geométricas a escala.</p>	<p>Selecciona, combina y adapta variadas estrategias, procedimientos y recursos para determinar la longitud, perímetro, área o volumen de formas compuestas, así como construir más a escala, homotecia e isometrías.</p>
<p>Argumenta afirmaciones sobre relaciones geométricas.</p>	<p>Explica sus afirmaciones sobre relaciones entre elementos de las formas geométricas y sus atributos medibles con ejemplos concretos y propiedades.</p>	<p>Plantea afirmaciones sobre la semejanza y congruencia de formas, las relaciones entre las áreas de formas geométricas. Justifica mediante ejemplos y propiedades geométricas.</p>	<p>Plantea y compara afirmaciones sobre enunciados opuestos o casos especiales de las propiedades de las formas geométricas. Justifica, comprueba o descarta la validez de la afirmación mediante contraejemplos o propiedades geométricas.</p>

Análisis de la progresión de las competencias según el estándar

El organizador muestra las descripciones del nivel esperado al finalizar los ciclos V, VI y VII. Por ejemplo, al finalizar el ciclo V la descripción precisa que las/los estudiantes resuelven problemas en los que modela las características de objetos a formas bidimensionales (cuadriláteros, triángulos, círculos) y tridimensionales (prismas); así como su ubicación, ampliación, reducción o rotación. Para el ciclo VI, progresan al resolver problemas, por ejemplo, cuando modelan las características de objetos mediante prismas y pirámides, sus elementos y propiedades, y sus transformaciones (traslación, rotación, ampliación y reducción). En el ciclo VII progresan, por ejemplo, al modelar las características de objetos con formas geométricas compuestas, cuerpos de revolución, sus elementos y propiedades; la ubicación, distancias inaccesibles, movimiento y trayectorias complejas de objetos mediante coordenadas cartesianas.

2.2.4 Competencia *Resuelve problemas de gestión de datos e incertidumbre*

José Luis, docente del 5.º de secundaria, comenta y comparte la siguiente información periodística con las/los estudiantes:

Más del 60 % de peruanos sufre de sobrepeso u obesidad⁶

Según el Ministerio de Salud (MINSA), en nuestro país, las posibilidades de tener una vida sedentaria, a causa de la cuarentena sanitaria han aumentado, pues cuatro de cada cinco peruanos atraviesa por esta condición, siendo propensos al desarrollo de enfermedades como sobrepeso, obesidad, hipertensión arterial, entre otros.

Frente a ello, las/los estudiantes han implementado el proyecto Vida saludable, que busca educar en salud a través de la actividad física. Así, elaboran una encuesta y la aplican a 30 personas, para conocer el tiempo que dedican durante el día en hacer actividades físicas. Los tiempos (minutos) fueron los siguientes:

130 – 170 – 20 – 80 – 25 – 22 – 28 – 70 – 60 – 25 – 20 – 15 – 18 – 10 – 28
 25 – 90 – 25 – 30 – 45 – 50 – 30 – 55 – 60 – 15 – 20 – 85 – 20 – 110 – 20

El proyecto beneficiará a las personas que, durante el día, se dedican a realizar actividades físicas por debajo del 60 % de la muestra.

Con la información recopilada, el docente solicita a las/los estudiantes (organizados en equipos) responder el siguiente reto: si un grupo de vecinas y vecinos realiza 42 minutos de actividad física al día, ¿podrán ser beneficiados con el proyecto? Justifiquen su respuesta.

Las/los estudiantes reconocen la variable de estudio que es tiempo en minutos y el tipo de variable cuantitativa continua.

Luego, para procesar los datos, elaboraron una tabla de frecuencias, con 6 intervalos de clase, cuya amplitud es de 30 minutos; con sus respectivas frecuencias absolutas (f_i) y acumuladas (F_i).

Tiempo (minutos)	f_i	F_i
[0; 30[16	16
[30; 60[5	21
[60; 90[5	26
[90; 120[2	28
[120; 150[1	29
[150; 180]	1	30
Total	30	

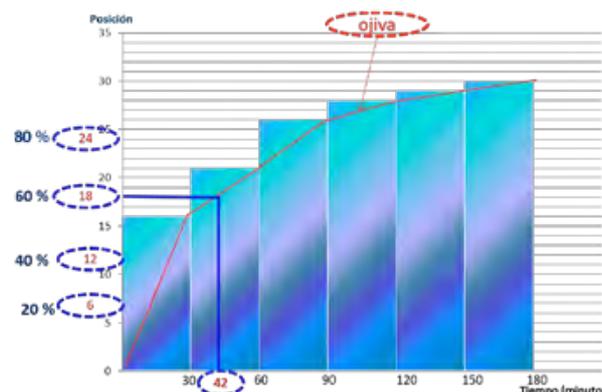
Para determinar si el grupo de vecinos va a ser beneficiado, trabajaron con el quintil 3 (Q_3), puesto que cobertura al 60 % de los datos de la muestra (también se pudo emplear el decil 6).

Las/los estudiantes hallaron la posición del Q_3 utilizando la expresión posición $Q_3 = (j \cdot n)/N$, donde j indica el quintil a encontrar, n es el total de la muestra y N es el número de quintiles en que puede dividirse los datos. Al identificar los datos, expresaron que: $j = 3$, $n = 30$ y $N = 5$; al reemplazar en la expresión posición, obtuvieron posición $Q_3 = 18$.

⁶ Adaptado de Ministerio de Salud (18 de noviembre de 2020), se puede consultar en <https://www.gob.pe/institucion/minsa/noticias/314647-mas-del-60-de-peruanos-mayores-de-15-anos-tiene-riesgo-de-padecer-diabetes-al-presentar-sobrepeso-u-obesidad>.

Luego representaron la frecuencia acumulada para cada intervalo de tiempo empleando un histograma, ubicando al tiempo en el eje x como la posición en el eje y.

El equipo de estudiantes elaboró el gráfico y trazó la ojiva, línea quebrada que se obtiene al unir la parte inferior izquierda y la superior derecha de cada barra. Desde la posición 18, trazaron una línea paralela al eje x que intersecta a la ojiva; desde este corte, también trazaron una perpendicular e identificaron que el valor del quintil 3 (Q_3) es de 42 minutos.



De acuerdo a los resultados, las/los estudiantes recomendaron que el grupo de vecinos se beneficien con el proyecto, ya que el tiempo que dedican en realizar actividad física durante el día es 42 minutos, este valor está dentro del 60 % del tiempo en la muestra. Si el tiempo que dedicaran fuera superior a los 42 minutos, ya no serían beneficiados porque superarían al 60 % del tiempo de la muestra.

Reflexionamos

- ¿Qué acciones desarrolladas por las/los estudiantes evidencian la movilización de las capacidades de la competencia?
- ¿Cómo se movilizan las capacidades de la competencia *Resuelve problemas de gestión de datos e incertidumbre* a través de la situación propuesta?

Entonces, se puede decir que...

En el caso mostrado, se observa cómo las/los estudiantes están movilizando las capacidades de esta competencia de manera combinada en la situación planteada.

Al representar datos con gráficos y medidas estadísticas o probabilísticas, las/los estudiantes se han familiarizado con la problemática de la situación porque reconocen la variable de estudio el tiempo que dedican las 30 personas en hacer actividad física. Además, a partir de los datos de la encuesta, han elaborado una tabla de distribución de frecuencias con 6 intervalos de clase, cuyo ancho es 30 minutos, y establecen el número de personas para cada intervalo, mediante las frecuencias absolutas y acumuladas. Han aprovechado esta última para representar los datos a través de un histograma y el trazado de la ojiva que permitirá ubicar el quintil 3 como medida de localización, a partir de la posición de este.

Cuando las/los estudiantes comunican la comprensión de los conceptos estadísticos y probabilísticos, manifiestan su comprensión sobre el quintil como medida de localización, puesto que han dividido la muestra en 5 partes, donde cada una da cobertura al 20 % de los

Progresión de la competencia *Resuelve problemas de gestión de datos e incertidumbre*

Nivel esperado al final del:

Ciclo V

Resuelve problemas relacionados con temas de estudio, en las que...

Ciclo VI

Resuelve problemas en los que plantea temas de estudio en las que...

Ciclo VII

Resuelve problemas en los que plantea temas de estudio en las que...



Análisis de la progresión de las competencias según el estándar

El organizador muestra las descripciones del nivel esperado al finalizar los ciclos V, VI y VII. Por ejemplo, al finalizar el ciclo V la descripción precisa que las/los estudiantes resuelven problemas en los que reconocen variables cualitativas o cuantitativas discretas y seleccionan tablas y gráficos para representar datos. Para el ciclo VI, progresan cuando identifican la población pertinente y las variables cuantitativas continuas, así como cualitativas nominales y ordinales, y representan su comportamiento mediante histogramas, polígonos de frecuencia, gráficos circulares y medidas de tendencia central. En el ciclo VII, progresan, cuando caracterizan la población, la muestra representativa (muestreo aleatorio) y las variables de estudio. Representan su comportamiento usando gráficos y medidas estadísticas (medidas de tendencia central, medidas de localización y de dispersión).

2.3 Articulación entre las competencias en el área de Matemática



A continuación, veremos cómo se ponen en juego las competencias en el área de Matemática en una misma situación. Para ello, leemos el siguiente caso.



Un grupo de estudiantes del 5.º grado de la institución educativa Santo Domingo, ubicada en Laraos (Yauyos), identifican las necesidades alimenticias y la escasa producción de vegetales y hortalizas por la influencia del clima en su comunidad, ante ello se preguntan ¿qué solución podemos implementar para producir vegetales y hortalizas variadas, entre otras, para complementar la alimentación de las familias de la comunidad?

Frente a esta situación, las/los estudiantes exploran diversas fuentes sobre las posibles causas; además, dialogan con los pobladores de la comunidad, reconociendo que la producción de hortalizas se ve afectadas principalmente por las bajas temperaturas en la zona debido a la altitud del distrito de Laraos (3310 m s. n. m.).

Para responder a la problemática presentada, se han propuesto realizar las siguientes acciones: recopilar datos sobre la preferencia del tipo de hortalizas y vegetales que consumirían en la dieta diaria; para ello, establecen como población de estudio a las familias del 1.º grado de secundaria. Luego, organizar y representar los datos en tablas y gráficos para el análisis e interpretación del comportamiento de los datos.

En base a la revisión de fuentes, al análisis e interpretación de la información recopilada, las/los estudiantes proponen como alternativa de solución construir un fitotoldo para el cultivo de vegetales u hortalizas que beneficie a la comunidad, a partir de reconocer los elementos y propiedades de las formas geométricas.

Asimismo, investigan en su comunidad respecto a los costos de los materiales y otros recursos para elaborar un presupuesto, utilizando estrategias y procedimientos diversos para realizar los cálculos de las operaciones con números enteros y racionales.

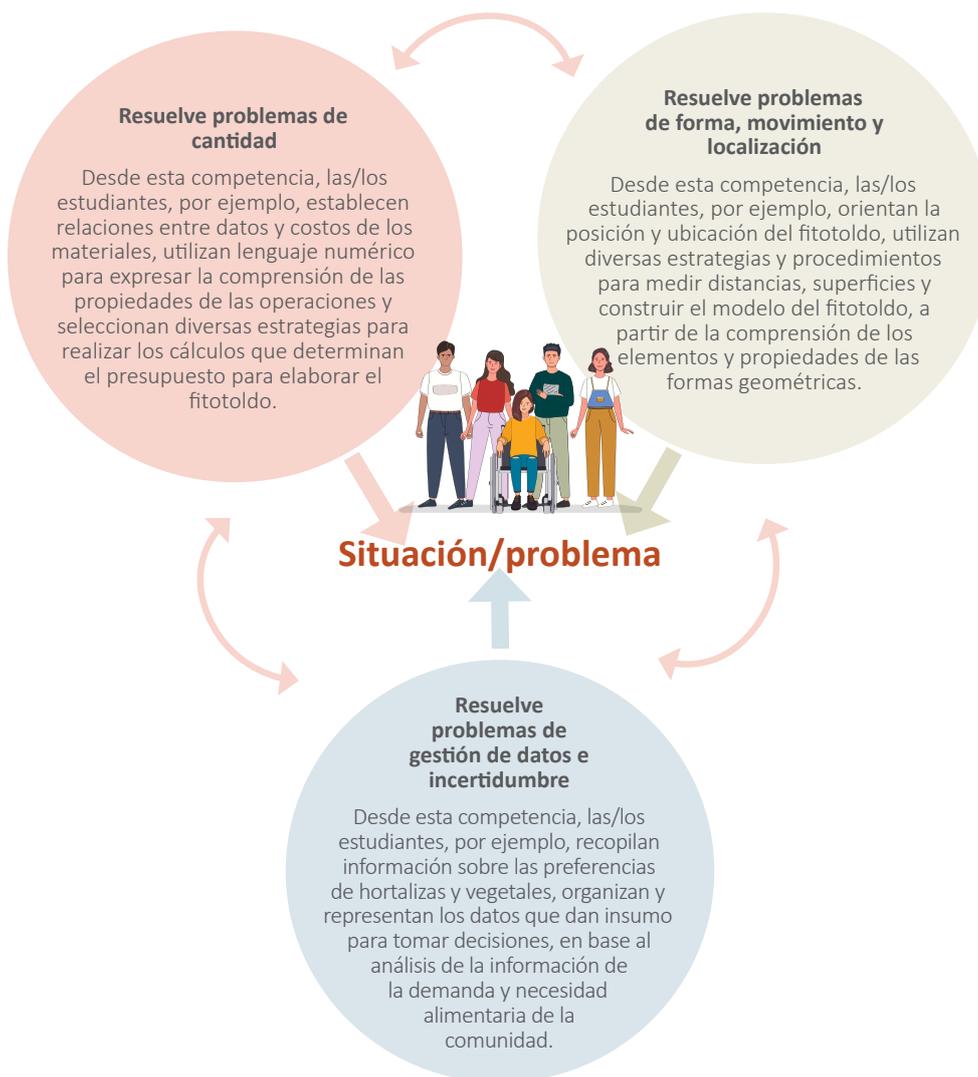
Reflexionamos

- ¿Cuáles son las competencias en el área de Matemática que se movilizan en el caso presentado?, y ¿cómo aportan a la solución de la problemática?

Entonces, se puede decir que...

Ante una problemática de su contexto, las/los estudiantes identifican que requieren poner en juego varias competencias en el área de Matemática, como la competencia **Resuelve problemas de forma, movimiento y localización** para determinar, por ejemplo, la forma o estructura del fitotoldo; y la competencia **Resuelve problemas de cantidad** para estimar, por ejemplo, costos de materiales y elaborar un presupuesto; finalmente, la competencia **Resuelve problemas de gestión de datos e incertidumbre** para determinar, por ejemplo, las preferencias del tipo de hortalizas y vegetales que satisfagan las necesidades de la comunidad.

A continuación, presentamos un organizador que muestra cómo se ponen en juego las competencias en el área de Matemática para una misma situación.



Ideas fuerza

- Se pueden movilizar una, dos, tres o todas las competencias del área de Matemática dependiendo de la situación planteada.
- La adquisición por separado de las capacidades de una competencia no supone el desarrollo de dicha competencia⁷.

⁷ Ministerio de Educación (2016). Currículo Nacional de la Educación Básica. <http://www.minedu.gob.pe/curriculo/pdf/curriculo-nacional-de-la-educacion-basica.pdf>

Recapitulamos y seguimos reflexionando...



¡Llegamos al final de este capítulo! Presentamos un organizador que sintetiza los temas desarrollados y proponemos algunas preguntas de reflexión para mejorar nuestra práctica pedagógica.

Desarrollo de las competencias en el área de Matemática



- ¿Cómo planificaríamos, desde el enfoque Centrado en la Resolución de Problemas, de manera colegiada?
- ¿Cómo promoveríamos la movilización de las capacidades de las competencias del área de matemática, desde nuestra práctica pedagógica?
- ¿Qué cambios realizaríamos en nuestra práctica pedagógica para fortalecer y promover el enfoque Centrado en la Resolución de Problemas?

Capítulo

3

Estrategias para el desarrollo de las competencias en el área de Matemática

¡Estimadas y estimados docentes!

En el capítulo anterior, abordamos la relación del enfoque, las competencias y los estándares del área de Matemática que orientan nuestra práctica pedagógica en los procesos de aprendizaje de las/los estudiantes.

Ahora, iniciamos este capítulo para tratar sobre cómo ofrecer las mismas oportunidades de aprendizaje a cada estudiante, mediante estrategias que contribuyan a desarrollar las competencias matemáticas.



En una reunión de trabajo colegiado, el equipo de docentes del área de Matemática dialoga.



3.1 Estrategias para el desarrollo de las competencias



Para asegurar el logro de los aprendizajes de cada estudiante, en correspondencia con sus características, motivaciones, ritmos y estilos de aprendizaje, es importante conocer diversas estrategias que favorezcan el desarrollo de las competencias.

3.1.1 Estrategia basada en la modelación

A continuación, les presentamos un caso a partir del cual la/el docente planifica y ejecuta actividades, utilizando la estrategia basada en la modelación, para desarrollar la competencia *Resuelve problemas de forma, movimiento y localización*.

El docente Miguel plantea la siguiente situación a las/los estudiantes del 4.º grado de secundaria.

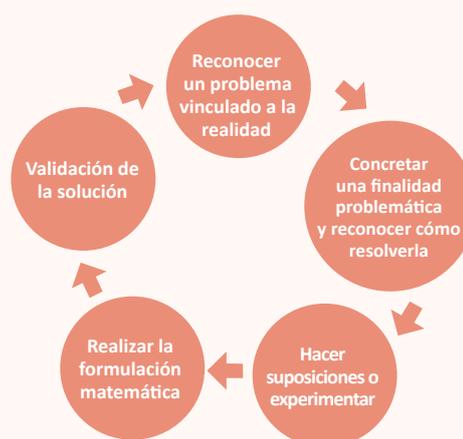
Para la cosecha de agua⁸, las agricultoras y los agricultores de la comunidad campesina Ccocha, de la provincia Cotabambas, ubicada a 4200 m s. n. m., construyen zanjas de infiltración en las cabeceras de las cuencas para almacenar agua, necesarias para la actividad agrícola y ganadera.

Con esta información, el docente retó a las/los estudiantes a representar un modelo de zanja de infiltración, con las características y propiedades de las formas geométricas que este presenta; así como determinar el volumen de agua que puede almacenar.

Para tal propósito, el docente propone hacer uso de la estrategia basada en la modelación, que plantea diferentes fases para la resolución de un problema, tal como se muestra en el organizador.

En este sentido, las/los estudiantes **reconocen el problema vinculado a su realidad** (la falta de agua en épocas del año), se sitúan y empatizan con esta y, a partir de allí, **concretan una finalidad problemática y reconocen cómo resolverla**, idean e imaginan diferentes formas de solución para optimizar la cosecha de agua, teniendo en cuenta las condiciones climáticas de la zona. Para ello, plantean, bosquejos o dibujos de las posibles formas y medidas que tendrán las zanjas de infiltración. Luego de ser socializadas y discutidas en el aula, logran establecer relaciones entre las características y atributos medibles de objetos reales de formas tridimensionales, tales como prisma triangular, recto o trapezoidal. En ese orden de ideas, las/los estudiantes **suponen** que una zanja de forma de prisma trapezoidal es la más adecuada, por la forma que tiene y porque evita la erosión de las paredes de las zanjas, más que de las otras formas.

Fases de la estrategia basada en la modelación



⁸ Ver capítulo 2, apartado 2.2.3, p. 28.

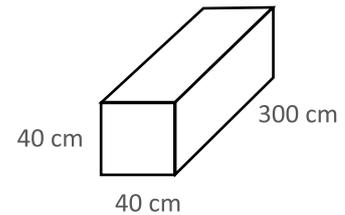
A partir de los supuestos planteados, las/los estudiantes proceden a realizar la **formulación matemática**, estableciendo relaciones entre las características y atributos medibles de un modelo de zanja de forma de prisma trapezoidal, a partir de la forma de prisma recto, utilizando lápiz y papel, o recursos TIC. Por ejemplo, las/los estudiantes indican que se tiene que ensanchar la parte superior de la zanja de forma de prisma recto de 300 cm de largo, para evitar la erosión de las paredes.

En ese sentido, las/los estudiantes reconocen las figuras que forman la zanja (rectángulos y trapecios) y sus propiedades; así como, el ángulo de inclinación de las caras en relación con la base, tal como se muestra en la figura.

También, plantean la relación que les permite calcular el volumen de la zanja en forma de prisma trapezoidal, a partir del volumen de un prisma que es igual al área de la base por la altura.

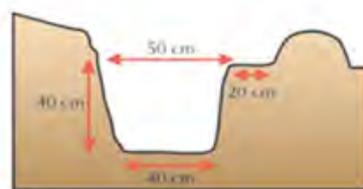
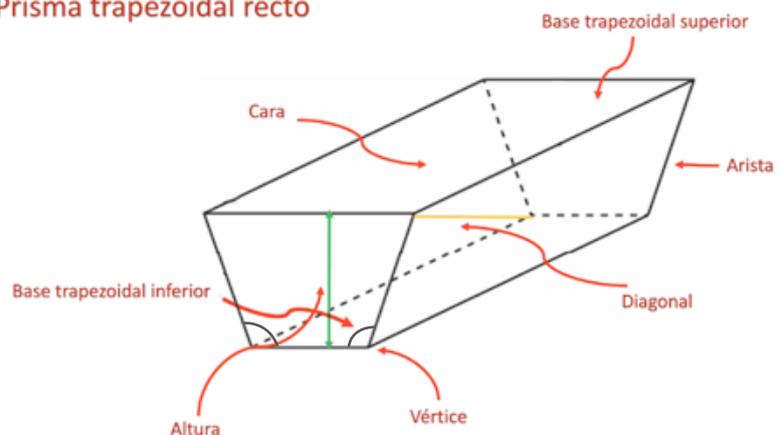
Para **validar** el volumen que contiene la zanja de forma trapezoidal, en relación con la zanja de forma de prisma recto, compararon las medidas que presenta cada uno y sus volúmenes; es decir, 540 000 cm³ y 480 000 cm³, respectivamente.

Zanja de forma de prisma recto



Volumen= Área de la base x altura
 Volumen= 40 cm x 40 cm x 300 cm
 Volumen= 480 000 cm³

Prisma trapezoidal recto

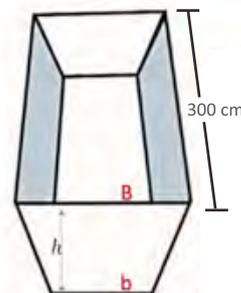


Área del trapecio : (A)

$$A = \frac{(B + b) \cdot h}{2}$$

$$A = \frac{(50 + 40) \cdot 40}{2}$$

$$A = 1800 \text{ cm}^2$$



Volumen del prisma trapezoidal recto : (V)

$$V = \left[\frac{(B + b) \cdot h}{2} \right] H$$

$$V = \left[\frac{(50 + 40) \cdot 40}{2} \right] 300$$

$$V = 540 000 \text{ cm}^3$$

Reflexionamos

- ¿Qué estrategia matemática emplearon las/los estudiantes para resolver la situación?
- ¿Qué fases define esta estrategia?

Entonces, se puede decir que...

Como ocurre en este caso, para desarrollar la competencia *Resuelve problemas de forma, movimiento y localización*, mediante la estrategia basada en la modelación, las/los estudiantes movilizaron diferentes habilidades, tales como explorar y reconocer una situación real, identificar la problemática y planear su resolución, las cuales implican diversos procesos que permiten la formulación matemática (modelo), y su correspondiente validación o prueba a la luz de los resultados.

Ideas fuerza

- La estrategia basada en la modelación matemática, a lo largo de sus diferentes fases, ofrece la posibilidad para desarrollar las competencias matemáticas a partir de situaciones reales.
- Las/los docentes deben plantear situaciones de contextos reales que sean de interés para las/los estudiantes, donde la modelación matemática, como estrategia, permita comprobar la validez, mediante el análisis y reflexión de los resultados obtenidos en la resolución de la situación.

3.1.2 Estrategia basada en la indagación⁹

A continuación, se presenta un caso a partir del cual la/el docente planifica y desarrolla actividades utilizando la estrategia basada en la indagación para desarrollar la competencia *Resuelve problemas de gestión de datos e incertidumbre*.

Susana, docente del 1.º grado de educación secundaria, dialoga con las/los estudiantes sobre la noticia “La Inactividad física y sedentarismo uno de los efectos secundarios de la pandemia de la COVID-19”. La Organización Mundial de la Salud (OMS) recomienda dedicar al menos un promedio de 60 minutos al día para realizar actividades físicas moderadas a intensas, a lo largo de la semana.

Las/los estudiantes, en equipos, proponen **investigar** si la problemática se manifiesta en su comunidad o familia para determinar cómo podrían afectar a la salud; para ello, realizan un estudio que consiste en **recoger, procesar, analizar datos y establecer conclusiones** para la toma de decisiones.

En este sentido, elaboran el instrumento (cuestionario) **para el recojo de datos**, reconociendo las posibles variables, la población y la muestra representativa. Para ello, realizan una encuesta a 48 adolescentes sobre **el número de horas a la semana (x_i)** que dedican a practicar algún deporte o actividad física, obtienen la siguiente información:

Varón	2	3	1	4	6	2	4	3	3	4	5	3
	2	4	2	5	3	5	4	1	5	6	3	3
Mujer	3	2	5	4	1	6	4	5	2	3	6	4
	4	5	2	3	4	3	5	1	5	2	4	5



⁹ Adaptado de Guía de Matemática: análisis y enfoques (Organización del Bachillerato Internacional, 2019, p. 14).

Al respecto, **el equipo 1** utiliza una hoja de cálculo para **procesar, organizar y representar el comportamiento de los datos, emplea gráficas estadísticas pertinentes y determina la media**, como medida de tendencia central para analizar e interpretar los datos, y elaborar conclusiones sustentadas en base a la información, la que será socializada a la comunidad, para tomar decisiones respecto a la problemática identificada. En la tabla adjunta se muestra la organización de los datos.

Tiempo empleado para realizar actividad física

x_i	f_i		$x_i \cdot f_i$	
	Varón	Mujer	Varón	Mujer
1	2	2	2	2
2	4	4	8	8
3	7	4	21	12
4	5	6	20	24
5	4	6	20	30
6	2	2	12	12
Total	24	24		

Asimismo, calculan la media

Varones:

$$\bar{x} = \frac{1(2) + 2(4) + 3(7) + 4(5) + 5(4) + 6(2)}{24}$$

$$\bar{x} = \frac{83}{24}$$

Mujeres:

$$\bar{x} = \frac{1(2) + 2(4) + 3(4) + 4(6) + 5(6) + 6(2)}{24}$$

$$\bar{x} = \frac{88}{24}$$

$$\bar{x} = 3,7$$

El equipo 2 organiza los datos en una tabla en forma ascendente para determinar el valor de la mediana e interpretarla. Identifican que, el número de datos de la muestra, tanto para varones y mujeres, son pares, por lo que la mediana es la semisuma de los datos centrales.

Varón	1	1	2	2	2	2	3	3	3	3	3	3
	3	4	4	4	4	4	5	5	5	5	6	6
Mujer	1	1	2	2	2	2	3	3	3	3	4	4
	4	4	4	4	5	5	5	5	5	5	6	6

	Varón	Mujer
Mediana (me)	3	4

Luego **de analizar los resultados obtenidos**, el equipo 1 concluye que tanto varones y mujeres realizan actividad física entre 3 y 4 horas a la semana, aproximadamente; mientras que el equipo 2 concluye que el 50 % de varones y mujeres realizan actividad física a lo más de 3 y 4 horas, respectivamente realizar durante la semana; por lo que concluyen que, es necesario sensibilizar a la comunidad para realizar actividad física una hora diaria y así contribuir a mantener el cuerpo saludable.

Reflexionamos

- ¿Qué recursos han utilizado las/los estudiantes en la gestión de sus aprendizajes mediante la estrategia basada en la indagación?
- ¿Cómo plantearon sus estrategias ambos equipos al realizar el estudio?

Entonces, se puede decir que...

La estrategia utilizada por las/los estudiantes en el desarrollo de la situación es la indagación. Para ello, identifican la problemática que da lugar al tema de estudio, reconocen las variables de estudio, las cuales permiten recoger los datos mediante una encuesta y cuyos resultados fueron organizados en tablas de frecuencias, procesados y analizados para expresar conclusiones empleando medidas de tendencia central.

En el tratamiento de los datos, las/los estudiantes del grupo 2 emplean la visualización cuando ordenan los datos, identifican los datos centrales y determinan la mediana mediante la semisuma de estos datos. Por su parte, las/los integrantes del equipo 1, luego de aplicar la encuesta, realizan el conteo y la organización de los datos en una tabla de frecuencia, y mediante la visualización representan, transforman y generan información en la tabla que les facilitó determinar la media de los datos para varones y mujeres.

Se entiende por visualización a la habilidad para representar, transformar, generar, comunicar, documentar y reflejar información visual en el pensamiento y el lenguaje del que aprende (Cantoral y Montiel, 2001, p. 1).

Ideas fuerza

- La estrategia basada en la indagación permite el desarrollo de diversas habilidades, tales como formular preguntas, plantear hipótesis, recolectar y analizar datos, presentar resultados y obtener conclusiones a partir de la información obtenida.
- La estrategia basada en la indagación promueve la comprensión de conceptos matemáticos por medio de sus diferentes formas de representación.

3.1.3 Estrategias heurísticas¹⁰

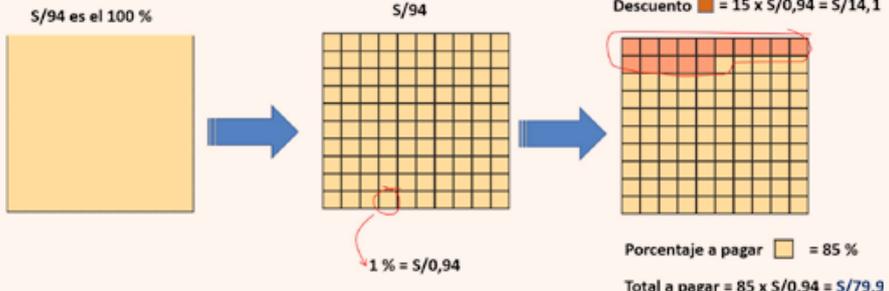
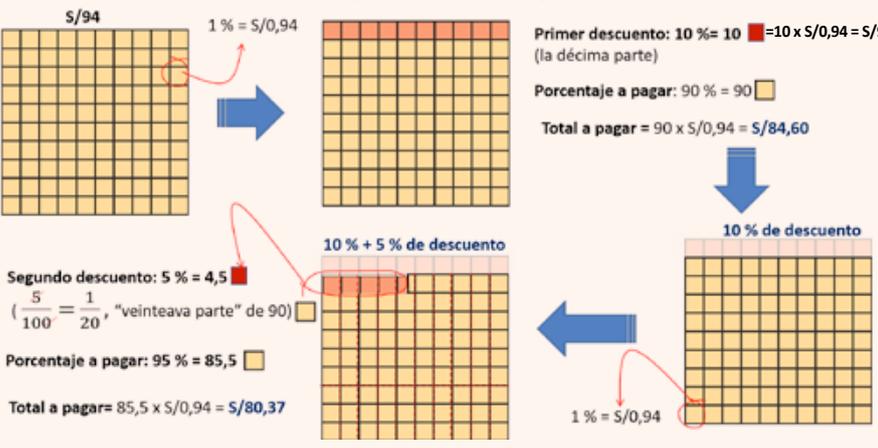
Ahora, les presentamos un caso a partir del cual la/el docente planifica y desarrolla actividades utilizando estrategias heurísticas para desarrollar la competencia *Resuelve problemas de cantidad*.

La docente Ana María presenta a las/los estudiantes de 2.º grado de secundaria una sopa de imágenes, relacionada a los insumos utilizados para producir panes y, a partir de esta información solicita que las/los estudiantes puedan crear un problema y plantear su solución.



Fuente: Ministerio de Producción (s. f.) Crea tu empresa. Panadería y pastelería (ficha 16); imagen de trigo tomado de Revista Mía (España).

¹⁰ Son procedimientos sistemáticos que sirven para transformar un problema haciéndolo más sencillo, entenderlo mejor y hacer progresos hacia su solución (Koichu, Berman y More, 2003), haciendo uso de la creatividad, y el pensamiento divergente o lateral" (Minedu, 2016, p. 238).

EQUIPO	TRATAMIENTO	
<p>Equipo 1</p> <p>Un panadero requiere comprar un saco de harina de trigo cuyo precio es S/94. Si elige la tienda cuyo descuento es de 15 %, ¿cuánto pagará el panadero en la tienda A?</p>	<p style="text-align: center;">Tienda A (15 % de descuento)</p>  <p>$S/94$ es el 100 %</p> <p>$S/94$</p> <p>$1\% = S/0,94$</p> <p>Descuento = $15 \times S/0,94 = S/14,1$</p> <p>Porcentaje a pagar = 85 %</p> <p>Total a pagar = $85 \times S/0,94 = S/79,9$</p>	
<p>Equipo 2</p> <p>Un panadero requiere comprar un saco de harina de trigo cuyo precio es S/94. Si elige la tienda cuyo descuento es de 10 % + 5 %, ¿cuánto pagará el panadero en la tienda B?</p>	<p style="text-align: center;">Tienda B (10 % + 5 % de descuento)</p>  <p>$S/94$</p> <p>$1\% = S/0,94$</p> <p>Primer descuento: 10 % = 10 = $10 \times S/0,94 = S/9,40$ (la décima parte)</p> <p>Porcentaje a pagar: 90 % = 90</p> <p>Total a pagar = $90 \times S/0,94 = S/84,60$</p> <p>Segundo descuento: 5 % = 4,5 ($\frac{5}{100} = \frac{1}{20}$, "veinteava parte" de 90)</p> <p>Porcentaje a pagar: 95 % = 85,5</p> <p>Total a pagar = $85,5 \times S/0,94 = S/80,37$</p> <p>10 % + 5 % de descuento</p> <p>10 % de descuento</p> <p>$1\% = S/0,94$</p>	
<p>Equipo 3</p> <p>Plantea afirmaciones sobre el descuento que recibiría en la tienda B, si considera la oferta como 10 % + 5 %, y otra si considera la oferta como 5 % + 10 %; con el propósito de verificar si el descuento es el mismo.</p>	<p style="text-align: center;">Tienda B (10%+5%)</p> <p>1er descuento: 10 %; queda: 90 %</p> <p>2do descuento: 5 % x 90 % = 4,5 %; queda: 85,5 %</p> <p>Importe a pagar: $85,5\% \times 94 = \frac{85,5}{100} \times S/94 = S/80,37$</p>	<p style="text-align: center;">Tienda B (5%+10%)</p> <p>1er descuento: 5 %; queda: 95 %</p> <p>2do descuento: 5 % x 95 % = 4,75 %; queda: 90,25 %</p> <p>Importe a pagar: $90,25\% \times 94 = \frac{90,25}{100} \times S/94 \approx S/84,84$</p>
<p>Afirmación: los descuentos 10 % + 5 % y 5 % + 10 %; son diferentes, ya que para el primer caso este es S/80,37 mientras que en el otro es S/84,84.</p>		

Reflexionamos

- ¿Cómo se promueve el uso de estrategias heurísticas para resolver un problema?
- ¿Qué estrategias de comprensión o de resolución son pertinentes fomentar para el desarrollo de competencias?

Entonces, se puede decir que...

Es importante generar espacios para la creación de problemas desde lo individual o grupal en las/los estudiantes; así como encontrar o configurar situaciones vinculadas con la realidad, sencillas, pero con potencialidades para seleccionar información, plantearse preguntas, encontrar relaciones matemáticas y resolver según el requerimiento conceptual y el contexto de la situación. Para ello, es necesario como lo sugiere Schoenfeld (1992, como se citó en Santos, 2008), que el resolutor cuente con una lista de estrategias heurísticas que las pueda combinar de manera creativa, que proporcionen a las/los estudiantes herramientas para explorar la situación y reflexionar sobre la forma de resolver el problema.

En este sentido, es importante promover estrategias tales como el uso de representaciones, esquemas o diagramas en la resolución de problemas, ya que ayudan, por un lado, a la comprensión de conceptos a través de la visualización, por ejemplo, en el caso, se hizo uso de 100 cuadrículas para representar el todo equivalente al 100 %, donde algunas partes de esta representaba el tanto por ciento; y por otro, la comprensión de dichos conceptos, traducidos en las diversas formas de usar y reutilizar la información, a partir de una interpretación propia de las/los estudiantes. En esta dirección, Zimmermann y Cunningham (1991), citado por Vigo y Ferrerira (2019, p. 205), señalan que, en la visualización, lo que interesa es precisamente la capacidad que tiene la/el estudiante para diseñar un diagrama apropiado (con lápiz y papel o usando recursos TIC), para representar y comprender un concepto matemático necesario en la resolución de problemas.

Además, en el abordaje del caso las/los estudiantes han establecido submetas para llegar a la solución de un problema, esto es, han iniciado con el cálculo de un descuento simple, para luego, calcular los descuentos sucesivos que implicó usar la noción de un descuento simple dos veces, considerando la variación del total. En ese proceso, han concatenado los pasos y han comprendido las secuencias y cadenas de razonamiento lógico, que se han producido en el desarrollo de la solución.

Así mismo, en la resolución mostrada por los tres equipos, se observa que los descuentos para el caso particular de la tienda A y la tienda B les han permitido concluir que no es lo mismo descontar el 15 % que descontar el 10 % + 5 %. Además, en el tratamiento del descuento en la tienda B, han podido concluir que no es lo mismo hacer un descuento del 10 % + 5 % que hacer un descuento del 5 % + 10 %, generalizando que, para el cálculo de descuentos sucesivos, estas se deben de realizar en el orden en que se mencionan, caso contrario los resultados obtenidos serían diferentes.



Ideas fuerza

- Propiciar el uso combinado de diversas estrategias heurísticas, incluidas aquellas que son propias de las/los estudiantes en la resolución de problemas.
- Poner el énfasis en el planteamiento de situaciones retadoras y desafiantes, las que permitan estimular la capacidad de formular preguntas, identificar problemas, formular modelos matemáticos y desarrollar la creatividad.

3.2 Atención a la diversidad para eliminar las barreras en el aprendizaje



Para el desarrollo de las competencias no solo es importante seleccionar adecuadamente y aplicar estrategias, sino debemos considerar centralmente la atención a la diversidad y a las barreras de aprendizaje. Revisemos el siguiente caso.

En la planificación de sus actividades, para desarrollar la competencia *Resuelve problemas de gestión de datos e incertidumbre*, la maestra Juana propone un juego que consiste en lanzar dos dados y adivinar cuál puntuación tiene más chance de salir, y como representar la ocurrencia de dichas puntuaciones obtenidas mediante el valor de la probabilidad.

Da inicio mediante la reflexión sobre las barreras que se pueden presentar en el aula, debido a actitudes o algunas condiciones que impiden la participación plena de las/los estudiantes en el proceso de aprendizaje, en igualdad de condiciones. Para ello, toma en cuenta a aquellas/aquellos estudiantes que, por sus características, la hacen sentir más desafiada en su práctica pedagógica:

Francisco muestra disposición durante el desarrollo de las actividades, domina recursos tecnológicos y siempre está dispuesto a ayudar a sus compañeras y compañeros; pero por momentos se aburre en la clase y quiere pasar mucho tiempo en los videojuegos.

José tiene discapacidad visual, lo que limita su desplazamiento en el aula y su interacción social; pero es persistente en el desarrollo de sus actividades y presenta habilidades y destrezas manipulativas.

Doris muestra inclinación por el aprendizaje visual, es organizada en sus actividades, y tiene habilidades para hacer diseños y dibujos; pero es perfeccionista, le cuesta adaptarse a los cambios y enfrentar situaciones nuevas de aprendizaje.

Juana, en atención a la diversidad y variabilidad, considera las características de las/los estudiantes y se asegura que todas y todos cuenten con recursos, herramientas y dispositivos, de modo que tengan las mismas oportunidades de aprendizaje y participación.

Reflexionamos

- ¿Qué acciones realiza la profesora Juana para asegurar las mismas oportunidades de aprendizaje?
- ¿Cuáles son las barreras que impiden el aprendizaje de las/los estudiantes en nuestra institución educativa?

Entonces, se puede decir que...

Desde la planificación de los aprendizajes, Juana reflexiona e identifica, con anticipación, barreras de aprendizaje y los elementos que constituyen la diversidad y la variabilidad¹¹ en el aula, a fin de utilizar variadas estrategias, medios, recursos y herramientas en su práctica pedagógica, así como generar espacios de motivación, comunicación y participación activa en el aula.

A partir de la identificación de las características de las/los estudiantes, la maestra Juana describe aquellos elementos que constituyen dicha diversidad y variabilidad en el aula, así como los desafíos y fortalezas, conforme se observa en el siguiente cuadro.

Elementos que constituyen diversidad y variabilidad predecible en el aula ¹²		
Estudiantes	Variabilidad	
	Desafíos	Fortalezas
Francisco	<ul style="list-style-type: none"> - Encontrar estrategias pertinentes a sus necesidades y ritmos de aprendizaje que involucre la gamificación - Socializar y compartir sus habilidades y conocimientos 	<ul style="list-style-type: none"> - Disposición durante el desarrollo de las actividades. - Domina los recursos tecnológicos. - Es solidario con sus compañeras y compañeros y siempre está dispuesto a ayudar.
José	<ul style="list-style-type: none"> - Encontrar estrategias y material adecuado al lenguaje Braille, audio y material concreto - Organizar el mobiliario considerando las necesidades del estudiante - Reconocer la ubicación de los materiales y mobiliario en el aula - Socializar con sus pares para generar un clima de igualdad de oportunidades 	<ul style="list-style-type: none"> - Es persistente en el desarrollo de sus actividades. - Tiene habilidades y destrezas manipulativas.
Doris	<ul style="list-style-type: none"> - Mejorar su adaptación al cambio - Enfrentar situaciones nuevas de aprendizaje - Gestionar sus tiempos para desarrollar sus actividades oportunamente 	<ul style="list-style-type: none"> - Tiene inclinación por el aprendizaje visual. - Es organizada en sus actividades. - Tiene habilidades para hacer diseños y dibujos.

¹¹ El Diseño Universal para el Aprendizaje es un marco de trabajo que considera la variabilidad de las personas al momento de diseñar respuestas educativas pertinentes e inclusivas, eliminando de manera sistemática e intencionada las barreras para el aprendizaje que puedan estar presentes en cualquier componente educativo que interviene en el proceso de enseñanza y aprendizaje del estudiante (el desarrollo curricular, los materiales, las evaluaciones, los espacios físicos, la organización de horarios, entre otros), para atender a la diversidad de estudiantes.

¹² Adaptado de Aplicación de los Principios del Diseño Universal para el Aprendizaje (Fellow Group, 2020).

Luego de identificar las fortalezas y los desafíos, la docente Juana tendrá en cuenta la diversidad y variabilidad de las/los estudiantes dentro del aula, así como de las posibles barreras a que pueden enfrentar, con el propósito de generar oportunidades de aprendizaje de cada estudiante.

Al respecto, se analiza qué acciones realiza la profesora Juana para mitigar el impacto de las barreras educativas en las/los estudiantes.

a) De accesibilidad. Las barreras que encontró la profesora Juana dificultan el acceso al servicio educativo, entre ellos, en el uso del material concreto en la clases, ya que al tener discapacidad visual el estudiante José, no tenía la oportunidad de leer la información impresa o manipular materiales concretos; en ese sentido, la docente pidió a las/los estudiantes que elaboren un podcast que resuma el análisis de algunas lecturas; así como elaborar material concreto que tenga en cuenta el lenguaje Braille, por ejemplo, hacer un dado cuyos puntos en cada cara esté hecho de cartulina corrugada.

b) Actitudinales. Juana identificó que Doris continuamente no es tomada en cuenta para formar equipos de trabajo colaborativo, por lo que decidió aplicar dinámicas de integración (por ejemplo, el cuadrado ciego) y juego de roles de manera permanente, para incluir a Doris en los equipos. Además, promovió diálogos reflexivos en relación con las actitudes asumidas sobre la inclusión.

c) Curriculares y didácticas. La docente planteó actividades que permitan a cada estudiante desarrollar sus aprendizajes, por ello, decidió utilizar diversos recursos educativos adecuados, por ejemplo, la observación de vídeos e imágenes, la gamificación, diapositivas con activación de subtítulos u otros recursos, para que las/los estudiantes elaboren sus respectivas producciones.

d) Organizacionales. La I.E. implementó diversas acciones con el propósito de atender a la variabilidad de las/los estudiantes. En esta dirección, todos los actores de la institución educativa asumieron compromisos y responsabilidades para evitar situaciones de discriminación, exclusión, entre otros.

En este orden de ideas, para desarrollar la experiencia de aprendizaje, la docente Juana tuvo en cuenta las barreras que pueden estar presentes en el proceso de enseñanza y aprendizaje de las/los estudiantes.



<p>Proporcionar múltiples formas de motivación y compromiso, para motivar a las/los estudiantes y facilitar su participación activa en el proceso de enseñanza-aprendizaje</p> <p>Responder al ¿por qué se aprende?</p>	<p>Proporcionar múltiples medios de representación, para presentar al estudiante información mediante medios y formatos variados, teniendo en cuenta las diferentes vías de acceso y procesamiento de la información</p> <p>Responder al ¿qué se aprende?</p>	<p>Proporcionar múltiples formas de acción y expresión, para ofrecer al estudiante diferentes formas, oportunidades para expresar lo que saben, para organizarse y planificarse</p> <p>Responder al ¿cómo se aprende?</p>
<ul style="list-style-type: none"> - Brindar oportunidades para que los estudiantes participen y se involucren en el diseño de situaciones significativas; - involucrarlos para que establezcan sus propias metas de aprendizaje; - promover actividades que favorezcan su autonomía y su motivación, a fin de que participen en la planificación de los aprendizajes; - fomentar el apoyo e interacción entre pares para que Francisco socialice sus aprendizajes y haga el uso de recursos tecnológicos; - promover que las/los estudiantes identifiquen sus errores para utilizarlos de manera constructiva, convirtiéndolos en estrategias positivas para el éxito de los aprendizajes; - utilizar la gamificación como recurso para motivarlos y promover aprendizajes de manera autónoma. 	<ul style="list-style-type: none"> - Brindar acceso a múltiples representaciones (audio, visual, táctil, esquemas, organizadores, etc.), que respondan a las diversas necesidades; - ofrecer un glosario de términos para el uso correcto de las notaciones matemáticas, así como un formulario para desenvolverse al resolver problemas; - colocar descripciones para todas las imágenes, gráficos, videos o animaciones que ayuden a las/los estudiantes a realizar las actividades propuestas; - utilizar material concreto para identificar, analizar y obtener conclusiones sobre propiedades y conocimientos matemáticos. 	<ul style="list-style-type: none"> - Promover el uso de material concreto (geoplano, algeplano, domino, tangram, bloques de Diennes, entre otros); - promover la resolución de problemas con diversas estrategias heurísticas; - proveer el uso de recursos tecnológicos como 99 Math, Peth, manipuladores, GeoGebra, entre otros, que ayuden a la resolución de problemas y la consolidación de sus producciones; - proporcionar retroalimentación diferenciada, según el desarrollo de los aprendizajes de las/los estudiantes; - proveer el uso de material concreto con lenguaje Braille para promover la interacción e involucramiento de las/los estudiantes que lo requieran; - plantear preguntas de cierre: ¿cómo empleaste los recursos para lograr tu aprendizaje?, ¿cómo lo aprendimos?, ¿qué dificultades tuviste?, ¿cómo las superaste?

Ideas fuerza

- Para atender la diversidad y eliminar las barreras para el aprendizaje en las/los estudiantes, se debe brindar igualdad de oportunidades.
- Para atender la variabilidad es importante emplear estrategias, motivar, brindar información mediante variados soportes y en formatos distintos, y ofrecer diferentes posibilidades para expresar lo que saben.

3.3 STEAM en la experiencia de aprendizaje



A continuación, se presenta un caso donde los equipos de docentes del área de Matemática, Inglés y Educación Religiosa dialogan en la hora colegiada y plantean desarrollar una experiencia de aprendizaje con el STEAM.

Hola, mi nombre es Carmen, soy profesora del 5.º grado de secundaria y en mi institución educativa, ubicada en la provincia de Corongo, departamento de Ancash, a 3141 m s. n. m., se planificó una experiencia de aprendizaje a partir de una visita a la comunidad, en la que se identificaron algunas necesidades, así como el rol de las instituciones de apoyo social que buscan el bienestar de la comunidad. Luego de la visita, las/los estudiantes reconocieron que la iglesia es parte importante de la comunidad, puesto que es un espacio de recogimiento y de fe, y que además, brinda apoyo a las personas en mayor situación de vulnerabilidad, pues prepara y proporciona desayunos y almuerzos saludables mediante su comedor comunal. Además, reconocieron que la atención del comedor depende del apoyo de la comunidad, en la provisión o abastecimiento de ciertos vegetales, frutos, entre otros, para asegurar y complementar la alimentación, debido a que, por efectos del clima, son difíciles de cultivar.

Frente a la problemática identificada, las/los estudiantes se preguntaron ¿cómo podríamos implementar una solución para el cultivo de vegetales que permita el abastecimiento al comedor comunal de forma solidaria, teniendo en cuenta las condiciones climáticas de nuestra comunidad? Asimismo, decidieron dar a conocer su propuesta de solución a la comunidad, mediante un video reportaje en su lengua materna e inglés, en la cual se describen todos los momentos del proyecto, es decir, desde la visita a la comunidad hasta la propuesta de solución.

Dada las características del reto y el producto de esta experiencia de aprendizaje, en el colegiado se reflexionó sobre la necesidad de promover la creatividad, innovación, pensamiento crítico y reflexivo, resolución de problemas, trabajo colaborativo y en comunidad, habilidades sociales y comunicativas, entre otros, que permitan desarrollar las competencias planteadas en el Currículo Nacional de Educación Básica, por ello, decidimos que esta experiencia se desarrolle con la propuesta STEAM¹³.



¹³ El acrónimo STEAM alude a la Ciencia, Tecnología, Ingeniería, Arte y Matemática (Science, Technology, Engineering, Arts and Maths) y desde estos componentes se orienta el trabajo pedagógico para considerar información, habilidades, metodologías y herramientas propias de estas disciplinas o campos del conocimiento. Actualmente, se vienen incorporando otras denominaciones como STEAM+H (Humanidades) o STREAM (Reading, lectura en inglés). En nuestra propuesta el componente Arte alude a los diferentes lenguajes artísticos, las letras y las ciencias sociales que son procesos de creatividad y fortalecimiento del humanismo.

Se identifican las actividades desarrolladas en cada uno de los componentes del STEAM, que guardan correspondencia con las competencias a poner en juego¹⁴. La secuencia de actividades abordadas por las/los estudiantes presentan un orden lógico y coherente para lograr el propósito planteado e ir desarrollando el o los productos establecidos.

Competencias que se desarrollan	Descripciones de actividades considerando componente STEAM
<ul style="list-style-type: none"> - Indaga mediante métodos científicos para construir sus conocimientos. - Explica el mundo físico basándose en conocimientos sobre los seres vivos, materia y energía, biodiversidad, Tierra y universo. 	<p>Ciencia (S)</p> <ul style="list-style-type: none"> - Selecciona variables, las relaciona con el crecimiento vegetal para analizar los resultados y validar la hipótesis. - Genera conocimiento y utiliza conceptos propios de la ciencia al reconocer algunas características de la fisiología vegetal y los conceptos de termodinámica relacionados al calor.
<ul style="list-style-type: none"> - Indaga mediante métodos científicos para construir sus conocimientos. - Se desenvuelve en los entornos virtuales generados por las TIC. - Crea proyectos desde los lenguajes artísticos. 	<p>Tecnología (T)</p> <ul style="list-style-type: none"> - Registra datos de temperatura utilizando termómetros o sensores digitales. - Utiliza una calculadora digital o una aplicación (GeoGebra) para conocer las áreas y volúmenes en el diseño o prototipo del fitotoldo. - Busca información para la creación del video reportaje que permitirá la divulgación de los resultados.
<ul style="list-style-type: none"> - Diseña y construye soluciones tecnológicas para resolver problemas de su entorno. 	<p>Ingeniería (E)</p> <ul style="list-style-type: none"> - Genera una estructura reconociendo los materiales pertinentes y bajo las indicaciones del diseño del fitotoldo previo.

¹⁴ En este fascículo solo se encuentra las actividades correspondientes al área de Matemática.

Competencia que se desarrolla	Descripciones de actividades considerando componente STEAM
<ul style="list-style-type: none"> - Lee diversos tipos de textos en su lengua materna. - Lee diversos tipos de textos escritos en inglés como lengua extranjera. - Escribe diversos tipos de textos en inglés como lengua extranjera. - Crea proyectos desde los lenguajes artísticos. - Convive y participa democráticamente en la búsqueda del bien común. - Construye su identidad como persona humana, amada por Dios, digna, libre y trascendente, comprendiendo la doctrina de su propia religión, abierto al diálogo con las que le son cercanas. - Asume la experiencia, el encuentro personal y comunitario con Dios en su proyecto de vida en coherencia con su creencia religiosa. 	<p>Arte (A)</p> <ul style="list-style-type: none"> - Analiza información sobre crecimiento vegetal bajo condiciones climáticas y procedimientos para la construcción del fitotoldo. - Selecciona información para crear su propio texto escrito y difundir las acciones solidarias de la comunidad. - Propone un diseño de estructura del fitotoldo utilizando procesos creativos. - Genera herramientas digitales para el público de habla inglesa. - Organiza y planifica la provisión de vegetales por periodos al comedor. - Propone alternativas de solución a problemas y necesidades de su comunidad, que expresan los valores propios de su tradición y el bien común. - Realiza el voluntariado en acciones comunitarias como parte de su proyecto de vida.
<ul style="list-style-type: none"> - Resuelve problemas de cantidad. - Resuelve problemas de forma, movimiento y localización. 	<p>Matemática (M)</p> <ul style="list-style-type: none"> - Analiza el valor nutricional de hortalizas y vegetales para su elección y producción. - Elabora un presupuesto para la construcción de fitotoldo, considerando materiales e insumos. - Elabora un presupuesto para el cultivo y producción de hortalizas y vegetales. - Diseña un fitotoldo considerando las características, elementos, propiedades, medidas de perímetro y área en figuras geométricas. - Reconoce la posición del fitotoldo para aprovechar la incidencia del sol utilizando instrumentos de orientación.



En la **prueba o evaluación del prototipo** del fitotoldo, se evidenció que la temperatura en su interior dejó de disminuir y alcanzó 14 °C en promedio, mayor a la temperatura del ambiente; puesto que, en la comunidad de Corongo, la temperatura disminuye, ostensiblemente en el mes de junio, en la mañana fluctúa en los 17 °C y por la noche llega a los 6 °C.

Antes de construir el fitotoldo a escalas reales, la maestra preguntó a las/los estudiantes **¿qué mejoras realizarían al modelo para que sea más eficiente según el propósito planteado?** Las respuestas permitieron realizar las mejoras en los diseños presentados, incorporar nuevos elementos y prescindir de otros, en base a sus capacidades matemáticas para el tratamiento real y complejo de la situación.

Luego de varias semanas de cultivo, se obtuvieron resultados similares, pero a mayor escala. En este sentido, **el primer reto llegó a su fin**, se cosecharon una cantidad generosa de vegetales variados y nutritivos que fueron entregados por el voluntariado del colegio a los representantes del comedor comunal.

Del mismo modo, **se cumplió con el reto de compartir el videoreportaje** en la comunidad, y a nivel nacional e internacional, a través de las redes sociales, con la finalidad de que esta experiencia sea replicada por otras instituciones y que se sumen a colaborar con el comedor comunal. El videoreportaje fue realizado en coordinación con el equipo docente del área de Arte y Cultura e Inglés, que sistematizaron los pormenores del proyecto, utilizando aplicativos libres en idiomas español e inglés.

Ideas fuerza

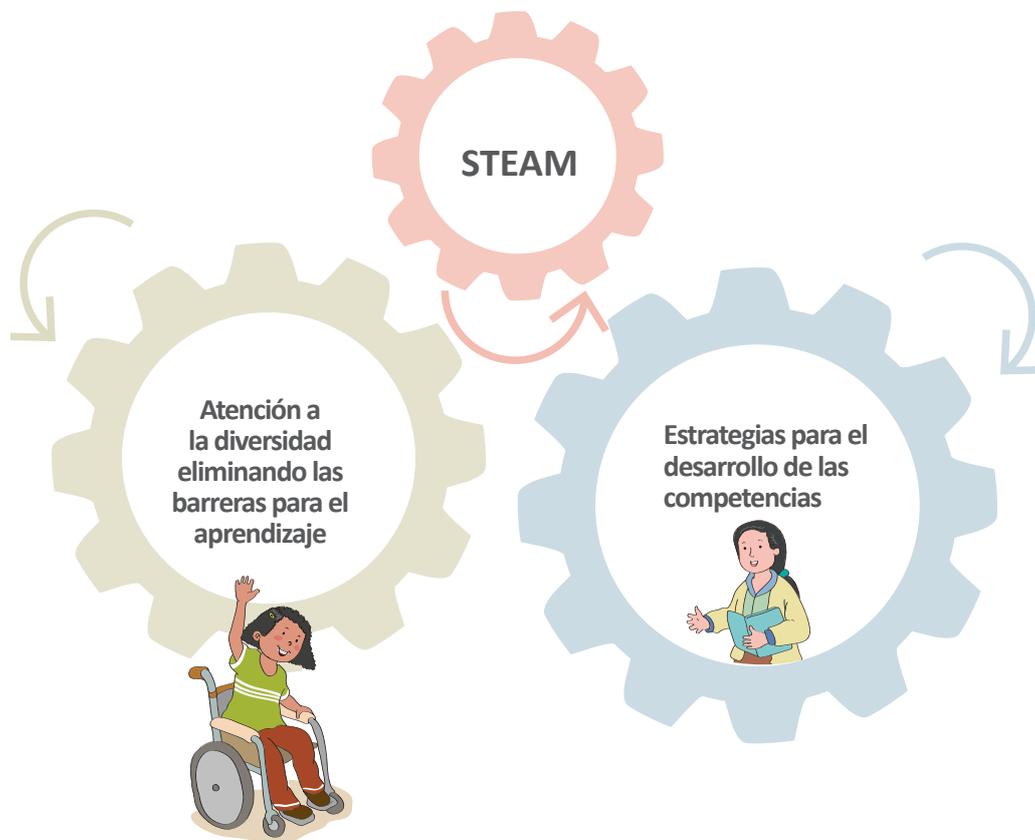
- Es importante la planificación colegiada porque permite poner en juego diversas competencias, de manera natural, en la realización de las experiencias de aprendizaje.
- El STEAM se apoya en diversas metodologías activas tales como: Aprendizaje basado en proyectos, Aprendizaje basado en problemas, Aprendizaje basado en retos, entre otros, que permiten a las/los estudiantes desarrollar las competencias, de modo que puedan responder a desafíos reales de su contexto.



Recapitulamos y seguimos reflexionando...



¡Llegamos al final de este capítulo! Presentamos un organizador que sintetiza los temas desarrollados y proponemos algunas preguntas de reflexión para mejorar nuestra práctica pedagógica.



- ¿Cómo promoveríamos el uso de las estrategias de aprendizaje para desarrollar las competencias en el área de Matemática?
- ¿Qué estrategias colectivas e individuales se deben considerar para asegurar las mismas oportunidades de aprendizaje, teniendo en cuenta la diversidad de aprendizajes?
- ¿Cómo desarrollar las experiencias de aprendizaje integrando diversas competencias desde el STEAM en el área de Matemática?

Capítulo

4

Evaluación formativa de las competencias en el área de Matemática

¡Estimadas y estimados docentes!

En el capítulo anterior, desarrollamos orientaciones sobre estrategias para el desarrollo de las competencias en el área de Matemática, la importancia de la atención a la diversidad para eliminar las barreras en el aprendizaje y el STEAM en la experiencia de aprendizaje. Ahora, abordaremos aspectos sobre la evaluación formativa para el aprendizaje en nuestra área curricular.



Hola, Liliana y María, en este proceso de planificación de las experiencias de aprendizaje me pregunto ¿qué esperamos que logren las/los estudiantes en el proceso de enseñanza y aprendizaje?, ¿cómo evaluamos desde el enfoque formativo?

Yo quiero saber ¿de qué manera podemos elaborar los instrumentos de evaluación y cómo me van a ayudar a analizar las evidencias de las/los estudiantes?



También ¿qué debemos hacer para que las/los estudiantes sigan aprendiendo?, ¿cómo puedo retroalimentar a las/los estudiantes para ayudarlos a progresar en sus aprendizajes?

Yo agregaría, ¿qué se busca con la elaboración de criterios de evaluación?, ¿por qué y cómo tenemos que elaborar criterios para el progreso de los aprendizajes?

4.1 La evaluación formativa: qué, para qué y cómo evaluar en el proceso de enseñanza y aprendizaje



Para fortalecer nuestros conocimientos sobre qué evaluamos, para qué y cómo, en el marco de la evaluación formativa, te invitamos a leer el siguiente caso.

En la I. E. Santo Domingo, ubicada en Laraos, provincia de Yauyos y a 3310 m s. n. m., un grupo de estudiantes del 5.º grado de secundaria identificó las necesidades alimenticias de la comunidad y la escasa producción de ciertos vegetales y hortalizas, por la influencia de las bajas temperaturas que afectan su cultivo. Al respecto, se preguntan ¿qué solución podemos implementar para producir una variedad de vegetales y hortalizas para complementar la alimentación de las familias de la comunidad?

Ante ello, se plantean los siguientes retos: ¿qué estructuras podrían diseñar para cultivar diversos vegetales y hortalizas cuando hay bajas temperaturas en el ambiente?, ¿cuánto será la inversión según la forma del fitotoldo, para optimizar el uso de materiales?, ¿cómo sustentarías tus afirmaciones empleando conocimientos geométricos?

Las/los docentes, a partir del reto, el propósito y las condiciones de la situación, elaboraron, de manera colegiada, los criterios de evaluación que serán presentados y socializados con las/los estudiantes para reajustarlos en conjunto y de acuerdo a las necesidades de aprendizaje. Estos criterios serán parte de una rúbrica con la que se evaluará la producción de cada estudiante, con el propósito de analizar el desarrollo de las competencias, las mismas que permitan retroalimentar de manera adecuada y oportuna los aprendizajes de cada estudiante.

Reflexionamos

- ¿Por qué es importante plantear criterios de evaluación?
- ¿Por qué hay que comunicar y socializar los criterios de evaluación con las/los estudiantes?

4.1.1 Orientaciones para la formulación de los criterios de evaluación

Para la formulación de los criterios de evaluación respecto a la competencia *Resuelve problemas de forma, movimiento y localización*, la docente María propone a sus colegas iniciar con el análisis del estándar del ciclo VII, tomar como referencia el Programa Curricular de Educación Secundaria y seleccionar los desempeños que responden a cada capacidad, tal como se muestra a continuación:

Competencia: *Resuelve problemas de forma, movimiento y localización*

Estándar del VII ciclo

Resuelve problemas en los que modela características de objetos con formas geométricas compuestas, cuerpos de revolución, sus elementos y propiedades, líneas, puntos notables, relaciones métricas de triángulos, distancia entre dos puntos, ecuación de la recta y parábola; la ubicación, distancias inaccesibles, movimiento y trayectorias complejas de objetos mediante coordenadas cartesianas, razones trigonométricas, mapas y planos a escala. Expresa su comprensión de la relación entre las medidas de los lados de un triángulo y sus proyecciones, la distinción entre transformaciones geométricas que conservan la forma de aquellas que conservan las medidas de los objetos, y de cómo se generan cuerpos de revolución, usando construcciones con regla y compás. Clasifica polígonos y cuerpos geométricos según sus propiedades, reconociendo la inclusión de una clase en otra. Selecciona, combina y adapta variadas estrategias, procedimientos y recursos para determinar la longitud, perímetro, área o volumen de formas compuestas, así como construir mapas a escala, homotecias e isometrías. Plantea y compara afirmaciones sobre enunciados opuestos o casos especiales de las propiedades de las formas geométricas; justifica, comprueba o descarta la validez de la afirmación mediante contraejemplos o propiedades geométricas.

Desempeños de 4.º grado

- Establece relaciones entre las características y atributos medibles de objetos reales o imaginarios. Representa estas relaciones con formas bidimensionales y tridimensionales compuestas o cuerpos de revolución.
- Expresa, con dibujos, construcciones con regla y compás, con material concreto, y con lenguaje geométrico, su comprensión sobre las propiedades de poliedros, prismas, cuerpos de revolución y su clasificación, para interpretar un problema según su contexto y estableciendo relaciones entre representaciones.
- Combina y adapta estrategias heurísticas, recursos y procedimientos más convenientes para determinar la longitud, el área y el volumen de poliedros, y cuerpos compuestos.
- Plantea afirmaciones sobre las relaciones y propiedades que descubre entre los objetos, entre objetos y formas geométricas, y entre las formas geométricas, sobre la base de experiencias directas o simulaciones.



Tomando en consideración el estándar y los desempeños que implican la competencia *Resuelve problemas de forma, movimiento y localización*, así como el enfoque Centrado en la Resolución de Problemas, las/los docentes formulan los siguientes criterios de evaluación, en un lenguaje claro y sencillo:

Capacidades	Criterios de evaluación ¹⁵
Modela objetos con formas geométricas y sus transformaciones.	Representa el diseño de fitotoldo considerando las características, elementos, propiedades, medidas de longitud con formas bidimensionales compuestas y tridimensionales.
Comunica su comprensión sobre las formas y relaciones geométricas.	Expresa su comprensión con lenguaje geométrico, la relación entre las propiedades y características de formas bidimensionales compuestas y formas tridimensionales, al representar su diseño del fitotoldo.
Usa estrategias y procedimientos para medir y orientarse en el espacio.	Selecciona y combina estrategias, diversos procedimientos y recursos para determinar la longitud, el perímetro y la superficie de formas bidimensionales compuestas y formas tridimensionales para el diseño de un fitotoldo.
Argumenta afirmaciones sobre relaciones geométricas.	Plantea y contrasta afirmaciones sobre las relaciones y propiedades que descubre entre los objetos y las formas geométricas en la construcción del fitotoldo, y las sustenta con conocimientos y propiedades geométricas.

Finalmente, dan a conocer a las/los estudiantes los criterios con que serán evaluados sus producciones o actuaciones; además corroboran que todos comprendan el significado y las acciones que deben realizar para alcanzar el propósito del aprendizaje.

Reflexionamos

- ¿Qué acciones realizamos para que las/los estudiantes comprendan los criterios de evaluación, el nivel de logro en que se encuentran y desarrollar procesos autónomos de reflexión sobre sus fortalezas, dificultades y necesidades?

¹⁵ El número de criterios por capacidad puede ser más de uno.

Entonces, se puede decir que...

Los criterios de evaluación permiten conocer el nivel de desarrollo de las competencias que demuestran las/los estudiantes al enfrentarse a una situación retadora, en un contexto determinado. Para verificar lo que demuestran las/los estudiantes, se debe elaborar los criterios de evaluación a partir de los estándares de aprendizaje de la competencia y sus desempeños, alineados a los propósitos de aprendizajes (RVM N° 00094-2020-MINEDU, p. 10).

En el caso planteado, las/los docentes formularon los criterios de evaluación para evaluar la competencia *Resuelve problemas de forma, movimiento y localización* a partir del nivel esperado, al final del ciclo VII del estándar, así como, sus desempeños.

En ese sentido, los criterios de evaluación son indispensables, puesto que guían la evaluación de las actuaciones o producciones del estudiante, y permiten autorregular y retroalimentar los aprendizajes; así como determinar el nivel de logro de la competencia (RVM N° 00094-2020-MINEDU, p. 11). Por lo tanto, los criterios de evaluación son el referente específico para el juicio de valor sobre el nivel de desarrollo de las competencias, describen las características o cualidades de aquello que se quiere valorar y que deben demostrar las/los estudiantes en sus actuaciones ante una situación en un contexto determinado (RVM N° 00094-2020-MINEDU, p. 6).

Para la **formulación de criterios** es importante:

- Guardar relación con la situación, reto, propósito, evidencia y el nivel exigido en los estándares de aprendizaje.
- Tomar como referencia el estándar y los desempeños del grado¹⁶.
- Incluir a todas las capacidades de la competencia.
- Utilizar un lenguaje claro y sencillo (adaptar lenguaje técnico a uno comprensible, pero sin dejar el uso del vocabulario del área que el estudiante ya maneja).
- Describir la actuación esperada del estudiante en función de la competencia.

¿Por qué se requieren comunicar los criterios de evaluación?

Luego del proceso de formulación de los criterios de evaluación—del cual las/los estudiantes también pueden formar parte—, estos se deben comunicar para validar si las descripciones resultan claras o si requiere una mediación del docente para su comprensión, planteando preguntas, por ejemplo, ¿qué comprendes sobre este criterio?, ¿qué acciones realizarías para cumplir con los criterios formulados?, entre otras.

En este sentido, comunicar los criterios de evaluación facilita e invita a poner en práctica procesos relacionados con la autoevaluación, coevaluación y heteroevaluación, basadas en las descripciones que responden a las competencias, el estándar de aprendizaje y el reto de la situación.



¹⁶ Se requiere fomentar que las/los estudiantes, en un proceso gradual de autonomía en la gestión de sus aprendizajes, puedan ir aportando a la formulación de los criterios. (RVM N° 00094-2020-MINEDU, p. 11).

4.1.2 Orientaciones para la elaboración de instrumentos de evaluación

A partir de los criterios de evaluación establecidos, las/los docentes decidieron elaborar el instrumento de evaluación para analizar las evidencias que generarán las/los estudiantes. El profesor Efraín propone una lista de cotejo para que cada estudiante pueda autoevaluarse, pero la profesora Patty manifiesta que, si bien la lista de cotejo es de utilidad para la autoevaluación del estudiante, esta no permite describir la gradualidad de sus actuaciones respecto de una competencia, por ello propone elaborar una rúbrica analítica.

La rúbrica es un instrumento (matriz) elaborado por el docente, que contiene los criterios que corresponden a distintos niveles de logro de tal manera que permita una valoración de los desempeños observados en relación al desarrollo de una competencia. Se usa con fines de retroalimentación y también para asignar un nivel de logro. Las rúbricas pueden ser de dos tipos: **analíticas**, cuando sus criterios describen el nivel de desarrollo de cada capacidad por separado; **holísticas**, cuando sus criterios describen el nivel de desarrollo de toda la competencia¹⁷



¹⁷ (RVM N° 00094-2020-MINEDU, p. 11).

Criterios	Competencia <i>Resuelve problemas de forma, movimiento y localización</i>			
	En inicio	En proceso	Logro esperado	Logro destacado
Modela objetos con formas geométricas y sus transformaciones.	Representa el diseño de fitotoldo considerando las características, elementos, propiedades, medidas de longitud con formas bidimensionales, utilizando material concreto.	Representa el diseño de fitotoldo considerando las características, elementos, propiedades, medidas de longitud con formas bidimensionales y tridimensionales, utilizando material concreto.	Representa el diseño de fitotoldo considerando las características, elementos, propiedades, medidas de longitud con formas bidimensionales compuestas, y tridimensionales.	Representa el diseño del fitotoldo considerando, las características, elementos, propiedades, medidas de longitud con formas bidimensionales y tridimensionales, compuestas.
Comunica su comprensión sobre las formas y relaciones geométricas.	Expresa su comprensión con material concreto y describe la relación entre las propiedades y características de formas bidimensionales, al representar su diseño del fitotoldo.	Expresa su comprensión con material concreto y describe la relación entre las propiedades y características de las formas bidimensionales y tridimensionales utilizando términos geométricos, al representar su diseño del fitotoldo.	Expresa su comprensión, con lenguaje geométrico, sobre la relación entre las propiedades y características de formas bidimensionales compuestas y formas tridimensionales, al representar su diseño del fitotoldo.	Expresa su comprensión con lenguaje geométrico sobre la relación entre las propiedades y características de formas bidimensionales y tridimensionales compuestas, al representar su diseño del fitotoldo.
Usa estrategias y procedimientos para medir y orientarse en el espacio.	Emplea procedimientos para estimar o determinar la longitud, el perímetro y la superficie de formas bidimensionales para el diseño de un fitotoldo.	Selecciona y emplea estrategias, procedimientos y recursos para determinar la longitud, el perímetro y la superficie de formas bidimensionales y tridimensionales para el diseño de un fitotoldo.	Selecciona y combina estrategias, diversos procedimientos y recursos para determinar la longitud, el perímetro y la superficie de formas bidimensionales compuestas y formas tridimensionales para el diseño de un fitotoldo.	Combina y adapta estrategias o procedimientos para determinar la longitud, el perímetro y la superficie de formas bidimensionales y tridimensionales, compuestas, en el diseño de un fitotoldo.
Argumenta afirmaciones sobre relaciones geométricas.	Plantea afirmaciones sobre las relaciones y propiedades que descubre entre los objetos y las formas geométricas en la construcción del fitotoldo, y los explica con ejemplos y gráficos.	Plantea afirmaciones sobre las relaciones y propiedades que descubre, entre los objetos y las formas geométricas, en la construcción del fitotoldo, y las justifica con ejemplos y conocimientos geométricos.	Plantea y contrasta afirmaciones sobre las relaciones y propiedades que descubre entre los objetos y las formas geométricas, en la construcción del fitotoldo, y las sustenta con conocimientos y propiedades geométricas.	Plantea y contrasta afirmaciones sobre las relaciones y propiedades que descubre entre los objetos y las formas geométricas, en la construcción del fitotoldo, y comprueba la validez de sus afirmaciones mediante propiedades y conocimientos geométricos.

Reflexionamos

- ¿Por qué son importantes los instrumentos de evaluación en el progreso de los aprendizajes de las/los estudiantes?

Entonces, se puede decir que...

En el proceso de aprendizaje, las/los docentes socializan con las/los estudiantes el instrumento de evaluación, señalando su estructura, propósito y características, con la finalidad de que dicho instrumento sea comprendido. Para ello, es necesario hacerlos partícipes en la formulación de los criterios, descriptores de los niveles de desempeño y la escala de evaluación de la rúbrica. Esto no solo mejora la comprensión por parte de las/los estudiantes, sino también los involucra más en la evaluación, permitiendo mayor responsabilidad y autonomía en su aprendizaje. (Padilla y Gil, 2009)¹⁸.

En el marco de la evaluación formativa, el uso de la rúbrica, que contiene los criterios que corresponden a distintos niveles de logro, graduados desde el nivel en inicio hasta el logro destacado, permite la valoración de los desempeños observados de cada estudiante en relación al desarrollo de una competencia y determinar el nivel de logro; así como, realizar la retroalimentación adecuada, oportuna y reflexiva.

La rúbrica presenta tres elementos esenciales:

Criterios de evaluación. Son los elementos bajo los cuales se evaluará la calidad de las evidencias/producciones de un /una estudiante. Pueden ser desagregados en varios indicadores. Reflejan los procesos y aspectos que se juzgan de importancia respecto de una tarea específica.

Descriptores del nivel de logro. Describen de manera detallada lo que cada estudiante debe realizar para demostrar sus niveles de desempeño, y alcanzar un nivel determinado respecto de cada criterio definido. Estas definiciones deben proporcionar retroalimentación a cada estudiante.

Escala de evaluación. Pueden considerarse cuatro niveles de desempeño, por ejemplo logro destacado, logro esperado, en proceso y en inicio.



¹⁸ Gil Flores, Javier, & Padilla Carmona, M^a Teresa (2009). La participación del alumnado universitario en la evaluación del aprendizaje. *Educación XX1*, vol. 12,43-65. [fecha de consulta 14 de diciembre de 2021]. ISSN: 1139-613X. Recuperado de <https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=70611919004>

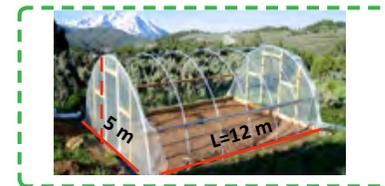
4.1.3 Orientaciones para el análisis de las evidencias de las competencias

Las/los estudiantes del 5.º grado de secundaria han entregado a docente María la evidencia final del desarrollo de la situación, que moviliza la competencia *Resuelve problemas de forma, movimiento y localización*. El docente consciente de la importancia del progreso de los aprendizajes, procede a analizarla, empleando la rúbrica que elaboró. En la evidencia, se observa que el estudiante Luis, en relación a la situación planteada, realiza la representación del fitotoldo de forma de túnel (mitad de un cilindro), en un terreno cuyas dimensiones son 12 m de largo y 5 m de ancho. Para ello, reconocen que la cara anterior y posterior son dos semicírculos semejantes de 5 metros de diámetro (2,5 m de radio) y con una puerta de ingreso de 2 m de ancho, y que el soporte de estas dos estructuras están formados por listones (segmentos) de madera en forma vertical y horizontal, cuyas medidas se encontrarán aplicando relaciones métricas en el triángulo, a partir de la longitud del radio. Así mismo, identifica que la estructura que dará soporte al área lateral del fitotoldo está formada por tubos en forma de arcos de circunferencia, cuyas medidas calculará aplicando la longitud de una semicircunferencia.

En este sentido, se identifica que la o el estudiante modela objetos con formas geométricas y sus transformaciones, de esta manera ha alcanzado el nivel de **logro esperado**.

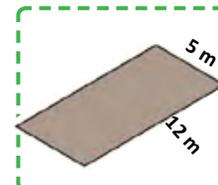
Asimismo, expresa su comprensión sobre las formas y relaciones geométricas, al estimar la cantidad de madera a utilizar en la base, a partir del concepto de perímetro; además, al calcular la longitud de todos los listones de madera (segmentos), formando triángulos rectángulos donde la medida del radio es la hipotenusa. Por ejemplo, para calcular la longitud del listón "a" aplica el teorema de Pitágoras, donde un cateto es la mitad del ancho de la puerta (1 m) y la hipotenusa es el radio de 2,5 m. A partir de ello, establece la relación $a^2 + 1^2 = 2,5^2$ que al redondear se obtiene que el listón "a" mide 2,3 m.

1. ¿Qué estructuras podrían diseñar para cultivar diversos vegetales y hortalizas cuando hay bajas temperaturas en el ambiente?



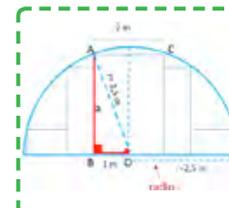
2. ¿Cuánto será la inversión según la forma del fitotoldo, para optimizar el uso de materiales? Sustenta con conocimientos geométricos.

2.1 Hallamos los metros lineales de listones de madera se necesitan para la base de la estructura de fitotoldo.

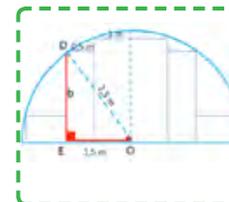


Si el Perímetro es P;
 $P = 2 \times (5 + 12)$
 $P = 2 \times (17)$
 $P = 34 \text{ m}$
 Nº de listones completos = $\frac{36}{6} = 6$

2.2 Hallamos los metros lineales de listones de madera se necesitan para la cara anterior y posterior de la estructura de fitotoldo.



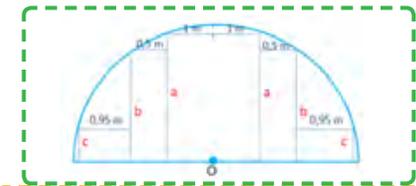
Hallamos la longitud del listón "a", En el ΔOBA Aplicamos el teorema de Pitágoras
 $a^2 + 1^2 = 2,5^2$
 $a^2 + 1 = 6,25$
 $a^2 = 5,25$
 $a = 2,3 \text{ m}$



Hallamos la longitud del listón "b", En el ΔOED Aplicamos el teorema de Pitágoras
 $b^2 + 1,5^2 = 2,5^2$
 $b = 2 \text{ m}$

Si siguiendo el mismo procedimiento, hallamos la longitud del listón "c", parante vertical más pequeño, que es igual a 0,5 m. La medida de todos los listones es menor a la medida del radio.

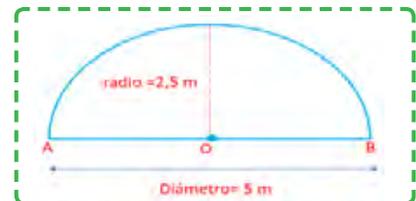
2.3 Hallamos el total de metros lineales de madera (M) de la cara anterior, sabiendo que: $a = 2,3 \text{ m}$; $b = 2 \text{ m}$; $c = 0,5 \text{ m}$



$M = 2 \cdot (a+b+c+0,95+0,5+1) = 2 \cdot (2,3 + 2 + 0,5 + 0,95 + 0,5 + 1)$
 $M = 2 \cdot (7,25) = 14,5 \text{ metros}$

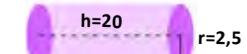
Como la cara anterior es igual a la posterior, el total de metros lineales de madera es 29 m.

2.4 ¿Cuántos metros de tubos de PVC se necesita para los 16 arcos que tiene la estructura de fitotoldo?



$PVC = 16(2,5)(3,14)$ Como cada tubo tiene una longitud de 6m;
 $PVC = 125,6$ Nº tubos de PVC = $\frac{125,6}{6} \approx 21$

2.5 Determinamos los metros cuadrados de agrofilm que se necesitan para cubrir todo el fitotoldo



Hallamos el área lateral: $\text{Área lateral} = 2 \pi r h$
 $\text{Área lateral} = 2(3,14)(2,5)(20) = 314 \text{ m}^2$
 Hallamos el área de la base: $\text{Área de la Base} = \pi \cdot r^2$
 $\text{Área de la Base} = (3,14)(2,5)^2 = 19,63 \text{ m}^2$

Hallamos el área total:
 $\text{Área total} = 314 + 2(19,63) = 353,26 \text{ m}^2$

2.6 Determinamos el presupuesto aproximado para construir el fitotoldo

Cantidad	Costo por unidad (S/)	Costo Total (S/)
6 listones de madera para la base 2" x 6" x 6 m de largo	40,00	240,00
10 listones de madera la cara anterior y posterior 1,5" x 3" x 3 m de largo	8,00	80,00
31 tubos de PVC 1" x 6 metros de largo	11,00	341,00
36 varillas de fierro 1" x 0,5 m	2,70	97,20
1 rollo de agrofilm 10 mm x 6 m x 30 m	250,00	250,00
1 kilogramo de clavos o tornillos 2"	10,00	10,00
32 Ajustadores de metal	1,00	32,00
Total		1.050,2

4.2 La retroalimentación para el desarrollo de las competencias

Luego de haber analizado las evidencias de aprendizaje de Luis y considerar los descriptores de logro de cada capacidad, la docente María ha identificado dificultades en relación con la argumentación sobre relaciones geométricas, por lo que considera necesario brindar retroalimentación. Como parte de este proceso, la docente María escribe comentarios acerca de las producciones realizadas por Luis para generar reflexión y compromisos.

Comentarios de la docente María

Estimado Luis, ¿qué relaciones entre las medidas y propiedades podrías establecer en el fitotoldo para justificar el menor costo en la construcción, según las formas que presenta?



La reflexión y retroalimentación son procesos claves para el desarrollo de competencias de las/los estudiantes, para ello, se requiere brindar pistas, orientaciones, consejos, estrategias, apoyos, recursos y oportunidades diversas para que ellas y ellos mismos puedan reflexionar sobre su proceso de aprendizaje, y tomar decisiones que superen sus dificultades y logren el desarrollo de sus competencias (RVM N° 334-2021-MINEDU p. 9).

Al respecto, Anijovich (2019) señala que la retroalimentación se puede dar de varios modos, por ejemplo, ofrecer preguntas, describir el trabajo de cada estudiante, valorar los avances y los logros, brindar sugerencias y andamiaje (p. 71). En este sentido, el foco de la retroalimentación es el progreso de los aprendizajes, basado en el enfoque formativo, es decir, se realiza una evaluación para aprender. Para ello, se debe generar un ambiente seguro y acogedor, y motivar a las/los estudiantes a reflexionar sobre sus errores para buscar estrategias y contribuir a la autorregulación y mejora de sus aprendizajes.

Ideas fuerza

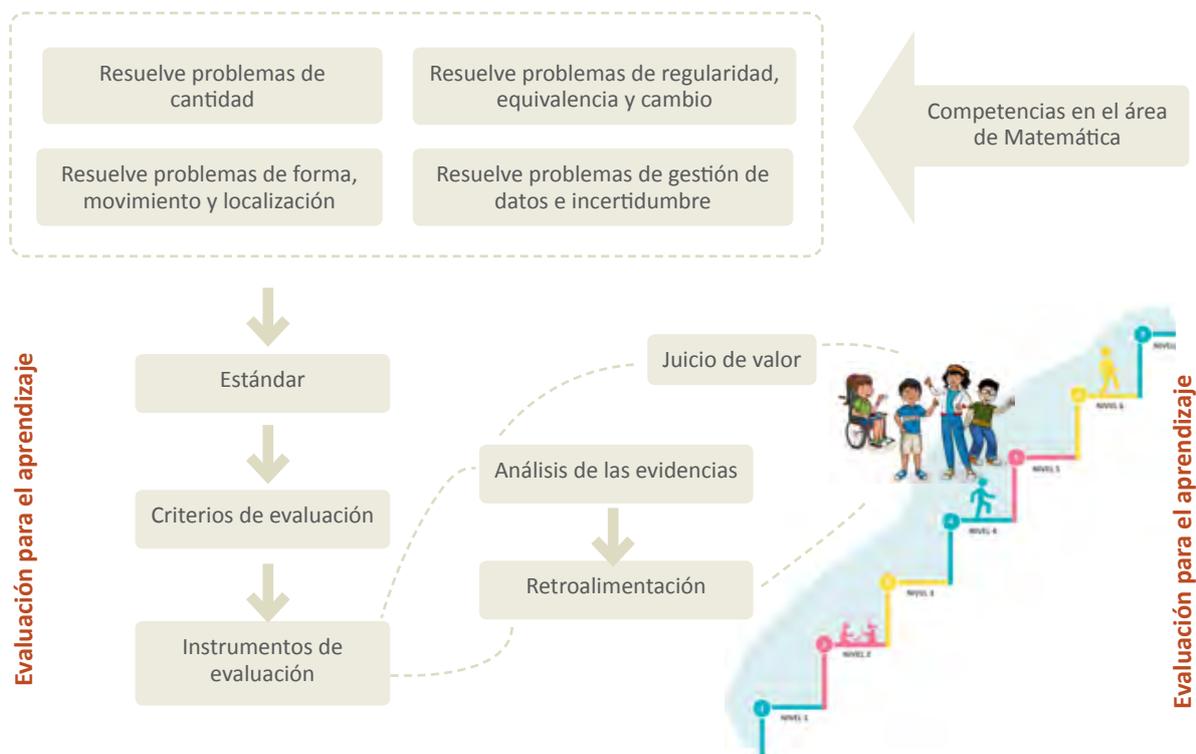
- Los criterios de evaluación deben ser tan claros y precisos que permitan observar si el propósito de aprendizaje se ha logrado o se va logrando mediante las actuaciones y producciones. Deben ser socializados con las/los estudiantes desde el inicio del proceso de enseñanza-aprendizaje, para que puedan intervenir activamente y de forma cada vez más autónoma.
- En la evaluación de las competencias, la/el docente realiza el análisis de la evidencia haciendo uso de la rúbrica como instrumento de evaluación, sus criterios y descriptores deben reflejar las características de la capacidad a evaluar, así como determinar el nivel real del logro alcanzado, para transitar desde un menor a mayor nivel de logro de la competencia.
- La retroalimentación tiene como propósito asegurar el progreso de los aprendizajes de las/los estudiantes, contribuyendo a la autorregulación y construcción de su autonomía, además de elevar la autoestima del estudiante provocando mejoras significativas en su aprendizaje.

Recapitulamos y seguimos reflexionando...



¡Llegamos al final de este capítulo! Presentamos un organizador que sintetiza los temas desarrollados y proponemos algunas preguntas de reflexión para mejorar nuestra práctica pedagógica.

EVALUACIÓN PARA EL APRENDIZAJE



- ¿Qué mejoras realizaríamos en nuestra práctica pedagógica para promover y fortalecer la evaluación formativa en el desarrollo de las competencias en el área de Matemática?
- ¿Cómo planificaríamos la evaluación formativa sobre los aprendizajes?
- ¿Qué acciones realizaríamos en nuestra institución educativa para comprender y promover la evaluación formativa en el progreso de los aprendizajes?

Bibliografía

- Anijovich, R. y Gonzáles, C. (2011). Evaluar para aprender: conceptos e instrumentos [archivo PDF]. Recuperado de http://www.aique.com.ar/sites/default/files/indices/evaluar_para_aprender.pdf
- Aulaplaneta. (2015, Setiembre). *25 herramientas para enseñar Matemáticas con las TIC [infografía]*. <https://www.aulaplaneta.com/2015/09/08/recursos-tic/25-herramientas-para-ensenar-matematicas-con-las-tic/>
- Autoridad Nacional del Agua. (s/f). Los hijos de la Mamacocha. Historias del agua, 1. [Texto: Díaz, X. / Fotografías: Escalante, A.]. Recuperado de <https://repositorio.ana.gob.pe/bitstream/handle/20.500.12543/2646/ANA0001353.pdf?sequence=1&isAllowed=y>
- Bressan, A. (s. f.). Los principios de la educación matemática realista. Recuperado de <https://educrea.cl/los-principios-la-educacion-matematica-realista/>
- Brousseau, G. (1986). Fundamentos y métodos de la Didáctica de la Matemática. Trad.: Centeno, P. J., Melendo, P. B. y Murillo, R. J. Universidad de Zaragoza. *Investigación en Didáctica de la Matemática, vol 7, n. 2, 33-115. Universidad de Burdeos*. Recuperado de <https://es.scribd.com/document/254759888/Brousseau-G-Fundamentos-y-Metodos-de-La-Didactica-de-Las-Mat-Univ-Zaragoza>
- De Castro, C. et al. (2020). TELEDU. *Plataforma t-Learning para todos*. Recuperado de https://www.researchgate.net/publication/347519928_TELEDU_Plataforma_IPTVlearning_para_todos
- Fellow Group. (2020, octubre). Aplicación de los Principios del Diseño Universal para el Aprendizaje. Seminario 1, Diseño Universal para el Aprendizaje: Diseñando para la Variabilidad [archivo PDF].
- Gil F., J. & Padilla C., M. T. (2009). La participación del alumnado universitario en la evaluación del aprendizaje. *Educación XX1*, (12), 43-65. Recuperado de <https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=70611919004>
- Ministerio de Educación. (2021, mayo 10). Decreto Supremo N.º 007 que modifica el Reglamento de la Ley N.º 28044, Ley General de Educación, aprobado por Decreto Supremo N.º 011-2012-ED [archivo PDF]. Recuperado de <https://www.gob.pe/institucion/minedu/normas-legales/2138240-007-2021-minedu>

- Ministerio de Educación. (2021, setiembre 20). Resolución Ministerial N.° 368-2021 MINEDU [archivo PDF]. Recuperado de <https://www.gob.pe/institucion/minedu/normas-legales/2164501-368-2021-minedu>
- Ministerio de Educación. (2020, abril 26). Resolución Viceministerial N.° 00094-2020-MINEDU, Norma que regula la Evaluación de las Competencias de los Estudiantes de Educación Básica [archivo PDF]. Recuperado de <https://www.gob.pe/institucion/minedu/normas-legales/541161-094-2020-minedu>
- Ministerio de Educación. (2017). Currículo Nacional de la Educación Básica [archivo PDF]. Recuperado de <http://www.minedu.gob.pe/curriculo/pdf/curriculo-nacional-de-la-educacion-basica.pdf>
- Ministerio de Educación. (2016). Programa Curricular de Educación Secundaria [archivo PDF]. Recuperado de <http://www.minedu.gob.pe/curriculo/pdf/programa-curricular-educacion-secundaria.pdf>
- Santos-Trigo, M. (2008, setiembre). La resolución de problemas matemáticos: avances y perspectivas en la construcción de una agenda de investigación y práctica. Seminario Resolución de Problemas: 30 años después del XII Simposio de la Sociedad Española de investigación en Educación Matemática. Recuperado de <https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=2748785>
- Schoenfeld, A. (1985). *Mathematical Problem Solving*. Orlando: Academic Press. INC.
- Vigo, K. & Ferreira, M. (2019). Las aprehensiones en el registro gráfico para el estudio de la derivada parcial. *Educación*, 28(55), 203-224. Recuperado de <https://dx.doi.org/10.18800/educacion.201902.010>

